Sz 148 F 1812 (19)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul VII (XI)

FASC. 1 – 2

1961

F
1812

1988
897/19
6db

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Tomul VII (XI)

FASC. 1 – 2

1961

1989

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof ATANASIU D., prof. FĂRCAȘ TOMA, prof. GOLGOȚIU TIBERIU, prof. MANGERON D., prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R.P R , prof. ONU C., prof. RUSU D.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL VII (XI), fasc. 1—2 1961

SUMAR

	Pag.
REDACŢIONALE	XV
ALFRED JEANRENAUD, La cea de-a 40-a aniversare a creării Partidului Comunist din Romînia	XVII
AL. CLIMESCU, Inele slabe	1
A. W. BABISTER, Funcţia-răspuns a sistemelor liniare cu coeficienţi depinzînd de timp	7
ŞTEFANIA RUSCIOR, Corespondenţa prin plane tangente paralele între două suprafeţe riglate în S_4	17
D. MANGERON şi L. E. KRIVOŞEIN, Asupra unei clase de ecuaţii integro-diferenţiale cu derivate totale	25
A. A. BEREZOVSKI, Ecuaţiile integrale ale învelişurilor subţiri cu pantă lină	35
P. D. S. VERMA, Tensiuni hipoelastice în tije solide în rotaţie	41
A. C. SEKHAR şi N. S. BHATNAGAR, Analiza tensiunilor în grinzi de lemn supuse la alunecare	45
ALFRED BRAIER şi I. ENESCU, Asupra rotaţiilor finite ale rigidului	51
M. Z. v. KRZYWOBLOCKI, Asupra jetului bidimensional în magneto-hidrodinamică	59
L. G. BERG şi N. P. BURMISTROVA, Asupra aşa-numitelor reacţii în fază solidă	97
I. N. CIOCHINĂ, Determinarea celui de-al treilea parametru de lucru în electroliză, cu ajutorul curbei $e=f(D_c)$	111
C. CALISTRU şi CORNELIA LEONTE, Contribuţii la studiul reacţiilor de caustificare (II)	117
GH. LUPUŞOR şi SAVEL IFRIM, Noi tipuri de coloranţi de sulf	125
ELENA COCEA, MARIA GRIGORAŞ şi SILVIA VASILIU, Copolicondensate fenolice de turnare	129

Pag.

B. A. SOKOLOV, V. G. INOZEMŢEV şi V. P. RASTORGUEV, Mişcarea stabilizată a aerului cu consum variabil, în conductele principale de aer ale sistemelor de automatizare 137

T. SĂVEANU, I. IBĂNESCU şi RADU TUDOSE, Cinetica separării fazelor în cîmp centrifugal 145

H. KAMOGAVA şi T. SEKIYA, Grefarea prin polimerizare a acrilamidei pe produse de bumbac în vederea tratamentelor ulterioare . . 151

SHELDON M. ATLAS şi HERMAN F. MARK, Rezistenţa la temperaturi înalte şi degradarea termică a polimerilor 163

M. MARINESCU, I. CURIEVICI şi FLORIN VĂLU, Indicele de evaporare dinamică al benzinelor auto produse în R. P. R. (I) . . 171

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ şi GH. CHIRIŢĂ, Comportarea la tanaj a extractului de coajă de salcie (*Salix Caprea* L.) . . . 175

C. STRUB, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, CORNELIA MAGA, MARIA MANCIU şi AURORA CIOBANU, Asupra caracterului de polidispersitate al extractelor tanante vegetale în soluţie . . 185

GH. SAVIN, Măsurarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi folosind principiul defazării a doi curenţi la 90° 201

EMIL LUCA şi N. REUS, Proprietăţile dielectrice ale unor amestecuri heterogene de ferite şi ulei de parafină 205

A. G. IVAHNENKO, Stabilizarea caracteristicilor amplificatorului magnetic de măsură cu ajutorul a două reacţii inverse diferenţiale . 211

IOSIF BERGMAN, P. LEONTE şi V. CORLĂŢEANU, Studiu comparativ al funcţionării motoarelor trifazate cu colector alimentate prin stator, cu trei perii pe perechea de poli, de tip serie şi derivaţie . 217

EMIL DAMACHI, Despre aprecierea influenţei obiectivului camerei videocaptoare asupra calităţii imaginii în televiziune (I) . . . 233

HUGO ROSMAN, Reprezentare simbolică a impulsului electromagnetic în cîmpuri electromagnetice, în regim permanent periodic, nearmonic . 247

D. S. TAVHELIDZE şi D. MANGERON, Asupra unor teoreme relative la teoria acceleraţiilor reduse 253

N. IRIMICIUC, Metoda coordonatelor vectoriale cilindrice în statica spaţială 257

OCTAVIAN MUNTEANU, GH. TUDOR, LUCREŢIA CONSTANTINESCU, ARSENIE OPREA, MALCA BERCOVICI şi ANA TRIANDAF, Unele probleme de geometrie a planului complex şi aplicarea lor la studiul mecanismelor şi a maşinilor 261

Pag.

H. WÖRLE, Fundamentele analitice şi sintetice necesare proiectării mecanismelor spaţiale cu manivelă cu patru organe, cu un singur grad de libertate (II) 269

N. G. POPINCEANU şi M. D. GAFIŢEANU, Calculul razelor de bombare ale căilor sau ale corpurilor de rulare la rulmenţii cu role cilindrice sau conice 299

E. VOLTERRA şi D. MORELL, Asupra frecvenţelor fundamentale ale grinzilor curbe 311

I. CURIEVICI şi ADOLF HAIMOVICI, Un nou criteriu pentru compararea ciclurilor motoarelor cu ardere internă cu piston . . 323

MIRCEA ZUGRĂVEL, Consideraţiuni asupra perfecţionării metodelor directe de determinare a caracteristicilor de pulverizare . . 327

TOMA FĂRCAŞ, TIBERIU GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ, EMIL ANDREI, MARIAN ANDRIEŞ, BOGDAN GHEORGHIU şi I. HOPULELE, Consideraţiuni asupra metodelor de laborator pentru determinarea coroziunii 337

VICTOR BAUŞIC, O precizare a valorii coeficientului de repartiţie a eforturilor tangenţiale 341

N. K. STRELEŢKI, Concepţia generală a formei constructive . . 343

G. I. MANKOVSKI, D. S. MURAVIEV, Bazele teoretice în construcţia dispozitivului lărgitor pentru forarea puţurilor miniere . . 349

ANATOLIE MIHUL, VICTOR BAUŞIC, N. ORLOVSCHI N. PREDA, MIRCEA MANOLOVICI, DANIEL DIACONU, SILVIA COVALI şi IULIAN MIROŞ, Studiul teoretic şi experimental al unor grinzi cu zăbrele din beton armat 355

A. N. STAVROGHIN, V. M. KOLIKOVA, Asupra bilanţului energetic al dislocării fragile 367

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINŞTEIN, D. GANJULA, GH. DIMA, GEORGETA ASANDEI, VICTOR CIUBOTARU şi LEON VASILESCU, Cu privire la comportarea straturilor rutiere din pămînt stabilizat cu ciment . . . 373

GH. URSESCU şi FLORIN CONSTANTINESCU, Consideraţiuni asupra înălţimii optime a grinzilor cu zăbrele cu tălpi paralele şi trapezoidale sub raportul greutăţii 385

D. A. ISĂCESCU, I. C. ŞTEFĂNESCU şi I. POPESCU, Picăre din materiale plastice furfurol-fenolice 389

MIŞILIM GRINDEA şi RITA ZEIDMAN, Stabilitatea coloranţilor direcţi la temperaturi peste 100° 401

Pag.

VOINEA COCIU şi LĂCRĂMIOARA DUMA, Studiul tehnico-economic asupra unei scheme de confecţionare automată a ştaifului . . 411

D. RUSU, T. NEAGU şi RONELIA DAVIDEANU, Postcalculul în industria chimică (I) 415

D. RUSU, EUGEN POPA, AL. TACU, I. BURDUJA, T. SILION, P. MÎLCOMETE, I. HĂLĂLĂU, şi I. ADUMITRĂCESEI, Aspecte ale dezvoltării principalelor ramuri industriale din Moldova, în anii puterii populare 421

M. TODOSIA, Opera economică a lui Ion Ghica 431

EUGEN POPA, EUGEN BILIUŢĂ, I. LAZARU şi M. NICOLAE, Studiul dinamicii forţei de muncă în principalele întreprinderi din oraşul Iaşi. 439

RECENZII 445

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том VII (XI), выпуск 1—2 1961 г.

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ОТ РЕДАКЦИИ	XV
АЛЬФРЕД ЖАНРЕНО, К 40 годовщине создания Коммунистической Партии в Румынии	XVII
АЛ. КЛИМЕСКУ, Слабые кольца	1
А. В. БЭБИСТЕР, Ответная функция для линейных систем с коэффициентами зависящими от времени	7
ШТЕФАНИЯ РУЩОР, Соответствие устанавливаемое параллельными касательными плоскостями между двумя линейчатыми поверхностями четырехмерного пространства	17
Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН, Об одном классе интегро-дифференциальных уравнений в полных производных	25
А. А. БЕРЕЗОВСКИЙ, Интегральные уравнения пологих тонких оболочек	35
П. Д. С. ВЕРМА, Гипо-эластические напряжения в твердых вращающихся стержнях	41
А. К. СЕКХАР и Н. С. БХАТНАГАР, Об определении усилий в деревянных балках при скольжении	45
АЛЬФРЕД БРАЙЕР и И. ЕНЕСКУ, О конечных вращениях твердого тела	51
М. З. КЖЫВОБЛОЦКА, О двухмерном выбросе в магнето-гидродинамике	59
Л. Г. БЕРГ и Н. П. БУРМИСТРОВА, К вопросу о так называемых твердофазных реакциях	97
И. Н. ЧОКИНЭ, Определение третьего рабочего параметра в электролизе при помощи кривой $e = f(D_c)$	111
К. КАЛИСТРУ и КОРНЕЛИЯ ЛЕОНТЕ, К изучению реакций каустизации (II)	117

Стр.

Г. ЛУПУШОР и САВЕЛ ИФРИМ, Новые типы сернистых красителей 125

ЕЛЕНА КОЧА, МАРИЯ ГРИГОРАШ и СИЛЬВИЯ ВАСИЛИУ, Фенольные сополиконденсаты 129

Б. А. СОКОЛОВ, В. Г. ИНОЗЕМЦЕВ и В. П. РАСТОРГУЕВ, Установившееся движение воздуха с переменным расходом в магистральном воздухопроводе автотормозной системы 137

Т. СЭВЯНУ, И. ИБЭНЕСКУ и РАДУ ТУДОСЕ, Кинетика сепарирования в центрифугальном поле 145

Х. КАМОГАВА и Т. СЕКИЙА, Прививание способом полимеризации акриламидом хлопковых изделий с целью последующей обработки 151

С. М. АТЛАС и Х. Ф. МАРК, Термическая устойчивость и деструкция полимеров при высоких температурах 163

М. МАРИНЕСКУ, И. КУРЬЕВИЧ и ФЛОРИН ВЭЛУ, Показатель динамической испаряемости автомобильных бензинов производимых в Р. Н. Р. (I) 171

Г. АЛЕКСА, АГЛАЯ КИРИЦЭ и Г. КИРИЦЭ, Дубильные свойства экстракта ивовой коры (*Salix Caprea* L.) 175

К. ШТРУБ, ИРИНА ЯРОШИНСКИЙ-ДРАБИК, КОРНЕЛИЯ МАГА, МАРИЯ МАНЧУ и АУРОРА ЧОБАНУ, Относительно полидисперсии растительных экстрактов в растворе 185

Г. САВИН, Измерение параметров конденсаторов с потерями, пользуя принцип угла сдвига фаз между двумя токами в 90° . . 201

ЕМИЛ ЛУКА и Н. РЕУС, Диэлектрические свойства некоторых гетерогенных смесей ферритов и парафинового масла . . . 205

А. Г. ИВАХНЕНКО, Стабилизация характеристики измерительного магнитного усилителя при помощи двух дифференциальных обратных связей 211

ИОСИФ БЕРГМАН, П. ЛЕОНТЕ и В. КОРЛЭЦЯНУ, Сравнительное исследование действия трехфазных серийсных и шунтовых коллекторных двигателей питаемых через статор, с тремя щетками на паре полюсов 215

ЭМИЛ ДАМАКИ, Об оценке влияния объектива передающей камеры на качество телевизионного изображения (I) 233

ГУГО РОСМАН, Символическое представление электромагнитного импульса в электромагнитных полях в установившемся, периодическом, негармоничном режиме 247

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН, Некоторые теоремы касающиеся теории приведенных ускорений 253

Н. ИРИМИЧУК, Метод цилиндрических векторных координат в пространственной графической статике 257

Стр.

ОКТАВИАН МУНТЯНУ, Г. ТУДОР, ЛУКРЕЦИЯ КОНСТАНТИНЕСКУ, АРСЕНИЕ ОПРЯ, МАЛКА БЕРКОВИЧ и АНА ТРИАНДАФ, Несколько задач по геометрии комплексной плоскости и их применение в изучении механизмов и машин 261

Г. ВЁРЛЕ, Аналитические и синтетические основы проектирования кривошипного четырехзвенного пространственного механизма с одной степенью свободы (II) 269

Н. Г. ПОПИНЧЯНУ и М. Д. ГАФИЦЯНУ, Расчет радиусов выпуклости дорожек и тел качения роликовых подшипников . . . 299

Е. ВОЛЬТЕРРА и ДЖ. Д. МОРЕЛЛ, Об основных частотах кривых балок 311

И. КУРЬЕВИЧ и АДОЛЬФ ХАЙМОВИЧ, Новый критерий сравнения циклов поршневых двигателей внутреннего сгорания . . 321

МИРЧА ЗУГРЭВЕЛ, К улучшению прямых методов для определения характеристик распыливания 329

ТОМА ФЭРКАШ, ТИБЕРИУ ГОЛГОЦИУ, Г. АИЛИНКЭЙ, К. ЧОКИНЭ, ЭМИЛ АНДРЕЙ, МАРИАН АНДРИЕШ, БОГДАН ГЕОРГИУ и И. ГОПУЛЕЛЕ, О лабораторных методах определения коррозии 337

ВИКТОР БАУШИК, Определение величины коэффициента распределения касательных сил 341

Н. К. СТРЕЛЕЦКИЙ, Компановка конструктивной формы . . 343

Г. И. МАНКОВСКИЙ и Д. С. МУРАВЬЕВ, Теоретические основы конструирования расширителей для бурения стволов шахт . . 349

АНАТОЛИЕ МИХУЛ, ВИКТОР БАУШИК, Н. ОРЛОВСКИЙ, Н. ПРЕДА, МИРЧА МАНОЛОВИЧ, ДАНИЕЛ ДЬЯКОНУ, СИЛЬВИЯ КОВАЛИ и ЮЛИАН МИРОШ, Исследование ферм розновского комбината 355

А. Н. СТАВРОГИН и В. М. КОЛИКОВА, Об энергетическом балансе хрупкого разрушения 367

Д. АТАНАСИУ, Н. АПОСТОЛЕСКУ, БЕНИАМИН ВАЙНШТЕЙН, Д. ГАНЖУЛА, Г. ДИМА, ДЖОРДЖЕТА АСАНДЕЙ, ВИКТОР ЧУБОТАРУ и ЛЕОН ВАСИЛЕСКУ, О работе дорожных слоев из грунтов укрепленных цементом 373

Г. УРСЕСКУ и ФЛОРИН КОНСТАНТИНЕСКУ, Об оптимальной высоте сквозных ферм с параллельными и трапецоидальными поясами . 385

Д. А. ИСЭЧЕСКУ, И К. ШТЕФЭНЕСКУ, И. В. ИОНЕСКУ и И. ПОПЕСКУ, Толкатели из фурфуролфеноловой пластмассы . . 389

МИШИЛИМ ГРИНДЯ и РИТА ЗЕЙДМАН, Устойчивость прямых красителей к температурам сверх 100° 401

ВОЙНЯ КОЧУ и ЛЭКРЭМИОАРА ДУМА, Технико-экономическое исследование одной из схем автоматического производства задника . 411

Стр.

Д. РУСУ, Т. НЯГУ и РОНЕЛИЯ ДАВИДЯНУ, Послерасчет в химической промышленности (I) 415

Д. РУСУ, ЕУДЖЕН ПОПА, АЛ. ТАКУ, И. БУРДУЖА, Т. СИЛИОН, П. МЫЛКОМЕТЕ, И. ХЭЛЭЛЭУ и И. АДУМИТРЭЧЕСЕЙ, Аспект развития главных отраслей промышленных предприятий в Молдове в годы народной власти 421

М. ТОДОСИЯ, Экономические труды Иона Гики 431

ЕУДЖЕН ПОПА, ЕУДЖЕН БИЛИУЦЭ, И. ЛАЗАРУ и М. НИКОЛАЕ, Исследование динамики развития трудовых резервов в главных предприятиях города Ясс 439

РЕЦЕНЗИИ 444

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
Vol. VII (XI), Fasc. 1—2 1961

CONTENTS

	Pag.
EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS	XV
ALFRED JEANRENAUD, Au 40-ième anniversaire de la création du Parti Communiste de Roumanie	XVII
AL. CLIMESCU, Anneaux faibles	1
A. W. BABISTER, Response of linear systems with time-dependent coefficients	7
ŞTEFANIA RUSCIOR, La correspondance par plans tangents parallèles entre deux surfaces réglées, dans S_4	17
D. MANGERON et L. E. KRIVOCHÉÏNE, Sur une classe d'équations intégro-différentielles aux dérivées totales	25
A. A. BÉRÉSOVSKI, Équations intégrales des enveloppes minces à pente douce	35
P. D. S. VERMA, Hypo-elastic strain in solid rotating shafts	41
A. C. SEKHAR and N. S. BHATNAGAR, Analysis of stresses in wooden beams under creep	45
ALFRED BRAIER et I. ENESCU, Sur les rotations finies d'un corps solide	51
M. Z. v. KRZYWOBLOCKI, On a two-dimensional compressible jet in magneto-hydrodynamics	59
L. G. BERG and N. P. BURMISTROVA, On the so-called solid state phases	97
I. N. CIOCHINĂ, La détermination du troisième paramètre de travail en électrolyse à l'aide de la courbe $e=f(D_c)$	111
C. CALISTRU et CORNELIA LEONTE, Contributions à l'étude des réactions de caustification (II)	117
GH. LUPUŞOR et SAVEL IFRIM, Types nouveaux de colorants de soufre	125
ELENA COCEA, MARIA GRIGORAŞ und SILVIA VASILIU, Phenolische Copolymerizat	129

Pag.

B. A. SOKOLOV, V. G. INOSEMZEV and V. P. RASTORGUEV, Air's settled movement with variable leakage in a main pipeline of an automatic brake system 137

T. SĂVEANU, I. IBĂNESCU und RADU TUDOSE, Die Kinetik der Abscheidung im Zentrifugalfeld 145

H. KAMOGAVA and T. SEKIYA, Graft polymerization of acrylamide onto cotton fabric for further treatments 151

SHELDON M. ATLAS and HERMAN F. MARK, High temperature resistance and thermal degradation of polymers 163

M. MARINESCU, I. CURIEVICI et FLORIN VĂLU, L'indice d'évaporation dynamique des benzines auto produites en Roumanie (I) . 171

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIȚĂ et GH. CHIRIȚĂ, Le comportement au tannage de l'extrait de l'écorce de saule (*Salix Caprea* L.) . . 175

C. STRUB, IRINA IAROȘINSCHI-DRABIC, CORNELIA MAGA, MARIA MANCIU et AURORA CIOBANU, Sur le caractère de polydispersité des solutions des extraits tannants végétaux . . 185

GH. SAVIN, La mesure des paramètres des condensateurs à pertes en utilisant le principe du déphasage de deux courants à 90° . . 201

EMIL LUCA et N. REUS, Les propriétés diélectriques de quelques mélanges hétérogènes de ferrites et d'huile de paraffine . . 205

A. G. IVAHNENKO, The stabilization of measuring magnetic amplifier performance by two differential feedbacks 211

IOSIF BERGMAN, P. LEONTE und V. CORLĂȚEANU, Vergleichendes Studium der Dreiphasenständergespeistenstromwendermotoren, mit drei Bürsten je Polpaar, im Reichen- und Nebenschlussbetrieb . 215

EMIL DAMACHI, Sur l'évaluation de l'influence de l'objectif de la chambre vidéocaptrice sur la qualité de l'image en télévision (I) . . 233

HUGO ROSMAN, Représentation symbolique de l'impulsion électromagnétique dans les champs électromagnétiques, en régime permanent, périodique, nonharmonique 247

D. S. TAVHÉLIDZÉ et D. MANGERON, Sur quelques théorèmes concernant la théorie des accélérations réduites 253

N. IRIMICIUC, La méthode des coordonnées vectorielles cylindriques dans la statique graphique spatiale 257

OCTAVIAN MUNTEANU, GH. TUDOR, LUCREȚIA CONSTANTINESCU, ARSENIE OPREA, MALCA BERCOVICI et ANA TRIANDAF, Quelques problèmes de géométrie du plan complexe et leur application à l'étude des mécanismes et des machines . . 261

Pag.

H. WÖRLE, Getriebeanalytische und getriebesynthetische Unterlagen für den Entwurf zwangläufiger und übergeschlossener viergelenkiger Raumkurbelgetriebe (II) 269

N. G. POPINCEANU und M. D. GAFIŢEANU, Berechnung der Wölbungshalbmesser des Rollbahnen und Rollkörper bei Zylinder- und Kegelrollenlager 299

E. VOLTERRA and J. D. MORELL, On the fundamental frequencies of curved beams 311

I. CURIEVICI et ADOLF HAIMOVICI, Un nouveau critérium pour la comparaison des cycles des moteurs à combustion interne à piston . 321

MIRCEA ZUGRĂVEL, Sur le perfectionnement des méthodes directes de détermination des caractéristiques de pulvérisation . . . 329

TOMA FĂRCAŞ, TIBERIU GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ EMIL ANDREI, MARIAN ANDRIEŞ, BOGDAN GHEORGHIU et I. HOPULELE, Sur les méthodes de laboratoire concernant la détermination de la corrosion 337

VICTOR BAUŞIC, Une précision concernant la valeur du coefficient de repartition des efforts tangentiels 341

N. K. STRÉLÉTSKI, La conception générale de la forme constructive . 343

G. I. MANKOVSKI et D. S. MOURAVIEV, Les bases théoriques dans la construction du dispositif d'élargissement pour le forage des puits miniers 349

ANATOLIE MIHUL, VICTOR BAUŞIC, N. ORLOVSCHI, N. PREDA, MIRCEA MANOLOVICI, DANIEL DIACONU, SILVIA COVALI et IULIAN MIROŞ, Étude des poutres en treillis au combinat de Roznov 355

A. N. STAVROGIN and V. M. KOLIKOVA, On the energy equilibrium of frail destruction 367

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINŞTEIN, D. GANJULA, GH. DIMA, GEORGETA ASANDEI, VICTOR CIUBOTARU et LEON VASILESCU, Sur le comportement des couches routières en sol stabilisé au ciment 373

GH. URSESCU et FLORIN CONSTANTINESCU, Considérations sur l'hauteur optimum des poutres en treillis à semelles parallèles et trapézoïdales sous le rapport du poids 385

D. A. ISĂCESCU, I. C. ŞTEFĂNESCU, I. V. IONESCU et I. POPESCU, Taquets de matériaux plastiques furfurol-fénoliques . . . 389

MIŞILIM GRINDEA und RITA ZEIDMAN, Die Beständigkeit der direktziehenden Farbstoffe bei Temperaturen über 100° . . . 401

Pag.

VOINEA COCIU et LĂCRĂMIOARA DUMA, Étude technico-économique concernant une schéma de la confection automatique du contrefort 411

D. RUSU, T. NEAGU et RONELIA DAVIDEANU, Le postcalcul dans l'industrie chimique (I) 415

D. RUSU, EUGEN POPA, AL. TACU, I. BURDUJA, T. SILION, P. MÎLCOMETE, I. HĂLĂLĂU et I. ADUMITRĂCESEI, Aspects concernant l'essor des principales branches industrielles de Moldavie sous le régime démocrate populaire 421

M. TODOSIA, L'oeuvre économique de Ion Ghica 431

EUGEN POPA, EUGEN BILIUȚĂ, I. LAZARU et M. NICOLAE, Étude de la dynamique de la force de travail dans les principales entreprises de la ville de Jassy 439

BOOK REVIEWS 445

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

REDACŢIONALE — ОТ РЕДАКЦИИ

EDITORSCHIP'S ANNOUNCEMENTS

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia revistei *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией журнала *Известия Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

PORTEVIN A., (Institut de France, Paris), *Réaumur, métallurgiste et chimiste (à l'occasion de son tricentenaire).*

CICALA P., (Polytechnic Institute, Torino, Italia), *A theory for elastic thin shells and edge effects.*

BRADISTILOV G., BOYADJILOV G., (Université de Sofia, R. P. Bulgarie), *Cas général de mouvements périodiques relatifs d'un pendule physique double situé dans un plan soumis à rotation.*

v. KRZYWOBLOCKI M. Z., (Michigan State University, East Lansing, Michigan, U.S.A.), *On some mathematical aspects of the boundary layer theory.*

ACZÉL J., (Universität, Debrecen, V. R. Ungarn), *Über Homomorphismen und Isomorphismen der affinen Gruppen von Körper und Ringe.*

SASTRY U. A., (Regional Engineering College, Warangal, Andhra Pradesh, India), *Flexure of beams of epitrochoidal cross section.*

ЭЗРОХИ Т. Г., (Киевский политехнический институт, СССР), *Об одной теореме Шильда-Левандовского.*

d'ORGEVAL B., (Université de Dijon, France), *À propos d'une note de M. N. Spampinato.*

SASTRY U. A., (Regional Engineering College, Warangal, Andhra Pradesh, India), *Thermal stresses due to disturbance of uniform heat flow by an moulated hypotrochoidal hole.*

CRUSSARD C., PLATEAU J., HENRY G., VOELTZEL J., (Institute de Recherches de la Sidérurgie, Saint-Germain-en-Laye, France), *Étude de quelques cas de ségrégation intergranulaire dans les métaux.*

MEYER ZUR CAPELLEN W., DINGERKUS O., RATH W., (Technische Hochschule, Aachen, Deutsche Bundesrepublik), *Quadrieren und Multiplizieren von Fourierreihen.*

KREYSZIG E., (Technische Hochschule, Graz, Österreich) *Über den Aufbau der Theorie elliptischer partieller Differentialgleichungen auf funktionentheoretischer Guundlage.*

MILLER ST., (Technische Hochschule, Wrotzlaw, V. R. Polen), *Koppelkurven mit Doppelpunkten.*

KALITZIN ST., (Sofia, R. P. Bulgarie), *Sur un cas de la théorie des ensembles et des nombres irrationnels.*

SASTRY U. A., (Regional Engineering College, Warangal, Andhra Pradesh, India), *Torsion of a circular cylinder reinforced by a square rod with rounded corners.*

САВИН Г. Н., СТРЕЛЬБИЦКАЯ А. И., КУЛИК Т. А., (Академия Наук УССР, Киев, СССР), *Обзор журнала „Прикладна механика" Академии Наук Украинской ССР.*

KUBELKA V., (Technische Hochschule, Bratislava, S. R. Tschechoslowakei), *Beitrag zum Problem der Gerbereiabwässer (sedimentirende Vorreinigung durch „Selbsterklärung").*

ДАМАКИ Э., (Ленинградский электротехнический институт им. Ульянова–Ленина, СССР), *Об оценке влияния объектива передающей камеры на качество телевизионного изображения (II).*

КРИВОШЕИН Л. Е., (Киргизский государственный университет г. Фрунзе, СССР), МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, г. Яссы, РНР), *Многочленный метод в решении задач по интегро-дифференциальным уравнениям (I).*

SASTRY U. A., (Regional Engineering College, Warangal, Andhra Pradesh, India), *Torsion of cylinders consisting of different isotropic materials.*

KUBELKA V., (Technische Hochschule, Bratislava, S. R. Tschechoslowakei), *Einige Probleme der Mechanisierung, bzw. Automatisierung der Gerbereien.*

ТАВХЕЛИДЗЕ Д. С., (Грузинская Академия Наук, Тбилиси, СССР), МАНЖЕРОН Д. (Ясский политехнический институт, г. Яссы, РНР), *Задача о проворачиваемости звеньев многозвенных механизмов (II).*

SEKHAR A. C., BHATNAGAR N. S., (Forest Research Institute, Dehra Dun, India), *Analysis of stresses in wooden beams under creep.*

МИТРОПОЛЬСКИЙ Ю. А., (Академия Наук УССР, Киев, СССР), *Международный симпозиум по нелинейным колебаниям.*

FARLIK A., OSINA Vl., (Technical High School, Brno, S. R. Czekoslovakia), *High energy rate in the forming of metals.*

SASTRY U. A., (Regional Engineering College, Warangal, Andhra Pradesh, India), *A note on the torsion of cylinders of curvilinear polygonal sections.*

SAVIN G. N., (Ukrainian Academy of Science, Kiev, USSR), *The stress concentration around holes in the shells.*

БЕЛЕЦКИЙ В. Я., (Одесский технологическнй институт, СССР), *Дополнение к статье „К определению основных размеров коромысловых кулачковых механизмов".*

ВАЙНАУСКАС В. В., (Каунасский политехнический институт, СССР), *Пространственное фототриангулирование на оптико-механических приборах с учетом условий азимутов, басисов и горизонтальных плоскостей.*

JAIN M. K., (Indian Institute of Technology, Kharagpur, India), *Forced flow of a non-newtonian liquid against a rotating disk.*

PAŠEK M., (Nuclear Institute of the Czechoslovak Academy of Sciences, Řež–Prague, S. R. Czechoslovakia), *Heat transfer sodium circuit and operational experiences.*

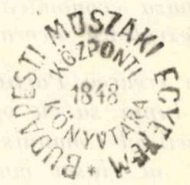
ХВИНГИЯ М. В., (Грузинский политехнический институт, Тбилиси, СССР), *Поперечные колебания винтовых цилиндрических пружин, сжатых осевыми силами.*

ЧЕТВЕРУХИН Н. Ф., (Академия Педагогических Наук РСФСР, Москва, СССР), *О парах треугольников и теории Дезарга.*

GOLECKI I., WALCZAK J., (Polytechnic Institute, Cracow, P. R. Poland), *Displacement field of stress in the heavy, elastic ring supported at the point (I).*

ЛИВЫЙ Г. В., ХРИПИН А. Г., БРАГИНСКИЙ М. А., (Украинский научно-исследовательский институт кожевенно-обувной промышленности, Киев, СССР), *Агрегат для динамической обработки мягких кож на участке сушки.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961



C. Z. 3CP(R)

LA CEA DE A 40-A ANIVERSARE A CREĂRII PARTIDULUI COMUNIST DIN ROMÎNIA

1. *Anul acesta poporul romîn a sărbătorit un eveniment de seamă din istoria țării noastre. Acum 40 de ani a fost creat Partidul Comunist din Romînia, partid marxist-leninist al clasei muncitoare, partid care și-a închinat întreaga activitate, din momentul făuririi sale, luptei pentru victoria socialismului în țara noastră.*

Sub influența exercitată de victoria Marii Revoluții Socialiste din Octombrie, care a inaugurat epoca trecerii de la capitalism la socialism, în țara noastră s-a petrecut un profund proces de radicalizare a maselor, oglindit în puternicele lupte revoluționare din anii 1918 ... 1920. Masele muncitoare s-au orientat cu tot mai multă hotărîre spre ideile marxism-leninismului, clasa muncitoare a devenit tot mai conștientă de necesitatea unui conducător revoluționar. Rezultatul acestui proces a fost făurirea Partidului Comunist și afilierea lui la Internaționala III-a, Comunistă.

Însemnătatea covîrșitoare a acestui eveniment a fost subliniată de tov. Gheorghe Gheorghiu-Dej în raportul 40 de ani de luptă sub steagul atotbiruitor al marxism-leninismului, *în care spunea: „Astăzi putem aprecia în perspectiva istorică uriașa însemnătate pe care a avut-o în viața clasei muncitoare și a întregului nostru popor acest măreț eveniment. A început o etapă nouă în lupta proletariatului și a maselor muncitoare. În fruntea lor se afla acum un conducător devotat pînă la capăt cauzei dezrobirii celor ce muncesc, hotărît să conducă la victorie lupta poporului pentru eliberarea de orice exploatare și asuprire" [1, p. 432].*

Timp de peste 23 de ani, Partidul Comunist din Romînia a trebuit să înfrunte teroarea îndreptată de reacțiunea burghezo-moșierească împotriva comuniștilor. Partidul a subliniat însă chiar de la primul său Congres, vorbind de muncitorii loviți de regimul reacționar, că „Jertfele aduse de ei cauzei socialiste vor da roadele așteptate, ne vor ajuta în lupta grea a cauzei clasei muncitoare și vor grăbi astfel triumful marelui ideal socialist" [2].

Jertfele comuniștilor au fost numeroase. Dar chiar generația celor care au făurit partidul a avut fericirea să vadă realizîndu-se cu succes „marele ideal socialist" în patria noastră. Iar generațiile noi, care se bucură și se vor bucura de roadele acestor lupte, nu-i vor uita niciodată pe cei ce s-au jertfit pentru fericirea poporului nostru. „N-au fost zadarnice jertfele, sacrificiile atîtor ani de aprigă luptă de clasă — spunea tov. Gheorghe Gheorghiu-Dej. Oropsiții soartei, cei jefuiți și exploatați la sînge de capitaliști

și moșieri, cei care ieri — cum spune cîntecul — nu erau nimic pe lume, sînt azi totul, sînt stăpînii țării și ai soartei lor" [1, p. 463].

„Marele ideal socialist" a devenit o realitate în țara noastră: a fost construită baza economică a socialismului și Romînia a intrat într-o nouă etapă de dezvoltare, aceea a desăvîrșirii construirii socialismului.

2. *Prin crearea Partidului Comunist din Romînia, leninismul a cucerit victoria în lupta sa cu oportunismul din mișcarea muncitorească din țara noastră. Partidul Comunist a luat ființă ca detașament de avangardă, marxist-leninist, al clasei muncitoare, ca partid al revoluției și al dictaturii proletariatului. El și-a desfășurat întreaga activitate conducîndu-se după măreața învățătură marxist-leninistă, care reflectă legile obiective ale dezvoltării sociale. Capacitatea politică și ideologică a partidului a crescut continuu prin zdrobirea curentelor antimarxiste, prin călirea marxist-leninistă a rîndurilor sale. Partidul Comunist din Romînia s-a bazat permanent pe teza leninistă potrivit căreia fără teorie revoluționară nu există nici mișcare revoluționară. Toate victoriile obținute de partid în conducerea luptei de clasă a proletariatului din țara noastră se datoresc fidelității sale nestrămutate față de marxism-leninism.*

Înarmat cu această invincibilă armă teoretică, cu conștiința că luptă pentru cauza înaltă a eliberării oamenilor muncii de sub jugul exploatării și asupririi, Partidul Comunist din Romînia a organizat și condus marile bătălii de clasă împotriva regimului burghezo-moșieresc. „Nici torturile și schingiuirile la care erau supuși comuniștii în beciurile poliției și siguranței — arăta tov. Gheorghe Gheorghiu-Dej — nici regimul de exterminare fizică și de sistematică presiune morală din ocne și temnițe, nici procesele monstruoase și nici plutoanele de execuție n-au putut abate partidul nostru de la lupta revoluționară pentru cauza dreaptă a eliberării clasei muncitoare, pentru libertatea și fericirea poporului, pentru independența națională a Patriei, pentru socialism" [3, p. 360].

Deși ilegalizat în 1924, Partidul Comunist din Romînia a organizat și condus în anii 1923...1928 numeroase greve ale metalurgiștilor, textiliștilor, lucrătorilor din industria lemnului, din porturi, acțiuni țărănești etc. În perioada grelei crize economice care a început în 1929, Partidul Comunist a lichidat luptele fracționiste din rîndurile sale și a organizat un șir de puternice acțiuni muncitorești, care au culminat cu luptele eroice ale ceferiștilor și petroliștilor din 1933. Acestea au marcat un moment de cotitură în dezvoltarea partidului și a întregii mișcări muncitorești din țara noastră. În perioada cînd fascismul era tot mai mult răspîndit de clasele exploatatoare, Partidul Comunist din Romînia și-a îndreptat eforturile spre făurirea unității de acțiune a clasei muncitoare și spre crearea unui larg front popular antifascist. Cînd burghezo-moșierimea a instaurat dictatura fascistă, Partidul Comunist a fost singura forță politică din Romînia care a apărat interesele naționale ale poporului.

Partidul și-a desfășurat în condiții deosebit de grele lupta pentru doborîrea clicii fasciste, pentru scoaterea Romîniei din criminalul război antisovietic și întoarcerea armelor împotriva Germaniei hitleriste. Pe baza planului concret elaborat de Partidul Comunist din Romînia în august 1943 și sub conducerea partidului, insurecția armată de la 23 August 1944 a reali-

zat aceste obiective. „Insurecția armată victorioasă din august 1944 a deschis o eră nouă în istoria poporului romîn, a însemnat începutul revoluției populare, care a schimbat din temelii viața țării" [1, p. 440].

Acesta a fost, după crearea P.C.R., al doilea mare pas în lupta pentru eliberarea oamenilor muncii din țara noastră, de exploatare și asuprire.

Cel de al treilea pas a fost săvîrșit la 30 decembrie 1947, cînd a fost proclamată Republica Populară Romînă, fiind instaurată dictatura proletariatului. „Aceasta a marcat momentul istoric al încheierii primei etape a revoluției democrat-populare și al trecerii la înfăptuirea sarcinilor mărețe ale revoluției socialiste" [1, p. 442]. Sub conducerea Partidului Muncitoresc Romîn, partid unic, revoluționar, al clasei muncitoare, oamenii muncii din țara noastră au mers cu hotărîre și entuziasm pe calea construirii societății socialiste.

Cea de a patra mare cucerire istorică a oamenilor muncii, sub conducerea P.M.R., este victoria socialismului, consfințită de cel de al treilea Congres al P.M.R. A fost creată baza economică a socialismului și Romînia a pășit într-o nouă etapă a dezvoltării, etapa desăvîrșirii construcției socialismului.

Aceasta este scara mersului istoric pe care poporul nostru muncitor a urcat și continuă să urce spre progres, datorită conducătorului său încercat, Partidul Muncitoresc Romîn, datorită politicii științifice, marxist-leniniste, a partidului.

În anii care s-au scurs de la trecerea țării noastre la construirea socialismului, clasa muncitoare, țărănimea muncitoare, intelectualitatea legată de popor, au repurtat numeroase și însemnate succese. S-au obținut, sub conducerea partidului, realizări deosebite în opera de industrializare socialistă a țării, de dezvoltare cu precădere a industriei grele, cu pivotul ei — industria constructoare de mașini. Producția globală a industriei a crescut în 1960 de 5 ori față de cea a anului 1938. Întreaga producție a acestui an s-a realizat în 1960 în numai 11 săptămîni. Producția mijloacelor de producție a crescut de 6,5 ori iar aceea a bunurilor de consum de 3,5 ori, ceea ce reflectă politica leninistă a partidului de dezvoltare cu precădere a industriei grele. Au luat ființă ramuri noi ale industriei, ca industria de construcții de mașini-unelte, de utilaj petrolifer, industria electrotehnică, cea chimică. S-au construit mari hidro- și termocentrale. Se produc în țara noastră produse de înaltă calitate: mașini-unelte, utilaj tehnologic pentru industria minieră, siderurgică, chimică, alimentară și ușoară, rulmenți, autocamioane, tractoare, mașini agricole. Industria constructoare de mașini asigură în cea mai mare parte mașinile și utilajele necesare industriei, agriculturii și transporturilor. Multe din aceste produse sînt exportate și apreciate pentru însușirile lor tehnice moderne.

Cel de al III-lea Congres al P M.R. a arătat că obiectivul principal al planului economic pe anii 1960...1965 îl constituie dezvoltarea bazei tehnico-materiale a socialismului, încheierea procesului de făurire a relațiilor de producție socialiste în întreaga economie, în vederea desăvîrșirii construcției socialismului.

Prima sarcină de bază pentru realizarea obiectivului principal al acestui plan este continuarea în ritm susținut a industrializării țării, acordîndu-se prioritate industriei grele, cu pivotul ei — industria constructoare de mașini.

În anii 1960...1965 producția industrială va crește de 2,1 ori față de 1959, ceea ce reprezintă un ritm anual de creștere de 13%. Principalele ramuri producătoare de mijloace de producție vor cunoaște o creștere mai puternică: producția de energie electrică și termică, ca și cea a ramurii chimice, cauciuc, celuloză, va crește de 3,3 ori; producția de oțel de 2,3 ori; extracția de minereu și metalurgia neferoasă de 2,2 ori; construcția de mașini de 2,2 ori.

Construcții de noi și mari uzine caracterizează planul de 6 ani, dintre care uriașul combinat siderurgic de la Galați va avea un rol de cea mai mare însemnătate în dezvoltarea tuturor ramurilor economiei, la nivelul cerut de sarcinile desăvîrșirii construcției socialismului.

Pornind de la teza lui Lenin că „Socialismul nu e de conceput fără tehnica marii industrii... fără o tehnică bazată pe ultimul cuvînt al științei moderne" [4] Congresul al III-lea al P.M.R. a subliniat deosebita importanță a nivelului tehnic al mijloacelor de producție cu care este înzestrată economia.

Încă în anul 1950, cînd țara noastră a păsit la primul plan de perspectivă, partidul a subliniat însemnătatea tehnicii și științei pentru progresul economic. În raportul asupra planului de electrificare a țării, tov. Gheorghe Gheorghiu-Dej spunea: „Construcția societății socialiste este de neconceput fără un puternic avînt al tehnicii și științei. Socialismul se contopește în mod organic cu tehnica și știința. Cuceririle tehnicii și științei sporesc forțele de producție ale țării și constituie o puternică pîrghie pentru întărirea puterii economice a Patriei noastre, un mijloc de ridicare a stării materiale și a culturii celor ce muncesc" [3, p. 330].

Pe baza politicii leniniste a partidului, de industrializare socialistă, datorită ajutorului acordat de U.R.S.S. și colaborării cu celelalte țări socialiste, au fost obținute succese importante în introducerea tehnicii noi și, pe baza acesteia, în creșterea productivității muncii, factor esențial pentru victoria noii orînduiri.

Pentru realizarea sarcinilor în acest domeniu, o importanță deosebită o constituie crearea cadrelor de cercetători, de ingineri și tehnicieni. Congresul al III-lea al P.M.R. sublinia că pregătirea de cadre calificate de toate gradele este o problemă de însemnătate capitală pentru economie și cultură, care se află în atenția partidului și statului nostru.

3. *Partidul și guvernul au acordat permanent atenția necesară dezvoltării învățămîntului tehnic, menit să pregătească cadre tehnice superioare.*

În anul 1938 existau în Romînia burghezo-moșierească doar 3 politehnici (București, Iași și Timișoara) cu un număr de numai 9 facultăți și 3 897 studenți [5, p. 214]. Dezinteresul claselor dominante pentru învățămîntul tehnic se oglindește în faptul că din totalul studenților, în anul 1938/39 numai 14% urmau învățămîntul tehnic. În acel an, doar 458 de studenți din învățămîntul tehnic și-au terminat studiile [5, p. 218].

În același timp, facultățile juridice însumau un număr de 7 900 studenți [5, p. 214], reprezentînd 30% din totalul studenților. În 1938 au absolvit facultățile juridice 1 476 studenți, de 3 ori mai mulți decît cei care au devenit ingineri. Regimul burghezo-moșieresc avea nevoie de 2...3 ori mai mulți juriști decît ingineri, pentru a apăra proprietatea exploatatorilor, pen-

tru a apăra orînduirea bazată pe exploatare. După concepțiile ideologilor burgheziei și moșierimii, Romînia n-ar fi avut posibilități de dezvoltare industrială, ea nu avea nevoie de ingineri.

Pași uriași au fost săvîrșiți, începînd de la reforma învățămîntului din 1948, în ceea ce privește dezvoltarea învățămîntului tehnic. Numărul centrelor de învățămînt tehnic superior au crescut de la 3 în 1938/39, la 9; în loc de 3 politehnici, cîte au existat atunci, azi țara noastră are 11 institute tehnice, și în loc de 9 facultăți — 35.

Încă în 1948, numărul studenților din învățămîntul tehnic a crescut la 8 877, de peste 2 ori mai mulți decît în 1938. Cifrele au urcat vertiginos pînă în prezent: în 1959/60 la 16 799 iar în 1960/61 la 22 190 [5, p. 218], adică aproape atîți studenți cîți existau în 1938 în întregul învățămînt superior. Față de 1938/39, în anul școlar trecut învățămîntul tehnic a cuprins de aproape 6 ori mai mulți studenți.

În anii 1948...1960, învățămîntul tehnic a dat țării 35 218 ingineri. Din aceștia 26 134 lucrează în industrie, 6 546 în construcții și 2 538 în transporturi [5, p. 214]. Ca urmare, în 1960 existau în economia noastră națională 59 000 de ingineri, față de 9 000 în 1938 [5, p. 218].

Dezvoltarea puternică a construcției de mașini, a industriei metalurgice, a energeticii și industriei electrotehnice, a industriei chimice etc., a determinat continua lărgire a secțiilor și specialităților din învățămîntul tehnic superior. Astfel, au fost înființate în anii regimului democrat-popular specialități ca: mașini termice, mașini hidraulice și pneumatice, siderurgia, automobile, tractoare, electroenergetica, termoenergetica, hidroenergetica, electronica, tehnologia și chimizarea țițeiului și gazelor, chimizarea combustibililor, celuloză, hîrtie, fibre artificiale, chimia și tehnologia materialelor de construcții etc.

O atenție deosebită a fost acordată de partid și guvern dezvoltării puternice a bazei materiale a învățămîntului tehnic. S-au dezvoltat laboratoarele vechi, numeroase noi laboratoare au fost înființate și dotate cu aparatură modernă, corespunzătoare tehnicii avansate, s-au creat stații pilot etc.

Cel de al III-lea Congres al P.M.R. a trasat învățămîntului tehnic sarcini importante, care se încadrează în sarcinile desăvîrșirii construcției socialismului în țara noastră. Corespunzător necesităților crescînde ale economiei în continuă dezvoltare, vor trebui pregătite în anii 1960...1965 peste 100 000 de noi cadre tehnice medii, iar numărul total al inginerilor, pe întreaga economie, trebuie să ajungă de la 59 000 în 1960, la 80 000 în 1965. Totodată Congresul a indicat necesitatea de a se continua reprofilarea institutelor de învățămînt superior, îndeosebi prin dezvoltarea ramurilor legate de extinderea tehnicii moderne.

Pornind de la indicația lui Lenin că „...nu-ți poți închipui un ideal de societate viitoare fără îmbinarea învățămîntului cu munca productivă a tinerei generații: nici învățămîntul și studiile fără muncă productivă, nici munca productivă fără învățămînt și studii făcute paralel n-ar putea fi ridicate la înălțimea cerută de nivelul actual al tehnicii și al științelor" [6], Congresul al III-lea al P.M.R. sublinia că trebuie îmbunătățită pregătirea practică a studenților în anii de studiu.

Condiții materiale tot mai bune sînt create studenților. Mai mult de 60% din studenți sînt bursieri ai statului. Crește continuu numărul cantinelor și

al căminelor. Plenara C.C. al P.M.R. din 31 octombrie ... 1 noiembrie 1960 a trasat sarcina construirii, în anul acesta, de cămine studențești cu aproape 11 000 locuri și cantine pentru cca 12 500 de studenți.

Congresul al III-lea al P.M.R. a indicat cercetătorilor științifici direcția principală a activității lor, anume cercetările în domeniul științelor tehnice trebuie orientate spre rezolvarea problemelor valorificării superioare a resurselor energetice și de materii prime, automatizării și perfecționării mașinilor fabricate în țară, îmbunătățirii tehnologiei în toate ramurile de producție. Lucrătorilor din domeniul fizicii și chimiei le revine sarcina de a lărgi cercetările în domeniul folosirii energiei nucleare în scopuri pașnice, al mașinilor electronice de calculat, al semiconductoarelor, materialelor sintetice, petrochimiei, îngrășămintelor chimice. Totodată trebuie acordată atenția cuvenită cercetărilor cu caracter teoretic, pentru a lărgi bazele dezvoltării de perspectivă a cercetării științifice.

4. *În expunerea făcută la adunarea activului de partid din regiunea Iași la 22 septembrie 1961, tov. Gh. Gheorghiu-Dej a subliniat că în orașul nostru funcționează 6 instituții de învățământ superior, numărul studenților fiind de 2,5 ori mai mare ca în anul 1938. Studenții ieșeni dispun de peste 6 000 locuri în cămine și peste 3 000 locuri în cantine [1]), față de 480, respectiv 300, înainte de război.*

Din dezvoltarea economică a țării și a regiunii și orașului Iași, în ritmul accentuat care a fost stabilit de partid și guvern, decurg sarcini însemnate pentru învățământul superior. În regiunea Iași se vor construi, în afară de 9 unități noi de interes republican, stabilite anterior, încă 17 uzine și fabrici. Se vor crea în regiunea noastră noi ramuri industriale, ca: siderurgia, construcția de utilaj chimic, industria de mase plastice etc. Se va extinde producția fabricii de rulmenți — Bîrlad de 2 ori, se vor lărgi atelierele de reparat material rulant „Ilie Pintilie", va fi construită o nouă secție la fabrica de mobilă etc. În domeniul construcțiilor, în regiunea Iași se vor construi în perioada 1960...1965 un număr de 14...16 000 apartamente, din care 12...13 000 în orașul Iași.

Îndeplinirea acestor sarcini, ca și a sarcinilor planului de 6 ani pe întreaga țară, sporesc aportul pe care trebuie să-l aducă Institutul politehnic ieșean.

Numărul de studenți din Institutul politehnic a sporit considerabil. Dacă în anul 1959/60 institutul nostru cuprindea 2 079 studenți, din care 1 639 la cursurile de zi, în anul 1960/61 cifrele au crescut la un total de 2 931, din care 2 276 studenți la cursurile de zi.

În anul școlar 1961/62 unele facultăți au fost extinse cu noi secții, iar cursurile serale, care în anii trecuți au existat la o singură facultate, vor funcționa la patru facultăți. Numărul de studenți în anul școlar prezent este de circa 3 000. Față de anul școlar 1959/60, numărul studenților de la cursurile de zi este acum aproape dublu.

În anul acesta institutul dispune de 3 noi cămine, înzestrate cu tot confortul, și o cantină nouă, modernă, iar căminele și cantinele vechi au fost reparate radical.

---

[1]) Cum studenții iau masa în 2...3 serii, numărul celor deserviți de cantine este de 2...3 ori mai mare.

Cadrele didactice și studenții Institutului politehnic își exprimă bucuria și recunoștința nețărmurită față de partid și guvern pentru hotărîrea adoptată de a se construi în Iași un nou Institut politehnic, care să permită școlarizarea unui număr de 5 500 studenți, o construcție dotată corespunzător cerințelor bunei funcționări a învățămîntului. Astfel, centrului universitar Iași i se vor crea condiții de a aduce o contribuție importantă la formarea cadrelor de ingineri, potrivit sarcinilor de pregătire a cadrelor tehnice necesare economiei noastre naționale.

5. *Nu există nici un loc în țara noastră, fie și cît de depărtat, în care să nu se fi săvîrșit profunde transformări, ca urmare a luptei dusă timp de 40 de ani de partidul nostru. Cei 40 de ani de activitate a partidului au dat roade care reprezintă cele mai mărețe cuceriri ale oamenilor muncii din patria noastră. Aceste roade deschid perspective luminoase, la care nici nu îndrăzneau să viseze odinioară cei exploatați. Bucurîndu-se de ajutorul multilateral al Uniunii Sovietice, care construiește societatea comunistă, colaborînd cu celelalte țări socialiste, fiind un factor activ în cadrul puternicului sistem mondial socialist, țara noastră va desăvîrși construcția socialismului și va trece treptat la comunism.*

Tovarășul Gheorghe Gheorghiu-Dej spunea la cel de al III-lea Congres al P.M.R.: „Înfăptuind acest program, patria noastră va deveni în următorii 10...15 ani o țară industrială dezvoltată, cu o agricultură multilaterală și de o înaltă productivitate; bogățiile ei, puse în valoare de oamenii muncii, vor permite trecerea treptată de la principiul repartiției după muncă la repartiția după nevoi, asigurînd întregului popor condiții de viață demne de epoca socialismului victorios și a construcției comunismului" [1, p. 165].

Poporul muncitor va contribui cu entuziasm la victoria deplină a socialismului și comunismului în scumpa noastră patrie, sub conducerea încercată a Partidului Muncitoresc Romîn.

Alfred Jeanrenaud

BIBLIOGRAFIE

1. Gheorghiu-Dej Gh., *Articole și Cuvîntări 1959—1961*, Ed. Polit., Buc., 1961.
2. * * * *Documente din Istoria P.C.R.*, ed. II-a, ESPLP, Buc., 1953, p. 51.
3. Gheorghiu-Dej Gh., *Articole și Cuvîntări*, ed. IV, ESPLP, Buc., 1955.
4. Lenin V. I., *Opere*, vol. **32**, ESPLP, Buc., 1956, p. 334.
5. * * * *Mic anuar statistic*, 1961, DCS, Buc.
6. Lenin V. I., *Opere*, vol. **2**, Ed. P.M.R., 1951, p. 465.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. D. 512.8

ANNEAUX FAIBLES

PAR
AL. CLIMESCU

Note présentée dans la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, 4–6 Février 1960

1. La géométrie conduit naturellement à des systèmes algébriques analogues aux anneaux, mais sans distributivité bilatérale. Il semble que L. E. Dickson ait donné le premier exemple d'un tel système [2, pp. 41—43]; d'autres exemples on été données par O. Veblen et J. H. M. Wedderburn [1, ch. **20**], mais malgré les belles recherches ultérieures d'autres auteurs — parmi lesquels H. Zassenhaus et Marshall Hall jr. — sur les systèmes de Veblen-Wedderburn et sur des questions plus ou moins analogues, une théorie des anneaux à distributivité affaiblie n'est pas encore vraiment constituée, ce qui montre la nécessité de l'étude de nouveaux cas.

2. Remplaçons les lois de distributivité par les lois plus générales

$$(1)\qquad x(y+z)+x0=xy+xz, \qquad (2)\qquad (x+y)z+0z=xz+yz,$$

qui se réduisent aux lois ordinaires si $x0=0x=0$ pour tout x. Il est tout naturel de considérer un autre cas simple, en imposant la condition

$$(3)\qquad x0=0x=x.$$

On parvient aisément aux conditions (1), (2), (3), en partant d'un anneau ordinaire $\mathfrak{Z}$ dont on garde l'addition et dont on remplace la multiplication par la nouvelle opération

$$(4)\qquad x.y=xy+x+y.$$

Supposons de plus $\mathfrak{Z}$ associatif, commutatif et à unité notée 1; alors $\mathfrak{Z}$ peut être considéré comme domaine d'opérateurs pour la nouvelle structure algébrique $<\mathfrak{Z}_1,+,.>$, en posant αx, $(\alpha\in\mathfrak{Z}, x\in\mathfrak{Z})$, égal à αx, $(\alpha\in\mathfrak{Z}, x\in\mathfrak{Z}_1)$, ce qui est possible parce que $\mathfrak{Z}$ et $\mathfrak{Z}_1$ sont des ensembles égaux. Les conditions suivantes sont alors verifiées:

$$(5)\qquad \alpha(x+y)=\alpha x+\alpha y, \qquad (6)\qquad (\alpha+\beta)x=\alpha x+\beta x,$$

$$(7)\qquad \alpha(\beta x)=(\alpha\beta)x, \qquad (8)\qquad 1.x=x,$$

$$(9)\qquad (\alpha x).(\beta y)=(\alpha\beta)(x.y)+\alpha(1-\beta)x+\beta(1-\alpha)y, \qquad (10)\qquad \alpha.1=\alpha.$$

On est donc conduit aux définitions suivantes (avec des dénominations introduites *ad hoc*):

I. Un anneau faible est un ensemble S pourvu de deux lois de composition interne partout définies, l'addition et la multiplication. L'addition est une loi de groupe abélien et les conditions (1), (2), (3) sont vérifiées.

II. Si la multiplication est une loi de groupe, on a un corps faible de première espèce (0 étant aussi l'élément neutre de la multiplication).

III. Un anneau faible est un corps faible de seconde espèce s'il existe un élément c avec $cx = xc = c$ et si $S - \{c\}$ est un groupe par rapport à la multiplication.

IV. Une algèbre faible sur l'anneau (ordinaire) associatif, commutatif et unitaire R est un anneau faible S qui admet R comme domaine d'opérateurs, les lois (5)...(9) étant vérifiées.

3. Soit $\mathfrak{K}$ un corps commutatif quelconque; il peut être immédiatement transformé en une algèbre faible sur $\mathfrak{K}$ en gardant la même addition et alors d'après (8), (9) et (10)

$$x.y = (x.1).(y.1) = (xy)(1.1) + x(1-y)1 + y(1-x)1 =$$
$$= xy(1.1) + x(1-y) + y(1-x) = axy + x + y.$$

Si $a = 0$, $x.y = x + y$ et on obtient un corps faible de première espèce banal; si $a \neq 0$, on obtient un corps faible de seconde espèce, où $c = -1/a$.

Le procédé nous permet de déterminer une infinité de corps faibles de seconde espèce d'ordre fini, en partant des $GF(p^n)$, mais le problème de la détermination de tous ces corps d'ordre fini reste ouvert.

4. Par l'application répétée de (1), (2), (3) on obtient:

$$x(y_1 + y_2 + y_3) + 2x = x(y_1 + (y_2 + y_3)) + x + x =$$
$$= xy_1 + x(y_2 + y_3) + x = xy_1 + xy_2 + xy_3,$$

donc

$$x(y_1 + y_2 + \cdots + y_n) + (n-1)x = xy_1 + xy_2 + \cdots + xy_n$$

et de même

$$(x_1 + \cdots + x_n)y + (n-1)y = \sum x_i y,$$

d'où

$$(x_1 + x_2 + \cdots + x_m)(y_1 + \cdots + y_n) + (n-1)(x_1 + \cdots + x_m) +$$
$$+ (m-1)(y_1 + \cdots + y_n) = (x_1 + x_2 \cdots + x_m)y_1 + \cdots + (x_1 + \cdots + x_m)y_n +$$
$$+ (m-1)(y_1 + \cdots + y_n) = (x_1 + x_2 + \cdots + x_m)y_1 +$$
$$+ (m-1)y_1 + \cdots + (x_1 + \cdots + x_m)y_n + (m-1)y_n = \sum_{ij} x_i y_j.$$

En définitive on a

$$(11) \qquad \sum_{i=1}^{i=m} x_i \sum_{j=1}^{j=n} y_j + (n-1) \sum_{i=1}^{i=m} x_i + (m-1) \sum_{j=1}^{j=n} y_j = \sum_{i,j} x_i y_j.$$

5. Soit $\mathfrak{K}$ un corps commutatif quelconque. Nous nous proposons de déterminer les algèbres faibles de rang deux sur $\mathfrak{K}$, avec la définition habituelle de l'addition, c'est-à-dire $(x, y) + (z, t) = (x + z, y + t)$ et en imposant encore les conditions:

(12) $$\alpha(x, y) = (\alpha x, \alpha y),$$

(13) l'équation $(x, y)(a, b) = (0, 0)$ a une solution unique $(x, y, a, b \in \mathfrak{K})$,

(14) l'equation $(a, b)(x, y) = (0, 0)$, a une solution unique.

Alors on doit avoir:

$$\begin{aligned}(x, y)(z, t) &= [x(1,0) + y(0,1)][z(1,0) + t(0,1)] = \\ &= [x(1,0)][z(1,0)] + [x(1,0)][t(0,1)] + [y(0,1)][z(1,0)] + \\ &+ [y(0,1)][t(0,1)] - x(1,0) - y(0,1) - z(1,0) - t(0,1) = \\ &= xz(1,0) + x(1-x)(1,0) + z(1-x)(1,0) + \cdots = \\ &= (\alpha xz + \beta xt + \gamma yz + \delta yt + x + z)(1,0) + \\ &+ (\alpha_1 xz + \beta_1 xt + \gamma_1 yz + \delta_1 yt + y + t) = \\ &= (\alpha xz + \beta xt + \gamma yz + \delta yt + x + z;\ \alpha_1 xz + \beta_1 xt + \gamma_1 yz + \delta_1 yt + y + t).\end{aligned}$$

(13) et (14) se traduisent par:

$$D = \begin{vmatrix} 1+\alpha x+\gamma y & \beta x+\delta y \\ \alpha_1 x+\gamma_1 y & 1+\beta_1 x+\delta_1 y \end{vmatrix} \neq 0, \quad D_1 = \begin{vmatrix} 1+\alpha z+\beta t & \gamma t+\delta t \\ \alpha_1 z+\beta_1 t & 1+\gamma_1 z+\delta_1 t \end{vmatrix} \neq 0.$$

On doit avoir

(15) $$\begin{vmatrix} \alpha & \gamma \\ \alpha_1 & \gamma_1 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} \beta & \delta \\ \beta_1 & \delta_1 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} \alpha_1 & \gamma_1 \\ \beta_1 & \delta_1 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \alpha_1 & \beta_1 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} \gamma & \delta \\ \gamma_1 & \delta_1 \end{vmatrix} = 0$$

sans quoi D ou D_1 pourraient devenir nuls. Alors

$$D = 1 + (\alpha + \beta_1)x + (\gamma + \delta_1)y + (\alpha\delta_1 + \gamma\beta_1 - \alpha_1\delta - \gamma_1\beta)xy,$$
$$D_1 = 1 + (\alpha + \gamma_1)z + (\beta + \delta_1)t + (\alpha\delta_1 + \beta\gamma_1 - \alpha_1\delta - \beta_1\gamma)zt.$$

Si $y = 0$, $D = 1 + (\alpha + \beta_1)x$, donc on doit avoir $\alpha + \beta_1 = 0$ et de même $\gamma + \delta_1 = 0$, $\beta + \delta_1 = 0$, $\alpha + \gamma_1 = 0$ et

$$(x, y)(z, t) = [\alpha xz + \beta(xt + yz) + \gamma yt + x + z, \alpha_1 xz - \alpha(xt + yz) - \beta yt + y + t],$$

ce qui montre que la multiplication est commutative.

Le déterminant D devient

$$D = 1 - (\alpha^2 + \alpha_1\beta)x^2 - (\alpha\beta + \alpha_1\gamma)xy - (\beta^2 - \alpha\gamma)y^2$$

et les conditions (15) deviennent $\alpha^2 + \alpha_1\beta = 0$, $\beta^2 - \alpha\gamma = 0$, donc $D = 1 - (\alpha\beta + \alpha_1\gamma)xy$, ce qui entraîne aussi $\alpha\beta + \alpha_1\gamma = 0$.

Le système

(16) $\alpha\gamma - \beta^2 = 0, \quad \alpha^2 + \alpha_1\beta = 0, \quad \alpha\beta + \alpha_1\gamma = 0$

a les solutions suivantes :

(17) $\alpha = 0, \quad \beta = 0, \quad \alpha_1 = 0,$ (18) $\alpha = 0, \quad \beta = 0, \quad \gamma = 0,$

(19) $\alpha \neq 0, \quad \beta \neq 0, \quad \gamma = \beta^2/\alpha, \quad \alpha_1 = -\alpha^2/\beta,$

auxquelles correspondent les multiplications suivantes :

(20) $(x, y)(z, t) = (\gamma yt + x + z, y + t),$

(21) $(x, y)(z, t) = (y + z, \alpha_1 xz + y + t),$

(22) $$(x, y)(z, t) = \left[\alpha xz + \beta(xt + yz) + \frac{\beta^2}{\alpha} yt + x + z, \right.$$
$$\left. -\frac{\alpha^2}{\beta} xt + \alpha(xt + yz) - \beta yt + y + t\right].$$

Toutes ces formes sont comprises dans la forme suivante

(23) $(x, y)(z, t) = [x + z + p(kx + ly)(kz + lt), y + t + q(kx + ly)(kz + lt)]$

avec la condition $pk + ql = 0$.

En effet $k = 0$, $q = 0$ donne (20) ; $l = 0$, $p = 0$ donne (21) ; si $p \neq 0$ $k \neq 0$, $q \neq 0$, $l \neq 0$, on pose $\alpha = pk^2 = -qkl$, $\beta = -ql^2 = pkl$ d'où $\beta^2/\alpha = pl^2$, $-\alpha^2/\beta = qk^2$, c'est-à-dire (22) et réciproquement.

En définitive on a démontré la proposition suivante :

A. *Soit* $\mathfrak{K}$ *un corps commutatif. Si* $\mathfrak{K} \times \mathfrak{K}$ *est pourvu de deux opérations internes — l'addition et la multiplication — et d'une opératian externe — la multiplication par les éléments de* $\mathfrak{K}$ *— avec les axiomes suivants :*

I. $(x, y) + (z, t) = (x + z, y + t)$; II. $(x, y)(0, 0) = (0, 0)(x, y) = (x, y)$;
III. $\alpha(x, y) = (\alpha x, \alpha y)$; IV. $(x, y)[(z, t) + (u, v)] + (x, y) = (x, y)(z, t) + (x, y)(u, v)$;
V. $[(x, y) + (z, t)](u, v) + (u, v) = (x, y)(u, v) + (z, t)(u, v)$;
VI. $[\alpha(x, y)][\beta(z, t)] = \alpha\beta[(x, y)(z, t)] + \alpha(1 - \beta)(x, y) + \beta(1 - \alpha)(z, t)$;
VII. *Les équations* $(x, y)(a, b) = (0, 0)$, $(a, b)(z, t) = (0, 0)$ *ont des solutions uniques*

alors la multiplication est donnée par

$$(x, y)(z, t) = [x + z + p(kx + ly)(kz + lt), y + t + q(kx + ly)(kz + lt)]$$

avec la condition $pk + ql = 0$, *et* $\mathfrak{K} \times \mathfrak{K}$ *est un corps faible de première espèce (et une algèbre faible d'ordre deux sur* $\mathfrak{K}$*).*

6. Il reste à discuter la question des isomorphismes. Évidemment si

(24) $(x, y)(z, t) = (x + z, y + t),$ (25) $(x, y)(z, t) = (x + z + yt, y + t),$

les deux corps correspondants ne sont pas isomorphes. Démontrons maintenant la proposition

B. *Les corps faibles dont la multiplication est donnée par (24) et (25) sont les seuls corps faibles distincts.*

En effet on peut avoir:

a) $(x, y).(z, t) = (x + z + ayt,\ y + t)$, $a \neq 0$. Posons $\varphi[(x, y)] = (ax, y)$; la transformation est biunivoque et $\varphi[(x, y) + (z, t)] = \varphi[(x, y)] + \varphi[(z, t)]$, $\varphi[\alpha(x, y)] = \alpha\varphi[(x, y)]$; enfin $\varphi[(x, y)(z, t)] = \varphi[(x + z + yt,\ y + t)] = (ax + az + ayt,\ y + t) = (ax, y).(az, t) = \varphi[(x, y)].\varphi[(z, t)]$, donc le corps a) est isomorphe au corps (25);

b) $(x, y).(z, t) = (x + z,\ y + t + cxz)$, $c \neq 0$; on vérifie de même que $\varphi[(x, y)] = (y, cx)$ est l'isomorphisme cherché entre b) et (25).

c) $(x, y).(z, t) = [x + z + p(kx + ly)(kz + lt),\ y + t + q(kx + ly)(kz + lt)]$, $p \neq 0$, $q \neq 0$, $k \neq 0$, $l \neq 0$, $pk + ql = 0$. Si $p/l = -q/k > 0$ on vérifie que $\varphi[(x, y)] = (lx + by,\ -kx + cy)$, où $(lc + bk)^2 = l/p = -k/q$ est l'isomorphisme cherché avec (25). En effet, φ est biunivoque, respecte l'addition et la multiplication externe et

$$\varphi[(x, y)(z, t)] = \varphi[(x + z + yt,\ y + t)] =$$
$$= [l(x + z) + b(y + t) + lyt,\ -k(x + z) + c(y + t) - kyt],$$
$$\varphi[(x, y)].\varphi[(z, t)] = (lx + by,\ -kx + cy).(lz + bt,\ -kz + ct) =$$
$$= [l(x + z) + b(y + t) + p[k(lx + by) + l(-kx + cy)][k(lz + bt) +$$
$$+ l(-kz + ct),\ -k(x + z) + c(y + t) + q(...)(...)] =$$
$$= [l(x+z)+b(y+t) + p(kb+lc)^2 yt,\ -k(x+z) + c(y+t) + q(kb+lc)^2 yt] =$$
$$= [l(x + z) + b(y + t) + lyt,\ -k(x + z) + c(y + t) - kyt] =$$
$$= \varphi[(x, y)(z, t)].$$

Si $l/p = -k/q < 0$, on voit de même que l'isomorphisme cherché est donné par $\varphi[(x, y)] = (-lx + by,\ kx + cy)$ avec $(lc + kb)^2 = -l/p = k/q$.

7. En définissant les opérations par les formules:

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) + (y_1, y_2, \ldots, y_n) = (\ldots, x_i + y_i, \ldots), \tag{26}$$

$$\alpha(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (\alpha x_1, \ldots, \alpha x_n), \tag{27}$$

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n)(y_1, \ldots, y_n) = \tag{28}$$
$$(\ldots x_i + y_i + p_i(k_1 x_1 + \ldots + k_n x_n)(k_1 y_1 + \ldots + k_n y_n), \ldots)$$

avec la condition

$$p_1 k_1 + p_2 k_2 + \ldots + p_n k_n = 0, \tag{29}$$

on obtient un corps faible de première espèce qui est en même temps une algèbre faible d'ordre n sur $\mathfrak{K}$, ce qui constitue une différence appréciable entre la théorie des corps faibles et la théorie habituelle.

8. Des considérations qu'il est superflu de reproduire ici, nous conduisent à énoncer l'hypothèse suivante:

Tous les corps faibles de première espèce qui sont en même temps des algèbres faibles d'ordre n *sur un corps commutatif quelconque sont eux-mêmes commutatifs et le nombre des corps faibles distincts est égal à* n.

Il serait hautement désirable que cette conjecture soit confirmée ou infirmée au moins pour $n = 3$.

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mathématiques

BIBLIOGRAPHIE

1. Hall Marshall Jr., *The theory of groups*, N.-Y., 1959, XIII+434 pp.
2. Reidemeister K., *Grundlagen der Geometrie*, Berlin, 1930, X+147 pp.

СЛАБЫЕ КОЛЬЦА

(Резюме)

Слабые кольца, по определению, суть множества обладающие двумя действиями, сложением — закон абелевой группы — и умножением, при выполнении условий (1), (2), (3). Аналогично определяюстя слабые тела первого и, соответственно, второго рода и слабые алгебры над данным полем $\mathfrak{K}$. Предложения A и B представляют собой полученные главные результаты и могут быть резюмированы следующим предложением:

Если условия I...VII проверены, $\mathfrak{K}\times\mathfrak{K}$ является слабым телом первого рода и слабой алгеброй второго рода над $\mathfrak{K}$; существуют только два отличных слабых поля с умножением данным выражением (24), соответственно (25).

INELE SLABE

(Rezumat)

Un inel slab este prin definiţie o mulţime prevăzută cu două operaţii, adunarea — care este o lege de grup abelian şi înmulţirea, condiţiile (1), (2), (3) fiind verificate. Analog se definesc corpurile slabe de specia întîia, respectiv a doua, şi algebrele slabe asupra unui corp comutativ $\mathfrak{K}$ dat. Propoziţiile A şi B sînt rezultatele principale obţinute şi ele se pot rezuma în enunţul unic :

Dacă condiţiile I...VII sînt verificate, $\mathfrak{K}\times\mathfrak{K}$ este un corp slab de prima specie şi o algebră slabă de ordin doi asupra lui $\mathfrak{K}$; există numai două corpuri slabe distincte, cu înmulţirea dată prin (24) respectiv (25).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. C. 517.942.73

RESPONSE OF LINEAR SYSTEMS WITH TIME-DEPENDENT COEFFICIENTS

BY

A. W. BABISTER

1. Introduction

Recently in Aeronautics, there has been renewed interest in systems satisfying linear differential equations with time-dependent coefficients. Such equations occur in the analysis of the response of (i) an accelerating aircraft [1] and (ii) a missile of varying mass [2].

The simplest equation for such a system is

$$(a_2 + b_2 t)\, \mathrm{d}^2 x/\mathrm{d}t^2 + (a_1 + b_1 t)\, \mathrm{d}x/\mathrm{d}t + (a_0 + b_0 t)\, x = 0, \tag{1}$$

in which the a's and b's are constants. As shown in [3], by making the substitution $x = \exp(ht)\, y$, $t = \lambda z + \mu$, where h, λ and μ are constants, we can reduce equation (1) to either of the standard forms

$$z\mathrm{d}^2 y/\mathrm{d}z^2 + (c - z)\, \mathrm{d}y/\mathrm{d}z - ay = 0 \tag{2}$$

or

$$z\mathrm{d}^2 y/\mathrm{d}z^2 + (2m + 2)\, \mathrm{d}y/\mathrm{d}z + (z - 2a)\, y = 0. \tag{3}$$

The solutions of (2) and (3) can be expressed in terms of confluent hypergeometric functions. These functions are tabulated in [4]...[6]. The stability and response of such systems was considered in [7].

2. Practical limitations of the exact solutions

In many practical cases, the time dependence of the coefficients is very weak, that is, b_0, b_1 and b_2 are small compared with a_0, a_1 and a_2 respectively. Then, as can be seen from [3], μ, c, a, m and h, in general, take on large numerical values. The usefulness of the exact solution, in terms of confluent hypergeometric functions, is then limited, since these functions are only tabulated for small values of the parameters μ, c, m and a. In addition, the dynamical system often satisfies a set of equations of the form

$$\mathrm{d}x_i/\mathrm{d}t = P_{i1} x_1 + P_{i2} x_2 + \cdots + P_{in} x_n, \tag{4}$$

all the P_{rs} being functions of time.

3. Solution for small values of the time

In many applications, interest is confined to the response of the system for small values of the time, and to a comparison with the system having constant coefficients a_0, a_1 and a_2. Now it can readily be shown that a set of n equations such as (4 can be reduced to the single equation

$$Q_n \, \mathrm{d}^n x/\mathrm{d}t^n + Q_{n-1} \, \mathrm{d}^{n-1} x/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + Q_0 x = 0, \tag{5}$$

in which all the Q_r are functions of time.

When all the Q_r only vary slowly with time (as is the case in many p ysical applications), it is often sufficient to replace (5) by the equation

$$(a_n + b_n t) \, \mathrm{d}^n x/\mathrm{d}t^n + (a_{n-1} + b_{n-1} t) \, \mathrm{d}^{n-1} x/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + (a_0 + b_0 t) \, x = 0. \tag{6}$$

We shall determine an approximate solution of (6) for

$$b_r t \ll a_r, \quad (r = 0, 1, 2, \ldots, n). \tag{7}$$

Equation (6) can be put in the form

$$\begin{aligned} a_n \, \mathrm{d}^n x/\mathrm{d}t^n + a_{n-1} \, \mathrm{d}^{n-1} x/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + a_0 x = \\ - (b_n \, \mathrm{d}^n x/\mathrm{d}t^n + b_{n-1} \, \mathrm{d}^{n-1} x/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + b_0 x) \, t. \end{aligned} \tag{8}$$

The complementary function of (8) is

$$x_0 = \sum_{r=1}^{n} A_r \exp(q_r \, t), \tag{9}$$

where q_r, $(r = 1, 2, \ldots, n)$, are the roots (assumed unequal) of

$$F(q) = a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} + \ldots + a_0 = 0, \tag{10}$$

and A_r, $(r = 1, 2, \ldots, n)$, are arbitrary constants.

A first order approximation to the solution of (8) can be obtained which satisfies the equation

$$\begin{aligned} a_n \, \mathrm{d}^n x_1/\mathrm{d}t^n + a_{n-1} \, \mathrm{d}^{n-1} x_1/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + a_0 x_1 = \\ = - (b_n \, \mathrm{d}^n x_0/\mathrm{d}t^n + b_{n-1} \, \mathrm{d}^{n-1} x_0/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + b_0 x_0) = \\ = - \sum_{r=1}^{n} A_r (b_n q_r^n + b_{n-1} q_r^{n-1} + \ldots + b_0) \, t \exp(q_r t) \, t = \\ = - \sum_{r=1}^{n} A_r \, G(q_r) \, t \exp(q_r t), \end{aligned}$$

where $G(q) = b_n q^n + b_{n-1} q^{n-1} + \ldots + b_0$.

Thus

(11) $$x_1 = \sum_{r=1}^{n} A_r (1 + c_{1r} t + c_{2r} t^2) \exp(q_r t),$$

where

(12) $$c_{1r} = \frac{\left(\sum_{s=1}^{n} b_s q_r^s\right)\left[\sum_{s=1}^{n} \frac{1}{2} s(s-1) a_s q_r^{s-2}\right]}{\left(\sum_{s=1}^{n} s a_s q_r^{s-1}\right)^2} = \frac{G(q_r) F''(q_r)}{2[F'(q_r)]^2}$$

and

(13) $$c_{2r} = -\frac{\left(\sum_{s=1}^{n} b_s q_r^s\right)}{2\left(\sum_{s=1}^{n} s a_s q_r^{s-1}\right)} = -\frac{G(q_r)}{2F'(q_r)}.$$

Higher order approximations can be found in a similar manner. Thus the $(p+1)$ th order approximation x_{p+1} satisfies the equation

$$a_n \mathrm{d}^n x_{p+1}/\mathrm{d}t^n + a_{n-1} \mathrm{d}^{n-1} x_{p+1}/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + a_0 x_{p+1} =$$
$$= -(b_n \mathrm{d}^n x_p/\mathrm{d}t^n + b_{n-1} \mathrm{d}^{n-1} x_p/\mathrm{d}t^{n-1} + \ldots + b_0 x_p) t.$$

It can be shown that

(14) $$x_{p+1} - x_p = \sum_{r=1}^{n} A_r \exp(q_r t)\left(\sum_{s=1}^{2p+2} \alpha_{sr} t^s\right),$$

where the α_{sr} are homogeneous polynomials in the b's of degree $p+1$.

4. Solutions in special cases

Some special cases of (11) are of interest. If the equations $F(q) = 0$ and $G(q) = 0$ have a common root q_s, we see, from (11) and (12), that for this root, $c_{1r} = c_{2r} = 0$, and the corresponding solution for (6 is $x = A_r \exp(q_r t)$. This can, of course, be seen directly from (6).

If the differential equation (6) is of the first order, $F''(q_r) = 0$, and the solution (11) is therefore of the form $x_1 = A(1 + c_2 t^2) \exp(qt)$, to a first approximation, where $q = -a_0/a_1$. This is easily verified, since in this case the solution of (6) can be written

$$x = \exp\left(-\int \frac{a_0 + b_0 t}{a_1 + b_1 t} \mathrm{d}t\right).$$

The solution given by (11) is not valid if $F(q) = 0$ has a repeated root q_r. The corresponding solution for (6) is of the form

(15) $$x = A_r \exp(q_r t) + B(t + d_{1r} t^2 + d_{2r} t^3) \exp(q_r t).$$

In certain circumstances, one solution of (6) can be found immediately. Thus, if $b_0 = 0$ and $b_1 = -a_0$,

(16) $$x = C(a_1 + b_1 t),$$

where C is a constant, obviously satisfies (6). This exact solution will, of course, replace one (or a combination) of the approximate modes found above. These special cases are considered again in the numerical examples at the end of this note.

5. Solution for $t \simeq t_0$.

The above approximations are valid for small values of t. It may also be of interest to find similar approximations to the motion in the neighbourhood of $t = t_0 > 0$. These can be found imediately for systems satisfying equation (5) by expressing all the Q_r in the form $Q_r = a'_r + b'_r(t - t_0)$, in which higher powers of $(t - t_0)$ have been neglected. The above analysis can then be repeated, with a_r, b_r being replaced by $a'_r, b'_r, (r = 0, 1, 2, ..., n)$. Equation (10) is replaced by

(17) $$a'_n q^n + a'_{n-1} q^{n-1} + \cdots + a'_0 = 0,$$

and equation (11) by

(18) $$x_1 = \sum_{r=1}^{n} A'_r (1 + c'_{1r} t_1 + c'_{2r} t_1^2) \exp(q'_r t_1),$$

where $t_1 = t - t_0$ and c'_{1r} and c'_{2r} are given by equations of the form (12) and (13), with all the a_r, b_r replaced by a'_r, b'_r.

From (17) we see that, if all the Q_r in (5) are continuous of t, and a'_n does not vanish for any positive value of t, (i. e. provided no singularity of the differential equation (5) occurs for positive t), the roots q'_r are continuous functions of t_0. In particular, if all the Q_r, $(r = 0, 1, 2, ..., n)$, are positive for all positive t, none of the roots q'_r of (17) will be positive, i.e. there will be no monotonically increasing divergences.

6. Local damping and frequency

From (18), we see that, when terms in t_1^2 and higher powers are small,

(19) $$x = \sum_{r=1}^{n} A'_r \exp[(q'_r + c'_{1r}) t_1].$$

Thus the *local* damping coefficient and the *local* frequency coefficient are the real and imaginary parts of $-(q'_r + c'_{1r})$. In particular, for the second order system (1), the local damping coefficient and the local frequency coefficient at time t_0 are the real and imaginary parts of

(20) $$\left(1 + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_1^2 - 4a_0 a_2}\right) \frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2}}{2a_2} - \frac{a_2 b_0 - a_0 b_2}{a_1^2 - 4a_0 a_2},$$

where

(21) $$a_0 = a_0 + b_0 t_0, \quad a_1 = a_1 + b_1 t_0, \quad a_2 = a_2 + b_2 t_0.$$

The corresponding analysis for a system with constant coefficients (sometimes called a quasi-static analysis) would, of course, show that the local damping coefficient and the local frequency coefficient at time t_0 are the real and imaginary parts of $(a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_0 a_2})/(2a_2)$. We note that if $a_1^2 < 4a_0 a_2$ and if, in addition, $a_2 b_1 = a_1 b_2$, then the frequency coefficient deduced from the quasi-static analysis would be the same as that deduced from (20).

7. Initial response of the system

The initial response of the system can be found from (11)...(14). For simplicity we shall consider only the first approximation, given by (8).

At $t = 0$,

(22) $$x = \sum_{r=1}^{n} A_r, \qquad dx/dt = \sum_{r=1}^{n} A_r (q_r + c_{1r}), \ldots,$$
$$d^p x/dt^p = \sum_{r=1}^{n} A_r [q_r^p + pq_r^{p-1} c_{1r} + p(p-1) q_r^{p-2} c_{2r}], \quad (p \geqslant 2).$$

In particular, for the second order system (1), at $t = 0$,

(23) $$x = A_1 + A_2$$

and

(24) $$dx/dt = A_1 (q_1 + c_{11}) + A_2 (q_2 + c_{12}) = A_1 \left[q_1 + \frac{(a_2 b_1 - a_1 b_2) q_1 + a_2 b_0 - a_0 b_2}{a_1^2 - 4a_0 a_2} \right] +$$
$$+ A_2 \left[q_2 + \frac{(a_2 b_1 - a_1 b_2) q_2 + a_2 b_0 - a_0 b_2}{a_1^2 - 4a_0 a_2} \right],$$

where q_1 and q_2 are the roots of

(25) $$a_2 q^2 + a_1 q + a_0 = 0.$$

8. Response of a particular second order system

We consider now the response of the second order system (1), which starts from rest in a displaced position, with $x = 1$ and with no initial velocity.

From (23) and (24), we see that (to a first approximation) the response of the system is given by

$$x = A_1 (1 + c_{11} t + c_{21} t^2) \exp(q_1 t) + A_2 (1 + c_{12} t + c_{22} t^2) \exp(q_2 t),$$

where q_1 and q_2 are the roots of (25), and

$$\frac{A_1}{q_2 + c_{12}} = -\frac{A_2}{q_1 + c_{11}} = \frac{1}{q_1 - q_2 + c_{11} - c_{12}} = \frac{1}{(q_1 - q_2)[1 + (a_2 b_1 - a_1 b_2)/(a_1^2 - 4a_0 a_2)]}.$$

From (1), the displacement x will initially start to increase or decrease as $a_2/a_0 <$ or > 0.

The first zero of the system occurs when

$$\exp\,[(q_1-q_2)t]=\frac{q_1+c_{11}}{q_2+c_{12}}\cdot\frac{1+c_{12}\,t+c_{22}\,t^2}{1+c_{11}\,t+c_{21}\,t^2}$$

i. e. neglecting second order terms in the b's, when

$$\exp\,[\,q_1-q_2)t]=\frac{q_1+c_{11}+q_1\,c_{12}\,t+q_1\,c_{22}\,t^2}{q_2+c_{12}+q_2\,c_{11}\,t+\,q_2\,c_{21}\,t^2}. \tag{26}$$

The stationary values of the system occur when

$$\exp\,[(q_1-q_2)t]=\frac{q_1+c_{11}}{q_2+c_{12}}\cdot\frac{q_2+c_{12}+(q_2\,c_{12}+2c_{22})\,t+q_2\,c_{22}\,t^2}{q_1+c_{11}+(q_1\,c_{11}+2c_{21})\,t+q_1\,c_{21}\,t^2}$$

i. e. neglecting second order terms in the b's, when

$$\exp\,[(q_1-q_2)t]=\frac{q_1\,q_2+q_1\,c_{12}+q_2\,c_{11}+q_1(q_2\,c_{12}+2c_{22})\,t+q_1\,q_2\,c_{22}\,t^2}{q_1\,q_2+q_1\,c_{12}+q_2\,c_{11}+q_2(q_1\,c_{11}+2c_{21})\,t+q_1\,q_2\,c_{21}\,t^2}. \tag{27}$$

9. Comparison of the response of time-dependent and time-independent systems

It is often of interest to know how the response of a time-dependent system compares with that of a time-independent system. Consider the system

$$\mathrm{d}^n x/\mathrm{d}t^n+Q_{n-1}\,\mathrm{d}^{n-1}x/\mathrm{d}t^{n-1}+\cdots+Q_0\,x=0, \tag{28}$$

in which all the Q_r are fonctions of time. We shall write (28) in the equivalent form

$$\mathrm{d}^n x/\mathrm{d}t^n+A_{n-1}\,\mathrm{d}^{n-1}x/\mathrm{d}t^{n-1}+\cdots+A_0\,x=\sum_{r=0}^{n-1}(A_r-Q_r)\,\mathrm{d}^r x/\mathrm{d}t^r=f(t), \tag{29}$$

say, where A_r, $(r=1,2,\ldots,n-1)$, are constants, and $f(t)$ is a known function of t when A_r and the response of (28) is known (for given initial conditions).

Consider the response of the system (29) with x and its first $(n-1)$ derivatives zero when $t=0$. From [8, p. 81], the solution is given by

$$x=\int_0^t R\,(t-\tau)\,f\,(\tau)\,\mathrm{d}\tau, \tag{30}$$

where

$$R\,(t)=\frac{1}{2\pi\mathrm{i}}\int_{\gamma-\mathrm{i}\infty}^{\gamma+\mathrm{i}\infty}\frac{\exp\,(\lambda t)\,\mathrm{d}\lambda}{\Phi\,(\lambda)}=\sum_{r=1}^{n}\frac{\exp\,(\lambda_r t)}{\Phi'\,(\lambda_r)}$$

and

$$\Phi(\lambda) = \prod_{r=1}^{n} (\lambda - \lambda_r) = \lambda^n + A_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + A_0 . \tag{31}$$

In [8] it is shown that $R(t)$ and its first $(n-2)$ derivatives are zero when $t=0$, while $d^{n-1}R/dt^{n-1}=1$ when $t=0$. Thus $R(t)$ is a positive function of t, at any rate, for sufficiently small positive values of t. For a second order system, if λ_1 and λ_2 are the roots of (31), $R(t)=[\exp(\lambda_1 t)-\exp(\lambda_2 t)]/(\lambda_1-\lambda_2)$. If λ_1 and λ_2 are both real, $R(t)$ is positive for all $t>0$. If λ_1 and λ_2 are conjugate complex roots of the form $\mu \pm i\omega$, $R(t)$ is positive for $0<t<\pi/\omega$.

Suppose that, in (30), both $R(\tau)$ and $f(\tau)$ are positive for $0<\tau<t$, then the response x (for the initial conditions $x=dx/d\tau=\ldots=d^{n-1}x/d\tau^{n-1}=0$) is positive for such values of t. If the system satisfying (29) is subjected, on different occasions, to the forcing functions $f(\tau), f_1(\tau)$ and $f_2(\tau)$, and if, for $0<\tau<t$, $R(\tau)$ is positive and $f_1(\tau) \geqslant f(\tau) \geqslant f_2(\tau)$, then, for all times $0<\tau<t$, the response x to f_1 is algebraically greater than that to f, and the latter response is algebraically greater than that to f_2, all the responses having the same initial conditions. This result can be extended to the response of a system having initial conditions $x_0, Dx_0, \ldots, D^{n-1}x_0$, (where $D \equiv d/d\tau$), since this response differs from that considered above only in terms which are independent of the forcing functions $f(\tau)$.

Applying these results to (29), we let

$$f_1(\tau) \geqslant \sum_{r=0}^{n-1} (A_r - Q_r)\, d^r x/d\tau^r \geqslant f_2(\tau), \tag{32}$$

for $0<\tau<t$, $R(\tau)$ being positive in this interval. Then the response of system (28) for initial conditions $x_0, Dx_0, \ldots D^{n-1}x_0$, lies between the responses of the systems (29), with $f=f_1$ and $f=f_2$ respectively, for all times $0<\tau<t$ such that inequality (32) is satisfied, $R(\tau)$ being positive in this interval.

We are still at liberty to choose the constants A_r. These could be taken to be upper or lower limits of each of the Q_r in the time interval considered. Alternatively, they may be chosen so that each term $(A_r-Q_r)\, d^r x/d\tau^r$ is of the same sign in the given interval.

The above treatment is especially useful when only a few of the coefficients of (28) are functions of time, or, for example, when (28) is a second order differential equation.

The use of such a comparison of responses is illustrated in the numerical examples.

10. Examples of the determination of the response for small values of the time

Example 1. Consider the response of the system satisfying the equation

$$(1+t)\, d^2x/dt^2 - (2+t)\, dx/dt + x = 0. \tag{33}$$

The corresponding equation with constant coefficients is $d^2x/dt^2 - 2dx/dt + x = 0$, with the exact solution $A \exp t + Bt \exp t$, where A and B are arbitrary constants.

From (32), $F = (\lambda - 1)^2$ and $G = \lambda(\lambda - 1)$. We see that F and G have a common root. Thus the corresponding solution of (33) is $x = A \exp t$, where A is an arbitrary constant.

Comparing (6) and (33), we see that $b_0 = 0$ and $b_1 = -a_0 = -1$ Thus a second solution of (33) is $x = C(2 + t)$, where C is an arbitrary constant.

The aproximate solutions are, from the above analysis, $A \exp t$ and $B(t - t^3/6) \exp t$; taking $A = 2C$ and $B = -C$, and adding these two solutions, we obtain a third approximate solution $x = C(2 + t)$, neglecting terms in t^4 and higher powers, which is in agreement with the exact solution.

Example 2. Consider the response of the system satisfying the equation

$$(3 - t)\, d^2x/dt^2 - (9 - 4t)\, dx/dt + (6 - 3t)\, x = 0. \tag{34}$$

The corresponding equation with constant coefficients is $3d^2x/dt^2 - 9dx/dt + 6x = 0$, with the solution $A \exp t + B \exp(2t)$, where A and B are arbitrary constants.

From (34), $F = 3(\lambda - 1)(\lambda - 2)$ and $G = -(\lambda - 1)(\lambda - 3)$. Here again, F and G have a common root. Thus the corresponding solution of (34) is

$$x = A \exp t, \tag{35}$$

where A is an arbitrary constant.

The other approximate solution of (34) is, from the above analysis,

$$B(1 + t/3 - t^2/6) \exp(2t). \tag{36}$$

It can be shown that (34) has an exact solution of the form

$$C\left(1 - \frac{50}{61}t + \frac{14}{61}t^2 - \frac{4}{183}t^3\right) \exp(3t). \tag{37}$$

Taking $A = 7C/61$ and $B = 54C/61$ in (35) and (36), and adding these solutions, we obtain a third approximate solution which, when expanded in powers of t, is in agreement with (37), when terms in t^3 and higher powers are neglected.

Example 3. Consider the response of three systems satisfying respectively the equations

$$d^2x/dt^2 + (1 - 0.1t)\, dx/dt + x = 0, \tag{38}$$ (a)

$$d^2x/dt^2 + dx/dt + x = 0, \tag{39}$$ (b)

and

$$d^2x/dt^2 + 0.6dx/dt + x = 0, \tag{40}$$ (c)

the initial conditions being $x = 1$ and $dx/dt = 0$ at $t = 0$.

The response of systems (b) and (c) can be found immediately. The response of (b) is given by

$$x = (\cos 0.866t + 0.577 \sin 0.866t) \exp(-0.50t) \tag{41}$$

and that of (c) by

$$x = (\cos 0.955t + 0.315 \sin 0.955t) \exp(-0.30t). \tag{42}$$

Using the above analysis, we find that the approximate response of system (a) is of the form

$$x = (A + iB)[1 + (-0.0167 + i\,0.0289)t + (0.025 + i\,0.0144)t^2] \exp[-(0.50 + i\,0.866)t] +$$

$$+ (A - iB)[1 + (-0\,0167 - i\,0.0289)t + (0.025 - i\,0.0144)t^2] \exp[-(0\,50 - i\,0.866)t],$$

where A and B are real constants.

Putting in the initial conditions, we see that the response of system (a) is

(43) $$x = [(1 + 0.033t^2)\cos 0.866t + (0.577 - 0.0385t)\sin 0.866t]\exp(-0.50t).$$

The exact solution of (38) can be expressed in terms on confluent hypergeometric functions, and is, in the notation of [3],

(44) $$x = -0.088\Phi(-5,\ 1/2;\ 0.05\xi^2) - 0.0103\xi\Phi(-9/2,\ 3/2;\ 0.05\xi^2),$$

where $\xi = t - 10$.

This can be evaluated numerically, using the tables of [4] together with the addition formulae for Φ given in [3].

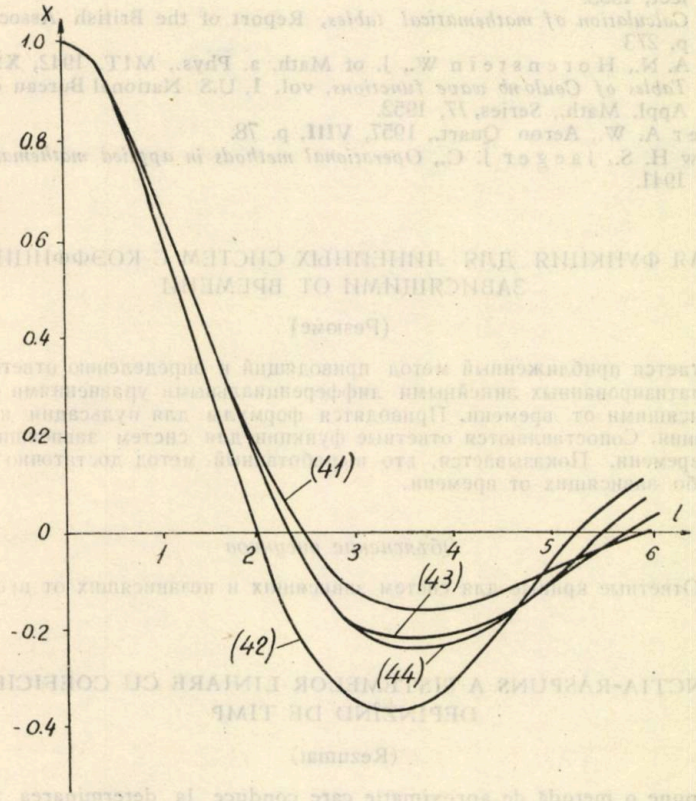


Fig. 1. — Response curves for time-dependent and time-independent systems.

The four response curves corresponding to (41) ... (44) are plotted in Fig. 1. It is seen that, for $0 \leqslant t < 5$, there is very good agreement between the exact response (44) and the approximation (43). Using the comparison theorem given above, we see that the response of system (a) will lie between the responses of (b) and (c) provided that $0 < t < 4$ and dx/dt is zero or negative (for system (a)). From Fig. 1, we see that the first minimum of the response of (a) occurs when $t = 3.6$ and the response of (a) does, in fact, lie between the responses of (b) and (c) up to $t = 4.6$.

As shown in [7], the system (a) is unstable, since, when $t > 10$, the coefficient of dx/dt in (38) is negative. However, in practice, equation (38) may not apply for such large values of the time, and, also, additional controls would probably be applied to

the system by this time, again invalidating (38) for large times. Thus the approximate method given above provides a means of investigating that part of the response which is of the greatest interest.

Received the 18 III 1960

The Glasgow University, England

REFERENCES

1. Collar A. R., Aeron. Quart., 1957, **VIII**, p. 309.
2. Barton M. V.. J. Aeron. Sci., 1950, **17**, p. 197.
3. Erdélyi A. et al., *Higher transcendental functions*, vol. **1**, Bateman Manuscript Project, 1953.
4. — *Calculation of mathematical tables*, Report of the British Association, 1926, p. 273
5. Lowan A. N., Horenstein W., J. of Math. a. Phys., MIT, 1942, **XXI**, p. 264.
6. — *Tables of Coulomb wave functions*, vol. **1**, U.S National Bureau of Standards, Appl. Math., Series, *17*, 1952.
7. Babister A. W., Aeron Quart., 1957, **VIII**, p. 78.
8. Carslaw H. S., Jaeger J. C., *Operational methods in applied mathematics*, Oxford, 1941.

ОТВЕТНАЯ ФУНКЦИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С КОЭФФИЦИЕНТАМИ ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ВРЕМЕНИ

(Резюме)

Излагается приближенный метод приводящий к определению ответной функции систем схематизированных линейными дифференциальными уравнениями с коэффициентами зависящими от времени. Приводятся формулы для пульсации и локального демпфирования. Сопоставляются ответные функции для систем зависящих и независящих от времени. Показывается, ьто выработанный метод достаточно хорош для систем слабо зависящих от времени.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Ответные кривые для систем зависящих и независящих от времени.

FUNCŢIA-RĂSPUNS A SISTEMELOR LINIARE CU COEFICIENŢI DEPINZÎND DE TIMP

(Rezumat)

Se expune o metodă de aproximaţie care conduce la determinarea funcţiei-răspuns a sistemelor schematizate prin ecuaţii diferenţiale liniare cu coeficienţi depinzînd de timp. Se dau formule pentru frecvenţă şi amortizare locală. Se compară funcţia-răspuns a sistemelor dependente şi a celor independente de timp Se arată că metoda elaborată dă o bună precizie pentru sisteme care depind numai în mică măsură de timp.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Curbele răspuns pentru sisteme depinzînd de timp şi pentru sisteme independente de timp.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

BIBLIOTECA CENTRALĂ A UNIVERSITĂȚII TEHNICE GHEORGHE ASACHI DIN IAȘI

C. D. 513.8

LA CORRESPONDANCE PAR PLANS TANGENTS PARALLÈLES ENTRE DEUX SURFACES RÉGLÉES, DANS S_4 [1])

PAR

ȘTEFANIA RUSCIOR

Le problème de la correspondance par plans tangents parallèles a été formulé pour la première fois par Peterson [1]. Nous nous proposons ici d'étudier la correspondance par plans tangents parallèles entre deux surfaces réglées, conservant les génératrices, dans un espace affin à quatre dimensions. Ce problème a été traité dans S_3 ([2], [3]). Dans S_4 il revêt de nouveaux aspects, car dans ce cas deux plans sont semi-parallèles ou complètement parallèles, selon qu'ils ont un point commun ou une droite commune, contenues dans l'hyperplan à l'infini. Il en résulte que dans S_4 nous pouvons établir ou bien (cas a) une correspondance par plans tangents semi-parallèles, ou bien (cas b) une correspondance par plans tangents complètement parallèles.

Soient S et S^* deux surfaces entre lesquelles nous voulons établir une telle correspondance. Nous choisissons les paramètres des surfaces tels que pour $v = \text{const.}$ corresponde la génératrice g sur la surface S et la génératrice g^* sur S^*. Ces génératrices constituent une paire de génératrices correspondantes. Les équations des deux surfaces réglées, entre lesquelles il existe une telle correspondance, peuvent être écrites sous la forme:

$$\bar{r} = \bar{\varrho}(v) + u\bar{a}(v), \qquad \bar{r}^* = \bar{\varrho}^*(v) + u_1\bar{a}^*(v),$$

où $\bar{\varrho}(v)$ et $\bar{\varrho}^*(v)$ représentent des courbes quelconques dans S_4, et $\bar{a}(v)$ et $\bar{a}^*(v)$ les directions des génératrices correspondantes.

L'équation de la correspondance par plans tangents semi-parallèles se trouve en écrivant que dans les points correspondants des deux génératrices, les plans tangents, menés respectivement aux surfaces S et S^*, sont semi-parallèles.

---

[1]) Extrait de la thèse *Correspondances par variétés linéaires tangentes parallèles entre variétés réglées*, présentée à l'Université „Al. I. Cuza" de Jassy, le 2 Janvier 1961, pour obtenir le grade de candidat ès sciences physiques-mathématiques.

Le plan tangent à une surface de S_4 est une variété linéaire d'ordre 2, représentant le lieu géométrique des tangentes de toutes les courbes menées sur la surface, qui passent par un point M de celle-ci. En considérant les vecteurs tangents à toutes les courbes qui passent par le point M, il en résulte que ceux-ci se trouvent tous dans le plan défini par les vecteurs $\bar{r}_u$ et $\bar{r}_v$. Par conséquent les équations des plans tangents, entre lesquels nous voulons établir la correspondance par plans tangents semi-parallèles, sont:

$$\bar{R} = \bar{r} + \lambda\bar{r}_u + \mu\bar{r}_v, \qquad \bar{R}^* = \bar{r}^* + \lambda_1\bar{r}^*_{u_1} + \mu_1\bar{r}^*_v.$$

Pour que les plans considérés soient parallèles, il est nécessaire et suffisant que le système d'équations qui déterminent leur point d'intersection, soit incompatible. Ces plans n'ayant qu'un seul point dans l'hyperplan à l'infini, la matrice m, formée par les coefficients des inconnues, doit être de rang 3, tandis que la matrice m', formée par tous les coefficients du système, doit être de rang 4; alors les plans considérés sont semi-parallèles. Pour que les plans tangents soient complètement parallèles, la matrice m doit être de rang 2 et la matrice m' de rang 3.

Le système dont il s'agit s'obtient par la condition $\bar{R} = \bar{R}^*$; il est constitué par les équations:

$$r_i - r_i^* + \lambda(\varrho_i' + ua_i') + \lambda_1(\varrho_i^{*\prime} + u_1a_1^{*\prime}) + \mu a_i + \mu_1 a_1^* = 0, \qquad (i = 1,2,3,4),$$

où $r_i, \varrho_i, a_i, \ldots$ représentent les projections des vecteurs $\bar{r}, \bar{\varrho}, \bar{a}, \ldots$ sur les axes de coordonnées. Les matrices m et m' sont:

$$m = (\varrho_i' + ua_i', \varrho_i^* + u_1a_1^{*\prime}, a_i, a_i^*), \quad m' = (\varrho_i' + ua_i', \varrho_i^{*\prime} + u_1 a_i^{*\prime}, a_i, a_i^*, r_i - r_i^*),$$
$$(i = 1,2,3,4).$$

Cas a. On trouve la correspondance par semi-parallélisme en imposant la condition que la matrice m soit de rang 3, et par conséquent que le déterminant de la matrice m s'annule:

$$|m| = |\bar{\varrho}' + u\bar{a}', \bar{\varrho}^{*\prime} + u_1\bar{a}^{*\prime}, \bar{a}, \bar{a}^*| = 0.$$

En considérant les projections des vecteurs $\bar{\varrho}', \bar{a}', \bar{\varrho}^{*\prime}, \bar{a}^{*\prime}, \bar{a}, \bar{a}^*$, le déterminant $|m|$ s'écrit:

$$|m| = \begin{vmatrix} \varrho_1' + ua_1' & \varrho_1^{*\prime} + ua_1^{*\prime} & a_1 & a_1^* \\ \varrho_2' + ua_2' & \varrho_2^{*\prime} + ua_2^{*\prime} & a_2 & a_2^* \\ \varrho_3' + ua_3' & \varrho_3^{*\prime} + ua_3^{*\prime} & a_3 & a_3^* \\ \varrho_4' + ua_4' & \varrho_4^{*\prime} + ua_4^{*\prime} & a_4 & a_4^* \end{vmatrix}.$$

En développant ce déterminant d'après la règle de Laplace et en ordonnant, nous obtenons la condition

$$(1) \qquad Auu_1 + Bu + Cu_1 + D = 0,$$

où les coefficients A, B, C, D ont respectivement les formes:

$$A = \sum |a_i' a_j^{*'}|\,|a_l a_k^*|, \qquad B = \sum |a_i' \varrho_j^{*'}|\,|a_l a_k^*|,$$
$$C = \sum |a_i^{*'} \varrho_j^{*'}|\,|a_l a_k^*|, \qquad D = \sum |\varrho_i' \varrho_j^{*'}|\,|a_l a_k^*|.$$

Dans ces expressions on a noté:

$$|a_i' a_j^{*'}| = \begin{vmatrix} a_i' & a_j^i \\ a_i^{*'} & a_j^{*'} \end{vmatrix},\ldots,$$

les indices $i, j, k, l = 1, 2, 3, 4$ étant disjoints dans l'addition.

De l'équation (1) il résulte:

La correspondance par plans tangents semi-parallèles entre deux surfaces réglées, dont deux génératrices quelconques se correspondent, détermine entre les points des génératrices correspondantes une homographie.

Contrairement à la correspondance par plans tangents parallèles dans S_3 où les génératrices correspondantes doivent être parallèles pour qu'il existe une correspondance par plans tangents parallèles, dans le cas de la correspondance par plans tangents semi-parallèles les génératrices peuvent être de directions quelconques. Par conséquent la correspondance par plans tangents semi-parallèles dépend d'une fonction arbitraire, qui détermine le choix des paires de génératrices correspondantes.

Si l'on considère les génératrices correspondantes parallèles, alors tous les coefficients de l'homographie (1) sont nuls. Cela s'explique par le fait que tout plan qui passe par g est semi-parallèle à chaque plan qui passe par g^*, et le problème de la correspondance par plans tangents semi-parallèles est dans ce cas indéterminé. Il existe sur la paire des génératrices correspondantes des points particuliers, où les plans tangents sont complètement parallèles. On obtient ces points en imposant la condition que les deux matrices m et m' soient de rang 2, respectivement 3, ce qui conduit au système:

$$(2) \quad \begin{cases} Auu_1 + Bu + Cu_1 + D = 0, & Muu_1 + Nu + Pu_1 + Q = 0, \\ M_1 uu_1 + N_1 u + P_1 u_1 + Q_1 = 0, & M_2 uu_1 + N_2 u + P_2 u_1 + Q_2 = 0. \end{cases}$$

Les coefficients A, B, C, D de ces expressions ont été introduits plus haut et utilisés dans la relation (1); les autres coefficients ont les valeurs:

$$M = \sum |a_i' a_j^{*'}| a_k, \quad M_1 = \sum |a_i' a_j^{*'}| a_k^*, \quad M_2 = \sum |a_l' a_m^{*'}| a_p,$$
$$N = \sum |a_i' \varrho_j^{*'}| a_k, \quad N_1 = \sum |a_i' \varrho_j^{*'}| a_k^*, \quad N_2 = \sum |a_l' \varrho_m^{*'}| a_p,$$
$$P = \sum |a_i^{*'} \varrho_j'| a_k, \quad P_1 = \sum |a_i^{*'} \varrho_j'| a_k^*, \quad P_2 = \sum |a_l^{*'} \varrho_m'| a_p,$$
$$Q = \sum |\varrho_i' \varrho_j^{*'}| a_k, \quad Q_1 = \sum |\varrho_i' \varrho_j^{*'}| a_k^*, \quad Q_2 = \sum |\varrho_l' \varrho_m^{*'}| a_p,$$

où les indices $i, j, k = 1, 2, 3$, et $l, m, p = 1, 2, 3$ sont disjoints dans l'addition. En considérant $v = \text{const.}$, c'est-à-dire en nous trouvant sur les génératrices correspondantes de directions quelconques, le système (2) détermine les points correspondants où les plans tangents, menés respectivement aux deux surfaces, sont complètement parallèles. Ce système de quatre équations à deux inconnues u et u_1 est, en général, incompatible. Par conséquent, sur les surfaces réglées quelconques, dont les génératrices correspondantes sont de directions différentes, n'existent pas des points particuliers où les plans tangents menés soient complètement parallèles. Pour étudier en quelles conditions existent de tels points particuliers, considérons les surfaces rapportées à un système particulier, où $\bar{a}$ et $\bar{a}^*$ sont des vecteurs unitaires fondamentaux : a (1, 0, 0, 0) et a^* (0, 1, 0, 0); les matrices m et m' ont alors une forme particulière :

$$m = \begin{pmatrix} a_1 & a_1^* & 1 & 0 \\ a_2 & a_2^* & 0 & 1 \\ a_3 & a_3^* & 0 & 0 \\ a_4 & a_4^* & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad m' = \begin{pmatrix} a_1 & a_1^* & 1 & 0 & r_1 - r_1^* \\ a_2 & a_2^* & 0 & 1 & r_2 - r_2^* \\ a_3 & a_3^* & 0 & 0 & r_3 - r_3^* \\ a_4 & a_4^* & 0 & 0 & r_4 - r_4^* \end{pmatrix}$$

et les conditions, pour qu'elles soient de rang 2, respectivement 3, sont : $a_3 = a_3^* = a_4 = a_4^* = 0$; le systeme (2) a la forme

$$\varrho_3' + u a_3' = 0, \quad \varrho_4' + u a_4' = 0, \quad \varrho_3^{*'} + u_1 a_3^{*'} = 0, \quad \varrho_4^{*'} + u_1 a_4^{*'} = 0.$$

Ce système, en général, n'est pas compatible. Pour en être, les surfaces réglées qui sont mises en correspondance sont particularisées, étant des solutions des équations différentielles données par

$$\varrho_3'/\varrho_4' = a_3'/a_4' \text{ et } \varrho_3^{*'}/\varrho_4^{*'} = a_3^{*'}/a_4^{*'}. \tag{3}$$

Pour le cas de la correspondance par plans tangents semi-parallèles, établie entre les surfaces réglées S et S^* qui satisfont aux équations (3), il existe sur les génératrices correspondantes de directions quelconques une paire de points particuliers, où les plans tangents correspondants sont complètement parallèles; ces points sont donnés par $u = \varrho_3'/a_3'$ et $u_1 = \varrho_3^{*'}/a_3^{*'}$.

Pour l'étude de la correspondance par plans tangents semi-parallèles considérons la surface $\sum$ engendrée par les droites qui unissent les points correspondants de l'homographie (1). Cette surface est invaria-

blement liée à la correspondance considérée. Rapportons la surface $\sum$ au système particulier considéré ci-dessus; nous avons: $Ox_1 \| g$, $Ox_2 \| g^*$. Dans ce système: $\bar{a}$ (1, 0, 0, 0), $\bar{a}^*$ (0, 1, 0, 0), et les coefficients de l'équation (1) prennent les valeurs: $A_0 = |a_3' a_4^{*'}|$, $B_0 = |a_3' \varrho_4^{*'}|$, $C_0 = |a_3^{*'} \varrho_4'|$, $D_0 = |\varrho_3' \varrho_4^{*'}|$.

L'équation de la surface $\sum$ est

$$\bar{R} = \bar{\varrho}(v) + u\bar{a} + \lambda(\bar{\varrho}^* + L\bar{a}^* - \bar{\varrho} - u\bar{a}), \tag{4}$$

où

$$L = -(B_0 u + D_0)/(A_0 u + C_0).$$

En projétant sur les axes, nous avons:

$$x_1 = \varrho_1 + u + \lambda(\varrho_1^* - \varrho_1 - u), \quad x_2 = \varrho_2 + \lambda(\varrho_2^* + L - \varrho_2),$$
$$x_3 = \varrho_3 + \lambda(\varrho_3^* - \varrho_3), \quad x_4 = \varrho_4 + \lambda(\varrho_4^* - \varrho_4).$$

En éliminant λ et u, nous obtenons les équations

$$\left.\begin{aligned} &(x_3 - \varrho_3)/(\varrho_3^* - \varrho_3) = (x_4 - \varrho_4)/(\varrho_4^* - \varrho_4), \\ &[(x_2 - \varrho_2)(\varrho_3^* - \varrho_3) + (\varrho_3 - x_3)\varrho_2^* + \varrho_2]a + (x_3 - \varrho_3)a_2^* b = 0, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

où

$$a = A_0[(x_1 - \varrho_1)(\varrho_3^* - \varrho_3) - (x_3 - \varrho_3)(\varrho_1^* - \varrho_1)] + C_0 a_1 (x_3 - \varrho_3^*),$$
$$b = B_0[(x_1 - \varrho_1)(\varrho_3^* - \varrho_3) - (x_3 - \varrho_3)(\varrho_1^* - \varrho_1)] + D_0 a_1 (x_3 - \varrho_3^*).$$

Des équations (5) il résulte:

La surface $\sum$, engendrée par les droites qui unissent les points correspondants dans l'homographie (1), est une surface de second degré, obtenue par l'intersection d'un hyperplan avec une hypersurface de second degré.

Lorsque la surface $\sum$ dégénère en plans, on a les cas particuliers suivants:

Si $\bar{\varrho} = \bar{\varrho}^*$, alors les génératrices correspondantes g et g^* se rencontrent dans un point de la courbe d'intersection des deux surfaces réglées. La correspondance par plans tangents semi-parallèles détermine entre les points des génératrices correspondantes une homologie donnée par l'équation

$$A_0 u u_1 + B_0 u + C_0 u_1 = 0. \tag{6}$$

Les droites qui unissent les points correspondants, donnés par la relation (6), se rencontrent dans un point C, le centre de l'homologie:

$$\bar{R} = \bar{\varrho}(v) - (B_0/A_0)\bar{a}^* - (C_0/A_0)\bar{a}.$$

La surface $\sum$ se réduit dans ce cas au plan déterminé par les deux génératrices.

Si la relation $BC - AD = 0$ est satisfaite, alors à tous les points de la génératrice g correspond sur g^* un seul point, donné par $u_1 = -$

$-D_0/C_0$. Dans ce cas la surface $\sum$ se réduit au plan déterminé par la génératrice g et par ce point même.

Cas b. Nous nous proposons à trouver les conditions dans lesquelles on peut établir une correspondance par plans tangents complètement parallèles entre deux surfaces réglées S et S^*.

Supposons que nous avons établi entre les surfaces réglées S et S^* une correspondance par plans tangents complètement parallèles avec la conservation des génératrices.

Soient T_1 et T_2 les plans tangents menés à la surface réglée S en deux points quelconques de la génératrice g. Ces plans contiennent la génératrice g. Soient de même T_1^* et T_2^* les plans tangents menés à la surface S^*, complètement parallèles à T_1 et T_2. Ces plans contiennent la génératrice g^*. Les plans T_1 et T_1^* étant complètement parallèles ont en commun la droite d_1 contenue dans l'hyperplan à l'infini. Les plans T_2 et T_2^* ont en commun dans l'hyperplan à l'infini la droite d_2. La génératrice g étant contenue dans le plan T_1 ainsi que dans le plan T_2, a le point I commun aux droites d_1 et d_2, dans l'hyperplan à l'infini. La génératrice g^* étant contenue dans le plan T_1^*, ainsi que dans T_2^*, passera de même par le point I. Il en résulte donc que les deux génératrices correspondantes sont parallèles.

Réciproquement, en supposant $g^* \parallel g$, nous cherchons à trouver des points tels que les plans tangents menés respectivement aux deux surfaces soient parallèles. Le plan tangent à la surface S est déterminé par les vecteurs $\bar{a}$ et $\bar{\varrho}' + u\bar{a}'$, le plan tangent à S^*, par les vecteurs $\bar{a}$ et $\bar{\varrho}^{*\prime} + u_1\bar{a}'$. Nous imposons la condition que ces plans soient complètement parallèles, c'est-à-dire que les vecteurs $\bar{a}$, $\bar{\varrho}' + u\bar{a}'$ et $\bar{\varrho}^{*\prime} + u_1\bar{a}'$ soient dépendants linéairement. Cela a lieu, si

$$[\bar{a}, \bar{a}', \bar{\varrho}', \bar{\varrho}^{*\prime}] = 0. \tag{7}$$

La relation (7) est équivalente à (2), qui exprime les conditions pour que la matrice m soit de rang 2.

La relation (7) a l'interprétation géométrique suivante: l'hyperplan H, qui contient les plans tangents menés à la surface S le long de la génératrice g, est parallèle à l'hyperplan H^* qui contient les plans tangents menés à S^* le long de la génératrice g^*.

On peut énoncer le résultat suivant:

La condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une correspondance par plans tangents complètement parallèles entre deux surfaces réglées du S_4, *est que les génératrices correspondantes soient parallèles et les hyperplans qui contiennent les plans tangents menés le long de deux génératrices correspondantes des deux surfaces, soien parallèles.*

J'ai traité le problème de la correspondance par plans tangents parallèles dans [5], en supposant remplies les conditions $g \parallel g^*$ et (7), données ci-dessus. Compte tenu de ces conditions, le système (2) de cette Note est réduit à une seule équation de premier degré en u et u_1, exprimée là-bas. J'en ai conclu que la correspondance cherchée détermine

entre les points des génératrices correspondantes une homothétie. De même j'ai montré que cette correspondance conserve les plans asymptotiques des génératrices correspondantes.

Reçu le 10 II 1961

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mathématiques

BIBLIOGRAPHIE

1. Петерсон К. М., Математ. сб., 1866, **1**, стр. 391—438.
2. Myller Al., Bull. sci. math., 2-e série, 1928, **III**, pp. 259—265.
3. Creangă I., C. r. Acad. Roum., 1937, **I**, *4*, pp. 287—290.
4. Creangă I., Ruscior Şt., St. şi cerc. şt. Acad. R. P. R. filiala Iaşi, 1952, **III**, *1—4*, pp. 14—42.
5. Ruscior Şt., Bul. Inst. polit Iaşi, 1957, **III** (**VII**), *3—4*, pp. 25—28.

СООТВЕТСТВИЕ, УСТАНАВЛИВАЕМОЕ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ КАСАТЕЛЬНЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ МЕЖДУ ДВУМЯ ЛИНЕЙЧАТЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА

(Резюме)

В настоящей заметке изучается соответствие, устанавливаемое параллельными касательными плоскостями между двумя линейчатыми поверхностями четырёхмерного пространства, с сохранением образующих. Так как две плоскости четырёхмерного пространства могут быть полупараллельными или вполне параллельными, смотря по тому, имеют ли они одну общую точку в бесконечности, или общую прямую, то и искомое соответствие может быть двояким: (а) соответствие, устанавливаемое полупараллельными касательными плоскостями и (б) соответствие, устанавливаемое вполне параллельными плоскостями.

Доказывается что

(а) Соответствие, устанавливаемое полупараллельными касательными плоскостями, может иметь место между двумя любыми линейчатыми поверхностями четырёхмерного пространства, соответствующие образующие будучи любых направлений. Это соответствие определяет между точками соответствующих образующих гомографию, данную уравнением (1). Прямые, соединяющие соответствующие точки в гомографии (1), определяют поверхность второго порядка Σ, которая исползована для исследования частных случаев.

(б) Необходимое и достаточные условие для того, чтобы существовало соответствие, устанавливаемое вполне параллельными касательными плоскостями между двумя линейчатыми поверхностями четырёхмерного пространства, состоит в том, чтобы соответствующие образующие были параллельными и гиперплоскости, содержащие касательные плоскости, проведённые вдоль двух соответствующих образующих обоих поверхностей, были параллельными. Это соответствие определяет между точками соответствующих образующих гомотетию и сохраняет асимптотические плоскости.

CORESPONDENŢA PRIN PLANE TANGENTE PARALELE ÎNTRE DOUĂ SUPRAFEŢE RIGLATE ÎN S_4

(Rezumat)

În această Notă s-a studiat corespondenţa prin plane tangente paralelele între două suprafeţe riglate din S_4, cu păstrarea generatoarelor. Deoarece două plane în S_4 sînt semiparalele sau complet paralele, după cum au un punct comun la infinit, sau o dreaptă,

şi corespondenţa căutată ia două aspecte: (a) corespondenţa prin plane tangente semiparalele şi (b) corespondenţa prin plane tangente complet paralele.

Se arată că

(a) Corespondenţa prin plane tangente semiparalele se poate stabili între două riglate oarecare din S_4, generatoarele corespunzătoare având direcţii arbitrare. Această corespondenţă determină între punctele generatoarelor corespunzătoare o omografie dată de ecuaţia (1). Dreptele ce unesc punctele corespunzătoare în omografia (1) determină o cuadrică Σ care a fost folosită la cercetarea cazurilor particulare.

(b) Condiţia necesară şi suficientă pentru a exista o corespondenţă prin plane tangente complet paralele între două suprafeţe riglate din S_4, este ca generatoarele corespunzătoare să fie paralele şi hiperplanele care conţin planele tangente duse de-a lungul a două generatoare corespunzătoare ale celor două suprafeţe, să fie paralele. Această corespondenţă determină între punctele generatoarelor corespunzătoare o omotetie şi păstrează planele asimptote.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 517 948.3

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ПОЛНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ

Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН

Исследованию дифференциальных уравнений в полных призводных посвящена обширная литература (см. работы [5]...[11] и дальнейшее развитие выдвинутых здесь идей, например, в [12]...[18], [20]) в то время, как изучение интегро-дифференциальных уравнений (и.-д. у.) этого класса почти не затронуто.

В настоящей статье рассматривается вопрос об отыскании функций, принадлежащих пространству $C_{2n}[a,c] \times [b,d]$ и являющихся решениями задач Гурса и Дирихле для некоторых линейных и.-д.у. в полных производных М. Пиконе [19]. Из числа работ, примыкающих к нашей статье отметим [2] и [3]. В этих статьях изучаются условия существования решений некоторых и.-д. у. гиперболического типа несколько иными путями, чем это делается в настоящей работе.

В § **1** нашей статьи на основе интегрального преобразования [3] и функции Грина (**M**) излагается теория Фредгольма задач (1) и (18) для и.-д. у. (2) и (22).

В § **2**, на основе выведенных интегральных уравнений и при соблюдении определенных условий даются оценки допускаемых погрешностей.

Не останавливаясь на деталях, отметим, что применяемые ниже методы могут быть использованы для решения как иных классов и.-д. у. в частных производных, так и иных задач.

§ **1.** Пусть требуется решить однородную задачу Э. Гурса [1]

$$[D^i u]_{x=a} = [D^i u]_{y=b} = 0, \quad (i = 0, 1, \ldots n-1), \tag{1}$$

для линейного и.-д. у. в полных производных

$$D^n u(x,y) - \lambda (n-1)!^2 [A(x,y)\, u(x,y) + B(x,y)\, D^r u(x,y)] = \tag{2}$$
$$= (n-1)!^2 \left[f(x,y) + \lambda \iint_P E(x,y,\xi,\eta) \sum_0^n F_p(\xi,\eta)\, D^p u(\xi,\eta)\, d\xi d\eta \right],$$

где Du — полная производная М. Пиконе по аргументам x, y, $A(x,y)$, $B(x,y)$, $E(x,y,\xi,\eta)$, $F_p(\xi,\eta)$ — известные непрерывные функции дей-

ствительных аргументов x, y, ξ, η, не обращающиеся тождественно в нуль в P_1 и $P - P_1$, $P = \{a \leqslant x,\ \xi \leqslant c,\ b \leqslant y, \eta \leqslant d\}$, $P_1 = \{a \leqslant \xi \leqslant x,\ b \leqslant \eta \leqslant y\}$, λ — параметр, $u(x, y)$ — искомое решение.

Следуя общей идее работы [6], будем строить решение задачи (1), (2) в форме

$$u(x, y) = \frac{1}{(n-1)!^2} \int_a^x \int_b^y [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \varphi(\xi, \eta)\, d\xi d\eta \equiv \tag{3}$$

$$\equiv \frac{1}{(n-1)!^2} \iint_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \varphi(\xi, \eta)\, d\xi d\eta,$$

где $\varphi(x, y)$ — новая неизвестная функция, подлежащая определению, $(x, y) \in P$.

Очевидно, что так определенная функция (3) удовлетворяет краевым условиям (1). Воздействуя интегро-дифференциальным оператором (2) на (3), приходим к интегральному уравнению

$$\varphi(x, y) - \lambda \iint_{P_1} C(x, y, \xi, \eta) \varphi(\xi, \eta)\, d\xi d\eta = F(x, y) + \lambda \iint_P D(x, y, \xi, \eta) \varphi(\xi, \eta)\, d\xi d\eta, \tag{4}$$

где $C(x, y, \xi, \eta)$, $F(x, y)$ и $D(x, y, \xi, \eta)$ — известные функции, а $\varphi(x, y)$ — функция, подлежащая определению.

Пусть функция $R(x, y, \xi, \eta)$ определена условием

$$R(x, y, \xi, \eta) \equiv \begin{cases} C(x, y, \xi, \eta) + D(x, y, \xi, \eta), & (\xi, \eta) \in P_1, \\ D(x, y, \xi, \eta), & (\xi, \eta) \in P - P_1. \end{cases} \tag{5}$$

Тогда

$$\varphi(x, y) - \lambda \iint_P R(x, y, \xi, \eta) \varphi(\xi, \eta)\, d\xi d\eta = F(x, y). \tag{6}$$

Из хода выкладок следует, что система уравнений (3), (6) эквивалентна задаче (1), (2).

Таким образом, если λ не является собственным значением ядра $R(x, y, \xi, \eta)$, то из (6) находим

$$\varphi(x, y) = F(x, y) + \lambda \iint_P T(x, y, \xi, \eta, \lambda) F(\xi, \eta)\, d\xi d\eta \equiv \Phi(x, y, \lambda), \tag{7}$$

где $T(x, y, \xi, \eta, \lambda)$ — резольвента Фредгольма ядра $R(x, y, \xi, \eta)$. Поэтому решение задачи (1), (2) в рассматриваемом случае существует и его можно представить в виде

$$u(x, y) = \frac{1}{(n-1)!^2} \iint_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \Phi(\xi, \eta, \lambda)\, d\xi d\eta. \tag{8}$$

Пусть $\lambda = \lambda_1$ — собственное значение ядра $R(x, y, \xi, \eta)$ ранга ν. Тогда уравнение (6), а значит и задача (1), (2), будут разрешимы в том и только в том случае, когда исходные данные (1) принадлежат особенному многообразию S (см., например [4, § **1.** 3]). В нашем случае положительное решение вопроса будет означать, что имеют место равенства

$$\iint\limits_P F(x,y)\, h_i(x,y)\, \mathrm{d}x\mathrm{d}y = 0, \quad (i = 1, 2, \ldots, \nu), \tag{9}$$

где $h_i(x, y), (i = 1, \ldots, \nu)$, — собственные функции, отвечающие собственному значению λ_1 ядра $R(\xi, \eta, x, y)$.

Пусть при $\lambda = \lambda_1$ данные (1) принадлежат особенному многообразию S. Тогда

$$\varphi(x, y) = \varphi_0(x, y, \lambda_1) + \sum_1^{\nu} a_i\, \varphi_i(x, y), \tag{10}$$

где $\varphi_0(x, y, \lambda_1)$ — какое-либо частное решение уравнения (6), а $\varphi_i(x, y)$, $(i = 1, \ldots, \nu)$ — собственные функции ядра $R(x, y, \xi, \eta)$, отвечающие собственному значению λ_1, $a_1, \ldots, a_\nu$ — произвольные постоянные. Следовательно,

$$\begin{aligned} u(x, y) = \frac{1}{(n-1)!^2} \iint\limits_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \Big[\varphi_0(\xi, \eta, \lambda_1) + \\ + \sum_1^{\nu} a_i\, \varphi_i(\xi, \eta) \Big] \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta \equiv \Psi(x, y, \lambda_1) + \sum_1^{\nu} a_i\, \Psi_i(x, y). \end{aligned} \tag{11}$$

Если $f(x, y) \equiv 0$ для всех $(x, y) \in P$, то уравнение (6) принимает вид

$$\varphi(x, y) - \lambda \iint\limits_P R(x, y, \xi, \eta)\, \varphi(\xi, \eta)\, \mathrm{d}\xi \mathrm{d}\eta = 0. \tag{12}$$

Поэтому, если λ не является собственным значением ядра $R(x, y, \xi, \eta)$, то уравнение (12), а значит и задача (1), (2), имеют только тривиальные решения. Если же $\lambda = \lambda_1$ — собственное значение ядра $R(x, y, \xi, \eta)$ ранга ν, то существует нетривиальное решение задачи (1), (2)

$$u(x, y) = \sum_1^{\nu} a_i\, \Psi_i(x, y), \tag{13}$$

которое получается из (11) при $\Psi(x, y, \lambda_1) \equiv 0$. В силу (13) видно, что $\Psi_i(x, y), (i = 1, \ldots, \nu)$ — собственные функции однородной краевой задачи (1), (2). Из изложенного также следует, что собственные значения уравнения (12) являются одновременно и собственными значениями однородной задачи (1), (2).

Полученные результаты позволяют сформулировать следующие теоремы:

Теорема 1. *Если* $\mathbf{f(x, y)} \not\equiv 0, (\mathbf{x, y}) \in \mathbf{P}$ *и а)* λ *не является собственным значением ядра* $\mathbf{R(x, y, \xi, \eta)}$, *то при сделанных выше предположениях задача (1), (2) имеет в области* P *единственное решение, определяемое формулой (8); б)* $\lambda = \lambda_1$ *— собственное значение ядра* $\mathbf{R(x, y, \xi, \eta)}$ *ранга* ν, *то задача (1), (2), вообще говоря, решения не имеет. Для того, чтобы задача (1), (2) имела решение необходимо и достаточно, чтобы исходные данные (1) принадлежали особенному многообразию* S. *В положительном случае решение задачи (1), (2) существует и его можно представить в виде (11).*

Теорема 2. *Если* $\mathbf{f(x, y)} \equiv 0, (\mathbf{x, y}) \in \mathbf{P}$ *и* λ *не является собственным значением ядра* $\mathbf{R(x, y, \xi, \eta)}$, *то при сделанных выше предположениях задача (1), (2) имеет только тривиальное решение. Задача (1), (2) имеет нетривиальное решение (13) тогда и только тогда, когда* $\lambda = \lambda_1$ *— собственное значение ядра* $\mathbf{R(x, y, \xi, \eta)}$ *ранга* ν.

Замечания. **1.** Если $A(x,y) \equiv B(x,y) \equiv 0$, $(x,y) \in P$, то в этом случае $R(x,y,\xi,\eta) \equiv D(x, y, \xi, \eta)$ и поэтому преобразование (8) сразу приводит нас к интегральному уравнению

$$\varphi(x, y) = F(x, y) + \lambda \iint\limits_P D(x, y, \xi, \eta)\varphi(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta \tag{14}$$

с непрерывным ядром $D(x, y, \xi, \eta)$.

2. Пусть $T_1(x, y, \xi, \eta, \lambda)$ — резольвента ядра $C(x, y, \xi, \eta)$. Тогда из (4) имеем

$$\begin{aligned}\varphi(x, y) &= F(x, y) + \lambda \iint\limits_P D(x, y, \xi, \eta)\varphi(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta + \\ &+ \lambda \iint\limits_{P_1} T_1(x, y, t, \tau, \lambda)\left[F(t, \tau) + \lambda \iint\limits_P D(t, \tau, \xi, \eta)\varphi(\xi,\eta)\,d\xi\,d\eta\right] dt\,d\tau \equiv \\ &\equiv F(x, y, \lambda) + \lambda \iint\limits_P D_1(x, y, \xi, \eta, \lambda)\varphi(\xi, \eta)\,d\xi\,d\eta,\end{aligned} \tag{15}$$

где $D_1(x, y, \xi, \eta, \lambda)$ — функция, непрерывная по x, y, ξ, η и аналитическая по λ. Несмотря на это обстоятельство, в силу того, что уравнение (15) эквивалентно уравнению (6), следует, что множество собственных значений λ ядра $D_1(x, y, \xi, \eta, \lambda)$ является дискретным.

3. Пусть задача (1) решается для нелинейного и. - д. у.

$$\begin{aligned}D^n u(x, y) = \frac{\lambda}{(n-1)!^2}\Bigg[&A(x, y)u(x, y) + B(x, y)D^r u(x, y) + \\ &+ \iint\limits_P M(x, y, \xi, \eta, u(\xi, \eta))\Bigg]\,d\xi\,d\eta,\end{aligned} \tag{16}$$

где $u(\xi, \eta)$ нелинейным образом входит в $M[\cdot]$. Из (16) получаем

$$\begin{aligned}u(x, y) = \lambda \iint\limits_{P_1} [(x - t)(y - \tau)]^{n-1}\Bigg[&A(t, \tau)u(t, \tau) + B(t, \tau)D^r u(t, \tau) + \\ &+ \iint\limits_P M(t, \tau, \xi, \eta, u(\xi, \eta))\,d\xi\,d\eta\Bigg]\,dt\,d\tau \equiv \lambda \iint\limits_{P_1} L(x, y, t, \tau)Q[u]\,dt\,d\tau.\end{aligned} \tag{17}$$

Если оператор (17) является оператором сжатия, то существует единственное $2n$ раз непрерывно дифференцируемое решение задачи (1), (2), которое можно построить методом последовательных приближений.

4. Изложенным методом можно пользоваться и тогда, когда коэффициенты при $B(x, y)$ и $F_p(\xi, \eta)$ являются соответственно производными вида

$$\frac{\partial^s u(x, y)}{\partial x^k \partial y^i}, \quad \frac{\partial^s u(\xi, \eta)}{\partial \xi^k \partial \eta^i}, \quad k \leqslant n-1, \quad i \leqslant n-1.$$

Пусть $r = p = 0$. В этом случае при решении однородной краевой задачи для и.-д. у. (2)

$$u|_L \equiv 0, \quad Du|_{L_1} \equiv \ldots \equiv Du^{n-1}|_{L_1} = 0, \tag{18}$$

L — контур области P, $L_1 \equiv \begin{cases} x = a, & b \leqslant y \leqslant d, \\ y = b, & a \leqslant x \leqslant c; \end{cases}$

можно воспользоваться функцией

$$M(x, y, \xi, \eta) \equiv \tag{M}$$

$$\equiv \begin{cases} \dfrac{[(x-a)(c-\xi)(y-b)(d-\eta)]^{n-1}}{[(c-a)(d-b)]^{n-1}(n-1)!^2}, & x \leqslant \xi, \quad y \leqslant \eta, \\ \left\{\dfrac{[(x-a)(c-\xi)]^{n-1}}{(c-a)^{n-1}} - (x-\xi)^{n-1}\right\} \dfrac{[(y-b)(d-\eta)]^{n-1}}{(d-b)^{n-1}(n-1)!^2}, & x \geqslant \xi, \quad y \leqslant \eta; \\ \left\{\dfrac{[(y-b)(d-\eta)]^{n-1}}{(d-b)^{n-1}} - (y-\eta)^{n-1}\right\} \dfrac{[(x-a)(c-\xi)]^{n-1}}{(c-a)^{n-1}(n-1)!^2}, & x \leqslant \xi, \quad y \geqslant \eta; \\ \left\{\dfrac{[(x-a)(c-\xi)]^{n-1}}{(c-a)^{n-1}(n-1)!^2} - \dfrac{(x-\xi)^{n-1}}{(n-1)!^2}\right\} \left\{\dfrac{[(y-b)(d-\eta)]^{n-1}}{(d-b)^{n-1}} - (y-\eta)^{n-1}\right\}, \\ \qquad x \geqslant \xi, \quad y \geqslant \eta \end{cases}$$

$$\equiv N(x, y, \xi, \eta) : (n-1)!^2,$$

сконструированной в работе [10].

Действительно, в силу свойств функции (M) имеем

$$u(x, y) = \iint_P N(x, y, \xi, \eta) \left\{ f(\xi, \eta) + \lambda [A(\xi, \eta) + B(\xi, \eta)] u(\xi, \eta) + \right.$$

$$\left. + \lambda \iint_P E(\xi, \eta, t, \tau) F_0(t, \tau) u(t, \tau) \, dt d\tau \right\} d\xi d\eta \equiv \tag{19}$$

$$\equiv \Phi(x, y) + \lambda \iint_P W(x, y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi d\eta.$$

В силу построения уравнения (19) следует, что оно эквивалентно задаче (18), (2) в том смысле, что решение этого уравнения является также решением и задачи (18), (2) и наоборот. Поэтому разрешимость задачи (18), (2) будет определяться условием разрешимости уравнения (19).

Если в (2) $f(x, y) \equiv 0$, $(x, y) \in P$, то

$$u(x, y) = \lambda \iint_P W(x, y, \xi, \eta) u(\xi, \eta) d\xi d\eta. \tag{20}$$

Из (20) видно, что однородная задача (18), (2) имеет нетривиальное решение лишь при условии, что λ — собственное значение ядра $W(x, y, \xi, \eta)$. Таким образом собственные значения и собственные функции уравнения (20) будут являться одновременно соответственно собственными значениями и собственными функциями однородной краевой задачи (18), (2). При этом для построения указанных величин можно воспользоваться, например, методом работы [10].

Замечания. **5.** Если ввести оператор

$$v(x, y) \equiv [A(x, y) + B(x, y)]u(x, y) + \iint\limits_P E(x, y, \xi, \eta)\, F_0(\xi, \eta) u(\xi, \eta)\, d\xi d\eta,$$

то вместо одного уравнения (19) мы придем к системе интегральных уравнений вида

$$u(x, y) = \Phi(x, y) + \lambda \iint\limits_P N(x, y, \xi, \eta) v(\xi, \eta) d\xi d\eta,$$

$$v(x, y) = \Phi_1(x, y) + \lambda \iint\limits_P W_1(x, y, \xi, \eta) v(\xi, \eta) d\xi d\eta.$$

6. Небольшое изменение изложенного метода позволяет сходным путем провести изучение задачи (18), (2) и в том случае, когда $p \neq 0$, $r \neq 0$.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда

$$E(x, y, \xi, \eta) \equiv \begin{cases} K(x, y, \xi, \eta), & (\xi, \eta) \in P_1, \\ 0, & (\xi, \eta) \overline{\in} P_1. \end{cases} \tag{21}$$

В этом случае и.-д. у. (2) примет вид:

$$\begin{aligned} &D^n u(x, y) - \lambda (n-1)!^2 [A(x, y) u(x, y) + B(x, y) D^r u(x, y)] = \\ &= (n-1)!^2 \left[f(x, y) + \lambda \iint\limits_{P_1} K(x, y, \xi, \eta) \sum_0^n F_p(\xi, \eta) D^p u(\xi, \eta) d\xi d\eta \right]. \end{aligned} \tag{22}$$

Пусть $f(x, y) \not\equiv 0$, $(x, y) \in P_1$. Тогда подставив (3) в (22) и выполнив необходимые преобразования, придем к следующему интегральному уравнению с переменной областью интегрирования:

$$\varphi(x, y) - \lambda \iint\limits_{P_1} T(x, y, \xi, \eta) \varphi(\xi, \eta) d\xi d\eta = \Pi(x, y), \tag{23}$$

где $T(x, y, \xi, \eta)$ и $\Pi(x, y)$ — известные функции.

Из хода выкладок следует, что система интегральных уравнений (3), (23) эквивалентна задаче (1), (22). Так как интегральное уравнение (23) имеет единственное решение, то и задача (1), (22) имеет тоже единственное решение. Действительно, решение интегрального уравнения (23) существует и его можно построить в виде ряда

$$\varphi(x, y) = \sum_0^\infty \lambda^i \psi_i(x, y),$$

где

$$\psi_0(x, y) \equiv H(x, y), \quad \psi_i(x, y) \equiv \iint_{P_1} T(x, y, \xi, \eta)\, \psi_{i-1}(\xi, \eta)\, d\xi d\eta, \qquad (i = 1,2,\ldots),$$

сходящегося абсолютно и равномерно в данной области.

Следовательно,

$$u(x, y) = \frac{1}{(n-1)!^2} \iint_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \sum_0^\infty \lambda^i \psi_i(\xi, \eta) d\xi d\eta \tag{24}$$

— решение задачи (1), (22).

Если в (22) $f(x, y) \equiv 0$, $(x, y) \in P_1$, то в этом случае

$$\varphi(x, y) - \lambda \iint_{P_1} T(x, y, \xi, \eta)\, \varphi(\xi, \eta) d\xi d\eta = 0 \tag{25}$$

и поэтому однородная задача (1), (22) имеет в качестве $2n$ раз непрерывно дифференцируемого решения только тривиальное решение.

Теорема 3. *Если* $\mathbf{f(x, y) \not\equiv 0}$, $\mathbf{(x, y) \in P_1}$, *то краевая задача (1), (22), при сделанных предположениях, всегда имеет решение, которое можно представить в форме (24). Если* $\mathbf{f(x, y) \equiv 0, (x, y) \in P_1}$, *то задача (1), (22) имеет в пространстве* $\mathbf{C_{2n}}$ *только тривиальное решение.*

Замечание. **7.** Если для и.-д.у. (22) ставится задача (18) или задача

$$[D^i u]_{x=a} = [D^i u]_{y=\beta} = 0, \quad (i = 0,1,\ldots,n-1, \ \alpha \neq a, \ \beta \neq b), \tag{Г}$$

то при выполнении некоторых условий возможно, что а) при $f(x, y) \not\equiv 0$, $(x, y) \in P_1$, задача не имеет решения, б) при $f(x, y) \equiv 0$, $(x, y) \in P_1$, задача имеет нетривиальное решение.

§ 2. В **§ 1** проводились выкладки из предположения, что для построенных интегральных уравнений известны разрешающие ядра. Теперь рассмотрим тот случай, когда резольвента построенного интегрального уравнения неизвестна. Для определенности будем рассматривать систему интегральных уравнений (3), (6).

1. Пусть выполняется условие

$$l = 1 - |\lambda_0| \max_P \iint_P |R(x, y, \xi, \eta)|\, d\xi d\eta > 0, \tag{26}$$

обеспечивающее существование и единственность решения задачи (1), (2). В этом случае решение уравнения (6) можно строить в виде ряда

$$\varphi(x, y) = \sum_0^\infty \lambda_0^i v_i(x, y), \tag{27}$$

где

$$v_0(x, y) \equiv F(x, y), \quad v_i(x, y) \equiv \iint_P R(x, y, \xi, \eta)\, v_{i-1}(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (i = 1,2\ldots).$$

Условие (26) обеспечивает абсолютную и равномерную сходимость ряда (27). Таким образом в качестве точного и приближенного решений нашей задачи можно рассматривать функции

$$u(x, y) = \frac{1}{(n-1)!^2} \iint_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \sum_0^\infty \lambda_0^i v_i(\xi, \eta)\, d\xi d\eta, \tag{28}$$

$$u_s(x, y) = \frac{1}{(n-1)!^2} \iint_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \sum_0^s \lambda_0^i v_i(\xi, \eta)\, d\xi d\eta. \tag{29}$$

Пусть

$$\beta(x, y, \lambda_0) \equiv \sum_0^s \lambda_0^i \left[v_i(x, y) - \lambda_0 \iint_P R(x, y, \xi, \eta)\, v_i(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta \right] - F(x, y).$$

Тогда функции (29) от точного решения (28) нашей задачи можно оценить согласно неравенства

$$|u(x, y) - u_s(x, y)| \leqslant \beta [(x-a)(y-b)]^n : [l.n!^2], \quad (x, y) \in P, \tag{30}$$

где

$$\beta = \max_P |\beta(x, y, \lambda_0)|.$$

2. Если известно, что задача (1), (2) имеет единственное решение, но условие (26) не выполняется, то в этом случае приближенное решение нашей задачи будем строить следующим образом. Покроем область P прямоугольной сеткой с шагом h_1 вдоль оси x-ов и с шагом h_2 вдоль оси y-ов и представим функцию $\varphi(x, y)$ в виде

$$\varphi(x, y) = F(x, y) + \lambda \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^s d_{ij} R(x, y, x_i, y_j) \varphi(x_i, y_j) + \lambda \varrho(x, y), \tag{31}$$

где d_{ij} — известные постоянные, $\varrho(x, y)$ — погрешность нашей формулы, $(x_i, y_j) \in P$ понимается в смысле $(x_i - 0, y_j - 0)$.

Полагая $x = x_m$, $y = y_q$, $(m = 1,...,k,\ q = 1,...,s)$, приходим к системе

$$\varphi(x_m, y_q) = F(x_m, y_q) + \lambda \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^s d_{ij} R(x_m, y_q, x_i, y_j) \varphi(x_i, y_j) + \lambda \varrho(x_m, y_q). \tag{32}$$

Если определитель системы (32) отличен от нуля, то отсюда обычным путем находим

$$\varphi(x_i, y_j) = \alpha_{ij}(\lambda) + \lambda \sum_{m=1}^k \sum_{q=1}^s \delta_{ijmq}(\lambda) \varrho(x_m, y_q), \quad (i = 1,...,k,\ j = 1,...,s). \tag{33}$$

Следовательно, в качестве приближенного решения задачи (1), (2) можно рассматривать функцию

$$\bar{u}(x, y) = [1 : (n-1)!^2] \iint_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \bar{\varphi}(\xi, \eta)\, d\xi d\eta \equiv$$

$$\equiv [1 : (n-1)!^2] \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^s d_{ij} \alpha_{ij}(\lambda) \iint_{P_1} [(x-\xi)(y-\eta)]^{n-1} \bar{K}(\xi, \eta, \lambda, x_i, y_j) d\xi d\eta. \tag{34}$$

Используя (6) получаем

$$\varrho(x,y)=\iint_P R(x,y,\xi,\eta)\,\varphi(\xi,\eta)\,d\xi d\eta-\sum_{i=i}^{k}\sum_{j=1}^{s} d_{ij}\,R(x,y,x_i,y_j)\,\varphi(x_i,y_j)\equiv$$

$$\equiv\gamma(x,y)+\lambda\iint_P R_1(x,y,\xi,\eta)\,\varphi(\xi,\eta)\,d\xi d\eta. \tag{35}$$

Кроме того

$$|\varphi(x,y)-\overline{\varphi}(x,y)|\leqslant|\lambda|\max_P|\varrho(x,y)|\cdot\Bigg[1+$$

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{s}|d_{ij}|\sum_{m=1}^{k}\sum_{q=1}^{s}|\delta_{ijmq}(\lambda)\,R(x_m,y_q,x_i,y_j)|\Bigg]\equiv\max_P|\varrho(x,y)|\,w_1(\lambda). \tag{36}$$

Пусть из (35), (36) найдено

$$\max_P|\varrho(x,y)|\leqslant w_2(\lambda),\quad 0\leqslant|\lambda|\leqslant h. \tag{37}$$

Тогда уклонение функции $\overline{u}(x,y)$ от $u(x,y)$ можно оценить согласно неравенства

$$|u(x,y)-\overline{u}(x,y)|\leqslant w_1(\lambda)\,w_2(\lambda)\,[(x-a)(y-b)]^n:n!^2,\quad (x,y,\in P;\quad 0\leqslant|\lambda|\leqslant h. \tag{38}$$

Замечания. **8.** Изложенный в настоящем пункте приближенный метод решения особенно удобно применять, пользуясь уравнением (14).

9. Если неравенство (26) имеет место, то уклонение функции (34) от точного решения задачи (1), (2) можно оценить согласно неравенства (30).

10. Небольшие изменения метода п. **2**, § **2**, позволяют применить его и к задаче (18), (2), после построения интегрального уравнения (19).

Поступила 26 X 1960 г.

Ясский политехнический институт, РНР,
и
Киркизский государственный университет,
г. Фрунзе, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Goursat E., *Cours d'Analyse mathématique*, t. **3**, *1*, Gauthier-Villars, Paris, 1923.
2. Лихтарников Л. М., Уч. зап. Иркутского педин-та, 1957, **13**, стр. 105—112.
3. Лихтарников Л. М. и Мякишев В. П., ДАН СССР, 1959, **127**, *3*, стр. 516—519.
4. Быков Я. В., *О некоторых задачах теории интегро-дифференциальных уравнений*, Фрунзе, 1957, 327 стр.
5. Mangeron D., Rend. Accad. Sci. fiz. mat. Napoli, (4), 1932, **2**, pp. 1—11.
6. — C r. Acad. Sci, Paris, 1937, **204**, pp. 544—546.
7. — Ibid., 1937, **204**, pp. 1022—1024.
8. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **2 (6)**, *1—2*, pp. 21—27.
9. — Mathematica, Cluj, 1938, **14**, pp. 31—35.
10. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **3 (7)**, *3—4*, стр. 49—51.
11. — Ibid., 1958, **4 (8)**, *1—2*, стр. 65—68.
12. Manaresi F., Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, 1954, **23**, pp. 343—351.
13. — Ibid., 1954, **22**, pp. 163—213.
14. Salvadori M., Ann. Sci. Norm. Sup., Pisa, (2), 1936, pp. 51—72.
15. Rosenblatt A., C. r. Acad. Sci, Paris, 1933, **197**, pp. 1278—1280.
16. Stampacchia G., Giorn di Mat., 1948-49, **78**, pp. 1—16.
17. de Giorgi E., *Scritti Matematici offerti a Mauro Picone nel Suo LXX compleanno*, Bologna, Azzoguidi, 1957, pp. 781—787.

18. Delsarte S., *Premier colloque sur les équations aux deriveés partielles*, Centre Belge de Recherches Mathématiques, G. Thône, Liège et Masson, Paris, 1954, pp 35—62.
19. Picone M., Ann. Sci. de l'Univ. de Jassy, 1940, **26**, *1*, pp. 183—232.
20. Березанский Ю. М., ДАН СССР, 1958, **122**, *6*, стр. 959—962.

SUR UNE CLASSE D'ÉQUATIONS INTÉGRO-DIFFÉRENTIELLES AUX DÉRIVÉES TOTALES

(Résumé)

Dans le § **1** on expose, tout en utilisant la transformation integrale (3) et la fonction de Green (M), la théorie de Fredholm pour les problèmes (1) et (18) relatifs aux équations intégro-différentielles (2) et (22). Dans le § **2** on expose des évaluations des erreurs commises.

ASUPRA UNEI CLASE DE ECUAȚII INTEGRO-DIFERENȚIALE CU DERIVATE TOTALE

(Rezumat)

Autorii studiază problema găsirii funcțiilor aparținînd spațiului $C_{2n}[a, c]\times[b, d]$ și care sînt totodată soluții ale problemelor lui Goursat și Dirichlet pentru o clasă de ecuații integro-diferențiale cu derivate totale în sensul lui M. Picone [19].

În § **1**, folosind transformarea integrală [3] și funcția Green (M) găsită cu ocazia unei alte clase de probleme de contur în [5], [10], se expune teoria lui Fredholm pentru problemele (1) și (18) referitoare la ecuațiile integro-diferențiale (2) și (22).

În § **2** se dau, pe baza ecuațiilor integrale deduse și în cadrul anumitor condiții expuse în text, evaluările erorilor comise.

Articolul se încheie cu enunțarea unui șir de probleme ce pot fi adîncite prin metodele elaborate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 517.948.3

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ПОЛОГИХ ТОНКИХ ОБОЛОЧЕК

А. А. БЕРЕЗОВСКИЙ

1. Определение напряженного и деформированного состояния пологой тонкой оболочки сводится к отысканию решения системы дифференциальных уравнений в частных производных, удовлетворяющего заданным условиям закрепления оболочки. Эту систему дифференциальных уравнений и соответствующие граничные условия удобно записывать в виде

$$A\mathbf{B} = \mathbf{C}, \quad \Gamma\mathbf{B}\,|_l = 0, \tag{1.1}$$

где A — операторная матрица, $\mathbf{B}(P)$ — искомая вектор-функция, компоненты которой определяют напряженное и деформированное состояние оболочки, $\mathbf{C}(P)$ — заданная вектор-функция нагрузки на оболочку, Γ — некоторый оператор, задающий граничные условия на контуре l области срединной поверхности оболочки s, P — текущая точка области s.

Решение краевой задачи (1.1) на основании формулы Грина

$$\iint\limits_s (\mathbf{B}^1 . A^* \mathbf{B}^2)\,ds = \iint\limits_s (\mathbf{B}^2 . A\mathbf{B}^1)\,ds + \oint\limits_l L_A(\mathbf{B}^1, \mathbf{B}^2)\,dl \tag{1.2}$$

сводится к решению системы линейных интегро-дифференциальных уравнений

$$B_i = \iint\limits_s (\mathbf{K}^i . \mathbf{C})\,ds - \iint\limits_s (\mathbf{B} . A_1^* \mathbf{K}^i)\,ds + \oint\limits_l L_A(\mathbf{B}, \mathbf{K}^i)\,dl, \tag{1.3}$$

где

$$A^* = A_0^* + A_1^*, \tag{1.4}$$

A_0 — главная часть A, $K(P, Q)$ — тензор Грина для матрицы A_0, столбцы которого удовлетворяют однородным граничным условиям

$$\Gamma_0 \mathbf{K}^i\,|_l = 0, \tag{1.5}$$

$L_A(\mathbf{B}, \mathbf{K}^i)$ — билинейная дифференциальная форма компонент вектор-функций $\mathbf{B}$ и $\mathbf{K}^i$ и их частных производных, составленная с учетом того, что $\mathbf{B}$ удовлетворяет граничным условиям краевой задачи (1.1), а $\mathbf{K}^i$ — граничным условиям (1.5).

Очевидно, что решение краевой задачи (1.1) есть решение системы интегральных уравнений (1.3). Обратное утверждение далеко не очевидно. Мы докажем его для случая, когда $\Gamma^* = \Gamma_0^*$, где Γ^*—оператор, задающий краевые условия, сопряженные к краевым условиям в задаче (1.1), а Γ_0^* — краевым условиям (1.5).

В этом случае система (1.3) будет:

$$B_i = \iint_s (\mathbf{K}^i \cdot \mathbf{C})\, ds - \iint_s (\mathbf{B} \cdot A_1^* \mathbf{K}^i)\, ds. \tag{1.6}$$

Записав систему (1.6) в векторном виде, а затем умножив скалярно на произвольную вектор-функцию $\mathbf{G}$ и проинтегрировав по s_1, получим после очевидных преобразований равенство:

$$\iint_s (\mathbf{B} \cdot A^* \mathbf{V})\, ds = \iint_s (\mathbf{C} \cdot \mathbf{V})\, ds, \tag{1.7}$$

где

$$V_i = \iint_{s_1} (\mathbf{K}^i \cdot \mathbf{G})\, ds_1. \tag{1.8}$$

Из (1.8) следует, что $\Gamma_0^* \mathbf{V}|_l = 0$, а так как $\Gamma_0^* = \Gamma^*$, то $\Gamma^* \mathbf{V}|_l = 0$ и, наоборот, любая $\mathbf{V}$, для которой $\Gamma^* \mathbf{V}|_l = 0$, может быть представлена в виде (1.8). Но тогда $\mathbf{B}$, по определению, является решением краевой задачи (1.1) в обобщенном смысле.

Решение системы (1.6) — $\mathbf{B}$ есть гладкая вектор-функция. Это следует из того, что порядок матрицы A_0 больше порядка матрицы A_1. А так как вектор-функция нагрузки на оболочку $\mathbf{C}$ обычная или, в случае сосредоточенной силы, типа дельта-функции, то решение системы (1.6) будет, соответственно, обычным или обобщенным решением краевой задачи (1.1).

Согласно теореме Кирхгофа об однозначности решения краевых задач теории упругости, применимой и к тонким оболочкам [2], однородная краевая задача (1.1) $\mathbf{C} = 0$ имеет только тривиальное решение $\mathbf{B} \equiv 0$. Покажем, что в этом случае решение системы интегральных уравнений (1.6) единственно. Действительно, пусть $\mathbf{B}_1 \not\equiv 0$ есть решение однородной системы (1.6) — $\mathbf{C} = 0$, тогда из равенства (1.7) следует

$$\iint_s (\mathbf{B}_1 \cdot A^* \mathbf{V})\, ds = \iint_s (A\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{V})\, ds = 0, \tag{1.9}$$

что в силу произвольности $\mathbf{V}$ возможно только при $A\mathbf{B}_1 = 0$, а следовательно и $\mathbf{B}_1 \equiv 0$.

Итак, в случае $\Gamma^* = \Gamma_0^*$, согласно теореме Фредгольма решение системы (1.6) существует и единственно. Из этого же вытекает теорема существования решения краевой задачи (1.1).

2. Общая проблема равновесия пологой оболочки, очерченной по любой поверхности, приводится к системе двух совместных дифференциальных уравнений относительно функции напряжения φ и функции прогиба w [1]. В этом случае система интегральных уравнений (1.6) преобразуется к виду:

$$(2.1)\qquad \varphi + \iint\limits_s w V_k^2 \varphi_1 \, ds = 0, \qquad w - \iint\limits_s \varphi V_k^2 w_2 \, ds = \iint\limits_s Z w_2 \, ds.$$

Здесь

$$(2.2)\qquad K = \begin{pmatrix} \varphi_1 & 0 \\ 0 & w_2 \end{pmatrix}, \quad A_0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{Eh} V^2 V^2 & 0 \\ 0 & D V^2 V^2 \end{pmatrix}, \quad A_1^* = \begin{pmatrix} 0 & -V_k^2 \\ V_k^2 & 0 \end{pmatrix},$$

E, D, h — модуль Юнга, жесткость и толщина оболочки, Z — интенсивность внешней нормальной нагрузки на оболочку.

Матрица A_0 имеет диагональный вид, в силу чего построение тензора Грина $K(P, Q)$ сводится к построению функций Грина φ_1 и w_2 для бигармонического уравнения. Поэтому в точке $P=Q$ тензор Грина $K(P, Q)$ имеет особенность типа $r_{PQ}^2 \ln r_{PQ}$, а ядра $V_k^2 \varphi_1$ и $V_k^2 w_2$ — особенность типа $\ln r_{PQ}$, т. е. интегрируемы с квадратом. Следовательно, к системе интегральных уравнений (2.1) применима теория Фредгольма.

В случае изгиба пологой оболочки, прямоугольной в плане и шарнирно-подвижно опертой по контуру, равномерно распределенной нагрузкой q имеем

$$(2.3)\qquad \begin{cases} V^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2, \quad V_k^2 = k_2 \partial^2/\partial x^2 + k_1 \partial^2/\partial y^2, \quad ds = dx\, dy, \\ w_2 = \sum\limits_{k,l=1}^{\infty} \dfrac{4 \sin \alpha_k x \sin \beta_l y}{abD(\alpha_k^2 + \beta_l^2)^2} \sin \alpha_k x_1 \sin \beta_l y_1, \quad \varphi_1 = EDh w_2; \end{cases}$$

$$(2.4)\qquad \begin{cases} \varphi = -\sum\limits_{i,j=1}^{\infty} \dfrac{16qE(k_1 \beta_j^2 + k_2 \alpha_i^2)}{\alpha_i \beta_j \varrho \omega_{ij}^2 (\alpha_i^2 + \beta_j^2)} \sin \alpha_i x \sin \beta_j y, \\ w = \sum\limits_{i,j=1}^{\infty} \dfrac{16q}{\alpha_i \beta_j \varrho h \omega_{ij}^2} \sin \alpha_i x \sin \beta_j y, \end{cases}$$

где ω_{ij} — частота свободных колебаний оболочки,

$$(2.5)\qquad \omega_{ij}^2 = D(\alpha_i^2 + \beta_j^2)^2/(\varrho h) + E(k_1 \beta_j^2 + k_2 \alpha_i^2)^2/[\varrho(\alpha_i^2 + \beta_j^2)^2],$$

a, b — размеры плана оболочки, ϱh — масса, приходящаяся на единицу площади срединной поверхности, k_1, k_2 — главные постоянные кривизны срединной поверхности оболочки, $\alpha_k = k\pi/a$, $\beta_l = l\pi/b$.

Решения системы интегральных уравнений (2.4) совпадают с соответствующими решениями дифференциальных уравнений краевой задачи в двойных тригонометрических рядах.

В случае изгиба пологой сферической оболочки решение системы интегральных уравнений (2.1) также может быть получено в виде двойных рядов:

$$(2.6)\quad \begin{cases} \varphi = -\sum\limits_{n=0}^{\infty}\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{Eha^2 Z_{nk}}{\varrho h \nu_{nk}^2 R\omega_{nk}^2}\left[\widetilde{R}_{nk}(r) - \dfrac{r^n a^{-n}}{n(n-1)} T_1\{\widetilde{R}_{nk}(r)\}_{r=a}\right]\cos n\theta, \\ w = \sum\limits_{n=0}^{\infty}\sum\limits_{k=1}^{\infty} \dfrac{Z_{nk}}{\varrho h \omega_{nk}^2}[R_{nk}(r) - r^n a^{-n} R_{nk}(a)]\cos n\theta. \end{cases}$$

Здесь

$$(2.7)\quad \begin{cases} \widetilde{R}_{nk}(r) = -a_{nk} \mathrm{J}_n\left(\dfrac{\nu_{nk}}{a} r\right) + b_{nk} \mathrm{I}_n\left(\dfrac{\nu_{nk}}{a} r\right), \\ R_{nk}(r) = a_{nk} \mathrm{J}_n\left(\dfrac{\nu_{nk}}{a} r\right) + b_{nk} \mathrm{I}_n\left(\dfrac{\nu_{nk}}{a} r\right), \quad \mathrm{d}s = r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta, \end{cases}$$

J_n — функция Бесселя n-го порядка, I_n — модифицированная функция Бесселя n-го порядка, R, a — радиусы кривизны и основания оболочки, a_{nk}, b_{nk}, ν_{nk} и оператор T_1 определяются условиями закрепления оболочки, Z_{nk} — коэффициент Фурье функции Z по системе ортогональных в круге функций $R_{nk}(r)\cos n\theta$, $R_{ml}(r)\cos m\theta$, ω_{nk} — частота свободных колебаний оболочки

$$(2.8)\qquad \omega_{nk}^2 = D\nu_{nk}^4/(\varrho h a^4) + E/(\varrho R^2).$$

При исследовании осесимметричных колебаний пологой сферической оболочки, жестко защемленной по контуру, частоты свободных колебаний получаются как собственные числа системы интегральных уравнений (2.1); ν_{0k} — определяются как положительные корни уравнения

$$(2.9)\qquad \mathrm{J}_0(\nu)\mathrm{I}_1(\nu) + \mathrm{I}_0(\nu)\mathrm{J}_1(\nu) + 4k^4 \mathrm{J}_1(\nu)\mathrm{I}_1(\nu)/[\nu(\nu^4 - k^4)] = 0,$$

где $k^4 = 12(1+\mu)^2 a^4/(h^2 R^2)$, μ — коэффициент Пуассона.

Формула (2.8) и частотное уравнение (2.9) совпадают с формулой и частотным уравнением приведенным в работе [5].

3. Если исходной системой при исследовании краевых задач является система дифференциальных уравнений в перемещениях [1], то система интегральных уравнений (1.6) преобразуется к виду

$$(3.1)\quad \begin{cases} u = -\iint\limits_s Xu_1\,\mathrm{d}s - \iint\limits_s (A_1^{13}u_1 + A_1^{23}v_1)w\,\mathrm{d}s, \\ v = -\iint\limits_s Yv_2\,\mathrm{d}s - \iint\limits_s (A_1^{13}u_2 + A_1^{23}v_2)w\,\mathrm{d}s, \\ w = \iint\limits_s Zw_3\,\mathrm{d}s - \iint\limits_s (uA_1^{31}w_3 + vA_1^{32}w_3 + wA_1^{33}w_3)\,\mathrm{d}s. \end{cases}$$

Здесь

$$(3.2)\quad K=\begin{pmatrix} u_1 & u_2 & 0\\ v_1 & v_2 & 0\\ 0 & 0 & w_3\end{pmatrix},\quad A_1^*=\begin{pmatrix} 0 & 0 & A_1^{13}\\ 0 & 0 & A_1^{23}\\ A_1^{31} & A_1^{32} & A_1^{33}\end{pmatrix},\quad A_0=\begin{pmatrix} A_0^{11} & A_0^{12} & 0\\ A_0^{21} & A_0^{22} & 0\\ 0 & 0 & A_0^{33}\end{pmatrix},$$

A_0^{ik}, A_1^{ik} — линейные дифференциальные операторы, X, Y, Z — компоненты интенсивности внешней нагрузки на оболочку, u, v, w — компоненты вектора упругого смещения точек срединной поверхности.

Компоненты тензора Грина $K(P,Q)$ — u_1, v_1, u_2, v_2, имеют особенность типа $\ln r_{PQ}$, а ядра $A_1^{13}u_i$, $A_1^{23}v_i$, $(i=1,2)$, — особенность типа $1/r_{PQ}$, т. е. не обладают интегрируемым квадратом. Следовательно к системе интегральных уравнений (3.1) нельзя непосредственно применить теорию Фредгольма. Однако тензор Грина соответствующей системы итерированных интегральных уравнений обладает интегрируемым квадратом и к этой системе теория Фредгольма уже может быть полностью применена.

В случае пологой оболочки, прямоугольной в плане и шарнирно-подвижно опертой по контуру

$$(3.3)\quad \begin{cases} A_0^{11}=B\left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{1-\mu}{2}\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right),\quad A_0^{12}=\dfrac{1+\mu}{2}B\dfrac{\partial^2}{\partial x\partial y},\\ A_0^{21}=A_0^{12},\quad A_0^{22}=B\left(\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+\dfrac{1-\mu}{2}\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}\right),\quad A_0^{33}=D\nabla^2\nabla^2,\\ A_1^{13}=(k_1+\mu k_2)B\dfrac{\partial}{\partial x},\quad A_1^{23}=(k_2+\mu k_1)B\dfrac{\partial}{\partial y},\\ A_1^{31}=A_1^{13},\quad A_1^{32}=A_1^{23},\quad A_1^{33}=(k_1^2+2\mu k_1k_2+k_2^2)B,\end{cases}$$

$$(3.4)\quad w_3(x,y;x_1,y_1)=w_2(x,y;x_1,y_1),$$

$$(3.5)\quad \begin{cases} u_1=\displaystyle\sum_{k,l=1}^{\infty}\frac{\{\beta_l^2+[(1-\mu)/2]\alpha_k^2\}\,[(2q_{kl}^1)/(1-\mu)]}{B(\alpha_k^2+\beta_l^2)^2}\cos\alpha_k x_1\sin\beta_l y_1,\\ v_1=-\displaystyle\sum_{k,l=1}^{\infty}\frac{[(1+\mu)/(1-\mu)]\,\alpha_k\beta_l q_{kl}^1}{B(\alpha_k^2+\beta_l^2)^2}\sin\alpha_k x_1\cos\beta_l y_1,\\ q_{kl}^1=[4/(ab)]\cos\alpha_k x\sin\beta_l y,\end{cases}$$

$$(3.6)\quad \begin{cases} u_2=-\displaystyle\sum_{k,l=1}^{\infty}\frac{[(1+\mu)/(1-\mu)]\,\alpha_k\beta_l q_{kl}^2}{B(\alpha_k^2+\beta_l^2)^2}\cos\alpha_k x_1\sin\beta_l y_1,\\ v_2=\displaystyle\sum_{k,l=1}^{\infty}\frac{\{\alpha_k^2+[(1-\mu)/2]\beta_l^2\}[(2q_{kl}^2)/(1-\mu)]}{B(\alpha_k^2+\beta_l^2)^2}\sin\alpha_k x_1\cos\beta_l y_1,\\ q_{kl}^2=[4/(ab)]\sin\alpha_k x_1\cos\beta_l y_1,\end{cases}$$

где B — жесткость оболочки на растяжение, сжатие.

И в этом случае система (3.1) разрешается в двойных тригонометрических рядах, а полученные решения совпадают с известными решениями дифференциальных уравнений соответствующей краевой задачи.

Поступила 8 VIII 1960 г.

Академия Наук УССР,
Киев, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Власов В. З., *Общая теория оболочек,* Гостехиздат, М., 1949.
2. Гольденвейзер А. Л., ПММ, 1944, **8**, *1.*
3. Кильчевский Н. А., Ibid., 1959, **23**, *1.*
4. Березовский А. А., УМЖ, 1959, **11**, *2.*
5. Reissner E. Q. Appl. Math., 1955, **13**, *2*

ÉQUATIONS INTÉGRALES DES ENVELOPPES MINCES À PENTE DOUCE

(Résumé)

L'Auteur étudie les systèmes d'équations intégrales équivalentes aux problèmes à la frontière pour les systèmes d'équations différentielles relatifs à la théorie des enveloppes à pente douce. On démontre l'existence et l'unicité de la solution des systèmes d'équations intégrales et donc aussi du système initial d'équations différentielles Dans un nombre de cas on résout les équations intégrales considérées sous la forme des séries.

ECUAŢIILE INTEGRALE ALE ÎNVELIŞURILOR SUBŢIRI CU PANTĂ LINĂ

(Rezumat)

Autorul studiază sistemele de ecuaţii integrale ce sînt echivalente problemelor de contur pentru sisteme de ecuaţii diferenţiale relative la teoria învelişurilor cu pantă lină. Se demonstrează existenţa şi unicitatea soluţiei sistemului de ecuaţii integrale şi prin urmare şi a sistemului iniţial de ecuaţii diferenţiale. Într-un număr de cazuri soluţiile ecuaţiilor integrale sînt date sub formă de serii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. C. 539.385

HYPO-ELASTIC STRAIN IN SOLID ROTATING SHAFTS

BY

P. D. S. VERMA

1. Introduction

In hypo-elasticity, [3], a subject of very recent origin, we attempt to extend the classical view of elastic response by formulating it in terms of rates. This differs from older theories in that its equations, [3], are of a form admissible for deformations of any magnitude and speed. We try to include as special cases the stress-strain relations corresponding to different states of matter e. g. solid state, plastic state etc. But no particular form of these relations is assumed in advance. The theory is built upon the principles of invariance and those of dimensional analysis.

In a previous paper, [1], formulae were derived for stresses in a steadily rotating solid shaft of incompressible hypo-elastic material of grade zero, by making certain assumptions and by reducing the problem to one of equilibrium. Here a fresh investigation of the problem has been made with lesser assumption and without omitting acceleratory terms from the equations of motion. We find that the results are much improved. There appear two more shearing stresses in the shaft which were assumed to be zero in our former analysis, [1], and what were also found zero in Seth's [2] treatment of the problem.

2. Hypo-elasticity of grade zero

The basic equations which govern the isotropic hypo-elastic material of grade zero, [3], are

$$\tilde{S}{}^i_j = \delta g_0 I + g_1 d^i_j, \tag{1}$$

$$S^i_{j,j} + \varrho f_i = \varrho\,(\partial v^i/\partial t + v^i_{,j}\, v^j), \tag{2}$$

$$\partial\varrho/\partial t + (\varrho v^i)_{,i} = 0, \tag{3}$$

where $\tilde{S}{}^i_j$ (rate of stress tensor)

$$\equiv \partial S^i_j/\partial t + S^i_{j,k} v^k - S^i_k v^k_{,j} - S^k_j v^i_{,k} + S^i_j v^k_{,k}, \tag{4}$$

S^i_j — the stress tensor, d^i_j — the rate of strain tensor, v^i — the velocity vector, $\delta \equiv d^k_k$, where $d_{ij} = (v_{i,j} + v_{j,i})/2$, $g_0 \equiv \lambda_1/(2\mu_1)$, $g_1 \equiv 1$, λ_1 and μ_1 being ordinary elastic constants, ϱ — the density, f_i — the external field of force, I — the unit matrix, and comma indicates covariant differentiation.

For incompressible bodies, $\delta = 0$ and $\partial\varrho/\partial t = 0$ We replace S^i_j by S'^i_j in [1], where $S'^i_j = S^i_j + pI$, p being the arbitrary hydrostatic pressure.

3. Solid shaft problem

We investigate stresses in a right cylindrical solid shaft of an incompressible hypo-elastic material of grade zero, rotating steadily with an angular velocity $\tilde{\omega}$ about its axis. Then remembering that shaft is symmetrically strained, the physical components of velocity field in cylindrical system of coordinates are taken as follows:

$$u = \beta(r), \quad v = r\tilde{\omega}, \quad \omega = -2\alpha z, \tag{5}$$

where $\beta(r)$ is a function of r only, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, and α is a given constant.

Equation (3) gives:

$$d\beta/dr + \beta/r - 2\alpha = 0, \text{ or } \beta = \alpha r, \text{ if } u = 0 \text{ at } r = 0.$$

Hence,

$$u = \alpha r, \quad v = r\tilde{\omega}, \quad w = -2\alpha z. \tag{6}$$

If we assume $S_r^{'r}$, $S_0^{'\theta}$, $S_z^{'z}$, S_z^{θ} to be functions of r only, the equations (1) and (2), for this problem, are

$$dS_r^{'r}/dr - 2S_r^{'r}/r = 1/r, \tag{7}$$

$$r\,\partial S_\theta^r/\partial r - 2z\,\partial S_\theta^r/\partial z - 2S_\theta^r = 0, \tag{8}$$

$$r\,\partial S_z^r/\partial r - 2z\,\partial S_z^r/\partial z + S_z^r = 0, \tag{9}$$

$$dS_0^{'\theta}/dr - 2S_0^{'\theta}/r = 1/r, \tag{10}$$

$$r\,dS_z^{\theta}/dr + S_z^{\theta} \quad 0, \tag{11}$$

$$dS_z^{'z}/dr + 4S_z^{'z}/r = -2/r, \tag{12}$$

$$dS_r^r/dr + \partial S_z^r/\partial z + (S_r^r - S_0^\theta)/r = [\varrho/(2\mu)]\,[r(\alpha^2 - \tilde{\omega}^2)], \tag{13}$$

$$\partial S_0^r/\partial r + 2S_0^r/r = [\varrho/(2\mu)]\,(2\alpha r\tilde{\omega}), \tag{14}$$

$$\partial S_z^r/\partial r + S_z^r/r = [\varrho/(2\mu)]\,(4\alpha^2 z), \tag{15}$$

where we take double the shear modulus, 2μ, as the unit of stress.

The boundary conditions are

$$S_r^r = 0, \quad \text{at} \quad r = a, \tag{16}$$

where a is the radius of the shaft and

$$\int_0^a r S_z^z\,dr = 0. \tag{17}$$

3. Solution of the problem

The integration of equations (7), (10), (11) and (12) gives:

$$S_r^{'r} = Dr^2 - 1/2, \tag{18}$$

$$S_0^{'\theta} = D_1 r^2 - 1/2, \tag{19}$$

$$S_z^{\theta} = M/r, \tag{20}$$

$$S_z^{'z} = -1/2 + C/r^4, \tag{21}$$

where D_1, D, M and C are constants of integration.

Obviously since S_z^θ and $S_z^{'z}$ cannot be infinite at $r = 0$, we have

From equations (8) and (9), we obtain

$$(23) \qquad S_0^r = r^2 F(z r^2), \qquad (24) \qquad S_z^r = r^{-1} \Phi (z r^2),$$

where F and Φ are arbitrary function of their arguments.

Then equations (14) and (15) will yield respectively

$$(25) \qquad F(z r^2) = [\varrho / (4\mu)]\, a \tilde{\omega} + C' / (r^4 z^2), \quad \text{and} \quad \Phi(z r^2) = (\varrho a^2 / \mu) r^2 z + A,$$

where C' and A are constants of integration. Since S_0^r and S_z^r are not infinite at $r = 0$, it is clear from equations (23), (24) and (25) that $C' = A = 0$.

Hence

$$(26) \qquad S_0^r = [\varrho / (4\mu)]\, a \tilde{\omega} r^2, \qquad S_z^r = (\varrho / \mu) a^2 r z.$$

Now on using equations (18), (19) and (26), equation (13) gives on integration

$$(27) \qquad p = r^2 \left\{ (3D - D_1) + [\varrho / (2\mu)] (a^2 + \tilde{\omega}^2) \right\} / 2,$$

constant being taken zero.

Thus we have:

$$(28) \quad \begin{cases} S_r^r = Dr^2 - 1/2 - r^2 \left\{ (3D - D_1) + [\varrho / 2\mu)] (a^2 + \tilde{\omega}^2) \right\} / 2, \\ S_0^\theta = D_1 r^2 - 1/2 - r^2 \left\{ (3D - D_1) + [\varrho / (2\mu)] (a^2 + \tilde{\omega}^2) \right\} / 2, \\ S_z^z = -1/2 - r^2 \left\{ (3D - D_1) + [\varrho / (2\mu)] (a^2 + \tilde{\omega}^2) \right\} / 2, \\ S_0^r = [\varrho / (4\mu)]\, a \tilde{\omega} r^2, \quad S_z^r = (\varrho a^2 / \mu) rz, \quad S_z^\theta = 0. \end{cases}$$

Now applying the boundary conditions (16), (17), we have:

$$D = -1/(2a^2), \quad D_1 = 1/(2a^2) + [\varrho / (2\mu)] (a^2 + \tilde{\omega}^2).$$

Substituting these values in the results (28), we get the final results as follows:

$$(29) \quad \begin{cases} S_r^r = (r^2 / a^2 - 1)/2, S_0^\theta = (3r^2/a^2 - 1)/2 + [\varrho / (2\mu)] (a^2 + \tilde{\omega}^2) r^2, \\ S_z^z = (2r^2 / a^2 - 1)/2, \quad S_0^r = [a\tilde{\omega}\varrho / (4\mu)] r^2, \; S_z^r = (\varrho a^2 / \mu) zr, \; S_z^\theta = 0. \end{cases}$$

4. Remarks

For an incompressible solid shaft, Seth's [2] results based on linear stress-strain law, reduce to

$$(30) \quad \begin{cases} S_r^r = (\varrho / 2)\, \tilde{\omega}^2 (a^2 - r^2), S_0^\theta = (\varrho/2) \tilde{\omega}^2 (a^2 - r^2), \\ S_z^z = (\varrho / 4)\, \tilde{\omega}^2 (a^2 - 2r^2), S_0^r = S_z^r = S_z^\theta = 0. \end{cases}$$

We thus find that there is a similarity in our results and those of Seth [2] but in our investigation, in which no particular form of the stress-strain relations is assumed in advance, the shearing stresses S_0^r and S_z^r do not vanish.

Received the 6 X 1960

Indian Institute of Technology, Kharagpur, India

REFERENCES

1. Verma P. D. S., Proc. Sec. Congr. Theor. a. Appl. Mech., New Delhi, Oct. 15—16, 1956, pp. 99—110.
2. Seth B. R., Proc. Ind. Acad. Sci., 1941, **14**, pp. 648 - 651.
3. Truesdell C., J. Rat. Mech. a. Anal., 1955, **4**, *1*, pp. 83—133.

ГИПО-ЭЛАСТИЧЕСКИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ТВЕРДЫХ ВРАЩАЮЩИХСЯ СТЕРЖНЯХ

(Резюме)

В предыдущей заметке [1] были выведены формулы напряжений для твердого вращающегося несжимаемого стержня. В настоящей заметке, исходя из той же задачи при несколько расширенных предположениях (так напр., теперь принимаются во внимание некоторые члены входящие в уравнения движения), получаются более хорошие приближения. В частности сделанное обобщение приводит к двум новым дополнительным членам напряжения сдвига, не выявленным работой [1] или же работой Сета [2].

TENSIUNI HIPOELASTICE ÎN TIJE SOLIDE ÎN ROTAŢIE

(Rezumat)

Într-o lucrare anterioară [1] s-au dedus formule pentru tensiuni într-o tijă solidă fixată şi supusă la rotaţie, confecţionată dintr-un material incompresibil hipoelastic, de grad zero. Ca urmare a ipotezelor de lucru admise, problema s-a redus la una de echilibru. În această lucrare, în cadrul unor supoziţii mai puţin restrictive, potrivit cărora se ţine seama de anumiţi termeni acceleratori din ecuaţia de mişcare, se rezolvă problema menţionată mai sus. Rezultatul obţinut constituie o mai bună aproximaţie a fenomenului real. Apar, în particular, două tensiuni suplimentare de forfecare atît în comparaţie cu rezultatele din [1] cît şi faţă de rezultatele obţinute de Seth în [2].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. C. 539.386

ANALYSIS OF STRESSES IN WOODEN BEAMS UNDER CREEP

BY

A. C. SEKHAR and N. S. BHATNAGAR

1. Introduction

Numerous attempts have been made to express creep behaviour of materials by mathematical relations between stress, strain and time. Some of the investigators [3], [4], [24] have assumed time dependence of strain, at constant stress, to be linear function of time, with usually only one type of stress and others have attempted at non-linear relations [1], [8], [9], [31], [32]. In so far as creep in bending is concerned, MacCullough [21] calculated deflections of bent lead beams from observed minimum creep rates in tension and compression and showed reasonable agreement with observed values. Also total strain of any element was shown to remain proportional to its distance from the neutral axis at any instant. Similar work has been done by Marin and others [22] ...[24], [26] even for materials for which the creep behaviour can be different in tension and in compression. Separate linear and power functions of stress, to describe the instantaneous and the creep components of the strain, and linear function of time were assumed. Later, Pao and Marin [26] determined deflections and stresses in beams based on the relation

$$\varepsilon = \sigma/E + k\sigma^{a}\,[(1 - \exp(-qt)] + B\sigma^{n}\,t\,, \tag{1}$$

both for creep in tension and in compression. (See appendix for notation). Variation of stress distribution with time was predicted and considered for finding deflections. They verified their theory on Plexiglas. Similarly, Popov [27] used several creep-rate-stress relations and arrived at the conclusion that stress distribution changed with time tending to be non-linear across the cross-section of the beam. Findley and Poczatek [10] in presenting analysis of creep in bending of canvas laminates assumed the creep equation

$$\varepsilon = (\varepsilon_0' + m'\,t^{n})\sinh(\sigma/\sigma_m)\,, \tag{2}$$

indentical for tension and compression and predicted stress distribution and deflections at any instant. It was shown that the stress distribution remained constant during creep in bending. But later [11] it was shown that stress distribution is not constant but changes with time if time-dependent and time-independent stress functions are not identical and that position of neutral axis also change with time when creep in tension and compression are unequal.

The theories of creep in bending proposed so far do not take into account the creep behaviour of materials such as wood the characteristic features of which are briefly discussed in the following paragraphs.

2. Creep behaviour of wood

Althoutgh Tieman [29] made some preliminary studies of creep as early as 1909 much of the development in the field is of recent origin by a few workers, Grossman and Kingston [12]...[15], Ivanov [17], Dietz [5], King [19]...[20], Wood [30], Youngs [32], Armstrong [2], Kingston and Armstrong [18] and Draffin and Muhlenbruch [6]. In so far as the present paper is concerned the

following are some of the important aspects which are of interest and which may exist in the different species of wood in different degrees. There are two distinct regions of stress which have an influence on deformation of wood. The boundary between these two regions has been known as limit of plastic flow σ_0 [17]. Under prolonged loading its significance is very important. It also appears that the transition between the two regions is not always sharp.

If the applied stress σ is less than σ_0, rate of deformation gradually decreases to zero and deformation becomes a constant. On release of stress an instantaneous recovery is followed by a gradual recovery until it is complete. However, if the applied stress σ is greater than σ_0, the rate of deformation diminishes at first, may remain constant for some time and finally increases again till failure occurs. If the stress is removed at any time before failure the deformation does not fully recover itself and the set may remain permanent under given conditions. Sometimes in the transitional region between the two stages the rate of deformation diminishes to zero, but on removal of stress certain amount of residual deformation is visible. This represents the case, when the material is not ideally plastic and where possibly strain hardening takes place.

In the first case when σ is less than σ_0, the total strain consists mainly of two components: the ideal elastic and the time-dependent-component known as primary creep. From the nature of recovery it may be seen that this is also elastic but non-ideal. In the second case when σ is greater than σ_0, the total strain consists in addition of a third component which is time dependent, known as secondary creep.

It has also been observed [12], [19], [20], [28] that the primary creep as in the case of instantaneous component is approximately a linear function of stress in wood and the secondary creep is non-linear.

As in the case of high polymers, wood also exhibits a wide distribution of retardation times [12].

King suggested in creep in tension parallel to grain that the relation of creep to stress was most accurately described by a two stage relationship consisting of a linear relation upto the „threshold of set" (least stress at which set first appears) and a curvilinear relationship at higher stresses He has also suggested at much higher stre ses a third stage may commence at a point called the „threshold of failure". This supports some of observations of the authors on some Indian species and suggests the possibility of definite existence of a transitional region as suggested above.

However, the experiments of King were comparatively of short duration of time and without more adequate information this aspect is not taken into consideration in the present paper.

3. Theory

Although a few workers have made some experiments on creep no definite „stress-strain-time" relationship for wood has been discussed so far. In light of observations on wood in the preceding paragraph the following equations are suggested for creep behaviour of wood:

$$\varepsilon = \sigma/E + \sigma \sum_{i=1}^{m} \mathcal{J}_i [1 - \exp(-q_i t)], \text{ for } \sigma \leqslant \sigma_0 : \tag{3}$$

$$\varepsilon = \sigma/E + \sigma \sum_{i=1}^{m} \mathcal{J}_i [1 - \exp(-q_i t)] + k(\sigma - \sigma_0)^n t, \text{ for } \sigma \geqslant \sigma_0 . \tag{4}$$

In equations (3) and (4) the first term on the right hand side represents the instantaneous elastic strain. The second term under summation represents the component due to primary creep. At higher values of t this component tends to become constant. The last term in equation (4), represents the component of secondary creep.

The creep rates under conditions of constant stress are given by

$$d\varepsilon/dt = \sigma \sum_{i=1}^{m} \mathcal{J}_i q_i \exp(-q_i t), \text{ for } \sigma \leqslant \sigma_0 , \tag{5}$$

$$d\varepsilon/dt = \sigma \sum_{i=1}^{m} \mathcal{J}_i q_i \exp(-q_i t) + k(\sigma - \sigma_0), \text{ for } \sigma \geqslant \sigma_0 . \tag{6}$$

If the stress changes with time, equations (5) and (6) cannot be normally applied. However, for conditions of changing stresses under given load, the creep rates have been considered by Pao and Marin (*op. cit.*) to remain identical to those given by equations (5) and (6) by assumed „time hardening laws". As was also pointed out by Drucker [7] this seems to be all the more true because at any time the strain-rate is determined by the existing state of stress and the stress-rate has no immediate influence. In the present treatment this assumption has been made.

From geometric consideration it is assumed that plane sections before bending remain plane during creep, in a bent beam and if ε_1 and ε_2 are the strains at any time at distances y_1 and y_2 from the neutral axis, then

(7) $\varepsilon_1 = y_1/R,$ (8) $\varepsilon_2 = y_2/R,$ (9) $(d\varepsilon_1/dt)/(d\varepsilon_2/dt) = y_1/y_2.$

That plane sections remain plane in creep has been observed by MacCullough (*op. cit.*) for lead beams, by Marin and Zwissler [22] for creep in alluminium beams and also worked out theoretically by Findley and Poczatek (*op. cit.*), Nadai [25] and Hill [16].

In a bent beam, if at the extreme fibre the stress $\sigma_h < \sigma_0$, there will be no plastic flow anywhere in the beam and equation (3) would define the stress-strain-time relationship anywhere in the beam. If, however, $\sigma_h > \sigma_0$, there will exist a central portion $-\eta \leqslant y \leqslant \eta$ purely of elastic region wherein equation (3) will be applicable, there will also exist two outer portions $\eta \leqslant y \leqslant h$; $-\eta \geqslant y \geqslant -h$ on either side of the neutral axis, wherein equation (4) will be applicable. Thus if M_0 is the limiting applied bending moment for incipience of plastic flow at the extreme fibre in a bent beam, there will be two cases, which are dealt with separately.

Case I. Applied bending moment $M \leqslant M_0$. The stress-strain-time relationship is defined by equation (3) and the creep rate by equation (5). On substitution of creep rates from equation (5), equation (9) gives

(10) $\sigma_1/\sigma_2 = y_1/y_2$ or (11) $\sigma_y = cy.$

Thus it is seen that under the proposed creep law the stress remains proportional to its distance from the neutral axis. At the extreme fibre, the stress σ_h at any instant shall, therefore, remain always proportional to h and constant as long as the position of the neutral axis remains the same.

As the applied bending moment is given by

(12) $$M = \int \sigma_y \, y \, dA$$

the extreme fibre stress in the case of a beam of rectangular cross-section of depth $2h$ and of width b is given by

(13) $$\sigma_h = 3M/(2bh^2)$$

which may be seen to be independent of time.

Thus it appears there is no alteration in the distribution of stress in creep under the present condition when $M \leqslant M_0$, provided creep in compression and tension are equal, a condition necessary for no shift of the position of the neutral axis.

Case II. Applied bending moment $M \geqslant M_0$. When the applied bending moment M exceeds M_0 the central portion of the beam $-\eta \leqslant y \leqslant \eta$ remains in the elastic state where the stress-strain-time relationship is defined by equation (3) and the creep rate by equation (5). For the two outer elasto-plastic portions the stress-strain-time relationship is defined by equation (4), and the creep rate is given by equation (6).

The stress at any time t on the separating interface of elastic and elasto-plastic regions i. e. at $y = \pm \eta$, is given by σ_0.

Substituting equation (5) in equation (9), σ_y in the region $-\eta \leqslant y \leqslant \eta$ is given in terms of σ_0 by the following equation

(14) $$\sigma_y/y = \sigma_0/\eta.$$

Thus it may be seen that the stress on any fibre in the above region at any time remains proportional to its distance from the neutral axis. However, for the regions $\eta \leqslant y \leqslant h$; $-\eta \geqslant y \geqslant -h$, on substitution of equation (6), equation (9), gives

(15) $$\sigma_y/\sigma_0 = y/\eta - k(\sigma_y - \sigma_0)^n/(\sigma P)$$

where

(16) $$P = \sum_{i=1}^{m} \mathcal{J}_i q_i \exp(-g_i t).$$

From this it is seen that σ_y is not proportional to its distance from the neutral axis.

In this case bending moment M is given by

(17) $$M = 2\int_{y=0}^{y=\eta} \sigma_y y \, dA + 2\int_{y=\eta}^{y=h} \sigma_y y \, dA$$

where σ_y in the first term of integration is governed by equation (14) and in the second is governed by equation (15).

For a beam of rectangular cross-section of width b and depth $2h$, integration of equation (17) gives

(18) $$M = 2b\eta^2 \{\sigma_h^2/3 + k(\sigma_h - \sigma_0)^n [(n+1)^2\sigma_h^2 + n\sigma_0\sigma_h + \sigma_0^2]/[P(n+1)(n+2)] + k^2(\sigma_h - \sigma_0)^{2n}(2n\sigma_h + \sigma_0)/[2P^2(2n+1)]\}/\sigma_0^2.$$

From equation (15) substituting h for y and σ_h for σ_y

(19) $$\eta = h\sigma_0 P/[P\sigma_h + k(\sigma_h - \sigma_0)^n].$$

On substitution of the value of η from equation (19) into equation (18), the following equation is obtained.

(20) $$M = 2bh^2 \{P^2\sigma_h^3/3 + kP(\sigma_h - \sigma_0)^n [(n+1)^2\sigma_h^2 + n\sigma_0\sigma_h + \sigma_0^2]/[(n+1)(n+2)] + k^2(\sigma_h - \sigma_0)^{2n}(2n\sigma_h + \sigma_0)/[2(2n+1)]\}/[p\sigma_h + k(\sigma_h - \sigma_0)^n]^2.$$

From the above equation, while the analytical solution of σ_h will be too complicated to be of any use, the numerical values can always be evaluated from experimental constants.

At time $t = 0$, the terms involving K can be neglected in preference to terms involving P, Hence, it may be seen that instantaneously

(21) $$\sigma_h = 3M/(2bh^2)$$

which is the same as would be obtained under usual elastic consideration.

But at large values of t, from equation (20)

(22) $$\sigma_h = [(2n+1)/(2n)][M/(bh^2)] - \sigma_0/(2n).$$

Thus it is interesting to observe, that under the assumed creep law, the presence of plastic flow in the material changes the stress distribution in bending; from an initial extreme fibre stress given by the equation (21), it reduces itself to the value given by the equation (22).

If σ_h is however, written as

(23) $$\sigma_h = A + BP$$

where

(24) $$A = [M(2n+1)/(bh^2) - \sigma_0]/(2n)$$

and

(25) $$B = [M(n-1)/(bh^2) + \sigma_0]/\left(2n\sum_{i=1}^{m} \mathcal{J}_i q_i\right).$$

This satisfies the initial and final values and is more convenient for adoption to study the change of stress due to creep under a constant externally applied bending moment. From some preliminary experiments it has also been observed that graphs drawn by equation (23) and equation (20) agree very nearly at other values of t also.

It may also be observed from equations (19) and (14), that with increasing time η reduces to zero and σ_y in the region $-\eta \leqslant y \leqslant \eta$ increases. The exact value of η at

any time can, however, be obtained by substituting in the equation (19) either the aproximate solution of σ_h as given by equation (23) or the numerical solution from equation (20).

Equation (23) shows that σ_h reduces with increasing time. When σ_h becomes equal to σ_0, equation (23) on substitution of the values of A and B gives

$$P = \frac{(2n+1)(bh^2\sigma_0 - M)}{(bh^2\sigma_0 - M) + Mn} \sum_{i=1}^{m} \mathcal{J}_i q_i . \tag{26}$$

From equation (26) it follows that:

(i) *If* $M = bh^2\sigma_0$, σ_h *reduces to* σ_0 *only at large value of time* t.

(ii) *If* $M < bh^2\sigma_0$, σ_h *becomes* σ_0 *at a finite value of time* t.

(iii) *If* $M > bh^2\sigma_0$, *equation (26) is inadmissible as* P *cannot have a negative value, and hence in this case* ϱ_h *would not reduce to* σ_0.

Summarising the above two cases, the mechanical behaviour of wooden beams under sustained loads can be described as follows:

(i) *If* $M < 2bh^2\sigma_0/3$, *stress distribution does not change from its initial value, although the deformation increases due to primary creep.*

(ii) *If* M *is greater than* $2bh^2\sigma_0/3$ *but less than* $bh^2\sigma_0$, *the stress distribution change with time;* σ_h *reduces from its initial value to* σ_0 *at a finite time. During this time the region* $-\eta \leqslant y \quad \eta$ *gradually reduces and the stress in this region gradually increases. Thereafter no further secondary creep or change in stress distribution takes place.*

(iii) *If* M *is greater than* $bh^2\sigma_0$, *the stress distribution continually changes;* σh *does not become equal to* σ_0 *and at large value of time* t, *it is given by* $\sigma_h = [(2n+1)/(2n)][M/(bh^2)] - s - \sigma_0/(2n)$ *and the region* $-\eta \leqslant y \leqslant \eta$ *tends to become zero. Strain continues to increase due to both primary and secondary creep.*

Further development of the theory in relation to failure depends on the theories of failure of wood and as such is not discussed here.

Received the 5 VII 1960

Forest Research Institute
Dehra Dun, India

Appendix

The following notation is used in the paper:

σ — stress at any time t,

σ_0 — least stress to cause incipience of non-recoverable deformation (plastic flow, or secondary creep),

σ_h — extreme fibre stress in bending,

ε — strain at any time t,

ε_h — strain at the extreme fibre in bending,

M — bending moment at any point (x, y) of the bent beam,

M_0 — least bending moment to cause incipience of non-recoverable deformation (plastic flow or secondary creep),

y — distance of any „fibre" from the neutral axis,

η — distance of the separating interface of elastic and elasto-plastic regions from the neutral axis when $\sigma_h > \sigma_0$,

R — radius of curvature at any point (x, y) in a bent beam at time t,

b — width of the beam,

h — distance of extreme „fibre" from neutral axis,

E — Young's modulus,

$\mathcal{J}_i$ — constants of terms governing primary creep, $(i=1,2,...,m)$,

$B, c, k, q_i, \alpha, n, \varepsilon_0', m', \sigma_m$ — constants of the equations, $(i=1,2,...,m)$,

dA — element of area.

REFERENCES

1. Alfrey T. Jr., *Mechanical Behaviour of High Polymers*, Intersci. Publ. Inc., N. Y., 1948, pp. 128, 178—179.

2. Armstrong L. D., *Short Term Creep Tests on Air-Dry Wooden Beams,* Sub Project T. P., *16—1,* 1953, Progress Report No. *2,* CSIRO, Division of Forest Products, Australia.
3. Bailey R. W., Proc. Inst. Mech. Engrs., 1935, **131,** p. 131.
4. Davenport C. C., J. Appl. Mech. Trans. ASME, 1938, **60,** pp. A-55—A-66.
5. Dietz G. H., Proc For. Prod. Res. Soc., 1949, **3,** p. 352.
6. Draffin J. O., Muhlenbruch G. W., Proc. ASTM, 1937, **37,** Part II, p. 582.
7. Drucker D. C, J. Appl. Mech., 1959, **26,** *1.*
8. Findley W. N., Proc. ASTM, 1944, **44,** p. 18.
9. Findley W. N., Adams C. H., Worley W. J., Ibid., 1948, **44,** p. 1217.
10. Findley W. N., Poczatek J. J., J. Appl. Mech., 1955, **22,** *2,* pp. 165-171.
11. Findley W. N., Poczatek J. J., Mathur P. N., Trans. ASME, 1958, **80,** *6,* p. 1294.
12. Grossman P. U. A., Kingston R. S. T., Austr. J. Appl. Sci., 1954, **5,** *4,* pp. 403-417.
13. — *The Influence of Stress on Creep,* Proj. T. P., *16-2,* 1954, Progress Report No. *1,* CSIRO, Division of Forest Product, Australia.
14. — *The Influence of Temperature and Moisture Content on Creep,* Proj. T. P. *16,* Sub-Proj. T. P. *16-3,* 1955, Lab. Report No. *1,* CSIRO, Division of Forest Product, Australia.
15. — *Superposition Tests,* Proj. T. P. *16,* Sub-Proj. T. P. *16-4,* 1955, Progress Report No. *1,* CSIRO, Division of Forest Product, Australia.
16. Hill R., *The Mathematical Theory of Plasticity,* Oxford University Press, London, 1950.
17. Ivanov Yu. M., For. Prod., 1958, **VIII,** *11,* p. 41-A.
18. Kingston R. S. T., Armstrong L. D., Austr. J. Appl. Sci., 1951, **2,** *2,* p. 306.
19. King E. G. Jr., For. Prod., 1957, **VII,** *10,* pp. 324—330.
20. — Ibid., 1958, **VIII,** *11,* pp, 330—334.
21. MacCullough G. H., J. Appl. Mech. Trans. ASME, 1933, **55,** paper APM 55—9—55, p. 55—60.
22. Marin J., Zwissler L. E., Proc. ASTM, 1940, **40,** pp. 937—946.
23. Marin J., Cuff G., Ibid., 1949, **49,** pp. 1158—1174.
24. Marin J., Pao Y. H., Cuff G., Trans. ASME, 1951, **73,** pp. 705—719.
25. Nadai A., *Plasticity,* McGraw Hill Book Co., Inc. N. Y., 1935, p. 121.
26. Pao Y. H., J. Appl. Mech., 1952, **19,** *4,* pp. 478—484.
27. Popov E. P., J. Appl. Phys., 1949, **20,** pp. 251—256.
28. Sekhar A. C., Bhatnagar N. S., *Preliminary Observations on Creep and Fatigue Properties of Some Indian Timbers,* Symposium on Timber and Allied Products, National Building Organisation, New Delhi, May 1959.
29. Tiemann H. D., Proc. ASTM, 1909, **9,** pp. 534—548.
30. Wood L. W., Eng. News Rec., 1947, **139,** *24,* pp. 108—111.
31. Worley W. J., Findley W. M., Proc. ASTM, 1950, **50,** p. 1399.
32. Youngs Robert L., For. Prod. J., 1957, **VII,** *10,* pp. 315—324.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ УСИЛИИ В ДЕРЕВЯННЫХ БАЛКАХ ПРИ СКОЛЬЖЕНИИ

(Резюме)

Вслед за изложением состояния современных исследований относящихся к задаче об определении усилий в деревянных балках при скольжении и изгибе, принимаются во внимание различные свойства деревянных пород, а так же и пределых их пластической ползучести и устанавливаются при этом новые соотношения содержащие усилия и деформации рассматриваемые как функции от времени.

ANALIZA TENSIUNILOR ÎN GRINZI DE LEMN SUPUSE LA ALUNECARE

(Rezumat)

După o expunere a studiului cercetărilor privitoare la analiza problemelor de distribuţie a tensiunilor în grinzi supuse la alunecare şi încovoiere, se iau în consideraţie diferite calităţi ale lemnului precum şi limitele sale de curgere plastică, stabilindu-se astfel noi relaţii conţinînd tensiuni şi deformaţii în funcţie de timp.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z 512.94: 531.1

ASUPRA ROTAŢIILOR FINITE ALE RIGIDULUI

DE

ALFRED BRAIER şi I. ENESCU

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Institutului de Mecanică aplicată „Traian Vuia" al Academiei R.P.R., Bucureşti, 4—8 iulie 1960

1. Utilizarea cuaternionilor, sub o formă convenabilă aplicaţiilor în cinematică, permite un studiu amănunţit al deplasărilor finite ale rigidului, aşa cum s-a arătat în [1]. Lucrarea de faţă se ocupă cu o serie de aspecte ale rotaţiilor finite ale rigidului cu punct fix, avînd poziţia fixată prin unghiurile uzuale ale lui Euler. Se dau mai multe forme echivalente ale operatorului de rotaţie finită unică, care înlocuieşte cele trei rotaţii componente descrise de unghiurile lui Euler. Se constată că cosinusurile directoare ale axei de rotaţie finită au aceleaşi expresii atît relativ la axele fixe cît şi relativ la cele solidar legate de rigid. Se stabilesc apoi elementele rotaţiei finite care transportă rigidul cu punct fix dintr-o poziţie fixată prin valorile $\varphi_1, \psi_1, \theta_1$, ale unghiurilor lui Euler, în poziţia determinată prin φ_2, ψ_2 şi θ_2. Printre altele se obţine şi poziţia axei de rotaţie finită corespunzătoare, în raport cu sistemul de referinţă solidar legat de rigid.

2. Cu notaţiile şi definiţiile expuse în [1], un cuaternion complet $\underset{\sim}{p}$ se poate scrie sub mai multe forme,

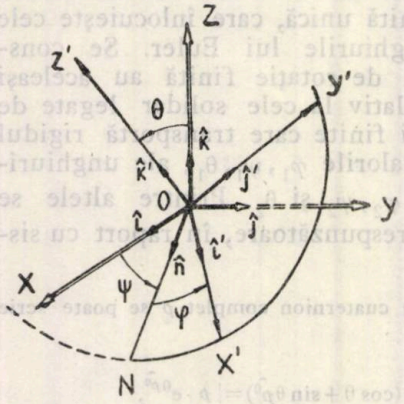
$$\underset{\sim}{p}=a+b\hat{i}+c\hat{j}+d\hat{k}=\mathcal{R}e(\underset{\sim}{p})+\mathcal{Q}u(\underset{\sim}{p})=|\underset{\sim}{p}|(\cos\theta+\sin\theta\hat{p}^0)=|\underset{\sim}{p}|\,e^{\theta\hat{p}^0}, \tag{1}$$

în care $\mathcal{R}e(\underset{\sim}{p})=a$ este partea sa reală, $\mathcal{Q}u(\underset{\sim}{p})=\hat{p}=b\hat{i}+c\hat{j}+d\hat{k}$ este partea sa cuaternionică ($\hat{p}$ fiind denumit număr pur cuaternionic), iar $\hat{i}^2=\hat{j}^2=\hat{k}^2=-1$, $\hat{i}\hat{j}=-\hat{j}\hat{i}=\hat{k}$, $\hat{j}\hat{k}=-\hat{k}\hat{j}=\hat{i}$, $\hat{k}\hat{i}=-\hat{i}\hat{k}=\hat{j}$; $\hat{i},\hat{j},\hat{k}$ constituie totodată reprezentările prin numere pur cuaternionice ale vectorilor unitari ai unui sistem cartezian triortogonal drept. De asemenea $|\underset{\sim}{p}|=\sqrt{a^2+b^2+c^2+d^2}$ reprezintă modulul cuaternionului complet $\underset{\sim}{p}$, $\theta=\arccos(a/|\underset{\sim}{p}|)$ este unghiul format de vectorul cuadridimensional reprezentat prin $\underset{\sim}{p}$ cu axa reală a spaţiului, în timp ce $\hat{p}^0=(b\hat{i}+c\hat{j}+d\hat{k})/\sqrt{b^2+c^2+d^2}$ constituie reprezentarea printr-un număr pur cuaternionic a versorului vectorului tridimensional exprimat prin $\hat{p}=\mathcal{Q}u(\underset{\sim}{p})$.

Ultima formă (1), cea exponenţială, intervine în studiul rotaţiilor din spaţiul fizic tridimensional. Anume, dacă $\hat{u}^0$ şi $\hat{n}^0$ sînt numere pur cuaternionice ce reprezintă versori perpendiculari, atunci produsul $e^{\Phi\hat{u}^0}\hat{n}^0$ (sau $\hat{n}^0 e^{-\Phi\hat{u}^0}$) reprezintă în limbaj cuaternionic faptul că a avut loc rotaţia lui $\hat{n}^0$ de unghi θ, în sens trigonometric pozitiv, în jurul lui $\hat{u}^0$.

Atunci cînd versorii $\hat{u}^0$ şi $\hat{n}^0$ nu sînt perpendiculari, rotaţia de mai înainte trebuie reprezentată prin $e^{(\Phi/2)\hat{u}^0}\hat{n}^0 e^{-(\Phi/2)\hat{u}^0}$, cu ternionul $e^{(\Phi/2)\hat{u}^0}$ jucînd rol de operator de rotaţie (a lui $\hat{n}^0$, de unghi Φ în sens pozitiv şi în jurul lui $\hat{u}^0$). Operatorul $\underset{\sim}{p}^0 = e^{(\chi/2)\hat{v}^0} e^{(\Psi/2)\hat{n}^0}$ exprimă compunerea a două rotaţii succesive, prima de unghi Ψ în jurul lui $\hat{n}^0$, urmată de cea de unghi χ în jurul lui $\hat{v}^0$. Elementele rotaţiei unice echivalente (descrise prin operatorul $\underset{\sim}{p}^0 = e^{(\Phi/2)\hat{u}^0}$ sînt date de relaţiile

$$(2)\quad \begin{cases} \cos(\Phi/2) = \cos(\Psi/2)\cos(\chi/2) + \sin(\Psi/2)\sin(\chi/2)\,\mathcal{R}e(\hat{n}^0\hat{v}^0), \\ \hat{u}^0 = [\sin(\Psi/2)\cos(\chi/2)\,\hat{n}^0 + \cos(\Psi/2)\sin(\chi/2)\,\hat{v}^0 - \sin(\Psi/2)\sin(\chi/2)\,Qu(\hat{n}^0\hat{v}^0)]/\sin(\Phi/2). \end{cases}$$



Flg. 1

Numai în cazul particular cînd $\hat{n}^0 = \hat{v}^0$ (direcţiile paralele) $e^{(\chi/2)\hat{v}^0} e^{(\Psi/2)\hat{v}^0} = e^{[(\chi+\Psi)/2]\hat{v}^0}$.

3. Fie un rigid cu punct fix, avînd poziţia fixată prin unghiurile lui Euler (fig. 1). Vectorii unitari ai triedrului fix sînt reprezentaţi prin numerele pur cuaternionice $\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}$, în timp ce $\hat{\imath}', \hat{\jmath}', \hat{k}'$ constituie reprezentarea cuaternionică a versorilor triedrului mobil, iar $\hat{n}$ corespunde vectorului unitar al liniei nodurilor *ON*. Se pot scrie următoarele relaţii

$$(3)\qquad \hat{n} = e^{\psi\hat{k}}\hat{\imath}, \quad \hat{k}' = e^{\theta\hat{n}}\hat{k}, \quad \hat{\imath}' = e^{\varphi\hat{k}'}\hat{n}.$$

De pildă, prima exprimă faptul că *ON* se obţine prin rotaţia în sens pozitiv a lui *OX*, de unghi ψ, în jurul lui *Oz*.

În urma succesiunii a trei rotaţii, de unghi φ în jurul lui *Oz* (precesie), de unghi θ în jurul lui *ON* (nutaţie) şi de unghi φ în jurul lui *Oz'* (rotaţie proprie), rigidul trece din poziţia în care cele două sisteme de referinţă coincid, în cea reprezentată în fig. 1. Operatorul care descrie rotaţia unică are deci forma $\underset{\sim}{p}^0 = e^{(\Phi/2)\hat{u}^0} = e^{(\varphi/2)\hat{k}'} e^{(\theta/2)\hat{n}} e^{(\psi/2)\hat{k}}$,

în care Φ și $\hat{u}^0$ indică respectiv mărimea și direcția rotației unice echivalente. Dacă $\hat{r}$ este reprezentarea cuaternionică a vectorului de poziție al unui punct al rigidului, atunci după rotația acestuia el devine $e^{(\Phi/2)\hat{u}}\,\hat{r}\,e^{-(\Phi/2)\hat{u}}$.

Se pot obține pentru $\underset{\sim}{p}^0$ și alte forme echivalente, ținînd seama de diversele posibilități de a aduce rigidul în poziția determinată prin φ, ψ și θ. Astfel, dacă după precesie se execută rotația proprie și apoi nutația, $\underset{\sim}{p}^0 = e^{(\theta/2)\hat{n}}\,e^{[(\varphi+\psi)/2]\hat{k}}$ (deoarece înaintea efectuării mișcării de nutație axele Oz' și Oz coincid). Dacă ordinea de succesiune a rotațiilor este nutație, precesie și rotație proprie, $\underset{\sim}{p}^0 = e^{(\varphi/2)\hat{k}}\,e^{(\psi/2)\hat{k}}\,e^{(\theta/2)\hat{i}}$ (pentrucă înaintea precesiei, ON coincide cu Ox). În cazul cînd se consideră că prima mișcare este rotația proprie, trebuie ținut seama că atunci Oz' coincide inițial cu Oz. Deci,

$$\underset{\sim}{p}^0 = e^{(\varphi/2)\hat{k}'}e^{(\theta/2)\hat{n}}\,e^{(\psi/2)\hat{k}} = e^{(\theta/2)\hat{n}}\,e^{[(\varphi+\psi)/2]\hat{k}} = e^{(\varphi/2)\hat{k}'}e^{(\psi/2)\hat{k}}\,e^{(\theta/2)\hat{i}} = \tag{4}$$
$$= e^{(\psi/2)\hat{k}}\,e^{(\theta/2)\hat{i}}\,e^{(\varphi/2)\hat{k}}.$$

Egalitățile (4) se pot verifica și direct, efectuînd înmulțirile cuaternionice corespunzătoare și ținînd seama de (3). De asemenea, din (4) rezultă cu ușurință egalitatea următoarelor produse

$$e^{(\theta/2)\hat{n}}\,e^{(\psi/2)\hat{k}} = e^{(\psi/2)\hat{k}}\,e^{(\theta/2)\hat{i}} \quad \text{și} \quad e^{(\varphi/2)\hat{k}'}\,e^{(\theta/2)\hat{n}} = e^{(\theta/2)\hat{n}}\,e^{(\varphi/2)\hat{k}}, \tag{5}$$

a căror semnificație din punctul de vedere al rotațiilor rigidului este evidentă.

4. Dezvoltînd oricare din expresiile (4) și exprimînd pe $\hat{k}'$ și $\hat{n}$ în funcție de $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$, se obține operatorul de rotație sub forma [2] $\underset{\sim}{p}^0 = a + b\hat{i} + c\hat{j} + d\hat{k}$, în care $a = \cos(\Phi/2)$ dă mărimea rotației unice corespunzătoare iar $b\hat{i} + c\hat{j} + d\hat{k} = \sin(\Phi/2)\hat{u}$ furnizează direcția axei în jurul căreia se efectuează respectiva rotație finită. Cantitățile a, b, c, d au următoarele expresii

$$\begin{cases} a = \cos(\theta/2)\cos[(\psi+\varphi)/2], & b = \sin(\theta/2)\cos[(\psi-\varphi)/2], \\ c = \sin(\theta/2)\sin[(\psi-\varphi)/2], & d = \cos(\theta/2)\sin[(\psi+\varphi)/2]. \end{cases} \tag{6}$$

Rezolvînd egalitățile (6) în raport cu unghiurile lui Euler, se obține fără dificultăți

(7) $\operatorname{tg}\varphi=(bd-ac)/(ab+cd)$, $\operatorname{tg}\psi=(bd+ac)/(ab-cd)$, $\cos\theta=a^2+d^2-b^2-c^2$.

Rezultă că orice rotaţie finită a unui rigid cu punct fix, caracterizată printr-un cuaternion unitar ($|\underset{\sim}{p}^0|^2=a^2+b^2+c^2+d^2=1$) se poate descompune într-o succesiune de trei rotaţii descrise de unghiuri de tip Euler. Evident (fig. 1) că (7) impune o alegere anumită a sistemului de axe solidar legat de rigid (datorită semnificaţiei cinematice directe şi totodată caracterului de mărimi poziţionale pe care-l au unghiurile lui Euler).

Pornind de asemenea de la una din expresiile (4) se poate exprima de data aceasta pe $\hat{k}$, $\hat{n}$ sau eventual $\hat{i}$, prin $\hat{i}'$, $\hat{j}'$, $\hat{k}'$ (de exemplu, ultima relaţie (3), înmulţită la stînga cu $e^{-\varphi\hat{k}'}$, conduce la $\hat{n}=\cos\varphi\,\hat{i}'-\sin\varphi\,\hat{j}'$, care se poate utiliza apoi în cea de a doua relaţie, pusă sub forma $\hat{k}=e^{-\theta\hat{n}}\hat{k}'$ etc.). Se obţine astfel operatorul $\underset{\sim}{p}^0$ exprimat în raport cu sistemul de referinţă mobil, adică $\underset{\sim}{p}^0=a'+b'\hat{i}'+c'\hat{j}'+d'\hat{k}'$. După efectuarea calculelor necesare se ajunge la concluzia că $a'=a$, $b'=b$, $c'=c$ şi $d'=d$.

Deci, consinusurile directoare ale axei de rotaţie finită rezultantă au aceleaşi expresii atît relativ la axele fixe, cît şi relativ la cele solidar legate de rigid, atunci cînd poziţia acestuia este fixată prin unghiurile lui Euler. Semnificaţia geometrică a acestui fapt a fost stabilită în [1], cînd s-a arătat că axa rotaţiei unice care înlocuieşte succesiunea de trei rotaţii finite descrise prin unghiurile lui Euler, se află în planul determinat de linia nodurilor ON şi bisectoarea unghiului dintre axele Oz' şi Oz, formînd cu ON un unghi dat de $\operatorname{tg}\lambda=\operatorname{tg}[(\varphi+\psi)/2]|/\sin(\theta/2)$. Ţinînd seama de (6) se poate scrie

$$\operatorname{tg}\lambda=d/(a\sqrt{b^2+c^2})\,. \tag{8}$$

5. Se poate acum trece la problema determinării elementelor rotaţiei finite care transportă rigidul cu punct fix din poziţia fixată prin valorile φ_1, ψ_1, θ_1 ale unghiurilor lui Euler, în poziţia determinată prin φ_2, ψ_2, θ_2. Desemnînd prin $e^{(\Phi_1/2)\hat{u}_1^0}$ şi $e^{(\Phi_2/2)\hat{u}_2^0}$ operatorii care transportă rigidul din poziţia $\varphi=\psi=\theta=0$ în cea fixată prin respectiv φ_1, ψ_1, θ_1 (care se va denumi poziţie iniţială) şi φ_2, ψ_2, θ_2 (poziţia finală) se poate scrie $e^{(\Phi_2/2)\hat{u}_2^0}=\underset{\sim}{q}_{12}^0\,e^{(\Phi_1/2)\hat{u}_1^0}$, unde $\underset{\sim}{q}_{12}^0=e^{(\Phi_{12}/2)\hat{u}_{12}^0}=a_{12}+b_{12}\hat{i}+c_{12}\hat{j}+d_{12}\hat{k}$ este operatorul care descrie rotaţia din poziţia iniţială în cea finală. Deci $\underset{\sim}{q}_{12}^0=e^{-(\Phi_1/2)\hat{u}_1^0}\times$ $\times e^{(\Phi_2/2)\hat{u}_2^0}$ şi ţinînd seama de (2) precum şi de expresiile (6) stabilite mai înainte, se obţine după un şir de calcule, în fond elementare,

$$
(9)\quad \begin{cases}
a_{12}=\cos[(\psi_2-\psi_1)/2]\cos[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\cos[(\theta_2-\theta_1)/2]- \\
\qquad -\sin[(\psi_2-\psi_1)/2]\sin[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\cos[(\theta_2+\theta_1)/2], \\
b_{12}=\cos[(\psi_2+\psi_1)/2]\cos[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2-\theta_1)/2]+ \\
\qquad +\sin[(\psi_2+\psi_1)/2]\sin[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2+\theta_1)/2], \\
c_{12}=\sin[(\psi_2+\psi_1)/2]\cos[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2-\theta_1)/2]- \\
\qquad -\cos[(\psi_2+\psi_1)/2]\sin[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2+\theta_1)/2], \\
d_{12}=\sin[(\psi_2-\psi_1)/2]\cos[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\cos[(\theta_2-\theta_1)/2]+ \\
\qquad +\cos[(\psi_2-\psi_1)/2]\sin[(\varphi_2-\varphi_1)/2]\cos[(\theta_2+\theta_1)/2].
\end{cases}
$$

Aici $a_{12}=\cos(\Phi_{12}/2)$ dă mărimea rotației finite respective, în timp ce $b_{12}=\alpha_{12}\sin(\Phi_{12}/2)$, $c_{12}=\beta_{12}\sin(\Phi_{12}/2)$, $d_{12}=\gamma_{12}\sin(\Phi_{12}/2)$, în care α_{12}, β_{12}, γ_{12} sînt cosinusurile directoare ale axei în jurul căreia se execută rotația.

Dacă se fixează prin φ, ψ, θ poziția inițială și prin $\varphi+\Delta\varphi$, $\psi+\Delta\psi$, $\theta+\Delta\theta$ poziția finală, se poate scrie

$$
(9')\quad \begin{cases}
a_{12}=\cos(\Delta\psi/2)\cos(\Delta\varphi/2)\cos(\Delta\theta/2)- \\
\qquad -\sin(\Delta\psi/2)\sin(\Delta\varphi/2)\cos(\theta+\Delta\theta/2), \\
b_{12}=\cos(\psi+\Delta\psi/2)\cos(\Delta\varphi/2)\sin(\Delta\theta/2)+ \\
\qquad +\sin(\psi+\Delta\psi/2)\sin(\Delta\varphi/2)\sin(\theta+\Delta\theta/2), \\
c_{12}=\sin(\psi+\Delta\psi/2)\cos(\Delta\varphi/2)\sin(\Delta\theta/2)- \\
\qquad -\cos(\psi+\Delta\psi/2)\sin(\Delta\varphi/2)\sin(\theta+\Delta\theta/2), \\
d_{12}=\sin(\Delta\psi/2)\cos(\Delta\varphi/2)\cos(\Delta\theta/2)+ \\
\qquad +\cos(\Delta\psi/2)\sin(\Delta\varphi/2)\cos(\theta+\Delta\theta/2).
\end{cases}
$$

În cazul particular cînd cele două poziții sînt foarte apropiate și deci cantitățile $\Delta\varphi$, $\Delta\psi$, $\Delta\theta$ suficient de mici pentru a neglija pătratele lor, din prima relație (9′) rezultă că unghiul de rotație corespunzător este de asemenea foarte mic ; să-l notăm cu $\delta\Phi$ [1]). Renunțînd la scrierea indicilor, $b=\alpha(\delta\Phi/2)$, $c=\beta(\delta\Phi/2)$, $d=\gamma(\delta\Phi/2)$ și deci (9′) devine

$$
(10)\quad \begin{cases}
\alpha\delta\Phi=\Delta\theta\cos\psi+\Delta\varphi\sin\theta\sin\psi, \\
\beta\delta\Phi=\Delta\theta\sin\psi-\Delta\varphi\sin\theta\cos\psi, \\
\gamma\delta\Phi=\Delta\psi+\Delta\varphi\cos\theta.
\end{cases}
$$

La limită, cînd intervalul de timp Δt în care se efectuează rotația tinde la zero, axa de rotație devine axă instantanee de rotație. Relațiile (10) împărțite cu Δt, conduc pentru $\Delta t\to 0$ la expresiile bine cunoscute [2] ale proiecțiilor vitezei unghiulare instantanee pe axele de coordonate fixe.

1) Fără a avea însă semnificația de creștere a unghiului Φ corespunzător rotației din poziția de coincidență a axelor mobile cu cele fixe, pînă în cea determinată prin φ, ψ, θ.

6. Pentru determinarea poziţiei axei de rotaţie finită în raport cu rigidul care suferă deplasarea, trebuie observat că intervin două poziţii distincte ale sistemului de axe solidar legat de rigid şi anume, poziţii ce corespund respectiv lui φ_1, ψ_1, θ_1 sau lui φ_2, ψ_2, θ_2. Ele se determină prin relaţiile (3). De pildă $\hat{n}_1 = e^{\psi_1 \hat{k}}\,\hat{i}$ sau $\hat{k}'_2 = e^{\theta_2 \hat{n}_2}\hat{k}$ etc., în care indicii 1 şi 2 se referă respectiv la poziţiile iniţială şi finală.

Să calculăm mai întîi elementele rotaţiei finite în raport cu sistemul de axe solidar legat de rigid, în poziţia iniţială a acestuia. Ţinînd seama de relaţiile dintre $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$ şi $\hat{i}'_1$, $\hat{j}'_1$, $\hat{k}'_1$, se obţine final

$$
(11)\quad \begin{cases}
a'_{12} = a_{12}\,, \\
b'_{12} = \cos[(\psi_2 - \psi_1)/2]\cos[(\varphi_2+\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2 - \theta_1)/2] + \\
\qquad + \sin[(\psi_2 - \psi_1)/2]\sin[(\varphi_2+\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2+\theta_1)/2]\,, \\
c'_{12} = -\cos[(\psi_2 - \psi_1)/2]\sin[(\varphi_2+\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2 - \theta_1)/2] + \\
\qquad + \sin[(\psi_2 - \psi_1)/2]\cos[(\varphi_2+\varphi_1)/2]\sin[(\theta_2+\theta_1)/2], \\
d'_{12} = \sin[(\psi_2 - \psi_1)/2]\cos[(\varphi_2 - \varphi_1)/2]\cos[(\theta_2+\theta_1)/2] + \\
\qquad + \cos[(\psi_2 - \psi_1)/2]\sin[(\varphi_2 - \varphi_1)/2]\cos[(\theta_2 - \theta_1)/2].
\end{cases}
$$

Procedînd la fel ca mai înainte, se poate scrie şi

$$
(11')\quad \begin{cases}
b'_{12} = \cos(\Delta\psi/2)\cos(\varphi + \Delta\varphi/2)\sin(\Delta\theta/2) + \\
\qquad + \sin(\Delta\psi/2)\sin(\varphi + \Delta\varphi/2)\sin(\theta + \Delta\theta/2)\,, \\
c'_{12} = -\cos(\Delta\psi/2)\sin(\varphi + \Delta\varphi/2)\sin(\Delta\theta/2) + \\
\qquad + \sin(\Delta\psi/2)\cos(\varphi + \Delta\varphi/2)\sin(\theta + \Delta\theta/2)\,, \\
d'_{11} = \sin(\Delta\psi/2)\cos(\Delta\varphi/2)\cos(\theta + \Delta\theta/2) + \\
\qquad + \cos(\Delta\psi/2)\sin(\Delta\varphi/2)\cos(\Delta\theta/2).
\end{cases}
$$

De asemenea, raţionînd în acelaşi mod, se pot regăsi expresiile proiecţiilor vitezei unghiulare instantanee pe axele sistemului de referinţă mobil.

7. Trecînd acum la calculul elementelor rotaţiei finite în raport cu sistemul solidar legat de rigid, în poziţia finală a acestuia, se obţin după o serie de calcule analoge, aceleaşi expresii (11). Deci, cosinusurile directoare ale axei de rotaţie finită sînt aceleaşi relativ la axele solidare cu rigidul, atît în poziţia iniţială cît şi în cea finală. Rezultatul este analog cu cel remarcat la pct. **4**, care apare drept un caz particular al acestuia. Într-adevăr, considerînd drept poziţie iniţială $\varphi_1 = \psi_1 = \theta_1 = 0$ şi finală $\varphi_2 = \varphi$, $\psi_2 = \psi$, $\theta_2 = \theta$, expresiile (9) şi (11) trec în (6). Astfel, în

procesul de deplasare finită, sistemul $\hat{i}'_2$, $\hat{j}'_2$, $\hat{k}'_2$ joacă în raport cu $\hat{i}'_1$, $\hat{j}'_1$, $\hat{k}'_1$, același rol ca și sistemul $\hat{i}'$, $\hat{j}'$, $\hat{k}'$ în raport cu $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$.

Cele menționate indică deci că relativ la sistemul de axe solidar legat de rigid, în pozițiile inițială ($\hat{i}'_1$, $\hat{j}'_1$, $\hat{k}'_1$) și finală ($\hat{i}'_2$, $\hat{j}'_2$, $\hat{k}'_2$), axa de rotație finită respectivă se găsește în planul determinat de bisectoarea dreptelor Oz'_1, Oz'_2 și dreapta ON_{12}, intersecția planelor $x'_1Oy'_1$ și $x'_2Oy'_2$ (fig. 2). Unghiurile φ_{12}, ψ_{12}, și θ_{12}, care fixează poziția finală a triedrului mobil în raport cu cea inițială, având caracterul de unghiuri ale lui Euler, se pot calcula utilizînd (7) și (11). Rezultă în cele din urmă

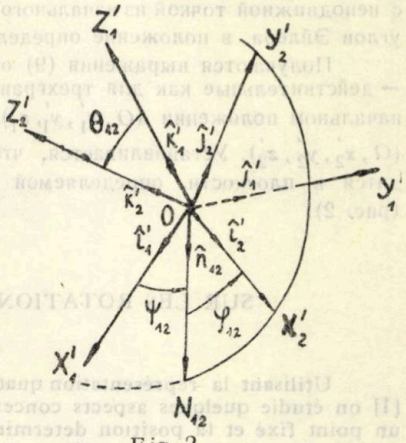


Fig. 2

$$(12)\quad \begin{cases} \varphi_{12}=\varphi_2-\mu_{12}\,,\ \psi_{12}=\varphi_1+\nu_{12}\,, \\ \theta_{12}=\arccos\left[\cos\theta_1\cos\theta_2+\cos\left(\psi_2-\psi_1\right)\sin\theta_1\sin\theta_2\right], \end{cases}$$

în care

$$(12')\quad \begin{cases} \operatorname{tg}\mu_{12}=\left[\sin\left(\psi_2-\psi_1\right)\sin\theta_1\right]/\left[\cos\theta_1\sin\theta_2-\cos\left(\psi_2-\psi_1\right)\sin\theta_1\cos\theta_2\right], \\ \operatorname{tg}\nu_{12}=\left[\sin\left(\psi_2-\psi_1\right)\sin\theta_2\right]/\left[\sin\theta_1\cos\theta_2-\cos\left(\psi_2-\psi_1\right)\cos\theta_1\sin\theta_2\right]. \end{cases}$$

Utilizînd relația (8) se poate determina și unghiul format de axa rotației finite cu linia ON_{12}.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanică și
organe de mașini
și
Catedra de matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Braier A., Enescu '., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 61—84.
2. Tait P. G, *Traité élémentaire des quaternions*, Seconde Partie, Gauthier-Villars, Paris, (traduit sur la seconde édition anglaise), 1884, Ch. X.
3. Vâlcovici V., Bălan Șt., Voinea R., *Mecanică teoretică*, Ed. Tehn., Buc., 1953, cap. **XXVIII, A.**

О КОНЕЧНЫХ ВРАЩЕНИЯХ ТВЕРДОГО ТЕЛА

(Резюме)

Пользуя кватернионное представление вращений, в указанном в [1] виде, изучаются некоторые черты конечных вращений твердого тела с неподвижной точкой, положение которого определено обычными углами Эйлера. Устанавливаются неко-

торое число равносильным форм (4) оператора единственного конечного вращения замещающего описанные Эйлером углы трех составляющих вращений.

Устанавливается, что направляющие косинусы оси конечного вращения обладают теми же выражениями (6), как в отношении к неподвижноШу трехграннику, так и к трехграннику связанному с твердым телом.

Далее определяются элементы конечного вращения, перемещающие твердое тело с неподвижной точкой из начального положения, определяемого значениями $\varphi_1, \psi_1, \theta_1$ углов Эйлера, в положение определяемое величинами $\varphi_2, \psi_2, \theta_2$.

Получаются выражения (9) относящиеся к неподвижному трехграннику и (11) — действительные как для трехгранников неподвижно связанных с твердым телем в начальном положении (O, x_1', y_1', z_1'), так и для находящихся в конечиом положении (O, x_2', y_2', z_2'). Устанавливается, что ось соответственных конечных вращений находится в плоскости, определяемой биссектрисой прямых Oz_1 и Oz_2 и прямой ON_{12} (рис. 2).

SUR LES ROTATIONS FINIES D'UN CORPS SOLIDE

(Résumé)

Utilisant la représentation quaternionque des rotations sous la forme exposée dans [1] on étudie quelques aspects concernant les rotations finies d'un corps solide ayant un point fixé et la position determinée par les angles usuels d'Euler. On établit plusieures formes équivalentes (4) de l'opérateur de rotation finie unique qui remplace les trois rotations composantes décrites par les angles d'Euler. On constate que les cosinus directeurs de l'axe de rotation finie ont les mêmes expressions (6) tant par rapport aux axes fixes que par rapport aux axes liées au corps solide.

On détermine ensuite les éléments de la rotation finie qui conduit le corps solide ayant un point fixé, de la position initielle determinée par les valeurs $\varphi_1, \psi_1, \theta_1$ des angles d'Euler, dans celle caracterisée par $\varphi_2, \psi_2, \theta_2$.

On obtient les relations (9) par rapport aux axes fixes et (11) relativement tant aux axes liées au corps solide dans la position initielle (O, x_1', y_1', z_1'), qu'aux mêmes axes dans leurs position finale (O, x_2', y_2', z_2'). On établit que l'axe de la rotation finie respective est contenue dans le plan déterminé par la bissectrice des axes Oz_1, Oz_2 et la droite ON_{12} (fig. 2).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. C. 538; 532.5

ON A TWO-DIMENSIONAL COMPRESSIBLE JET IN MAGNETO-HYDRODYNAMICS

BY

M. Z. v. KRZYWOBLOCKI

Introduction

The subject of magnetogasdynamics has been studied foı years by physicists and astronomers. However, it was not until recently that these studies began to find some application in the field of aerodynamics. It has been found that in the hypersonic flight regime, where ionization of the air takes place, the resulting electromagnetic forces may play a role in both the overall motion of the body and the formation of the boundary layer. A g eat deal of work is also being done in an attempt to develope low-thrust „ion" engines for space vehicles.

The particular problem studied in this work is that of the jet in magnetogasdynamics. To be more specific, the subsonic flow of an electrically conducting fluid from a very large reservoir in the presence of electric and magnetic fields will be studied. Since the analogous problem in ordinary compressible flow is solved classically by C h a p l y g i n, an attempt is made to use his hodograph method in solving the problem. Chaplygin's hodograph method involves coordinate transformations which linearize the stream-function equation, but do not effect the linearity of the electromagnetic equations which are already linear.

The complicating feature of magnetogasdynamics is that instead of having one linear, second order, partial differential equation to solve, as in Chaplygin's case, a large system of equations must be dealt with. Also, the addition of the electromagnetic equations (M a x w e l l's field equations and O h m's law) cause the general system to be overspecified (more equations than unknowns) which is undesirable.

No attempt is made to solve the general system of equations. However, an attempt is made to solve a specific example.

An iteration process is proposed which is based on Chaplygin's solution to the jet problem in ordinary gasdynamics.

In order to demonstrate this procedure, the first iteration is carried out. However, this proved to be a lengthy and tedious task, and some simplifying assumptions had to be made. In conjunction with this first iteration, a thorough discussion of the boundary conditions is included. The final section of the paper deals with the transformation of the solution back to the physical plane. The complete procedure for accomplishing this transformation is outlined therein.

Chapter 1. Fundamental Equations

1. 1. Equations in the Physical Plane

In this section, we shall attempt to derive a stream-function equation analogous to that found for ordinary isentropic compressible fluid flow, with the additional effects of heat addition and the presence of electric and magnetic fields taken into account. First, certain terms must be defined: σ — electrical conductivity of the medium, $\mathbf{H}$ — magnetic field, $\mathbf{E}$ — electric field, μ — magnetic permeability of the medium, $\mathbf{J}$ — current density.

It will be assumed that the fluid is nonmagnetic (i. e., the permeability is that of free space, $\mu = 1$). The flow is also assumed to be two-dimensional and steady, and the fluid is assumed to be inviscid.

It is a well known fact that the presence of these fields cause only two terms to be added to the fundamental equations of gasdynamics. The first of these terms is the electromagnetic body force, and is defined by:

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{H}. \tag{1.1.1}$$

The second is the Joule heating term, which is analogous to the familiar I^2R energy loss experienced when a current flows through a wire. This is defined as heat released per unit volume per unit time:

$$\bar{Q} \equiv \mathbf{J}^2/\sigma. \tag{1.1.2}$$

It is found that the equation of continuity remains unchanged, and may be written as:

$$\nabla \cdot (\varrho \mathbf{q}) = 0. \tag{1.1.3}$$

The momentum equation is modified by the addition of $\mathbf{F}$ as follows:

$$(\nabla \cdot \mathbf{q})\,\mathbf{q} + (1/\varrho)\nabla p = \mathbf{F}/\varrho = (\mathbf{J} \times \mathbf{H})/\varrho. \tag{1.1.4}$$

The energy equation may be written as:

$$c_v \mathbf{q} \cdot \nabla T + p\mathbf{q} \cdot \nabla (1/\varrho) = \mathbf{J}^2/(\varrho\sigma) + \bar{Q} + \text{work of external forces}, \tag{1.1.5}$$

where $\bar{Q}$ is the heat added to the system other than Joule heat. Instead of having a determinate system of equations, we see that there are

two additional unknowns, **J** and **H**. Thus, we must introduce some new equations which will make the system determinate. Hence, we write Ohm's law as:

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{q} \times \mathbf{H}). \tag{1.1.6}$$

Since this has introduced another variable, **E**, it is necessary to use Maxwell's equations,

$$4\pi\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\partial\mathbf{H}/\partial t, \ \nabla . \mathbf{H} = 0. \tag{1.1.7}$$

Let us assume that the electromagnetic force, **F**, has a scalar potential, F_e, such that

$$\mathbf{F} = \nabla F_e . \tag{1.1.8}$$

Before going any further, some interesting results may be obtained from these equations. Since the motion is two-dimensional, all derivatives with respect to z will vanish. We shall furthermore simplify the problem by having the fields, **E** and **H**, independent of time. Let us combine Eqs. (1.1.1), (1.1.6), and (1.1.8):

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = \nabla F_e = \mathbf{J} \times \mathbf{H} = \sigma[\mathbf{E} \times \mathbf{H} + (\mathbf{q} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H}] = \sigma[\mathbf{E} \times \mathbf{H} - \\ \mathbf{H} \times (\mathbf{q} \times \mathbf{H})] = \sigma[\mathbf{E} \times \mathbf{H} - \mathbf{q}(H^2)]. \end{aligned} \tag{1.1.9}$$

Writing Eq. (1.1.9) in scalar form, we have:

$$F_{e,x} = \sigma[E_y H_z - E_z H_y + H_x(q_x H_x + q_y H_y) - q_x H^2], \tag{1.1.10}$$

$$F_{e,y} = \sigma[E_z H_x - E_x H_z + H_y(q_x H_x + q_y H_y) - q_y H^2], \tag{1.1.11}$$

$$F_{e,z} = 0 = E_x H_y - E_y H_x + H_z(q_x H_x + q_y H_y). \tag{1.1.12}$$

Since H is not a function of time t, we have, from Eq. (1.1.7),

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0. \tag{1.1.13}$$

Writing Eq. (1.1.13) in scalar form:

$$\partial E_z / \partial y = \partial E_z / \partial x = 0, \quad \partial E_y / \partial x = \partial E_x / \partial y. \tag{1.1.14}$$

Thus, we see that

$$E_z = \text{const.} \tag{1.1.15}$$

Finally, let us write the remaining electromagnetic equations, (1.1.6) and (1.1.7) in scalar form

$$\mathcal{J}_x = \sigma(E_x + q_y H_z), \tag{1.1.16a}$$

$$\mathcal{J}_y = \sigma(E_y - q_x H_z), \tag{1.1.16b}$$

$$\mathcal{J}_z = \sigma(E_z + q_x H_y - q_y H_x); \tag{1.1.16c}$$

$$\mathcal{J}_x = [1/(4\pi)]\, \partial H_z / \partial y, \tag{1.1.17a}$$

$$\mathcal{J}_y = -[1/(4\pi)]\, \partial H_z / \partial x, \tag{1.1.17b}$$

$$\mathcal{J}_z = [1/(4\pi)]\, (\partial H_y / \partial x - \partial H_x / \partial y); \tag{1.1.17c}$$

$$\partial H_x / \partial x = -\partial H_y / \partial y. \tag{1.1.18}$$

Let us now return to the task of deriving a stream-function equation. Let the stream function, which must satisfy the continuity equation (conservation of mass) in steady flow, be defined by:

(1.1.19 a) $(\psi_{,y})_{,x} - (\psi_{,x})_{,y} = 0$, or (1.1.19 b) $\psi_{,y} = \varrho\varrho_0^{-1} u$, $\psi_{,x} = -\varrho\varrho_0^{-1} v$,

where

(1.1.20) $$u^2 + v^2 = q^2 ;$$

ϱ_0 is the stagnation density which is used to give the derivatives of ψ the dimensions of velocity, and the subscript following the comma is used to denote a partial derivative. From Eqs. (1.1.19) and (1.1.20) we may perform the following differentiations:

(1.1.21 a) $\psi_{,yy} = \varrho_0^{-1}(\varrho u_{,y} + u\varrho_{,y})$, (1.1.21 b) $\psi_{,xx} = -\varrho_0^{-1}(\varrho v_{,x} + v\varrho_{,x})$,

(1.1.21 c) $$\psi_{,xy} = \varrho_0^{-1}(\varrho u_{,x} + u\varrho_{,x}) = -\varrho_0^{-1}(\varrho v_{,y} + v\varrho_{,y}),$$

(1.1.21 d) $qq_{,x} = uu_{,x} + vv_{,x}$, (1.1.21 e) $qq_{,y} = uu_{,y} + vv_{,y}$.

For our problem, we may make use of the p-ϱ relation for diabatic flow,

(1.1.22) $$p = k\varrho^{\gamma} \exp(S/c_v),$$

where

(1.1.23) $$k = p_0 \varrho_0^{-\gamma} \exp(-S_0/c_v).$$

Thus, we may write:

(1.1.24) $$\mathrm{d}p = k\gamma\varrho^{\gamma-1} \exp(S/c_v)\,\mathrm{d}\varrho + kc_v^{-1}\varrho^{\gamma} \exp(S/c_v)\mathrm{d}S = \gamma p\varrho^{-1}\,\mathrm{d}\varrho + pc_v^{-1}\,\mathrm{d}S.$$

Let us now introduce the definitions of entropy and the speed of sound:

(1.1.25) $\mathrm{d}S = T^{-1}\,\mathrm{d}Q$; (1.1.26) $a^2 = (\partial p/\partial\varrho)_{S=\text{const.}} = \gamma RT = \gamma p\varrho^{-1}$.

Hence, Eq. (1.1.24) becomes

(1.1.27a) $$\mathrm{d}p = a^2\mathrm{d}\varrho + (\gamma - 1)\varrho\,\mathrm{d}Q,$$

where

(1.1.27 b) $$Q = \overline{Q} + \overline{\overline{Q}}.$$

Eq. (1.1.4) may be differentiated along a streamline, S:

(1.1.28) $$q\mathrm{d}q + \varrho^{-1}\mathrm{d}p = \varrho^{-1}\mathrm{d}F_e,$$

which expresses the law of conservation of momentum. Combining Eqs. (1.1.27) and (1.1.28) and solving for $\mathrm{d}\varrho$:

(1.1.29) $$\mathrm{d}\varrho = a^{-2}(\mathrm{d}F_e - \varrho q\,\mathrm{d}q) - a^{-2}(\gamma - 1)\varrho\mathrm{d}Q.$$

From Eq. (1.1.29) we may compute the partial derivatives of ϱ with respect to x and y. We are now in a position to form an equation in the same form as the stream-function equation for compressible flow. Using Eqs. (1.1.21) and substituting the derivatives of ϱ from Eq. (1.1.29), we obtain:

$$
\begin{aligned}
&(a^2-u^2)\,\psi_{,xx}-2uv\psi_{,xy}+(a^2-v^2)\,\psi_{,yy}=\varrho_0^{-1}\{\varrho u^2 v_{,x}+a^{-2}u^2 v\,[F_{e,x}-\\
&-\varrho qq_{,x}-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,x}]-\varrho a^2 v_{,x}+v(F_{e,x}-\varrho qq_{,x}-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,x}]-\\
&-\varrho uvu_{,x}+\varrho uvv_{,y}-a^{-2}u^2 v\,[F_{e,x}-\varrho qq_{,x}-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,x}]+\\
&+a^{-2}uv^2\,[F_{e,y}-\varrho qq_{,y}-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,y}]+\varrho a^2 u_{,y}+u\,[F_{e,y}-\varrho qq_{,y}-\\
&-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,y}]-\varrho v^2 u_{,y}-a^{-2}v^2 u\,[F_{e,y}-\varrho qq_{,y}-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,y}]\}=\\
&=(\varrho/\varrho_0)\,[(\gamma-1)\,(vQ_{,x}-uQ_{,y})-\omega\,(a^2-q^2)+\varrho^{-1}(uF_{e,y}-vF_{e,x})],
\end{aligned}
\tag{1.1.30}
$$

where ω is the vorticity and is defined by

$$
\omega=v_{,x}-u_{,y}. \tag{1.1.31}
$$

We should now like to derive an equation anologous to the potential equation in compressible fluid flow. Let us define the velocity potential, φ, in a somewhat different manner:

$$
u=\varphi_{,x}+g,\quad v=\varphi_{,y}+g, \tag{1.1.32}
$$

where $g=g(x,y)$ is a function which satisfies the vorticity equation,

$$
\omega=v_{,x}-u_{,y}=\varphi_{,yx}+g_{,x}-\varphi_{,xy}-g_{,y}=g_{,x}-g_{,y}. \tag{1.1.33}
$$

For $\omega=0$, the trivial solution is $g\equiv 0$. Following the method used in obtaining the stream-function equation, let us write the following differentiations:

$$
\varphi_{,xx}+g_{,x}=u_{,x}, \tag{1.1.34 a}
$$

$$
\varphi_{,yy}+g_{,y}=v_{,y}, \tag{1.1.34 b}
$$

$$
\varphi_{,xy}=u_{,y}-g_{,y}=v_{,x}-g_{,x}. \tag{1.1.34 c}
$$

Thus, we may write:

$$
\begin{aligned}
&(a^2-u^2)\,(\varphi_{,xx}+g_{,x})-uv\,(\varphi_{,xy}+g_{,x}+g_{,y})+(a^2-v^2)\,(\varphi_{,yy}+g_{,y})=\\
&=(a^2-u^2)\,u_{,x}-uv\,(u_{,y}+v_{,x})+(a^2-v^2)\,v_{,y}.
\end{aligned}
\tag{1.1.35}
$$

From Eq. (1.1.21 c) and (1.1.29),

$$
\begin{aligned}
\varrho\,(u_{,x}+v_{,y})&=-u\varrho_{,x}-v\varrho_{,y}=-a^{-2}u\,[F_{e,x}-\varrho qq_{,x}-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,x}]-\\
&-a^{-2}v\,[F_{e,y}-\varrho qq_{,y}-\varrho(\gamma-1)\,Q_{,y}].
\end{aligned}
\tag{1.1.36}
$$

Combining Eqs. (1.1.35) and (1.1.36), we may write:

$$
\begin{aligned}
&(a^2-u^2)\,(\varphi_{,xx}+g_{,x})-uv\,(\varphi_{,xy}+g_{,x}+g_{,y})+(a^2-v^2)\,(\varphi_{,yy}+g_{,y})=\\
&=-u\varrho^{-1}F_{e,x}+u^2 u_{,x}+uvv_{,x}+u(\gamma-1)\,Q_{,x}-v\varrho^{-1}F_{e,y}+uvu_{,y}+\\
&+v^2 v_{,y}+(\gamma-1)\,vQ_{,y}-u^2 u_{,x}-v^2 v_{,y}-uvu_{,y}-uvv_{,x}=\\
&=-\varrho^{-1}(uF_{e,x}+vF_{e,y})+(\gamma-1)\,(uQ_{,x}+vQ_{,y}).
\end{aligned}
\tag{1.1.37}
$$

Thus, we have found the equations analogous to ordinary compressible flow. They are nonlinear, as were their counterparts. We shall assume that $\bar{Q} = 0$, and hence, the total heat added to the system, Q, is given bi $\bar{Q}$. In the physical plane we have the following system of equations:

(1.1.38 a) $F_{e,x} = \sigma[E_y H_z - E_z H_y + H_x (q_x H_x + q_y H_y) - q_x H^2]$,

(1.1.38 b) $F_{e,y} = \sigma[E_z H_x - E_x H_z + H_y (q_x H_x + q_y H_y) - q_y H^2]$,

(1.1.38 c) $E_x H_y - E_y H_x + H_z (q_x H_x + q_y H_y) = 0$,

(1.1.38 d) $\partial E_y/\partial x = \partial E_x/\partial y$, (1.1.38 e) $\mathcal{J}_x = \sigma (E_x + q_y H_z)$,

(1.1.38 f) $\mathcal{J}_y = \sigma (E_y - q_x H_z)$, (1.1.38 g) $\mathcal{J}_z = \sigma (E_z + q_x H_y - q_y H_x)$,

(1.1.38 h) $\mathcal{J}_x = [1/(4\pi)]\ \partial H_z/\partial y$, (1.1.38 i) $\mathcal{J}_y = -[1/(4\pi)]\,\partial H_z/\partial x$.

(1.1.38 j) $\mathcal{J}_z = [1/(4\pi)]\,(\partial H_y/\partial x - \partial H_x/\partial y)$, (1.1.38 k) $\partial H_x/\partial x = -\partial H_y/\partial y$,

(1.1.38 l) $Q = \bar{Q} = \mathcal{J}^2/\sigma$,

(1.1.38 m) $\varrho = \int \frac{1}{a^2}\{[F_{e,x} - \varrho q q_{,x} - (\gamma-1)\varrho Q_{,x}]dx + [F_{e,y} - \varrho q q_{,y} - (\gamma-1)\varrho Q_{,y}]dy\}$,

(1.1.38 n) $\omega = v_{,x} - u_{,y}$, (1.1.38 o) $\omega = g_{,x} - g_{,y}$,

and either

(1.1.38 p) $$(a^2 - u^2)\,\psi_{,xx} - 2uv\psi_{,xy} + (a^2 - v^2)\,\psi_{,yy} = \varrho\varrho_0^{-1}[(\gamma-1)(vQ_{,x} - uQ_{,y}) - \omega(a^2 - q^2) + \varrho^{-1}(uF_{e,y} - vF_{e,x})],$$

or

(1.1.38 q) $$(a^2 - u^2)(\varphi_{xx} + g_{,x}) - uv(\varphi_{,xy} + g_{,x} + g_{,y}) + (a^2 - v^2)(\varphi_{,yy} + g_{,y}) = \varrho^{-1}(uF_{e,x} + vF_{e,y}) + (\gamma - 1)(uQ_{,x} + vQ_{,y}).$$

While p does not appear as an unknown explicitly, it appears in the speed of sound, $a^2 = \gamma p \varrho^{-1}$. In order to determine a^2, we should like to make use of Bernoulli's equation, modified to include the electromagnetic influences on the flow. This equation, in its modified form is given by (see Eq. (1.1.5)):

(1.1.38 r) $$\frac{1}{2}q^2 + \frac{a^2}{\gamma - 1} - Q - \int \frac{dF_e}{\varrho} = \text{const.}$$

Thus, Eqs. (1.1.38 a) to (1.1.38 r), excluding one for φ or ψ, constitute a sistem of 17 equations in 16 unknowns, $F_{e,x}, F_{e,y}, E_x, E_y, \mathcal{J}_x, \mathcal{J}_y, \mathcal{J}_z, H_x, H_y, H_z, Q, \varrho, g, \omega, a^2$ and either ψ or φ.

1.2. Hodograph Transformation

In section **1.1**, we saw that both the stream-function equation and the potential equation were nonlinear. In this section, we would like to

transform these equations and the electromagnetic equations into the hodograph plane, in order that we might have a determinate system which contains no nonlinear equations. The transformation to the $\{q, \theta\}$ plane will be through the $\{u,v\}$ plane and have the form:

$$\{x,y\} \rightarrow \{u,v\} \rightarrow \{q,\theta\} \tag{1.2.1}$$

Consider the following Jacobians:

$$\mathcal{J}_1 = \partial(x,y)/\partial(u,v) = x_{,u}y_{,v} - x_{,v}y_{,u}, \tag{1.2.2}$$

$$\mathcal{J}_2 = \partial(u,v)/\partial(q,\theta) = u_{,q}v_{,\theta} - u_{,\theta}v_{,q}, \tag{1.2.3}$$

$$\mathcal{J}_3 = \partial(x,y)/\partial(q,\theta) = x_{,q}y_{,\theta} - x_{,\theta}y_{,q}. \tag{1.2.4}$$

We may also write:

$$u = q\cos\theta, \quad v = q\sin\theta. \tag{1.2.5}$$

Hence

$$u_{,q} = \cos\theta, \quad u_{,\theta} = -q\sin\theta, \quad v_{,q} = \sin\theta, \quad v_{,\theta} = q\cos\theta. \tag{1.2.6}$$

Therefore

$$\mathcal{J}_2 = q(\sin^2\theta + \cos^2\theta) = q. \tag{1.2.7}$$

Since Jacobians follow the chain rule,

$$\mathcal{J}_3 = [\partial(x,y)/\partial(u,v)][\partial(u,v)/\partial(q,\theta)] = \mathcal{J}_1\mathcal{J}_2 = q\mathcal{J}_1 = q(x_{,u}y_{,v} - x_{,v}y_{,u}). \tag{1.2.8}$$

Let us now consider the transformation of any function, $F(x,y)$, into the $\{u,v\}$ plane. We may write:

$$F_{,u} = F_{,x}x_{,u} + F_{,y}y_{,u}, \quad F_{,v} = F_{,x}x_{,v} + F_{,y}y_{,v}. \tag{1.2.9}$$

Solving Eq. (1.2.9) for $F_{,x}$ and $F_{,y}$:

$$F_{,x} = (F_{,u}y_{,v} - F_{,v}y_{,u})(x_{,u}y_{,v} - x_{,v}y_{,u})^{-1} = \mathcal{J}_1^{-1}(F_{,u}y_{,v} - F_{,v}y_{,u}), \tag{1.2.10 a}$$

$$F_{,y} = (F_{,v}x_{,u} - F_{,u}x_{,v})(x_{,u}y_{,v} - x_{,v}y_{,u})^{-1} = \mathcal{J}_1^{-1}(F_{,v}x_{,u} - F_{,u}x_{,v}). \tag{1.2.10 b}$$

Let us apply Eq. (1.2.10) to the velocity components,

$$u_{,x} = y_{,v}\mathcal{J}_1^{-1}, \quad u_{,y} = -x_{,v}\mathcal{J}_1^{-1}, \quad v_{,x} = -y_{,u}\mathcal{J}_1^{-1}, \quad v_{,y} = x_{,u}\mathcal{J}_1^{-1}. \tag{1.2.11}$$

Let us now write the velocity potential and the stream function derivatives as:

$$\begin{cases} \psi_{,x} = \psi_{,u}u_{,x} + \psi_{,v}v_{,x} = (\psi_{,u}y_{,v} - \psi_{,v}y_{,u})\mathcal{J}_1^{-1}, \\ \psi_{,y} = \psi_{,u}u_{,y} + \psi_{,v}v_{,y} = (\psi_{,v}x_{,u} - \psi_{,u}x_{,v})\mathcal{J}_1^{-1}, \\ \varphi_{,x} = \varphi_{,u}u_{,x} + \varphi_{,v}v_{,x} = (\varphi_{,u}y_{,v} - \varphi_{,v}y_{,u})\mathcal{J}_1^{-1}, \\ \varphi_{,y} = \varphi_{,u}u_{,y} + \varphi_{,v}v_{,y} = (\varphi_{,v}x_{,u} - \varphi_{,u}x_{,v})\mathcal{J}_1^{-1}. \end{cases} \tag{1.2.12}$$

Solving Eqs. (1.2.12) for $x_{,u}, x_{,v}, y_{,u}$, and $y_{,v}$, we have:

$$(1.2.13)\quad \begin{cases} x_{,u} = (\varphi_{,u}\psi_{,y} - \varphi_{,y}\psi_{,u}) / (\varphi_{,x}\psi_{,y} - \varphi_{,y}\psi_{,x}), \\ x_{,v} = (\varphi_{,v}\psi_{,y} - \varphi_{,y}\psi_{,v}) / (\varphi_{,x}\psi_{,y} - \varphi_{,y}\psi_{,x}), \\ y_{,u} = (\varphi_{,x}\psi_{,u} - \varphi_{,u}\psi_{,x}) / (\varphi_{,x}\psi_{,y} - \varphi_{,y}\psi_{,x}), \\ y_{,v} = (\varphi_{,x}\psi_{,v} - \varphi_{,v}\psi_{,x}) / (\varphi_{,x}\psi_{,y} - \varphi_{,y}\psi_{,x}). \end{cases}$$

If we substitute the correct values for derivatives of φ and ψ with respect to x and y into Eqs. (1.2.13) we have:

$$(1.2.14\,a)\quad \begin{cases} x_{,u} = [\varrho u\varphi_{,u} - \varrho_0 (v-g)\,\psi_{,u}]\,\Delta^{-1}, & x_{,v} = [\varrho u\varphi_{,v} - \varrho_0 (v-g)\,\psi_{,v}]\,\Delta^{-1}, \\ y_{,u} = [\varrho v\varphi_{,u} - \varrho_0 (u-g)\,\psi_{,u}]\,\Delta^{-1}, & y_{,v} = [\varrho v\varphi_{,v} - \varrho_0 (u-g)\,\psi_{,v}]\,\Delta^{-1}, \end{cases}$$

where

$$(1.2.14\,b)\quad \Delta = \varrho\,[q^2 - g\,(u+v)]\,.$$

Consider an arbitrary function, $F(u,v)$, being transformed to the $\{q,\theta\}$ plane:

$$(1.2.15)\quad \begin{cases} F_{,q} = F_{,u}u_{,q} + F_{,v}v_{,q} = F_{,u}\cos\theta + F_{,v}\sin\theta, \\ F_{,\theta} = F_{,u}u_{,\theta} + F_{,v}v_{,\theta} = qF_{,v}\cos\theta - qF_{,u}\sin\theta. \end{cases}$$

From Eq. (1.2.15) we may write:

$$(1.2.16)\quad \begin{cases} \varphi_{,q} = \varphi_{,u}\cos\theta + \varphi_{,v}\sin\theta, & \varphi_{,\theta} = q\varphi_{,v}\cos\theta - q\varphi_{,u}\sin\theta, \\ \psi_{,q} = \psi_{,u}\cos\theta + \psi_{,v}\sin\theta, & \psi_{,\theta} = q\psi_{,v}\cos\theta - q\psi_{,u}\sin\theta. \end{cases}$$

Solving Eqs. (1.2.16) for derivatives with respect to u and v:

$$(1.2.17)\quad \begin{cases} \varphi_{,u} = \varphi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\varphi_{,\theta}\sin\theta, & \varphi_{,v} = \varphi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\varphi_{,\theta}\cos\theta, \\ \psi_{,u} = \psi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta, & \psi_{,v} = \psi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta. \end{cases}$$

We are now in a position to evaluate $\mathcal{J}_1$ as an implicit function of q and θ. Let us rewrite $\mathcal{J}_1$ using Eq. (1.2.14):

$$(1.2.18)\quad \begin{aligned} \mathcal{J}_1 = {} & [\varrho^2 uv\varphi_{,u}\varphi_{,v} + \varrho_0\varrho u\,(u-g)\,\varrho_{,u}\psi_{,v} - \varrho_0\varrho v\,(v-g)\varphi_{,v}\psi_{,u} - \\ & - \varrho_0^2\,(u-g)\,(v-g)\,\psi_{,u}\psi_{,v} - \varrho^2 uv\varphi_{,u}\varphi_{,v} - \varrho_0\varrho u\,(u-g)\,\varphi_{,v}\psi_{,u} + \\ & + \varrho_0\varrho v\,(v-g)\,\varphi_{,u}\psi_{,v} + \varrho_0^2\,(u-g)\,(v-g)\psi_{,u}\psi_{,v}]\,\Delta^{-2} = \{\varrho_0\varrho(\varphi_{,u}\psi_{,v} - \\ & - \varphi_{,v}\psi_{,u})\,[u^2 + v^2 - g\,(u+v)]\}\,\Delta^{-2} = [\varrho_0\,(\varphi_{,u}\psi_{,v} - \varphi_{,v}\psi_{,u})]\,\Delta^{-1} \end{aligned}$$

Using Eq. (1.2.17), Eq. (1.2.18) becomes:

$$(1.2.19)\quad \begin{aligned} \mathcal{J}_1 = {} & [\varrho_0\,(\varphi_{,q}\psi_{,q}\sin\theta\cos\theta + q^{-1}\varphi_{,q}\psi_{,\theta}\cos^2\theta - q^{-1}\varphi_\theta\psi_{,q}\sin^2\theta - \\ & - q^{-2}\varphi_{,\theta}\psi_{,\theta}\sin\theta\cos\theta - \varphi_{,q}\psi_{,q}\sin\theta\cos\theta + q^{-1}\varphi_{,q}\psi_{,q}\sin^2\theta - \\ & - q^{-1}\varphi_{,\theta}\psi_{,q}\cos^2\theta + q^{-2}\varphi_{,\theta}\psi_{,\theta}\sin\theta\cos\theta]\Delta^{-1} = \\ & = [\varrho_0\,(\varphi_{,q}\psi_{,\theta} - \varphi_{,\theta}\psi_{,q})](q\Delta)^{-1} = \varrho_0\mathcal{J}_4\,(q\Delta)^{-1}, \end{aligned}$$

where $\mathcal{J}_4$ is defined by :

(1.2.20) $$\mathcal{J}_4 = \partial(\varphi, \psi)/\partial(q, \theta) = \varphi_{,q}\psi_{,\theta} - \varphi_{,\theta}\psi_{,q}.$$

Let us now consider the transformation of an arbitrary function $F(x, y)$ to the $\{q, \theta\}$ plane. Solving Eqs. (1.2.15) for $F_{,u}$ and $F_{,v}$, we have :

(1.2.21) $$F_{,u} = F_{,q}\cos\theta - q^{-1}F_{,\theta}\sin\theta, \quad F_{,v} = F_{,q}\sin\theta + q^{-1}F_{,\theta}\cos\theta.$$

Combining Eqs. (1.2.21) and (1.2.10), we have :

(1.2.22 a) $$F_{,x} = [(F_{,q}\cos\theta - q^{-1}F_{,\theta}\sin\theta)\, y_{,v} - (F_{,q}\sin\theta + q^{-1}F_{,\theta}\cos\theta) y_{,u}]\mathcal{J}_1^{-1},$$

(1.2.22 b) $$F_{,y} = [(F_{,q}\sin\theta + q^{-1}F_{,\theta}\cos\theta)\, x_{,u} - (F_{,q}\cos\theta - q^{-1}F_{,\theta}\sin\theta)]\mathcal{J}_1^{-1}.$$

Substituting $x_{,u}, x_{,v}, y_{,u}$, and $y_{,v}$ from Eqs. (1.2.14), we have :

(1.2.23 a)
$$F_{,x} = \{(F_{,q}\cos\theta - q^{-1}F_{,\theta}\sin\theta)[\varrho v\varphi_{,v} + \varrho_0(u-g)\psi_{,v}] - (F_{,q}\sin\theta + q^{-1}F_{,\theta}\cos\theta)[\varrho v\varphi_{,u} + \varrho_0(u-g)\psi_{,u}]\}(\Delta\mathcal{J}_1)^{-1},$$

(1.2.23 b)
$$F_{,y} = \{(F_{,q}\sin\theta + q^{-1}F_{,\theta}\cos\theta)[\varrho u\varphi_{,u} - \varrho_0(v-g)\psi_{,u}] - (F_{,q}\cos\theta - q^{-1}F_{,\theta}\sin\theta)[\varrho u\varphi_{,v} - \varrho_0(v-g)\psi_{,v}]\}(\Delta\mathcal{J}_1)^{-1}.$$

Using Eqs. (1.2.17) and (1.2.19), Eqs. (1.2.23) become :

(1.2.24 a)
$$F_{,x} = \{(F_{,q}\cos\theta - q^{-1}F_{,\theta}\sin\theta)[\varrho v(\varphi_{,q}\sin\theta - q^{-1}\varphi_{,\theta}\cos\theta) - \varrho_0(u-g)(\psi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta)] - [F_{,q}\sin\theta + q^{-1}F_{,\theta}\cos\theta)[\varrho v(\varphi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\varphi_{,\theta}\sin\theta) + \varrho_0(u-g)(\psi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta)]\}q\varrho_0^{-1}\mathcal{J}_4^{-1},$$

(1.2.24 b)
$$F_{,y} = \{(F_{,q}\sin\theta + q^{-1}F_{,\theta}\cos\theta)[\varrho u(\varphi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\varphi_{,\theta}\sin\theta) - \varrho_0(v-g)(\psi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta)] - (F_{,q}\cos\theta - q^{-1}F_{,\theta}\sin\theta)[\varrho u(\varphi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\varphi_{,\theta}\cos\theta) - \varrho_0(v-g)(\psi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta)]\}q\varrho_0^{-1}\mathcal{J}_4^{-1}.$$

Simplifying :

(1.2.25)
$$F_{,x} = (F_{,q}\{\cos\theta[\varrho v(\varphi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\varphi_{,\theta}\cos\theta) + \varrho_0(u-g)(\psi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta)] - \sin\theta[\varrho v(\varphi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\varphi_{,\theta}\sin\theta) + \varrho_0(u-g)(\psi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta)]\} - F_{,\theta}\{q^{-1}\sin\theta[\varrho v(\varphi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta) + \varrho_0(u-g)(\psi_{,q}\sin\theta + q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta)] + q^{-1}\cos\theta[\varrho v(\varphi_{,q}\cos\theta - q^{-1}\varphi_{,\theta}\sin\theta) + \varrho_0(u-g)(\psi_{,q}\cos\theta - q\psi_{,\theta}\sin\theta)]\})q\varrho_0^{-1}\mathcal{J}_4^{-1} = \{F_{,q}[\varrho vq^{-1}\varphi_{,\theta} + \varrho_0\psi_{,\theta}q^{-1}(u-g)] - F_{,\theta}[\varrho vq^{-1}\varphi_{,q} - \varrho_0 q^{-1}(u-g)\psi_{,q}]\}q\varrho_0^{-1}\mathcal{J}_4^{-1} = \mathcal{J}_4^{-1}[\varrho\varrho_0^{-1}q\sin\theta(F_{,q}\varphi_{,\theta} - F_{,\theta}\varphi_{,q}) + (q\cos\theta - g)(F_{,q}\psi_{,\theta} - F_{,\theta}\psi_{,q})].$$

Similarly,

$$F_{,y}=\mathfrak{J}_4^{-1}[\varrho\varrho_0^{-1}q\cos\theta\,(F_{,\theta}\varphi_{,q}-F_{,q}\varphi_{,\theta})+(q\sin\theta-g)\,(F_{,q}\psi_{,\theta}-F_{,\theta}\psi_{,q})]=$$
$$=\mathfrak{J}_4^{-1}[(q\sin\theta-g)(F_{,q}\psi_{,\theta}-F_{,\theta}\psi_{,q})-\varrho\varrho_0^{-1}q\cos\theta(F_{,q}\varphi_{,\theta}-F_{,\theta}\varphi_{,q})]. \tag{1.2.26}$$

Now, let us return to the task of transferring the equations, obtained in section **1.1**, to the hodograph plane. First substitute Eq. (1.2.17) into Eq. (1.2.14) and obtain:

$$\begin{cases} x_{,u}=[\varrho q\cos\theta\,(\varphi_{,q}\cos\theta-q^{-1}\varphi_{,\theta}\sin\theta)- \\ \qquad -\varrho_0(q\sin\theta-g)\,(\psi_{,q}\cos\theta-q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta)]\,\Delta^{-1}, \\ x_{,v}=[\varrho q\cos\theta\,(\varphi_{,q}\sin\theta+q^{-1}\varphi_{,\theta}\cos\theta)- \\ \qquad -\varrho_0(q\sin\theta-g)\,(\psi_{,q}\cos\theta-q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta)]\,\Delta^{-1}, \\ y_{,u}=[\varrho_0(q\cos\theta-g)\,(\psi_{,q}\cos\theta-q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta)+ \\ \qquad +\varrho q\sin\theta\,(\varphi_{,q}\cos\theta-q^{-1}\varphi_{,\theta}\sin\theta)]\,\Delta^{-1}, \\ y_{,v}=[\varrho_0(q\cos\theta-g)\,(\psi_{,q}\sin\theta+q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta)+ \\ \qquad +\varrho q\sin\theta\,(\varphi_{,q}\sin\theta+q^{-1}\varphi_{,\theta}\cos\theta)]\,\Delta^{-1}. \end{cases} \tag{1.2.27}$$

First, we shall attempt to transform the potential equation to the hodograph plane. To accomplish this, we must first transform Q and F_e to the $\{u,v\}$ plane using Eq. (1.2.10):

$$\begin{cases} Q_{,x}=\mathfrak{J}_1^{-1}(Q_{,u}y_{,v}-Q_{,v}y_{,u}), \quad Q_{,y}=-\mathfrak{J}_1^{-1}(Q_{,u}x_{,v}-Q_{,v}x_{,u}), \\ F_{e,x}=\mathfrak{J}_1^{-1}(F_{e,u}y_{,v}-F_{e,v}y_{,u}), \quad F_{e,y}=-\mathfrak{J}_1^{-1}(F_{e,u}x_{,v}-F_{e,v}x_{,u}). \end{cases} \tag{1.2.28}$$

Since the equations for F_e are the same as those for Q, we shall consider only Q in detail. Thus, we may write:

$$uQ_{,x}+vQ_{,x}=\mathfrak{J}_1^{-1}[Q_{,u}(uy_{,v}-vx_{,v})-Q_{,v}(uy_{,u}-vx_{,u})],$$

or, from the total differential of ψ,

$$uQ_{,x}+vQ_{,y}=\varrho^{-1}\mathfrak{J}_1^{-1}(Q_{,u}\psi_{,v}-Q_{,v}\psi_{,u}). \tag{1.2.29}$$

Using Eqs. (1.2.21) and (1.2.17) in Eq. (1.2.29), we have

$$uQ_{,x}+vQ_{,y}=q^{-1}\varrho^{-1}\mathfrak{J}_1^{-1}[(Q_{,q}q\cos\theta-Q_{,\theta}\sin\theta)(\psi_{,q}\sin\theta+q^{-1}\psi_{,\theta}\cos\theta)-$$
$$-(Q_{,q}q\sin\theta+Q_{,\theta}\cos\theta)(\psi_{,q}\cos\theta-q^{-1}\psi_{,\theta}\sin\theta)]= \tag{1.2.30}$$
$$=q^{-1}\varrho^{-1}\mathfrak{J}_1^{-1}(Q_{,q}\psi_{,\theta}-Q_{,\theta}\psi_{,q}).$$

Similarly,

$$uF_{e,x}+vF_{e,y}=\varrho^{-1}q^{-1}\mathfrak{J}_1^{-1}(F_{e,q}\psi_{,\theta}-F_{e,\theta}\psi_{,q}). \tag{1.2.31}$$

We may now write Eq. (1.1.37) completely transformed into the hodograph plane, using Eqs. (1.2.11), (1.2.27), (1.2.29), and (1.2.30):

$$(a^2-u^2)\,u_{,x}+(a^2-v^2)\,v_{,y}-uv\,(u_{,y}+v_{,x})=\mathcal{J}_1^{-1}\,[(a^2-q^2\cos^2\theta)\,y_{,v}+$$

$$+(a^2-q^2\sin^2\theta)\,x_{,u}-q^2\sin\theta\cos\theta\,(y_{,u}-x_{,v})]= \tag{1.2.32}$$

$$=\varrho^{-1}q^{-1}\mathcal{J}_1^{-1}\,[(\gamma-1)\,(Q_{,q}\,\psi_{,\theta}-Q_{,\theta}\,\psi_{,q})-\varrho^{-1}\,(F_{e,q}\,\psi_{,\theta}-F_{e,\theta}\,\psi_{,q})].$$

Using Eqs. (1.2.27), rearranging, and solving for $\varphi_{,q}$,

$$\varphi_{,q}=\bar{a}\psi_{,\theta}+b\psi_{,q}, \tag{1.2.33}$$

where

$$\bar{a}=\varrho^{-1}\varrho_0\,q^{-1}\,[q-g\,(\sin\theta+\cos\theta)]\,[(\gamma-1)\,a^{-2}Q_{,q}+(M^2-1)\,q^{-1}- \tag{1.2.34 a}$$

$$-\varrho^{-1}\,a^{-2}F_{e,q}],$$

$$b=\varrho^{-1}\varrho_0\,q^{-1}\{g\,(\sin\theta-\cos\theta)-a^{-2}\,[q-g\,(\sin\theta+\cos\theta)]\,[(\gamma-1)Q_{,\theta}- \tag{1.2.34 b}$$

$$-\varrho^{-1}F_{e,q}]\}.$$

Using Eqs. (1.1.31) and (1.2.11), we have:

$$\omega=v_{,x}-u_{,y}=\mathcal{J}_1^{-1}\,(x_{,v}-y_{,u}). \tag{1.2.35}$$

Substituting for $x_{,v}$ and $y_{,u}$ from Eqs. (1.2.27), rearranging Eq. (1.2.35), and solving for $\varphi_{,\theta}$,

$$\varphi_{,\theta}=c\psi_{,\theta}+d\psi_{,q}+e, \tag{1.2.36}$$

where

(1.2.37 a) $c=\varrho_0\,\varrho^{-1}\,gq^{-1}(\sin\theta-\cos\theta)$, (1.2.37 b) $d=\varrho_0\varrho^{-1}[q-g\,(\sin\theta+\cos\theta)]$,

$$e=\mathcal{J}_1\,\omega\,[q-g\,(\sin\theta+\cos\theta)]. \tag{1.2.37 c}$$

Differentiating Eq. (1.2.33) with respect to θ, and Eq. (1.2.36) with respect to q, and subtracting:

$$\varphi_{,q\theta}-\varphi_{,\theta q}=\bar{a}\psi_{,\theta\theta}+b\psi_{,q\theta}+\bar{a}_{,\theta}\psi_{,q}+b_{,\theta}\psi_{,q}-c\psi_{,\theta q}-d\psi_{,qq}-e_{,q}-$$

$$-c_{,q}\psi_{,\theta}-d_{,q}\psi_{,q}=\bar{a}\psi_{,\theta\theta}-d\psi_{,qq}+(b-c)\,\psi_{,\theta q}+(\bar{a}_{,\theta}-c_{,q})\,\psi_{,\theta}+ \tag{1.2.38}$$

$$+(b_{,\theta}-d_{,q})\,\psi_{,q}-e_{,q}=0.$$

Thus, we have the stream-function equation analogous to the ordinary compressible case. While it is linear in the hodograph plane, we see that it is much more complicated than its counterpart in ordinary compressible fluid flow.

It will now be necessary to transform the electromagnetic equations to the hodograph plane in order to form a determinate system. Some of the equations do not involve derivatives, and therefore, trans-

fer directly. However, let us first consider Eq. (1.1.10). This gives us the relationship,

$$H_{x,x} = -H_{y,y}. \tag{1.2.39}$$

From Eqs. (1.2.25) and (1.2.26), we have:

$$\begin{aligned}&\varrho\varrho_0^{-1} q \sin\theta\,(H_{x,q}\varphi_{,0} - H_{x,0}\varphi_{,q}) + (q\cos\theta - g)\,(H_{x,q}\psi_{,0} - H_{x,0}\psi_{,q}) = \\ &= \varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta\,(H_{y,q}\varphi_{,0} - H_{y,0}\varphi_{,q}) - (q\sin\theta - g)\,(H_{y,q}\psi_{,0} - H_{y,0}\psi_{,q}).\end{aligned} \tag{1.2.40}$$

Similarly, Eqs. (1.1.14) and (1.1.17) become:

$$\begin{aligned}&\varrho\varrho_0^{-1} q \sin\theta\,(E_{y,q}\varphi_{,0} - E_{y,0}\varphi_{,q}) + (q\cos\theta - g)\,(E_{y,q}\psi_{,0} - E_{y,0}\psi_{,q}) = \\ &= -\varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta\,(E_{x,q}\varphi_{,0} - E_{x,0}\varphi_{,q}) + (q\sin\theta - g)\,(E_{x,q}\psi_{,0} - E_{x,0}\psi_{,q}),\end{aligned} \tag{1.2.41}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_x = [&(q\sin\theta - g)\,(H_{z,q}\psi_{,0} - H_{z,0}\psi_{,q}) - \varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta\,(H_{z,q}\varphi_{,0} - \\ &- H_{z,0}\varphi_{,q})]\,/\,(4\pi\mathcal{J}_4),\end{aligned} \tag{1.2.42}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_y = [&\varrho\varrho_0^{-1} q\sin\theta\,(H_{z,q}\varphi_{,0} - H_{z,0}\varphi_{,q}) + (q\cos\theta - g)\,(H_{z,q}\psi_{,0} - \\ &- H_{z,0}\psi_{,q})]\,/\,(4\pi\mathcal{J}_4),\end{aligned} \tag{1.2.43}$$

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_z = [&\varrho\varrho_0^{-1} q\sin\theta\,(H_{y,q}\varphi_{,0} - H_{y,0}\varphi_{,q}) + (q\cos\theta - g)\,(H_{y,q}\psi_{,0} - \\ &- H_{y,0}\psi_{,q}) - (q\sin\theta - g)(H_{x,q}\psi_{,0} - H_{x,0}\psi_{,q}) + \varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta\,(H_{x,q}\varphi_{,0} - \\ &- H_{x,0}\varphi_{,q})]\,/\,(4\pi\mathcal{J}_4).\end{aligned} \tag{1:2.44}$$

Here, we need to introduce the vorticity relationship, Eq. (1.1.33), to give expressions for g and ω,

$$\omega = v_{,x} - u_{,y} = g_{,x} - g_{,y}. \tag{1.2.45}$$

Using Eqs. (1.2.19), (1.2.36), (1.2.25), and (1.2.26), Eq. (1.2.45) becomes:

$$\begin{aligned}\omega &= (\varphi_{,0} - c\psi_{,0} - d\psi_{,q}) \,/\, \{\mathcal{J}_1 [q - g\,(\sin\theta + \cos\theta)]\} = \\ &= q\mathcal{J}_4^{-1}[\varrho\varrho_0^{-1}(\sin\theta + \cos\theta)\,(g_{,q}\varphi_{,0} - g_{,0}\varphi_{,q}) + \\ &+ (\cos\theta - \sin\theta)\,(g_{,q}\psi_{,0} - g_{,0}\psi_{,q})],\end{aligned} \tag{1.2.46 a}$$

or

$$\begin{aligned}\varphi_{,0} - c\psi_{,0} - d\psi_{,q} &= q^{-1}[(\sin\theta + \cos\theta)\,(g_{,q}\varphi_{,0} - g_{,0}\varphi_{,q}) + \\ &+ \varrho_0\varrho^{-1}(\cos\theta - \sin\theta)\,(g_{,q}\psi_{,0} - g_{,0}\psi_{,q})] = \\ &= \mathcal{J}_1[q - g\,(\sin\theta + \cos\theta)]\,\omega.\end{aligned} \tag{1.2.46 b}$$

From Eq. (1.1.29) we may write:

$$\varrho_{,q} = a^{-2}(F_{e,q} - \varrho q) - a^{-2}(\gamma - 1)\,\varrho\mathcal{Q}_{,q}, \quad \varrho_{,0} = a^{-2}[F_{e,0} - (\gamma - 1)\,\varrho\mathcal{Q}_{,0}], \tag{1.2.47}$$

$$\varrho = \int a^{-2}[F_{e,q} - \varrho q - (\gamma - 1)\,\varrho\mathcal{Q}_{,q}]\,dq + \int a^{-2}[F_{e,0} - (\gamma - 1)\,\varrho\mathcal{Q}_{,0}]\,d\theta. \tag{1.2.48}$$

Eqs. (1.1.10) and (1.1.11) may be given as:

$$\varrho\varrho_0^{-1} q \sin\theta (F_{e,q}\varphi_{,\theta} - F_{e,\theta}\varphi_{,q}) + (q\cos\theta - g)(F_{e,q}\psi_{,\theta} - F_{e,\theta}\psi_{,q}) = \tag{1.2.49}$$
$$= \mathcal{J}_4 \sigma [E_y H_z - E_z H_y + qH_x (H_x \cos\theta + H_y \sin\theta) - qH^2 \cos\theta],$$

$$(q\sin\theta - g)(F_{e,q}\psi_{,\theta} - F_{e,\theta}\psi_{,q}) - \varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta (F_{e,q}\varphi_{,\theta} - F_{e,\theta}\varphi_{,q}) = \tag{1.2.50}$$
$$= \mathcal{J}_4 \sigma [E_z H_x - E_x H_z + qH_y (H_x \cos\theta + H_y \sin\theta) - qH^2 \sin\theta].$$

The remaining equations do not change their form and may be written as:

$$E_x H_y - E_y H_x + qH_z (H_x \cos\theta + H_y \sin\theta) = 0, \tag{1.2.51}$$

$$\varphi_{,q} = \bar{a}\psi_{,\theta} + b\psi_{,q}, \tag{1.2.52}$$

$$\varphi_{,\theta} = c\psi_{,\theta} + d\psi_{,q} + e, \tag{1.2.53}$$

$$Q = \bar{Q} = \mathcal{J}^2/\sigma, \tag{1.2.54}$$

$$\mathcal{J}_x = \sigma(E_x + q\sin\theta H_z), \tag{1.2.55}$$

$$\mathcal{J}_y = \sigma(E_y - q\cos\theta H_z), \tag{1.2.56}$$

$$\mathcal{J}_z = \sigma[E_z + q(H_y\cos\theta - H_x\sin\theta)], \tag{1.2.57}$$

$$\frac{1}{2} q^2 + \frac{a^2}{\gamma - 1} - Q - \int \varrho^{-1} \mathrm{d}F_e = \text{const}. \tag{1.2.58}$$

At this point, we have 18 equations (1.2.40)...(1.2.44), (1.2.46), (1.2.48)...(1.2.58) in 16 unknowns (ψ, φ, H_x, H_y, H_z, E_x, E_y, $\mathcal{J}_x$, $\mathcal{J}_y$, $\mathcal{J}_z$, F_e, Q, ϱ, g, p, and ω). Next, we should like to eliminate φ from our system using Eqs. (1.2.52) and (1.2.53). In doing this, we will eliminate these two equations from our system, but we will introduce Eq. (1.2.38) in their place. Thus, using Eqs. (1.2.52) and (1.2.53), Eqs. (1.2.25) and (1.2.26) may be written as:

$$F_{,x} = \mathcal{J}_4^{-1}\{F_{,q}[\psi_{,\theta}(\varrho\varrho_0^{-1} c\sin\theta + q\cos\theta - g) + (d\psi_{,q} + e)\varrho\varrho_0^{-1} q\sin\theta] - \tag{1.2.59}$$
$$- F_{,\theta}[\varrho\varrho_0^{-1} q\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,\theta} + \psi_{,q}(\varrho\varrho_0^{-1} qb\sin\theta + q\cos\theta - g)]\},$$

$$F_{,y} = \mathcal{J}_4^{-1}\{F_{,q}[\psi_{,\theta}(q\sin\theta - g - \varrho\varrho_0^{-1} qc\cos\theta)\varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta (d\psi_{,\theta} + e)] + \tag{1.2.60}$$
$$+ F_{,\theta}[\varrho\varrho_0^{-1} q\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,\theta} - \psi_{,q}(q\sin\theta - g + \varrho\varrho_0^{-1} qb\cos\theta)]\},$$

where $\mathcal{J}_4$ is now given by:

$$\mathcal{J}_4 = \bar{a}(\psi_{,\theta})^2 + (b-c)\psi_{,\theta}\psi_{,q} - d(\psi_{,q})^2 - e\psi_{,q}. \tag{1.2.61}$$

Using these results, we shall now rewrite our system without φ. Eq. (1.2.38) is unchanged and is given by:

$$\bar{a}\psi_{,\theta\theta} - d\psi_{,qq} + (b-c)\psi_{,\theta q} + (\bar{a}_{,\theta} - c_{,q})\psi_{,\theta} + (b_{,\theta} - d_{,q})\psi_{,q} - e_{,q} = 0. \tag{1.2.62}$$

Eq. (1.2.39) becomes

$$H_{x,q}[\psi_{,\theta}(\varrho\varrho_0^{-1} qc\sin\theta + q\cos\theta - g) + (d\psi_{,q} + e)\varrho\varrho_0^{-1} q\sin\theta] -$$
$$- H_{x,\theta}[\varrho\varrho_0^{-1} q\sin\theta\,\bar{a}\psi_{,\theta} + \psi_{,q}(\varrho\varrho_0^{-1} qb\sin\theta + q\cos\theta - g)] =$$
$$= H_{y,q}]\psi_{,\theta}[\psi_{,\theta}(\varrho\varrho_0^{-1} qc\cos\theta - q\sin\theta - g) + \varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta (d\psi_{,q} + \tag{1.2.63}$$
$$+ e)] - H_{y,\theta}[\varrho\varrho_0^{-1} q\cos\theta\,\bar{a}\psi_{,\theta} - \psi_{,q}(q\sin\theta - g + \varrho\varrho_0^{-1} qb\cos\theta)].$$

Similarly, Eq. (1.2.40) is replaced by :

$$
\begin{aligned}
&E_{y,q}[\psi_{,0}(\varrho\varrho_0^{-1}qc\sin\theta+q\cos\theta-g)+\varrho\varrho_0^{-1}q\sin\theta\,(d\psi_{,q}+e)]-\\
&-E_{y,0}[\varrho\varrho_0^{-1}q\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,0}+\psi_{,q}(\varrho\varrho_0^{-1}qb\sin\theta+q\cos\theta-g)]=\\
&=E_{x,q}[\psi_{,0}(q\sin\theta-g-\varrho\varrho_0^{-1}qc\cos\theta)-\varrho\varrho_0^{-1}q\cos\theta\,(d\psi_{,q}+e)]+\\
&+E_{x,0}[\varrho\varrho_0^{-1}q\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,0}-\psi_{,q}(q\sin\theta-g+\varrho\varrho_0^{-1}qb\cos\theta)].
\end{aligned}
\tag{1.2.64}
$$

Eqs. (1.2.42) ... (1.2.44) become :

$$
\begin{aligned}
\mathcal{J}_x=\{&H_{z,q}[\psi_{,0}(q\sin\theta-g-\varrho\varrho_0^{-1}qc\cos\theta)-\varrho\varrho_0^{-1}q\cos\theta\,(d\psi_{,q}+e)]+\\
&+H_{z,0}[\varrho\varrho_0^{-1}q\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,0}-\psi_{,q}(q\sin\theta-g+\varrho\varrho_0^{-1}qb\cos\theta)]\}/(4\pi\mathcal{J}_4),
\end{aligned}
\tag{1.2.65}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{J}_y=\{&H_{z,0}[\varrho\varrho_0^{-1}q\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,0}+\psi_{,q}(\varrho\varrho_0^{-1}qb\sin\theta+q\cos\theta-g)-\\
&-H_{z,q}[\psi_{,0}(\varrho\varrho_0^{-1}qc\sin\theta+q\cos\theta-g)+\varrho\varrho_0^{-1}q\sin\theta(d\psi_{,q}+e)]\}/(4\pi\mathcal{J}_4),
\end{aligned}
\tag{1.2.66}
$$

$$
\begin{aligned}
\mathcal{J}_z=\{&H_{y,q}[\psi_{,0}(\varrho\varrho_0^{-1}qc\sin\theta+q\cos\theta-g)+\varrho\varrho_0^{-1}q\sin\theta(d\psi_{,q}+e)]-\\
&-H_{y,0}[\varrho\varrho_0^{-1}q\,a\sin\theta\,\psi_{,0}+\psi_{,q}(\varrho\varrho_0^{-1}qb\sin\theta+q\cos\theta-g)+\\
&+H_{x,q}[\psi_{,0}(\varrho\varrho_0^{-1}qc\cos\theta-q\sin\theta-g)+\varrho\varrho_0^{-1}q\cos\theta(d\psi_{,q}+e)]+\\
&+H_{x,0}[\psi_{,q}(q\sin\theta-g+\varrho\varrho_0^{-1}qb\cos\theta)-\varrho\varrho_0^{-1}q\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,0}]\}.
\end{aligned}
\tag{1.2.67}
$$

Eqs. (1.2.46) can be written as :

$$
\begin{aligned}
\omega=q\mathcal{J}_4^{-1}\{&g_{,q}[\varrho\varrho_0^{-1}(\sin\theta+\cos\theta)(c\psi_{,0}+d\psi_{,q}+e)+(\cos\theta-\sin\theta)\psi_{,0}]-\\
&-g_{,0}[\varrho\varrho_0^{-1}(\sin\theta+\cos\theta)(\bar{a}\psi_{,0}+b\psi_{,q})+(\cos\theta-\sin\theta)\psi_{,q}]\},
\end{aligned}
\tag{1.2.68 a}
$$

and

$$
\begin{aligned}
&g_{,q}\{\psi_{,0}[c(\sin\theta+\cos\theta)+\varrho\varrho_0^{-1}(\cos\theta-\sin\theta)]+(\sin\theta+\cos\theta)(d\psi_{,q}+e)]-\\
&-g_{,0}\{(\sin\theta+\cos\theta)\bar{a}\psi_{,0}+\psi_{,q}[b(\sin\theta+\cos\theta)+\\
&+\varrho\varrho_0^{-1}(\cos\theta-\sin\theta)]\}-qe=0.
\end{aligned}
\tag{1.2.68 b}
$$

Eqs. (1.2.49) and (1.2.50) become :

$$
\begin{aligned}
&F_{e,q}[\psi_{,0}(\varrho\varrho_0^{-1}qc\sin\theta+q\cos\theta-g)+(d\psi_{,q}+e)\varrho\varrho_0^{-1}q\sin\theta]-\\
&-F_{e,0}[\varrho\varrho_0^{-1}q\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,0}+\psi_{,q}(\varrho\varrho_0^{-1}qb\sin\theta+\cos\theta-g)]=\\
&=\mathcal{J}_4+\sigma[E_yH_z-E_zH_y+qH_x(H_x\cos\theta+H_y\sin\theta)-qH^2\cos\theta],
\end{aligned}
\tag{1.2.69}
$$

$$
\begin{aligned}
&F_{e,q}[\psi_{,0}(q\sin\theta-g-\varrho\varrho_0^{-1}qc\cos\theta)-\varrho\varrho_0^{-1}q\cos\theta(d\psi_{,q}+e)]+\\
&+F_{e,0}[\varrho\varrho_0^{-1}q\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,0}-\psi_{,q}(q\sin\theta-g+\varrho\varrho_0^{-1}qb\cos\theta)]=\\
&=\mathcal{J}_4\sigma[E_zH_x-E_xH_z+qH_y(H_x\cos\theta+H_y\sin\theta)-qH^2\sin\theta].
\end{aligned}
\tag{1.2.70}
$$

Eqs. (1.2.51)...(1.2.58) are unchanged and are written as:

(1.2.71) $$E_x H_y \quad E_y H_x + qH_z (H_x \cos\theta - H_y \sin\theta) = 0,$$

(1.2.72) $$\varrho = \int a^{-2}[F_{e,q} - \varrho - q(\gamma-1)\varrho Q_{,q}]\mathrm{d}q + \int a^{-2}[F_{e,\theta} - (\gamma-1)Q_{,\theta}]\mathrm{d}\theta,$$

(1.2.73) $$Q = \bar{Q} = \mathcal{J}^2/\sigma, \qquad (1.2.74) \quad \mathcal{J}_x = \sigma(E_x + q\sin\theta H_z),$$

(1.2.75) $$\mathcal{J}_y = \sigma[E_y - q\cos\theta H_z), \qquad (1.2.76) \quad \mathcal{J}_z = \sigma[E_z + q(H_y\cos\theta - H_x\sin\theta)],$$

(1.2.77) $$\frac{1}{2}q^2 + \frac{a^2}{\gamma-1} - Q - \int \varrho^{-1}\mathrm{d}F_e = \text{const.}$$

Thus, Eqs. (1.2.62)...(1.2.77) represent a system of 17 equations in 15 unknowns (ψ, H_x, H_y, H_z, E_x, E_y, $\mathcal{J}_x$, $\mathcal{J}_y$, $\mathcal{J}_z$, p, ϱ, g, ω, F_e, and Q) and is the final form of our system in the $\{q, \theta\}$ plane.

1.3. Transformation from $\{q, \theta\}$ plane to $\{\tau, \theta\}$ plane

In order to be able to make a comparison with Chaplygin's results for the jet in compressible flow without magneto-electric effects, we must now transfer our system of equations from $\{q, \theta\}$ to $\{\tau, \theta\}$, where τ is defined as:

(1.3.1) $$\tau = q^2/(2\alpha),$$

where

(1.3.2) $$\alpha = K\gamma\varrho_0^{\gamma-1}/(\gamma-1).$$

In this case, K is given by:

(1.3.3) $$K = p_0\varrho_0^{-\gamma}.$$

Hence, Eq. (1.3.1) may be written as

(1.3.4) $$\tau = [(\gamma-1)/2]q^2 a_0^{-2},$$

where

(1.3.5) $$a_0^2 = \gamma p_0 \varrho_0^{-1}.$$

Thus, we must replace q everywhere by:

(1.3.6) $$q = \sqrt{2\tau/(\gamma-1)}.$$

Let us define the operator D as

(1.3.7) $$D = \partial/\partial q = (\partial/\partial\tau)(\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}q).$$

From Eq. (1.3.4),

(1.3.8) $$\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}q = [(\gamma-1)/a_0^2]\, q = a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}.$$

Hence, Eq. (1.3.7) becomes

(1.3.9) $$D = a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}(\partial/\partial\tau)\,.$$

Thus, we may write the second derivative operator as:

(1.3.10) $$D^2=[(\gamma-1)/a_0^2](\partial/\partial\tau+2\tau\partial^2/\partial\tau^2).$$

We may now proceed to transfer our system to the $\{\tau,\theta\}$ plane. Using Eqs. (1.3.6), (1.3.9), and (1.3.10), we shall transform Eqs. (1.2.61)... (1.2.76) as follows:

(1.3.11)
$$\bar{a}\psi_{,\theta\theta}-a_0^{-2}(\gamma-1)\,d\,(\psi_{,\tau}+2\tau\psi_{,\tau\tau})+a_0^{-1}(b-c)\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\theta\tau}+[\bar{a}_{,\theta}+$$
$$+a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,c_{,\tau}]\psi_{,\theta}+[b_{,\theta}-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,d_{,\tau}]a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\tau}-$$
$$-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,e_{,\tau}=0\,,$$

(1.3.12)
$$H_{x,\tau}\{\psi_{,\theta}[2(\varrho/\varrho_0)\tau c\sin\theta+2\tau\cos\theta-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}g]+[d\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,\psi_{,\tau}+$$
$$+2\tau e](\varrho/\varrho_0)\sin\theta\}-H_{x,\theta}\{(\varrho/\varrho_0)\,a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,\theta}+$$
$$+\psi_{,\tau}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau b\sin\theta+2\tau\cos\theta-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,g]\}=$$
$$=H_{y,\tau}\{\psi_{,\theta}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau c\cos\theta-2\tau\sin\theta+a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,g)+$$
$$+[d\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,\psi_{,\tau}+2\tau e]\,(\varrho/\varrho_0)\cos\theta\}-$$
$$-H_{y,\theta}\{(\varrho/\varrho_0)a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\,\psi_{,\theta}-\psi_{,\tau}[2\tau\sin\theta-$$
$$-ga_0^{-1}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}+2(\varrho/\varrho_0)\tau b\cos\theta]\},$$

(1.3.13)
$$E_{y,\tau}\{\psi_{,\theta}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau c\sin\theta+2\tau\cos\theta-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,g+$$
$$+[d\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,\psi_{,\tau}+2\tau e]\,(\varrho/\varrho_0)\sin\theta\}-$$
$$-E_{y,\theta}\{(\varrho/\varrho_0)a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,\theta}+\psi_{,\tau}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau b\sin\theta+2\tau\cos\theta-$$
$$-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,g]\}=E_{x,\tau}\{\psi_{,\theta}[2\tau\sin\theta-2(\varrho/\varrho_0)\tau c\cos\theta-$$
$$-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,g]-[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,d\psi_{,\tau}+2\tau e]\,(\varrho/\varrho_0)\cos\theta\}+$$
$$+E_{y,\theta}\{(\varrho/\varrho_0)\,a_0\sqrt{2\tau(\gamma-1)}\,\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,\theta}-\psi_{,\tau}[2\tau\sin\theta-$$
$$-ga_0^{-1}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}+2(\varrho/\varrho_0)\tau b\cos\theta]\}\,,$$

(1.3.14)
$$\mathcal{J}_x=(H_{z,\tau}\{\psi_{,\theta}[2\tau\sin\theta-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}-2(\varrho/\varrho_0)\tau c\cos\theta]-$$
$$-[d\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,\psi_{,\tau}+2\tau e)\,(\varrho/\varrho_0)\cos\theta]\}+$$
$$+H_{z,\theta}\{(\varrho/\varrho_0)a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,\theta}-\psi_{,\tau}[2\tau\sin\theta-$$
$$-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}-2(\varrho/\varrho_0)\,\tau b\cos\theta]\})/(4\pi\mathcal{J}_4)\,,$$

$$\mathcal{J}_y=(H_{z,_0}\{(\varrho/\varrho_0)\,a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,0}+\psi_{,\tau}[2(\varrho/\varrho_0)\tau b\sin\theta+$$

$$+2\tau\cos\theta-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1\tau)}]\}-H_{z,_\tau}\{\psi_{,0}[2(\varrho/\varrho_0)\tau c\sin\theta+2\tau\cos\theta-\tag{1.3.15}$$

$$-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}]+[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,d\psi_{,\tau}+2\tau e](\varrho/\varrho_0)\sin\theta\})/(4\pi\mathcal{J}_4)\,,$$

$$\mathcal{J}_z=(H_{y,_\tau}\{\psi_{,0}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau c\sin\theta+2\tau\cos\theta-g\,a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}]+$$

$$+[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,d\psi_{,\tau}+2\tau e](\varrho/\varrho_0)\sin\theta\}-$$

$$-H_{y,_0}\{(\varrho/\varrho_0)a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,0}+\psi_{,\tau}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau b\sin\theta+2\tau\cos\theta-\tag{1.3.16}$$

$$-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}]\}+H_{x,_\tau}\{\psi_{,0}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau c\cos\theta-2\tau\sin\theta+$$

$$+ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}]+[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,d\psi_{,\tau}+2\tau e](\varrho/\varrho_0)\cos\theta\}+$$

$$+H_{x,_0}\{\psi_{,\tau}[2\tau\sin\theta-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+2(\varrho/\varrho_0)\,\tau b\cos\theta]-$$

$$-(\varrho/\varrho_0)\,\bar{a}a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\cos\theta\,\psi_{,0}\})/(4\pi\mathcal{J}_4)\,,$$

$$\omega=\mathcal{J}_4^{-1}(2\tau g_{,\tau}\{(\varrho/\varrho_0)(\sin\theta+\cos\theta)[c\psi_{,0}+a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+e]+(\cos\theta-\tag{1.3.17}$$

$$-\sin\theta)\,\psi_{,0}\}-g_{,0}\{(\varrho/\varrho_0)(\sin\theta+\cos\theta)\,[\bar{a}a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\psi_{,0}+$$

$$+2\tau b\psi_{,\tau}]+(\cos\theta-\sin\theta)\,2\tau\psi_{,\tau}\})\,,$$

$$a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,g_{,\tau}\{\psi_{,0}[c(\sin\theta+\cos\theta)+(\varrho/\varrho_0)(\cos\theta-\sin\theta)]+(\sin\theta+$$

$$+\cos\theta)[a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,d\psi_{,\tau}+e]\}-g_{,0}\{(\sin\theta+\cos\theta)\bar{a}\psi_{,0}+$$

$$+a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\tau}[b(\sin\theta+\cos\theta)+(\varrho/\varrho_0)(\cos\theta-\tag{1.3.18}$$

$$-\sin\theta)]\}-a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,e=0\,,$$

$$F_{e,_\tau}\{\psi_{,0}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau c\sin\theta+2\tau\cos\theta-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}]+$$

$$+[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,d\psi_{,\tau}+2\tau e](\varrho/\varrho_0)\sin\theta\}-$$

$$-F_{e,_0}\{(\varrho/\varrho_0)a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\sin\theta\,\psi_{,0}+\psi_{,\tau}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau b\sin\theta+$$

$$+2\tau\cos\theta-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\}=\mathcal{J}_4\sigma[E_yH_z-E_zH_y+\tag{1.3.19}$$

$$+a_0H_x\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}(H_x\cos\theta+H_y\sin\theta)-a_0H^2\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\cos\theta]\,,$$

$$F_{e,_0}\{(\varrho/\varrho_0)\,a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\psi_{,0}\sin\theta-\psi_{,\tau}[2\tau\sin\theta-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+$$

$$+2(\varrho/\varrho_0)\,\tau b\cos\theta\}-F_{e,_\tau}\{\psi_{,0}[2(\varrho/\varrho_0)\,\tau c\cos\theta-2\tau\sin\theta+$$

$$+ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}]+[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\,d\psi_{,\tau}+2\tau e](\varrho/\varrho_0)\cos\theta\}=\tag{1.3.20}$$

$$=\mathcal{J}_z\sigma[E_zH_x-E_xH_z+a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,H_y(H_x\cos\theta+$$

$$+H_y\sin\theta)-a_0H^2\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\sin\theta]\,,$$

(1.3.21) $$E_x H_y - E_y H_x + a_0 H_z \sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,(H_x \cos\theta + H_y \sin\theta) = 0\,,$$

(1.3.22) $$\varrho = \int a^{-2}\left[\frac{2(\gamma-1)\tau}{a_0^2} F_{e,\tau} - 2\varrho\tau - \frac{2(\gamma-1)^2\varrho\tau}{a_0^2} Q_{,\tau}\right] d\tau + \int a^{-2}\left[F_{e,0} - (\gamma-1) Q_{,0}\right] d\theta\,,$$

(1.3.23) $$Q = \mathcal{J}^2/\sigma\,, \qquad (1.3.24)\quad \mathcal{J}_x = \sigma[E_x + a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\sin\theta\, H_z]\,,$$

(1.3.25) $$\mathcal{J}_y = \sigma[E_y - a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\cos\theta\, H_z]\,,$$

(1.3.26) $$\mathcal{J}_z = \sigma[E_z + a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}(H_y\cos\theta - H_x\sin\theta)]\,,$$

(1.3.27) $$\frac{a_0^2\tau}{\gamma-1} + \frac{a^2}{\gamma-1} - Q - \int \frac{dF_e}{\varrho} = \text{const.}\,,$$

where

(1.3.28 a) $$\bar{a} = (\varrho_0/\varrho)[1 - g a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}(\sin\theta+\cos\theta)][a_0^{-1} a^{-2}\sqrt{2(\gamma-1)^3}\tau Q_{,\tau} + a_0 a^{-2}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)} - a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)} - \varrho^{-1} a^{-2} a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}\tau F_{e,\tau}\,,$$

(1.3.28 b) $$b = \varrho_0\varrho^{-1}\{g a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\,(\sin\theta - \cos\theta) - a^{-2}[1 - g a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\,(\sin\theta+\cos\theta)][(\gamma-1) Q_{,\theta} - \varrho^{-1} F_{e,\theta}]\}\,,$$

(1.3.28 c) $$c = [\varrho_0 g/(\varrho a_0)]\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\,(\sin\theta - \cos\theta)\,,$$

(1.3.28 d) $$d = (\varrho_0/\varrho)[a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)} - g(\sin\theta+\cos\theta)]\,,$$

(1.3.28 e) $$e = [\varrho_0/(\varrho a_0^2)]\,[(\gamma-1)/(2\tau)]\,\mathcal{J}_4\,\omega\,,$$

(1.3.29) $$\mathcal{J}_4 = \bar{a}\,(\psi_{,\theta})^2 + a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,(b-c)\psi_{,0}\psi_{,\tau} - 2a_0^{-2} d\,(\gamma-1)\tau(\psi_{,\tau})^2 - a_0^{-1} e\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\tau}\,.$$

Eqs. (1.3.11) ... (1.3.27) represent the same system that we had in the $\{q, \theta\}$ plane, only difference being that the independent variables are now τ and θ. Thus, we still have 17 equations and 15 unknowns.

Chapter 2. Particular Solution

2.1. Reduction to Chaplygin's Form and the Particular Fundamental Solution

In this section, we would first like to show that the stream-function equation, (1.3.11), reduces to Chaplygin's equation when the electromagnetic quantities vanish and we assume that the flow is adiabatic and irrotational. We would then like to discuss the solution of this particular problem. The restriction imposed by the vanishing of the electromagnetic terms is obvious. Restriction to adiabatic, irrotational flow implies the following:

(2.1.1) $$Q=\omega=g\equiv 0.$$

Under these restrictions, the coefficients, $\bar{a}$ to e, become

(2.1.2) $$\begin{cases} \bar{a}=\varrho_0\varrho^{-1}[a_0a^{-2}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}, \\ d=\varrho_0\varrho^{-1}a_0\sqrt{(2\tau)/(\gamma-1)}, \quad b=c=e=0. \end{cases}$$

Bernoulli's equation for this case becomes

(2.1.3) $$\varrho=\varrho_0(1-\tau)^{1/(\gamma-1)}.$$

Combining Eqs. (2.1.2) and (2.1.3), we have

(2.1.4) $$\begin{cases} \bar{a}=(1-\tau)^{-1/(\gamma-1)}[a_0a^{-2}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}, \\ d=a_0(1-\tau)^{-1/(\gamma-1)}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}, \quad b=c=e=0. \end{cases}$$

Under the restriction of adiabatic flow, the p-ϱ relation becomes

(2.1.5) $$p=K\varrho^{\gamma}.$$

Bernoulli's equation can also be written as

(2.1.6) $$\frac{1}{2}q^2+[\gamma/(\gamma-1)]\,p\varrho^{-1}=[\gamma/(\gamma-1)]\,p_0\varrho_0^{-1},$$

or

(2.1.6 a) $$a^2=a_0^2(1-\tau).$$

Using Eq. (2.1.6 a) in Eq. (2.1.4), we obtain the following:

(2.1.7) $$\begin{cases} \bar{a}=-a_0^{-1}(1-\tau)^{-\gamma/(\gamma-1)}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\,[1-\tau(\gamma+1)/(\gamma-1)], \\ d=a_0(1-\tau)^{-1/(\gamma-1)}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}, \quad b=c=e=0. \end{cases}$$

Substituting Eqs. (2.1.7) into Eq. (1.3.11), we have:

(2.1.8) $$4\tau^2(1-\tau)\psi_{,\tau\tau}+[1-\tau(\gamma+1)/(\gamma-1)]\psi_{,\theta\theta}+ \\ +4\tau[1+\tau(2-\gamma)/(\gamma-1)]\psi_{,\tau}=0,$$

which is Chaplygin's equation for the case of adiabatic, irrotational, compressible flow in two dimensions.

To this equation, we may apply the method of separation of variables, i. e., assume that the solution is of the form:

(2.1.9) $$\psi(\theta,\tau)=\Theta(\theta)\,T(\tau).$$

For $\Theta(\theta)$ we obtain an ordinary differential equation,

(2.1.10) $$\mathrm{d}^2\Theta/\mathrm{d}\theta^2+n^2\,\mathrm{d}\Theta/\mathrm{d}\theta=0,$$

which has a solution:

(2.1.11) $$\Theta_n(\theta)=A_n\sin(n\theta+B_n),$$

where A_n and B_n are arbitrary constants. Following Chaplygin, we set:

$$T(\tau) = \psi_n(\tau) = \tau^{n/2} f_n(\tau). \tag{2.1.12}$$

Therefore, we have:

$$\psi(\tau, \theta) = \psi_n(\tau)\,\Theta(\theta) = \tau^{n/2} f_n(\tau)\, A_n \sin(n\theta + B_n). \tag{2.1.13}$$

From the original process of the separation of variables, we have the equation:

$$\begin{aligned}\tau^2(1-\tau)\,\mathrm{d}^2T/\mathrm{d}\tau^2 + \tau[1+\tau(2-\gamma)/(\gamma-1)]\mathrm{d}T/\mathrm{d}\tau - \\ -(n^2/4)[1-\tau(\gamma+1)/(\gamma-1)]T = 0.\end{aligned} \tag{2.1.14}$$

Using Eq. (2.1.12), Eq. (2.1.14) becomes:

$$\begin{aligned}\tau(1-\tau)\,\mathrm{d}^2 f_n/\mathrm{d}\tau^2 + \{n+1-[n-\tau(2-\gamma)/(\gamma-1)]\}\mathrm{d}f_n/\mathrm{d}\tau + \\ +\{n(n+1)/[2(\gamma-1)]\} f_n = 0,\end{aligned} \tag{2.1.15}$$

which is a hypergeometric equation. The solution of this equation is well known and is given by:

$$\begin{aligned}f_n(\tau) = F(a_n, b_n, n+1; \tau) = \frac{\Gamma(2n+1)}{\Gamma(a_n)\Gamma(b_n)} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Gamma(a_n+i)\,\Gamma(b_n+i)\tau^i}{\Gamma(2n+1+i)\,i!} = \\ = 1 + \frac{a_n b_n}{1!\,(n+1)}\tau + \frac{a_n(a_n+1)\,b_n(b_n+1)}{2!\,(n+1)(n+2)}\tau^2 + \ldots,\end{aligned} \tag{2.1.16}$$

where Γ is the well known gamma function, and a_n and b_n are given by the equations:

$$a_n + b_n = n - 1/(\gamma-1), \quad a_n b_n = -n(n+1)/[2(\gamma-1)]. \tag{2.1.17}$$

Thus, by the principle of superposition, the most general solution is

$$\psi(\tau, \theta) = c\theta + \sum_n \psi_n(\tau)\, d_n \sin(n\theta + e_n), \tag{2.1.18}$$

where c, d_n, and e_n are arbitrary constants.

For the special case of the jet, the pressure is constant along the free boundary. Thus, from Bernoulli's equation, τ is also a constant along the free boundary. By applying the method of Helmholtz, Kirchoff, and Joukowski to this problem, the incompressible stream function can be found, and by comparing the compressible case with the incompressible case, the expression for ψ in compressible jet flow is found to be (see [6]):

$$\psi = -\frac{R}{\pi}\left[\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\psi_n(\tau)}{\psi_n(\tau_1)} \sin(n\theta)\right], \tag{2.1.19}$$

where τ_1 is the value of τ along the boundary, and R is the mass flux through the opening.

2.2. A Particular Case

The system of equations obtained in section **1.3** represented a fairly general case. The system is so complicated that there is little hope for obtaining an exact solution. While an iteration process could be attempted with this general system, it is felt that it may not be easy to obtain some general conclusions from such an operation. Therefore, we would like to propose what we feel to be the most simple example possible.

Let us consider the case where a constant magnetic field, $\mathbf{H}_0$, is applied parallel to the z axis ($\mathbf{q} \cdot \mathbf{H}_0 = 0$). We shall also assume that the entire operation occurs in the absence of an electric field ($\mathbf{E} = 0$). Let us further assume that the induced magnetic field, $\mathbf{h}$, is small when the compared to the applied magnetic field ($\mathbf{h} \ll \mathbf{H}_0$). We are assuming tho total magnetic field is given by

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}. \tag{2.2.1}$$

Since $\mathbf{E} = 0$, we have only two of Maxwell's equations and Ohm's law remaining. These equations are given by

$$4\pi \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H}, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{q} \times \mathbf{H}. \tag{2.2.2}$$

Since $\mathbf{E} = 0$ and $\mathbf{q} \perp \mathbf{H}$, Eq. (1.1.9) becomes:

$$\mathbf{F} = \nabla F_e = -\sigma q (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H}) \cong -\sigma \mathbf{q} H_0^2, \quad (\mathbf{h} \ll \mathbf{H}_0), \tag{2.2.3 a}$$

or, in scalar form,

$$\begin{aligned} F_{e,x} &= \sigma H_0^2 q_x = \sigma H_0^2 q \cos\theta = \sigma H_0^2 \varrho_0 \varrho^{-1} \psi_{,y}, \\ F_{e,y} &= \sigma H_0^2 q_y = \sigma H_0^2 q \sin\theta = -\sigma H_0^2 \varrho_0 \varrho^{-1} \psi_{,x}. \end{aligned} \tag{2.2.3 b}$$

The Joule heat term is given by:

$$\begin{aligned} Q = \mathcal{J}^2/\sigma = \sigma \{ [\mathbf{i}(q_y H_0) + \mathbf{j}(-q_x H_0) + \mathbf{k}(0)] \cdot [\mathbf{i}(q_y H_0) + \mathbf{j}(-q_x H_0) + \\ + \mathbf{k}(0)] \} = \sigma (q_y^2 H_0^2 + q_x^2 H_0^2) = \sigma H_0^2 q^2 = 2\sigma a_0^2 H_0^2 \tau/(\gamma - 1). \end{aligned} \tag{2.2.4}$$

From this, we can immediately see that

$$Q_{,\tau} = \bar{Q}_{,\tau} = \text{const.} = 2\sigma a_0^2 H_0^2/(\gamma - 1), \quad Q_{,\theta} = \bar{Q}_{,\theta} = 0. \tag{2.2.5}$$

Thus, we see that while $\bar{Q}$ may be substituted directly into the system of equations, F_e must first be transformed to the $\{\tau, \theta\}$ plane. Hence, we may write:

$$\begin{aligned} &F_{e,\tau} \{ \psi_{,\theta} [2\varrho\varrho_0^{-1}\tau c \sin\theta + 2\tau \cos\theta - g a_0^{-1} \sqrt{2(\gamma-1)\tau}] + \\ &+ [\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3} d \psi_{,\tau} + 2\tau e] \varrho\varrho_0^{-1} \sin\theta \} - F_{e,\theta} \{ \varrho\varrho_0^{-1} a_0 \sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\, \bar{a} \sin\theta\, \psi_{,\theta} + \\ &+ \psi_{,\tau} [2\varrho\varrho_0^{-1}\tau b \sin\theta + 2\tau \cos\theta - g a_0^{-1} \sqrt{2(\gamma-1)\tau}] \} = \sigma H_0^2 a_0 \sqrt{2\tau/(\gamma-1)} \cos\theta, \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

and

$$F_{e,\theta}\{\varrho\varrho_0^{-1}a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\bar{a}\cos\theta\,\psi_{,\theta}-\psi_{,\tau}[2\tau\sin\theta-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+$$
$$+2\varrho\varrho_0^{-1}\tau b\cos\theta)\}-F_{e,\tau}\{\psi_{,\theta}(2\varrho\varrho_0^{-1}\tau c\cos\theta-2\tau\sin\theta+ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+ \tag{2.2.7}$$
$$+[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}d\psi_{,\tau}+2\tau e]\,\varrho\varrho_0^{-1}\cos\theta\}=\sigma H_0^2 a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\sin\theta\,.$$

Let us now write the remaining equations of our system. First, we have the stream-function equation :

$$\bar{a}\psi_{,\theta\theta}-(\gamma-1)da_0^{-2}(\psi_{,\tau}+2\tau\psi_{,\tau\tau})+a_0^{-1}(b-c)\sqrt{2(-1)\tau}\,\psi_{,\theta\tau}+$$
$$+(\bar{a}_{,\theta}-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,c_{,\tau})\psi_{,\theta}+[b_{,\theta}- \tag{2.2.8}$$
$$-ga_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,d_{,\tau}]a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\tau}-a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,e_{,\tau}=0\,.$$

The remaining equations are :

$$\omega=\mathcal{J}_4^{-1}(2\tau g_{,\tau}\{\varrho\varrho_0^{-1}(\sin\theta+\cos\theta)[c\psi_{,\theta}+a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+e]+(\cos\theta- \tag{2.2.9}$$
$$-\sin\theta)\psi_{,\theta}\}-g_{,\theta}\{\varrho\varrho_0^{-1}(\sin\theta+\cos\theta)[\bar{a}a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\psi_{,\theta}+2\tau b\psi_{,\tau}]+$$
$$+(\cos\theta-\sin\theta)2\tau\psi_{,\tau}\})\,,$$

$$a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,g_{,\tau}\{\psi_{,\theta}[c(\sin\theta+\cos\theta)+\varrho\varrho_0^{-1}(\cos\theta- \tag{2.2.10}$$
$$-\sin\theta)]+\sin\theta+\cos\theta)[a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}d\psi_{,\tau}+e]\}-g_{,\theta}\{(\sin\theta+$$
$$+\cos\theta)\bar{a}\psi_{,\theta}+a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\tau}[b(\sin\theta+\cos\theta)+$$
$$+\varrho\varrho_0^{-1}(\cos\theta-\sin\theta)]\}-a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,e=0\,,$$

$$\varrho=\int a^{-2}[2a_0^{-2}(\gamma-1)\tau F_{e,\tau}-2\varrho\tau-4(\gamma-1)\sigma H_0^2\varrho\tau]\,\mathrm{d}\tau+\int a^{-2}F_{e,\theta}\,\mathrm{d}\theta\,, \tag{2.2.11}$$

$$a^2+a_0^2\tau(1-2\sigma H_0^2)-\int\varrho^{-1}(\gamma-1)\,\mathrm{d}F_e=\text{const.}, \tag{2.2.12}$$

where

$$\bar{a}=\varrho_0\varrho^{-1}[1-ga_0^{-2}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}(\sin\theta+\cos\theta)][\sigma a_0 a^{-2}H_0^2\sqrt{8(\gamma-1)\tau}+ \tag{2.2.13 a}$$
$$+a_0a^{-2}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}-\varrho^{-1}a^{-2}a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,F_{e,\tau}]\,,$$

$$b=\varrho_0\varrho^{-1}\{ga_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}(\sin\theta-\cos\theta)+\varrho^{-1}a^{-2}F_{e,\theta}[1- \tag{2.2.13 b}$$
$$-ga_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}(\sin\theta+\cos\theta)]\}\,,$$

$$c=\varrho_0\varrho^{-1}ga_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}(\sin\theta-\cos\theta)\,, \tag{2.2.13 c}$$

$$d=\varrho_0\varrho^{-1}[a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-g(\sin\theta+\cos\theta)]\,, \tag{2.2.13 d}$$

$$e=\varrho^{-1}\varrho_0a_0^{-2}[(\gamma-1)/(2\tau)]\,\mathcal{J}_4\,\omega\,, \tag{2.2.13 e}$$

$$\mathcal{J}_4=\bar{a}(\psi_{,\theta})^2+a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,(b-c)\,\psi_{,\theta}\,\psi_{,\tau}-2a_0^{-2}d(\gamma-1)\,\tau(\psi_{,\tau})^2- \tag{2.12.14}$$
$$-a_0^{-1}e\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\tau}\,.$$

Thus, our system now consists of 7 equations in 7 unknows ($F_{e,\tau}$, $F_{e,\theta}$, ϱ, g, a, ω, and ψ).

In order to facilitate the solution which will be discussed in the next chapter, we would like to carry out one additional operation in this section. Namely, we would like to solve algebraically Eqs. (2.2.6) and (2.2.7) for $F_{e,\tau}$ and $F_{e,\theta}$. Thus, we obtain:

$$F_{e,\tau} = XY^{-1}, \quad F_{e,\theta} = ZY^{-1}, \tag{2.2.15}$$

where

$$X = \sigma H_0^2 a_0 \sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\{\varrho\varrho_0^{-1} a_0 a\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\psi_{,\theta} +$$

$$+\psi_{,\tau}[g a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}(\sin\theta+\cos\theta) + 2\varrho\varrho_0^{-1}\tau b(\sin^2\theta-\cos^2\theta)]\}, \tag{2.2.16 a}$$

$$\begin{aligned} Y = {} & 2\tau a\,\varrho\varrho_0^{-1}(\psi_{,\theta})^2[a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)} - g(\sin\theta+\cos\theta)] - \\ & - 2d\tau\varrho\varrho_0^{-1}(\psi_{,\tau})^2[2\varrho\varrho_0^{-1} b\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\sin\theta\cos\theta - \\ & - 2g a_0^{-1}\tau(\gamma-1)(\sin\theta+\cos\theta) + \sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}] + \\ & + 2\tau\psi_{,\theta}\psi_{,\tau}[2\varrho\varrho_0^{-1}\tau b(\sin^2\theta-\cos^2\theta) - 2\varrho\varrho_0^{-1}\tau c - 4(\varrho\varrho_0^{-1})^2\tau bc\sin\theta\cos\theta - \\ & - \varrho\varrho_0^{-1} g a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\, b(\sin\theta-\cos\theta) + \varrho\varrho_0^{-1} g a_0^{-1} c\sqrt{2(\gamma-1)\tau}(\sin\theta + \\ & + \cos\theta)] + 2\tau e\varrho\varrho_0^{-1}\psi_{,\tau}[g a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}(\sin\theta+\cos\theta) - 2\tau - \\ & - 4\varrho\varrho_0^{-1}\tau b\sin\theta\cos\theta], \end{aligned} \tag{2.2.16 b}$$

$$Z = \sigma H_0^2 a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\{\psi_{,\theta}[2\varrho\varrho_0^{-1}\tau c - g a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}(\sin\theta-\cos\theta)] +$$

$$+\varrho\varrho_0^{-1}[\sqrt{8(\gamma-1)\tau^3}\, d\psi_{,\tau} + 2\tau e]\}. \tag{2.21.6 c}$$

Chapter 3. Jet Flow

3.1. Method of Solution in the Particular Case of a Jet

Since the system of equations, even for the simple case under consideration, does not indicate any possibility for obtaining a simple, closed-form solution, we must now propose some approximate method of solution. We would first like to discuss the general philosophy involved in obtaining a simple iteration solution for this specific system. Once this procedure is established, it would be quite simple to obtain as high an order of approximation as desired.

As a zero-order approximation, we shall begin our iteration using Chaplygin's solution. Thus, $\psi^{(0)}$ is given by Eq. (2.1.19) and also,

$$H_0^{(0)} = F_e^{(0)} = \omega^{(0)} = g^{(0)} = 0, \tag{3.1.1}$$

$$a^{2(0)} = a_0^2(1-\tau), \tag{3.1.2}$$

$$\varrho^{(0)}\varrho_0 = (1-\tau)^{1/(\gamma-1)}. \tag{3.1.3}$$

Since the series for $\psi^{(0)}$ converges fairly rapidly, it is enough to consider only the first few terms.

The first step of the process is to compute $\psi^{(0)}_{,\tau}$ and $\psi^{(0)}_{,\theta}$ from the given $\psi^{(0)}(\tau,\theta)$. Knowing these quantities, we may proceed to Eq. (2.2.10), which now becomes a first order, linear partial differential equation for $g^{(1)}$.

Once we know $g^{(1)}$, we may find $\omega^{(1)}$ directly from Eq. (2.2.9). We may find $a^{2(1)}$ from Eq. (2.2.12). Knowing this, $\varrho^{(1)}$ can be found from Eq. (2.2.11). Knowing $a^{2(1)}$ and $\varrho^{(1)}$, $p^{(1)}$ follows directly from the definition of the speed of sound. However, $p^{(1)}$ need not be computed if it is not needed for other considerations, since it is not necessary for the solution of this particular system.

In order to solve for $F_e^{(1)}$, we must use Eqs. (2.2.15) in the following maner:

$$F_e^{(1)}=\int_{\tau_0}^{\tau} F^{(1)}_{e,\tau}\,\mathrm{d}\tau+\int_{\theta_0}^{\theta} F^{(1)}_{e,\theta}\,\mathrm{d}\theta+c_1, \tag{3.1.4}$$

and follow the standard procedure of calculating an integral from a function of two independent variables. Finally, knowing $g^{(1)}, \varrho^{(1)}, a^{2(1)}$, $\omega^{(1)}$, and $F_e^{(1)}$, we may find $\psi^{(1)}$ by solving Eq. (2.2.8). Higher order approximations may be made by following essentialy the same procedure.

There is one point which needs to be mentioned concerning the higher order approximations. Higher approximations of Bernoulli's equation, (2.2.12), require the evaluation of the integral of $\dfrac{\mathrm{d}F_e}{\varrho}$ along a streamline. From Eq. (3.1.4), we may write:

$$\int\frac{\mathrm{d}F_e^{(n)}}{\varrho^{(n)}}=\int\frac{F^{(n-1)}_{e,\tau}}{\varrho^{(n-1)}}\,\mathrm{d}\tau+\int\frac{F^{(n-1)}_{e,\theta}}{\varrho^{(n-1)}}\,\mathrm{d}\theta+c_2\,. \tag{3.1.5}$$

These integrals can be evaluated along a streamline $\psi(\tau,\theta)=K$, since this gives $\tau=\tau(\theta,K)$. Hence, choosing the proper limits for τ and θ along the streamline, the integral in Eq. (3.1.5) can be evaluated.

3.2 First Order Approximation

First, we must obtain an expression for $\psi^{(0)}$. Eq. (2.1.19) is

$$\psi=-\frac{R}{\pi}\left[\theta+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}\frac{\psi_n(\tau)}{\psi_n(\tau_1)}\sin(n\theta)\right]. \tag{3.2.1}$$

For the sake of simplicity, let us select the solution where $n=2$:

$$\begin{aligned}\psi^{(0)}&=-(R/\pi)\{\theta+\tfrac{1}{2}[\psi_2(\tau)/\psi_2(\tau_1)]\sin 2\theta\}=-(R/\pi)\{\theta+\\&+[\psi_2(\tau)/\psi_2(\tau_1)]\sin\theta\cos\theta\}.\end{aligned} \tag{3.2.2}$$

Let us also consider only the range of values where τ and θ are small, and keep only first order terms. From Eqs. (2.2.12), (2.2.16), and (2.2.17 with $n=2$, we keep only the first two terms and obtain:

$$\psi_2(\tau)=\tau\,[1-\tau/(\gamma-1)]\,. \tag{3.2.3}$$

Inserting Eq. (3.2.3) into Eq. (3.2.2) furnishes:

$$\psi^{(0)}=-(R\theta/\pi)\,\{1+[\tau/\psi_2(\tau_1)]\,[1-\tau/(\gamma-1)]\}\,. \tag{3.2.4}$$

Hence, we may write the appropriate derivatives as:

$$\psi^{(0)}_{,\tau}=-\{R\theta/[\pi\psi_2(\tau_1)]\}\,[1-2\tau/(\gamma-1)]\cong -R\theta/[\pi\psi_2(\tau_1)]\,, \tag{3.2.5 a}$$

$$\psi^{(0)}_{,\theta}=-(R/\pi)\,\{1+[\tau/\psi_2(\tau_1)][1-\tau/(\gamma-1)]\}\cong -(R/\pi)[1+\tau/\psi_2(\tau_1)]\,. \tag{3.2.5 b}$$

In the following procedure, since τ is assumed small, we shall expand the terms, $(1-\tau)^{1/(\gamma-1)}$ and $(1-\tau)^{-1}$, using the binomial theorem. In the expansion, we shall keep only first order terms in τ. These expansions are given by:

$$(1-\tau)^{1/(\gamma-1)}\cong 1-\tau/(\gamma-1)\,,\qquad (1-\tau)^{-1}\cong 1+\tau\,. \tag{3.2.6}$$

With the approximations mentioned above and in section **3.1,** we may proceed to evaluate $g^{(1)}$ from Eq. (2.2.10). For the zero-order approximation, the coefficients a to e are given by Eqs. (2.1.7). Thus, we may write Eq. (2.2.10) as:

$$\begin{aligned}\sqrt{2(\gamma-1)}\tau g^{(1)}_{,\tau}\{&-[1+\tau/\psi_2(\tau_1)][1-\tau/(\gamma-1)](1-\theta)-\\&-(1+\theta)\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,[1+\tau/(\gamma-1)]\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,\theta/\psi_2(\tau_1)\}-g^{(0)}_{,\theta}\{(1+\\&+\theta)[1+\gamma\tau/(\gamma-1)]\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\,[1-\tau(\gamma+1)/(\gamma-1)][1+\\&+\tau/\psi_2(\tau_1)]-[\sqrt{2(\gamma-1)\tau}/\psi_2(\tau_1)]\,\theta\,[1-\tau/(\gamma-1)](1-\theta)\}=0\,,\end{aligned}$$

or, neglecting higher order terms,

$$2\tau g^{(1)}_{,\tau}+g^{(1)}_{,\theta}\{1+\theta+\tau\,[1/\psi_2(\tau_1)+\gamma/(\gamma-1)-(\gamma+1)/(\gamma-1)]\}=0\,. \tag{3.2.7}$$

We may now solve this equation in the usual manner by the method of characteristics. Let us write the characteristic equations in parametric form:

$$\mathrm{d}\tau/\mathrm{d}t=2\tau\,, \tag{3.2.8 a}$$

$$\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t=1+\theta+\tau[1/\psi_2(\tau_1)-1/(\gamma-1)]\,, \tag{3.2.8 b}$$

$$\mathrm{d}g^{(1)}/\mathrm{d}t=0\,. \tag{3.2.8 c}$$

Eq. (3.2.8 c) has the obvious solution,

$$g^{(1)}=\text{const.}=c_1\,. \tag{3.2.9}$$

The first two equations, (3.2.8 a, b), may be written in the form $M\mathrm{d}\tau + N\mathrm{d}\theta = 0$, as follows :

$$\{1+\theta+\tau[1/\psi_2(\tau_1) - 1/(\gamma-1)]\}\,\mathrm{d}\tau - 2\tau\,\mathrm{d}\theta = 0. \tag{3.2.10}$$

We may find an integrating factor for this equation by examining the expression $(M_{,\theta} - N_{,\tau})N^{-1}$. This is written as:

$$-(1+2)/(2\tau) = -\frac{3}{2}\tau^{-1} = f(\tau). \tag{3.2.11}$$

Therefore, the integrating factor is given by:

$$\mu = \exp\left[\int (\tau)\,\mathrm{d}\tau\right] = \exp\left(-\frac{3}{2}\ln\tau\right) = \tau^{-3/2}. \tag{3.2.12}$$

Multiplying Eq. (3.2.10) by μ gives

$$\{\tau^{-3/2} + \tau^{-3/2}\theta + \tau^{-1/2}[1/\psi_2(\tau_1) - 1/(\gamma-1)]\}\,\mathrm{d}\tau - 2\tau^{-1/2}\,\mathrm{d}\theta = 0. \tag{3.2.13}$$

We may integrate Eq. (3.2.13) and obtain:

$$-2\tau^{-1/2} - 2\tau^{-1/2}\theta + 2\tau^{1/2}[1/\psi_2(\tau_1) - 1/(\gamma-1)] = c_2', \tag{3.2.14 a}$$

or, neglecting higher order terms,

$$2\tau^{-1/2} = c_2. \tag{3.2.14 b}$$

Thus, after all these assumptions, the solution of our original partial differential equation becomes $c_1 = f(c_2)$,or

$$g^{(1)} = F(2\tau^{-1/2}), \tag{3.2.15}$$

where $f(2\tau^{-1/2})$ represents some arbitrary fonction of $2\tau^{-1/2}$. For the sake of simplifying our calculations, let us assume a specific function, namely

$$g^{(1)} = 2\tau^{-1/2}. \tag{3.2.16}$$

From Eq. (3.2.16), $g^{(1)}_{,\tau}$ and $g^{(1)}_{,\theta}$ may be written as:

$$g^{(1)}_{,\tau} = -\tau^{-3/2},\quad g^{(1)}_{,\theta} = 0. \tag{3.2.17}$$

The next step in our procedure would be to find $\omega^{(1)}$, but before this can be done, we must compute $\mathcal{F}_4^{(1)}$. Using Eq. (3.2.15) in Eqs. (2.2.13), the coefficients $\bar{a}$ to e become:

$$\begin{aligned}\bar{a} = {} & [1+\tau/(\gamma-1)][1+a_0^{-2}\tau^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}\,(1+\\ & +\theta)](\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\{1/[a_0(1-\tau)]\} - a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}) \cong \\ & \cong a_0^{-1}[\tau(\gamma+1)/(\gamma-1) - 1][1+\gamma\tau/(\gamma-1)]\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)},\end{aligned} \tag{3.2.18 a}$$

$$b = a_0^{-1}\tau^{-1}[1+\tau/(\gamma-1)]\sqrt{2(\gamma-1)}\,(\theta-1), \tag{3.12.18 b}$$

$$c = a_0^{-1}\tau^{-1}[1+\tau/(\gamma-1)]\sqrt{2(\gamma-1)}\,(\theta-1), \tag{3.12.18 c}$$

$$d = [1+\tau/(\gamma-1)][a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)} - 2\tau^{-1/2}(\theta+1)] \cong a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}, \tag{3.2.18 d}$$

$$e = 0. \tag{3.2.18 e}$$

In the above approximations, we have assumed $a_0 \sim 10^3$ ft./sec.

From Eq. (2.2.13 f), $\mathcal{J}_4^{(1)}$ may now be written as:

$$\begin{aligned}\mathcal{J}_4 = a_0^{-1}[1+\tau/(\gamma-1)]^{1/(\gamma-1)}/(2\tau)[\tau(\gamma+1)/(\gamma-1)-1](R^2/\pi^2)[1+ \\ +2\tau/\psi_2(\tau_1)] - \sqrt{2(\gamma-1)}\,\tau R^2\tau\theta^2/[a_0\pi^2\psi_2^2(\tau_1)] \cong \\ \cong -\sqrt{(\gamma-1)/2}\,[R^2/(\pi^2 a_0)]\,\tau^{-1/2}.\end{aligned} \tag{3.2.19}$$

From Eq. (2.2.9), $\omega^{(1)}$ is given by:

$$\begin{aligned}\omega^{(1)} = -\pi^2 R^{-2} a_0 \sqrt{2/(\gamma-1)}\,[-2[1-\tau/(\gamma-1)](1+\theta)([1+ \\ +\tau/(\gamma-1)\,a_0^{-1}\tau^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}\,(\theta-1)\{-(R/\pi)[1+\tau/\psi_2(\tau_1)]\}^{1} \\ +a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+(2R/\pi)[1+\tau/\psi_2(\tau_1)](\theta-1)] \cong \\ \cong (\pi a_0/R)\sqrt{2/(\gamma-1)}\,\{[\tau/\psi_2(\tau_1)]-\theta+1\}.\end{aligned} \tag{3.2.20}$$

Using the same order of approximation, we may now compute $\varrho^{(1)}\varrho_0^{-1}$ from Eq. (2.2.11):

$$\begin{aligned}\varrho^{(1)}\varrho_0^{-1} = -\int 2a^{-2}(\varrho^{(0)}\varrho_0^{-1}\tau)\,d\tau = -2a_0^{-2}\int[\tau(1-\tau)^{1/(\gamma-1)}/(1-\tau)]d\tau = \\ = -2a_0^{-2}\int\tau(1-\tau)^{(2-\gamma)/(\gamma-1)}\,d\tau = -2a_0^{-2}\int\tau(1-\tau)^{3/2}\,d\tau = \\ = -2a_0^{-2}\left[\frac{2}{7}(1-\tau)^{7/2}-\frac{2}{5}(1-\tau)^{5/2}\right]+c_1 \cong -4a_0^{-2}\left[\frac{1}{7}\left(1-\frac{7}{2}\tau\right)- \\ -\frac{1}{5}\left(1-\frac{5}{2}\tau\right)\right]+c_1 = -4a_0^{-2}\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{5}\right)+c_1 = 8/(35\,a_0^2)+c_1, \quad (\gamma=1.4).\end{aligned} \tag{3.2.21a}$$

At $\varrho=\varrho_0$, $\tau=0$. Hence,

$$c_1 = 1 - 8/(35\,a_0^2), \tag{3.2.21b}$$

and

$$\varrho^{(1)}\varrho_0^{-1} \cong 1. \tag{32.2.1c}$$

The next step in our procedure is to compute $F^{(1)}_{e,\tau}$ and $F^{(1)}_{e,\theta}$ from Eqs. (2.2.15) and (2.2.16). We must also note that while we do not need to actually compute $F^{(1)}_e$ in our first approximation, it will be needed for higher order aproximations. Obviously, we must have $F_{e,\theta\tau} = F_{e,\tau\theta}$.

We shall now examine Eqs. (2.2.15) and (2.2.16); and, in order to satisfy this condition we will make certain approximation on X, Y, and Z. First, from Eqs. (2.2.15):

$$F_{e,\tau\theta} = (X_{,\theta}\,Y - Y_{,\theta}\,X)\,Y^{-2} = F_{,\theta\tau} = (Z_{,\tau}\,Y - Y_{,\tau}\,Z)\,Y^{-2},$$

or

$$X_{,\theta}\,Y - Y_{,\theta}\,X = Z_{,\tau}\,Y - Y_{,\tau}\,Z. \tag{3.2.22}$$

Before we compute the quantities in Eq. (3.2.22), we must again compute the values of the coefficients, $\bar{a}$ to e from Eqs. (1.2.13), in order to take into account new terms containing H_0, σ, $\mathfrak{J}_4$, and ω:

$$\begin{aligned}\bar{a}=&[1-a_0^{-2}\tau^{-1}\sqrt{2/(\gamma-1)}\,(1+\theta)]\,\{2a_0^{-1}\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)}\tau/[1-\\&-\tau(1-2\sigma H_0^2)]+a_0^{-1}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}/[1-\tau(1-2\sigma H_0^2)]^{-1}-\\&-a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\}\cong a_0^{-1}\{2\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)}\tau[1-\tau(1-2\sigma H_0^2)]+\\&+\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,[1-\tau(1-2\sigma H_0^2)]-\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\}\cong\\&\cong a_0^{-1}[2\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)}\tau+\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-\sqrt{(\gamma-1)/2\tau}]\,,\end{aligned}\tag{3.2.23 a}$$

$$b=a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}\tau^{-1}(\theta-1)\,,\tag{3.2.23 b}$$

$$c=a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}\,\tau^{-1}(\theta-1)\,,\quad d=a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,,\tag{3.2.23 c, d}$$

$$\begin{aligned}e=&-[a_0^{-3}(\gamma-1)R^2\sqrt{(\gamma-1)/2}/(2\tau^{3/2}\pi^2)]\,(\pi/R)a_0\sqrt{2/(\gamma-1)}[\tau/\psi_2(\tau_1)-\\&-\theta+1]\cong-(\gamma-1)R\tau^{3/2}/(2a_0^2\pi)\,.\end{aligned}\tag{3.2.23 e}$$

Now, we may write X, Y, and Z from Eqs. (2.2.16) as:

$$\begin{aligned}X=&\sigma H_0^2 a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,(-\{2\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)}\tau+\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-\\&-\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,(R/\pi)\,[1+\tau/\psi_2(\tau_1)]-\\&-\{R\theta/[\pi\psi_2(\tau_1)]\}[2a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}(1+\theta)+2a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}(\theta-1)(\theta^2-1)])\cong\\&\cong R\sigma H_0^2 a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}/\pi\,,\end{aligned}\tag{3.2.24 a}$$

$$\begin{aligned}Y=&2\tau a_0^{-1}[2\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)\tau}+\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-\\&-\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}](R^2/\pi^2)[1+2\tau/\psi_2(\tau_1)][a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}-2\tau^{-1/2}(\theta+1)]-\\&-2(a_0/\pi^2)\,\tau^{3/2}\sqrt{2(\gamma-1)}[R^2\theta^2/\psi_2^2(\tau_1)]\{4a_0^{-1}\tau^{1/2}\sqrt{2(\gamma-1)}\,\theta-\\&-4a_0^{-1}\tau^{1/2}(\theta+1)/(\gamma-1)+2\tau^{3/2}\sqrt{2(\gamma-1)}\}+\{2\tau R^2\theta/[\pi^2\psi_2(\tau_1)]\}[1+\\&+\tau/\psi_2(\tau_1)][2a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}(\theta-1)(\theta^2-2)-8a_0^{-2}\tau^{-1}\theta(\gamma-1)(\theta-1)^2+\\&+4a_0^{-2}(\gamma-1)(\theta^2-1)\}+a_0^{-2}(\gamma-1)R^2\tau^{-1/2}\theta/[\pi^2\psi_2(\tau_1)]\{\sqrt{2(\gamma-1)}(1+\theta)-\\&-2\tau-4\theta\sqrt{2(\gamma-1)}(\theta-1)\}\cong-2(R^2/\pi^2)\tau\,,\end{aligned}\tag{3.2.24 b}$$

$$\begin{aligned}Z=&\sigma H_0^2 a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}(-(R/\pi)[1+\tau/\psi_2(\tau_1)][2a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}(\theta-1)-\\&-2a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}(\theta-1)]+\{-a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}2\tau^{1/2}]\sqrt{2(\gamma-1)}R\theta/[\pi\psi_2(\tau_1)]\}-\\&-a_0^{-2}(\gamma-1)R\tau^{-1/2}/\pi\})\cong-2\sigma H_0^2 a_0^2\sqrt{2/(\gamma-1)}R\theta\tau^{5/2}/[\pi\psi_2(\tau_1)]\,,\end{aligned}\tag{3.2.24 c}$$

since $\tau^{1/2}a_0^{-2}\ll a_0\tau^2\theta[\psi_2(\tau_1)]^{-1}$ for a chosen value of $\psi_2(\tau_1)$ (see Eq. (3.2.3)). We may make use of the fact that the first approximations of X and

Y are independent of θ (see Eqs. (3.2.24 a, b)). Hence, Eq. (3.2.22) may be written in a slightly modified form :

$$Z_{,\tau}\, Y = Y_{,\tau}\, Z . \tag{3.2.25 a}$$

Separating the variables and integrating, we have

$$\ln Z = \ln Y + \ln f(\theta), \quad (f(\theta) = \text{arbitrary}), \tag{3.2.25 b}$$

or, in general,

$$Z = c_1\, Y f(\theta) . \tag{3.2.25 c}$$

From Eq. (2.2.16 c), the approximate expression for Z which we retain is :

$$Z = 4\sigma H_0^2 a_0 \tau^2 d\psi_{,\tau} = -\,4\sigma H_0^2 a_0^2 \sqrt{2/(\gamma-1)}\, R\theta\tau(\tau^{3/2})/[\pi\psi_2(\tau_1)] . \tag{3.2.26}$$

We have to equate Eqs. (3.2.25 c) and (3.2.26), by means of calculating the proper value of c_1. We shall now use the mean value theorem on $\tau^{3/2}$ in order to be able to choose a value of c_1 which will satisfy Eq. (3.2.25 c). Let us assume that the subsonic region under consideration is defined by the inequality, $0 \leqslant M \leqslant 0.5$, where M is the Mach number. Then τ will be governed by the inequality, $0 \leqslant \tau \leqslant 0.05$. Using the mean value theorem, $f'(c) = [f(a) - f(b)](a-b)^{-1}$, we may find the mean value of τ in the interval, $\bar{\tau}$:

$$\frac{3}{2}(\bar{\tau})^{1/2} = (0.05)^{1/2}, \quad \bar{\tau} = 0.1/3 . \tag{3.2.27}$$

Using this value, raised to the 3/2 power, in Eq. (3.2.26) we have:

$$\begin{aligned} Z &\cong -\,4\sigma H_0^2 a_0^2 \sqrt{2/(\gamma-1)}\, R\theta\tau(0.0061)/[\pi\psi_2(\tau_1)] = \\ &= -\,0.0244\, \sigma H_0^2 a_0^2 \sqrt{2/(\gamma-1)}\, R\theta\tau/[\pi\psi_2(\tau_1)] . \end{aligned} \tag{3.2.28}$$

Thus, we may write the constant, c_1, of Eq. (3.2.25 c) as :

$$c_1 = 0.0122\, \sigma H_0^2 a_0^2 \sqrt{2/(\gamma-1)}\, \pi/[R\psi_2(\tau_1)], \tag{3.2.29 a}$$

and by comparison,

$$f(\theta) = \theta . \tag{3.2.29 b}$$

Now we may write Z in its final form as :

$$Z = -\,2c_1 (R^2/\pi^2)\, \tau\theta . \tag{3.2.30}$$

We may now write $F^{(1)}_{e,\tau}$ and $F^{(1)}_{e,\theta}$ from Eq. (2.2.15) as :

$$F^{(1)}_{e,\tau} = XY^{-1} = (R\sigma H_0^2 a_0/\pi)\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,[-\,2\tau(R^2/\pi^2)]^{-1} = c_2\, \tau^{-1/2}, \tag{3.2.31 a}$$

where

$$c_2 = -\,\sigma H_0^2 a_0 \pi/[R\sqrt{2(\gamma-1)}], \tag{3.2.31 b}$$

and

(3.2.31 c) $$F^{(1)}_{e,\theta} = ZY^{-1} = c_1\,\theta\,.$$

For the sake of higher order approximations, we shall also compute $F^{(1)}_e$. Combining Eqs. (3.2.4) and (3.2.31) we may write:

(3.2.32 a) $$F^{(1)}_e = \int c_2\,\tau^{-1/2}\,d\tau + \int c_1\,\theta\,d\theta = 2c_2\,\tau^{1/2} + (c_1/2)\,\theta^2 + K,$$

where K is a constant. From Eq. (1.1.9) we see that for $q=0$ ($\tau=0$) and $E=0$, $\nabla F_e = 0$, or $F_e = \text{const}$. Let us take this constant to be zero. Imposing these conditions on Eq. (3.2.32 a) we have $\frac{1}{2}\,c_1\,\theta^2 = -K$. This leads us to the choice of some mean value of θ so that K may be evaluated. Since the jet is symmetrical, the logical choice for this mean value of θ would be $\theta=0$. This seems to imply that the proper choice of c_1 in Eq. (3.2.25 c) is $c_1 \equiv 0$ and not the value of c_1 given by Eq. (3.2.29 a). The reasoning leading towards Eq. (3.2.29 a) is preserved in order to demonstrate the kinds of problems which appear in this example. We choose the value of $c_1 \equiv 0$ and in the first approximation, Eq. (3.2.32 a) becomes:

(3.2.32 b) $$F^{(1)}_e = 2c_2\,\tau^{1/2}.$$

The next step in our procedure is to solve the stream-function equation for $\psi^{(1)}(\tau,\theta)$. First, we must rewrite the coefficients, $\bar{a}$ to e, in order to account for the newly found electromagnetic quantities. From Eqs. (2.2.13):

(3.2.33 a)
$$\bar{a} \cong [1 - 2a_0^{-2}\sqrt{(\gamma-1)/2}\,(\theta+1)]\{2\sigma a_0^{-1}H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,[1-\tau(1-2\sigma H_0^2)] + a_0^{-1}\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}\,[1-\tau(1-2\sigma H_0^2)] - a_0^{-1}\sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)} - \sigma a_0^{-2}H_0^2\pi[1-\tau(1-2\sigma H_0^2)]/(\varrho R)\} \cong a_0^{-1}[2\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)\tau} + \sqrt{2\tau/(\gamma-1)} - \sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}]\,,$$

(3.2.33 b) $b = a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}\,(\theta-1)$, (3.2.33 c) $c = a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)}\,(\theta-1)$,

(3.2.33 d) $d = a_0\sqrt{2\tau/(\gamma-1)}$, (3.2.33 c) $e = \pi^{-1}a_0^{-2}R(\gamma-1)\tau^{-3/2}$.

From Eqs. (2.2.8) and (3.2.33), we may write:

(3.2.34 a)
$$[2\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)\tau} + \sqrt{2\tau/(\gamma-1)} - \sqrt{(\gamma-1)/(2\tau)}\,\psi_{,\theta\theta} - \sqrt{2(\gamma-1)\tau}(\psi_{,\tau} + 2\tau\psi_{,\tau\tau}) + [a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)} - 2\tau^{-1/2}](a_0^{-1}\sqrt{2(\gamma-1)\tau}\,\psi_{,\tau} - \pi^{-1}a_0^{-3}R(\gamma-1)\sqrt{2(\gamma-1)\tau}^{-1} = 0.$$

Neglecting small terms and rearranging:

(3.2.34 b) $$[2\sigma H_0^2 + 1/(\gamma-1) - 1/(2\tau)]\,\psi_{,\theta\theta} - 2\tau\psi_{,\tau\tau} - a_0^{-1}\sqrt{8(\gamma-1)}\,\psi_{,\tau} = 0.$$

Eq. (3.2.34 b) resembles Chaplygin's equation in that only $\psi_{,\theta\theta}$, $\psi_{,\tau\tau}$, and $\psi_{,\tau}$ terms remain. Hence, the solution should be easily achieved by the same means (i.e., separation of variables).

In case this proposition does not work, we will have to resort to another iterative process. The process would essentially consist of transferring in Eq. (2.2.8), the term containing $\psi_{,\theta\tau}$ to the right hand side of Eq. (3.2.34 b) and: a) in the first approximation, neglect the mixed derivative and solve the resulting equation by separation of variables for $\psi^{(1)}(\tau,\theta)$; b) evaluate $\psi^{(1)}_{,\theta\tau}$ and substitute it back into Eq. (3.2.34 b) and solve the resulting nonhomogenous equation for $\psi^{(2)}$; c) repeat the process until approximate convergence is reached. The solution of Eq. (3.2.34 b) will be considered in section **3.4.** In the next section, we will briefly discuss the boundary conditions, as applied to the jet problem in magnetogasdynamics.

3.3. Boundary Conditions

In this section, we will deal with the jet problem exclusively. In Chaplygin's jet, there were two conditions which had to be satisfied: a) constant pressure along the jet boundary; b) constant mass flow throughout the jet.

The same conditions apply to the analogous problem in magnetogasdynamics. However, in the latter case, boundary condition a) implies a more complicated form for the velocity pattern on the boundary. For Chaplygin's case, condition a), used with Bernoulli's equation, implied that the velocity was constant along the boundary. Since Bernoulli's equation takes a different form in the presence of electromagnetic phenomena (see Eq. (1.1.38 q)', we shall apply the constant pressure condition directly to the momentum equation, (1.1.28). Hence,

$$q\mathrm{d}q = \varrho^{-1}\,\mathrm{d}F_e, \tag{3.3.1}$$

(along a boundary streamline).

Eq. (3.3.1) may be integrated as:

$$\frac{1}{2}q^2 = \int_C \varrho^{-1}\mathrm{d}F_e + \text{const.} \tag{3.3.2}$$

We may consider the evaluation of this integral for the general case (after n iterations). In this case, the integral is of the form:

$$I = \int_C [P(\tau,\theta)\mathrm{d}\tau + Q(\tau,\theta)\,\mathrm{d}\theta], \tag{3.3.3}$$

where

$$P(\tau,\theta) = F_{e,_\tau}\,\varrho^{-1}(\tau,\theta)\ , \quad Q(\tau,\theta) = F_{e,_\theta}\,\varrho^{-1}(\tau,\theta). \tag{3.3.4}$$

Before we can evaluate this integral, we must consider the second condition, b), mentioned above. This condition implies that the integral of the product of the density and the horizontal velocity, taken over any cross-section of the jet, is constant. That is:

$$\int_{-y_1}^{y_1} \frac{\partial \psi}{\partial y}\,dy = \text{const.} = R. \tag{3.3.5}$$

However, we may notice that since $dx = 0$ for any cross-section, Eq. (3.3.5) may be written :

$$R = \int_{-\psi_1}^{\psi_1} d\psi = 2\psi_1 = \text{const.}, \tag{3.3.6}$$

where we have assumed that the jet is symmetrical.

We may now return to the evaluation of the integral in Eq. (3.3.3). If we assume that the mass flow is a known constant, we may integrate along the boundary by first solving the equation :

$$\psi^{(1)}(\tau, \theta)\,|_{\tau_1} = \text{const.} = \psi_1 = R/2, \tag{3.3.7}$$

for $\tau = \tau(\theta)\,|_{\tau=\tau_1}$ or $\theta = \theta(\tau)\,|_{\tau=\tau_1}$ and substituting these relationships back into Eq. (3.3.3). We now have an integral of the form :

$$I = \int \{P[\tau_1, \theta(\tau_1)]\,d\tau_1, \quad \text{or} = \int Q[\tau_1(\theta), \theta]d\theta\}\,|_{\tau_1}, \tag{3.3.8}$$

which can then be integrated.

Let us now use the results of section **3.2** in order to examine the boundary conditions as applied to the first approximation. Since, in the first approximation, $\varrho = \varrho_0 = \text{const.}$ and $F_{\varepsilon,\tau}$ is a function of one independent variable already, we do not need to know the solution of the stream-function equation in order to evaluate the integral in Eq. (3.3.3). However, if the solution to the stream-function equation were available, we could use Eq. (3.3.6) and solve for $\theta = \theta(\tau)$ on the boundary. Once this was known, we could substitute it back into Eq. (3.3.2), with $q_1^2 \sim \tau_1$, and obtain a function of τ_1 only, which must be satisfied on the boundary. The solution of this equation for τ_1 would give us admissible values of the velocity on the boundary.

Combining Eqs. (3.2.32 b) and (3.3.3), we may write :

$$\frac{1}{2} q_1^2 \frac{(\gamma - 1)}{a_0^2} = \frac{(\gamma - 1)}{a_0^2} \int c_2 \tau^{-1/2}\,d\tau + \tau_0, \tag{3.3.9 a}$$

or

$$\tau_1 = 2a_0^{-2} c_2 (\gamma - 1)\tau_1^{1/2} + \tau_0, \tag{3.3.9 b}$$

where τ_0 is the constant value which τ_1 would take if the electromagnetic terms were to vanish ($c_2 = 0$). Substituting the value of c_2 from Eq. (3.2.31 b) we have :

$$\tau_1 + a_0^{-1} R^{-1} \sigma H_0^2 \pi \sqrt{2(\gamma - 1)\tau_1} = \tau_0. \tag{3.3.10}$$

Thus, we see that, in the first approximation, τ_1 is constant along the boundary.

We would now like to assume some representative values for the quantities in Eq. (3.3.10). First, from Sears and Resler (see [7]), representative values for σ and H_0 are found to be 1 mho/cm and 1 000

gauss respectively. We must note that since these are expressed in electrostatic units, we must divide them by the speed of light, $c \cong$ $\cong 3\times 10^{10}$ cm/sec., in order to express them in electrodynamic units. We shall also assume a unit mass flow and a_0 = speed of sound at sea level, 1 117 ft/sec. Let us assume a representative value for τ_0 of 0,05 (corresponding to $M=0.5$). Hence $\psi_2(\tau_0)$ is given by Eq. (3.2.3) :

$$\psi_2(\tau_0) \cong \tau_0[1-\tau_0/(\gamma-1)] \cong \tau_0 = 0.05 . \tag{3.3.11}$$

Solving Eq. (3.3.10) for $\tau_1^{1/2}$:

$$\tau_1^{1/2} = -\sigma H_0^2\sqrt{2(\gamma-1)}/(2Ra_0) \pm \sqrt{\sigma^2 H_0^4 \tau^2(\gamma-1)/(2R^2a_0^2) + \tau_0} . \tag{3.3.12}$$

Substituting the assumed values into Eq. (3.3.12), we have :

$$\tau_1^{1/2} \cong -\frac{10^6\times 3.14\sqrt{0.8}}{2\times 1117\times 30.5\times 3\times 10^{10}} \pm$$

$$\pm\sqrt{\left(\frac{10^6\times 3.14\sqrt{0.8}}{2\times 1117\times 30.5\times 3\times 10^{10}}\right)^2 + 0.05} \cong \tag{3.3.13 a}$$

$$\cong -1.375\times 10^{-9} \pm \sqrt{1.89\times 10^{-18} + 0.05} \cong 0.05 ,$$

or,

$$q/a_0 \cong 0.112 . \tag{3.3.13 b}$$

Thus, we see that in the first approximation, one obtains constant velocity along the boundary. However, in higher approximations the constant velocity on the boundary may not be obtained. In the hodograph plane the diagram of q_1, in the first approximation, is a circle, as was the classical case of Chaplygin.

3.4. Solution of the Approximate Stream-function Equation

In this section, we shall attempt to solve the stream-function equation, (3.2.34 b). Rewriting this equation,

$$[2\sigma H_0^2 + 1/(\gamma-1) - 1/(2\tau)]\,\psi_{,\theta\theta} - 2\tau\psi_{,\tau\tau} - a_0^{-1}\sqrt{8(\gamma-1)}\psi_{,\tau} = 0 . \tag{3.4.1}$$

We will look for a solution of the form :

$$\psi(\theta,\tau) = \Theta(\theta)T(\tau). \tag{3.4.2}$$

Substituting Eq. (3.4.2) into Eq. (3.4.1) and dividing by Θ, we have :

$$\Theta''\Theta^{-1} = [2\tau T'' - a_0^{-1}\sqrt{8(\gamma-1)}T']T^{-1}[2\sigma H_0^2 + 1/(\gamma-1) - 1/(2\tau)]^{-1} = -\lambda^2, \tag{3.4.3 a}$$

or

$$\begin{cases} \Theta'' + \lambda^2\Theta = 0 , \\ 2\tau T'' - a_0^{-1}\sqrt{8(\gamma-1)}T' + \lambda^2[2\sigma H_0^2 + 1/(\gamma-1) - 1/(2\tau)]T = 0 . \end{cases} \tag{3.4.3 b}$$

The particular solution of the first of Eqs. (3.4.3 b) is :

(3.4.4) $$\Theta = A \sin(\lambda\theta + B), \quad (A,\ B \text{ — constants}).$$

Let us simplify our computations by using the transformation :

(3.4.5) $$\tau^{1/2} = \xi, \quad \mathrm{d}/\mathrm{d}\tau = (\mathrm{d}/\mathrm{d}\xi).(\mathrm{d}\xi/\mathrm{d}\tau) = \frac{1}{2}\tau^{-1/2}(\mathrm{d}/\mathrm{d}\xi) = [1/(2\xi)].(\mathrm{d}/\mathrm{d}\xi),$$
$$\mathrm{d}^2/\mathrm{d}\tau^2 = [1/(4\xi^2)]\,(\mathrm{d}^2/\mathrm{d}\xi^2).$$

Hence, Eq. (3.4.3 b) becomes $T'' + M\xi^{-1}T' + 2\lambda^2(N - \frac{1}{2}\xi^{-2})\,T = 0$, or

(3.4.6) $$\xi^2 T'' + M\xi T' + \lambda^2(2N\xi^2 - 1)\,T = 0,$$

where

(3.4.7) $$M = a_0\sqrt{8(\gamma - 1)}, \quad N = 2\sigma H_0^2 + 1/(\gamma - 1).$$

Eq. (3.4.6) is an equation of the Bessel type which has a general solution :

(3.4.8) $$T = A\mathrm{J}_\lambda(\sqrt{2N}\lambda\xi) + B\mathrm{Y}_\lambda(\sqrt{2N}\lambda\xi),$$

where A and B are constants, J_λ is a Bessel function of the first kind, and Y_λ is a Bessel function of the second kind. In order to avoid an infinite value for ψ at $q = 0$, we take $B = 0$. Hence, Eq. (3.4.8) becomes :

(3.4.9) $$T = A\mathrm{J}_\lambda(\sqrt{2N}\lambda\xi).$$

Thus, applying the principle of superposition, the solution may be written as :

(3.4.10) $$\psi^{(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \mathrm{J}_\lambda(\sqrt{2N}\lambda\xi)\sin(\lambda\theta + B).$$

If we choose our symmetry line as the zero streamline, we may write :

(3.4.11) $$0 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \mathrm{J}_\lambda(\sqrt{2N}\lambda\xi)\sin B.$$

In order to avoid the trivial solution, $a_n = 0$, we take $B = 0$:

(3.4.12) $$\psi^{(1)} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \mathrm{J}_\lambda(\sqrt{2N}\lambda\xi)\sin(\lambda\theta).$$

In order to satisfy the boundary conditions, let us try an approach similar to that of Chaplygin. Let

(3.4.13) $$\psi_n(\tau) = a_n \mathrm{J}_\lambda(\sqrt{2N}\lambda\tau^{1/2}).$$

Let us also define $\bar{\tau}$, as the mean value of τ in a certain interval on the boundary. Using the principle of superposition, we may generalize Eq. (3.4.12) to read :

$$\psi^{(1)} = A\left[c\theta + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Psi_n(\tau)}{n\Psi_n(\tau_1)} \sin(\lambda\theta)\right]. \tag{3.4.14 a}$$

If we choose $A = R/\pi$, $c = -1$, and $\lambda = 2n$, we would have:

$$\begin{aligned}
\psi^{(1)} &= \frac{R}{\pi}\left[-\theta + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Psi_n(\tau)}{n\Psi_n(\tau_1)} \sin(2n\theta)\right] = \\
&= \frac{R}{\pi}\left[-\theta + \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{\Psi_\varepsilon(\tau)}{\varepsilon\Psi_\varepsilon(\tau_1)} \sin(2\varepsilon\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n(\tau)}{n\Psi_n(\tau_1)} \sin(2n\theta)\right] = \\
&= \frac{R}{\pi}\left[-\theta + \frac{\Psi_0(\tau)}{\Psi_0(\tau_1)} \lim_{\varepsilon\to 0} \frac{\sin(2\varepsilon\theta)}{\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_{n'}(\tau)}{n\Psi_n(\tau_1)} \sin(2n\theta)\right] = \\
&= \frac{R}{\pi}\left[-\theta + \frac{2\Psi_0(\tau)}{\Psi_0(\tau_1)}\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n(\tau)}{n\Psi_n(\tau_1)} \sin(2n\theta)\right],
\end{aligned} \tag{3.4.14 b}$$

where L'Hopital's rule was applied. On the boundary, $\tau = \tau_1$, and we have:

$$\psi^{(1)} = \frac{R}{\pi}\left[-\theta + 2\theta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n\theta)}{n}\right] = \frac{R}{\pi}\left(\theta \pm \frac{\pi}{2} - \theta\right) = \pm\frac{R}{2}, \tag{3.4.15}$$

which satisfies the boundary condition. Along the streamline, $\theta = 0$, the condition that $\psi = 0$ is also satisfied.

3.5. Transition From the Hodograph to the Physical Plane

After a solution has been found for the system of equations in the hodograph plane, the task of transforming the results back to the physical plane still remains. This is necessary in order to properly interpret the results. Suppose that we know $\psi = \psi(q, \theta)$ and $\varphi = \varphi(q, \theta)$. From the chain rule of partial differentiation, we may write the total derivatives, $d\varphi$ and $d\psi$:

$$d\varphi = q_x dx + q_y dy, \quad d\psi = \varrho\varrho_0^{-1} q_x dy - \varrho\varrho_0^{-1} q_y dx. \tag{3.5.1}$$

Solving for dx and dy, we have:

$$\begin{cases} dx = q^{-1}(\cos\theta\, d\varphi - \varrho_0\varrho^{-1}\sin\theta\, d\psi), \\ dy = q^{-1}(\sin\theta\, d\varphi + \varrho_0\varrho^{-1}\cos\theta\, d\psi). \end{cases} \tag{3.5.2}$$

From this, we may write:

$$\begin{cases} x_{,q} = q^{-1}\cos\theta\,\varphi_{,q} - \varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\sin\theta\,\psi_{,q}, \; x_{,\theta} = q^{-1}\cos\theta\varphi_{,\theta} - \\ -\varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\sin\theta\psi_{,\theta}, \; y_{,q} = q^{-1}\sin\theta\,\varphi_{,q} + \varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\cos\theta\,\psi_{,q}, \\ y_{,\theta} = q^{-1}\sin\theta\,\varphi_{,\theta} + \varrho_0\varrho^{-1}\cos\theta\,\psi_{,\theta}. \end{cases} \tag{3.5.3}$$

However, if we consider an integration along a streamline,

(3.5.4 a) $$dx = x_{,q}\,dq + x_{,\theta}\,d\theta, \quad dy = y_{,q}dq + y_{,\theta}\,d\theta,$$

or

$$dx = (q^{-1}\cos\theta\varphi_{,q} - \varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\sin\theta\psi_{,q})dq + (q^{-1}\cos\theta\varphi_{,q} -$$

$$-\varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\sin\theta\psi_{,\theta})d\theta = q^{-1}\cos\theta(\varphi_{,q}dq + \varphi_{,\theta}\,d\theta) -$$

(3.5.4 b) $$-\varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\sin\theta(\psi_{,q}dq + \psi_{,\theta}d\theta) = q^{-1}\cos\theta\,d\varphi - \varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\sin\theta\,d\psi,$$

$$dy = q\sin\theta\varphi_{,q} + \varrho_0\varrho^{-1}q\cos\theta\psi_{,q})dq + (q^{-1}\sin\theta\varphi_{,\theta} +$$

$$+\varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\cos\theta\psi_{,\theta})d\theta = q^{-1}\sin\theta(\varphi_{,q}dq + \varphi_{,\theta}d\theta) + \varrho_0^{-1}q^{-1}\cos\theta(\psi_{,q}dq +$$

$$+\psi_{,\theta}d\theta) = q^{-1}\sin\theta\,d\varphi + \varrho_0\varrho^{-1}q^{-1}\cos\theta\,d\psi.$$

However, along a streamline, $d\psi = 0$ and thus, Eqs. (3.5.4 b) become:

(3.5.5) $$dx = q^{-1}\cos\theta\,d\varphi, \quad dy = q^{-1}\sin\theta\,d\varphi, \quad d\psi = 0.$$

The final condition gives: $d\psi = \psi_{,\theta}d\theta + \psi_{,q}\,dq = 0$, or

(3.5.6) $$dq = -\psi_{,\theta}\psi_{,q}^{-1}d\theta.$$

Also, with $\varphi = \varphi(\theta, q)$, $d\varphi = \varphi_{,\theta}d\theta + \varphi_{,q}dq$, or

(3.5.7) $$d\varphi = (\varphi_{,\theta}\psi_{,q} - \varphi_{,q}\psi_{,\theta})\psi_{,q}^{-1}d\theta = -\mathcal{J}_4\psi_{,q}^{-1}d\theta = A(q,\theta)\,d\theta = B(\theta;K)\,d\theta,$$

since $q = q(\theta;K)$ along the streamline $\psi(q,\theta) = K$. If $B(\theta;K) \neq 0$, the functions, $x(\theta;K), y(\theta;K)$, which define the streamlines in the physical plane, are then obtained by combining Eqs. (3.5.5) and (3.5.7) and integrating:

(3.5.8) $$x = \int \cos\theta\, q^{-1}(\theta;K)B(\theta;K)d\theta, \quad y = \int \sin\theta\, q^{-1}(\theta;K)B(\theta;K)d\theta.$$

We should now like to outline the procedure which should be used in our particular problem. After n iterations, we will have a solution of the form $\psi^{(n)} = \psi^{(n)}(\tau,\theta)$. Beginning with this solution, we must carry out the following sequence of operations:

1. Using Eq. (1.4.4), convert the solution from $\psi^{(n)}(\tau,\theta)$ to $\psi^{(n)}(q,\theta)$;
2. Similary, transform $\mathcal{J}_4^{(n)}(\tau,\theta)$ which was computed in the n th iteration from Eq. (2.2.13 f) using $a^{(n-1)}, b^{(n-1)}, c^{(n-1)}, d^{(n-1)}, e^{(n-1)}$, and $\mathcal{J}_4^{(n-1)}$, to $\mathcal{J}_4^{(n)}(q,\theta)$;
3. Choose the particular streamline which is to be transferred, $\psi^{(n)} = \text{const.} = K$. This is done by the choice of the constant, K. This constant should satisfy the relationship, $|K| \leqslant R/2$. Once K is chosen, we set $\psi^{(n)}(q,\theta) = K$ and solve for $q = q(\theta;K)$;
4. Write down $A^{(n)}(q,\theta)$ from Eq. (3.5.7). Using $q = q(\theta;K)$, we may find $B^{(n)}(\theta;K)$ from $A^{(n)}(\theta;K)$;
5. Using Eqs. (3.5.8), compute $x^{(n)}(\theta;K)$ and $y^{(n)}(\theta;K)$.

Thus, the streamlines may be transferred back to the physical plane for the interval of the values of θ dictated by the solution $\psi^{(n)}(q,\theta) = K$.

It should again be mentioned that the solution holds for only small values of θ, and thus, may not cover the entire streamline. However, if the jet does not converge or diverge too rapidly, the solution should hold for most of the jet.

Conclusions

The problem attacked in this work is that of jet flow in magnetogasdynamics. The resulting general system of equations, even after it has been linearized through the hodograph transformation, is quite complicated and leaves no hope for an exact solution. Furthermore, any attempt at solving it without the use of computing machines would seem futile.

In an attempt to obtain some information about the particular problem of jet flow without going to machine computation, it was necessary to be more specific in the choice of an example. The additional selection of particular electric and magnetic fields which were to be applied to the flow caused the system of equations to become greatly simplified and also eliminated the problem of an overspecified system. The choice of this particular configuration is not as simple as it may appear, since it no only must be chosen in such a way as to simplify the system of equations, but it must also be a physically possible configuration which satisfies Maxwell's equations and Ohm's law. However, in spite of the great simplifications which were accomplished, resulting system did not yield any promise for an exact solution.

Once it was found that an exact solution was unobtainable, an iteration process was proposed and an attempt was made at carrying out the first iteration. Using several approximations, this first iteration procedure was carried out up to the final step, that of solving the stream-function equation. Applying the method of separation of variables to the stream-function equation, the two resulting equations were recognized to be the harmonic oscillator equation and the Bessel equation. Thus, in the first approximation, the solution of the stream-function equation was a Fourier-Bessel series, which satisfied all the requirements of the boundary conditions.

Concerning the effect of the electromagnetic field upon the hidrodynamical structure of the jet, it is interesting to see that, for representative values, the velocity on the boundary is approximately constant in the first approximation. If this trend continues for higher approximations, it would seem that the electromagnetic terms would have small effect on the boundary streamlines in the hodograph plane. Another rather interesting result is that the heating term, $\bar{Q}$, and the electromagnetic force potential, F_e, are independent of θ in the first approximation.

In future studies, it might prove interesting to run experimental tests using this particular configuration in an attempt to see how close the first approximation came to the physical results, after the transformation from the hodograph plane to the physical plane has been accomplished.

Received the 2 XI 1960

Michigan State University,
East Lansing, Michigan, U. S.A.

REFERENCES

1. Chaplygin S., *Gas Jets*, NACA, TN 1063, Aug., 1944.
2. Courant R., Hilbert D., *Methoden der Mathematischen Physik*, Springer-Verlag, Berlin, 1924.
3. Goursat E., Hedrick E. R., *A Course in Mathematical Analysis*, Ginn & Co., Boston, 1904.
4. Hobson E. W., *Functions of a Real Variable*, Oxford, Clarendon Press, 1907.
5. v. Krzywoblocki M. Z., *On a Method of Solving the General System of Equations in Magneto-Gas-Dynamics*. (To be published).
6. v. Mises R., *Mathematical Theory of Compressible Fluid Flow*, Academic Press, Inc., New York, 1958.
7. Resler Jr. E. L, Sears W. R., J. Aeron Sci., 1959, **25**, *4*, pp. 235–246.

О ДВУХМЕРНОМ ВЫБРОСЕ В МАГНЕТО-ГИДРОДИНАМИКЕ

(Резюме)

Имея ввиду важную задачу проектирования ионных двигателей для космических кораблей, автор изучает следующую задачу относящуюся к выбросам в газовой магнитной-динамике. Рассматривается при помощи годографического метода Чаплыгина задача подзвуковой утечки из большого резервуара жидкости проводящей электрический ток в присутствии электрического и магнитного полей. Так как к математической схеме газовой магнето-динамики прибавляются теперь и уравнения электромагнетизма (уравнения Максвеллого поля и закон Ома), то задачи такого рода получаются особенно трудоемкими из за присутствия большого числа дифференциальных уравнений, как правило несовместимых (число уравнений больше числа неизвестных). В работе рассматривается итеративный процесс основанный на решении Чаплыгина задачи на выброс в классической газовой динамике. Вводя некоторые упрощающие гипотезы, обсуждается совместно с первой итерацией и задача о граничных условиях. Последняя часть работы посвящена превращению найденного решения в физической плоскости.

ASUPRA JETULUI BIDIMENSIONAL ÎN MAGNETO-HIDRODINAMICĂ

(Rezumat)

În ordinea de idei a importantei probleme relative la proiectarea motoarelor ionice pentru vehicule spaţiale, autoarea studiază următoarea problemă interesînd studiul jeturilor în magneto-gazodinamică. Problema de scurgere subsonică dintr-un mare rezervor a unui fluid conducător de electricitate este abordată în prezenţa cîmpurilor magnetic şi electric, folosindu-se în acest scop metoda hodografului a lui Ceaplîghin. Deoarece în schema magnetică a fenomenului de magneto-gazodinamică se adaugă ecuaţiile electromagnetismului (ecuaţiile cîmpului lui Maxwell şi legea lui Ohm), problemele din acest domeniu apar deosebit de dificile datorită sistemelor cu un mare număr de ecuaţii diferenţiale, de regulă incompatibile (numărul ecuaţiilor este mai mare decît cel al necunoscutelor). În lucrare se elaborează un proces de iteraţie bazat pe soluţia lui Ceaplîghin în problema jetului din cadrul dinamicii clasice a gazelor. Introducînd un număr de ipoteze simplificatoare, se discută o dată cu prima iteraţie şi problema condiţiilor pe contur. Ultima parte a lucrării este consacrată transformării soluţiei găsite în planul fizic.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 541.138

К ВОПРОСУ О ТАК НАЗЫВАЕМЫХ ТВЕРДОФАЗНЫХ РЕАКЦИЯХ

Л. Г. БЕРГ и Н. П. БУРМИСТРОВА

Изучение реакций между твердыми веществами имеет большое значение в виду широкой распространенности их в практике, например, в металлургической, стекольной, керамической и др. промышленностях. Одним из первых обратил серьезное внимание на эти реакции Ф. М. Флавицкий [1].

Обширные и обстоятельные исследования реакций между твердыми веществами были сделаны Тамманом [2], Хедваллом [3], [4] и их многочисленными учениками и последователями. Эти работы до сих пор являются теоретической основой всех исследований в области твердофазных реакций. Основным положением этой теории служит утверждение о возможности непосредственного взаимодействия между твердыми веществами и отрицание влияния на них жидких или газообразных фаз. Доказательством последнего в этой теории служит, во-первых, то, что начальные и конечные продукты реакций являются твердыми веществами. Во-вторых, большинство твердофазных реакций протекает при температурах, лежащих ниже температур плавления исходных компонентов и известных в системе эвтектик. В-третьих, образование газа в результате разложения или возгонки какого-либо реагента, взятого отдельно, почти не заметно при температуре реакций, кроме того, изменение давления не влияет на скорость твердофазных реакций. Благоприятное действие на эти реакции оказывают различные добавки, влияние которых объясняется по учению Таммана и Хедвалла разрыхлением (Auflockerung) решетки реагирующего вещества. Такое же влияние оказывают полиморфные превращения, претерпеваемые реагирующими веществами, которые тоже как-бы разрыхляют решетку и увеличивают реакционную способность реагентов. Например, реакции окислов щелочноземельных металлов с нитратом и сульфатом серебра [5] проходят при температурах близких к температурам полиморфных превращений последних.

Учение Таммана и Хедвалла неоднократно подвергалось критике. Так Баларев [6] считал, что реакции между твердыми веществами вообще не могут протекать без участия жидкой или газообразной фаз.

Бурное развитие химической, металлургической и др. промышленностей в нашей стране поставило перед учеными большие теоретические и практические задачи в области твердофазных реакций. Успешное разрешение этих задач внесло много поправок в теорию твердофазных реакций. Работами А. А. Байкова [7], [8], П. П. Будникова [9]...[13] с сотрудниками, А. С. Бережного [9], П. В. Гельд [14]...[16], И. С. Кайнарского и Л. И. Карякина [17], И. И. Китайгородского [18], В. И. Юнга [19], [20] и др. советских ученых была доказана существенная роль жидких и газообразных фаз во многих химических реакциях.

В 1950...1953 годах А. М. Гинстлинг, П. П. Будников, М. Е. Позин и др. [21]...[25], обобщая накопленный советскими учеными материал, предприняли принципиальную критику учения Таммана и Хедвалла и показали, что многочисленные экспериментальные данные находятся в противоречии с этой теорией. Было показано, что она опирается на формальные метафизические представления и выводит

заключения о сущности явлений, главным образом, по внешним признакам [23]. Более правильным следует считать, что, если реакция может протекать в каких-либо определенных условиях как без участия, так и при участии жидкой или газообразной фаз, то она идет преимущественно по второму пути.

При изучении различных реакций между твердыми веществами термографическим способом неизбежно возникает вопрос о механизме этих реакций и о влиянии на них жидкой или газообразной фаз. Известно, что термографически возможно исследовать только такие процессы, которые сопровождаются тепловыми эффектами, обычно проявляющимися на фотобумаге в виде пиков. Сам этот факт свидетельствует о том, что эти процессы происходят внезапно, в короткое время и поэтому не могут протекать путем диффузии между твердыми веществами. Вероятнее будет предположить, что эти реакции идут с участием жидких или газообразных фаз.

Мы занимались изучением реакций взаимодействия между сухими порошкообразными солями термографическим методом.

В работе А. М. Гинстлинга [26] представлены возможные случаи возникновения жидких фаз в смеси реагирующих твердых веществ:

1. Плавление одного из компонентов в чистом состоянии и взаимодействие его со вторым компонентом

$$A_т \rightarrow A_ж\,; \quad A_ж + B_т \rightarrow AB_т.$$

2. Плавление смеси исходных компонентов

$$A_т + B_т \rightarrow (A + B)_ж\,; \quad A_ж + B_ж \rightarrow AB_т.$$

3. Плавление одного из исходных компонентов с компонентом U, не принимающим участия в химической реакции

$$A_т + U_т \rightarrow (A + U)_ж\,; \quad A_ж + B_т \rightarrow AB_т.$$

4. Образование более легкоплавких, чем A, B и U тройных смесей

$$A_т + B_т + U_т \rightarrow (A + B + U)_ж\,; \quad A_ж + B_ж \rightarrow AB_т.$$

5. Сначала образуется продукт AB за счет реакции между твердыми A и B. Затем AB дает легкоплавкую систему с одним из компонентов:

$$A_т + B_т \rightarrow AB_т\,; \quad AB_т + A_т \rightarrow (AB + A)_ж\,; \quad A_ж + B_т \rightarrow AB_т.$$

6. Образуется продукт реакции между твердыми A и B. Затем образуется легкоплавкая система из продукта и обоих исходных компонентов:

$$A_т + B_т \rightarrow AB_т\,; \quad AB_т + A_т + B_т \rightarrow (AB + A + B)_ж\,; \quad A_ж + B_ж \rightarrow AB_т.$$

7. Легкоплавкая трехкомпонентная система образована одним из реагентов, продуктом и „инертным" веществом:

$$A_т + B_т \rightarrow AB_т\,; \quad A_т + AB_т + U_т \rightarrow (A + AB + U)_ж\,; \quad A_ж + B_т \rightarrow AB_т.$$

В своих исследованиях мы столкнулись со случаями вторым, пятым, шестым и некоторыми их видоизменениями. Реальное доказательство появления в том или ином случае жидкой фазы стало возможно после того, как была применена регистрация электропроводности исследуемой смеси твердых веществ на термограммах.

Еще Тамман, Хедвалл [27], [28] и их сотрудники [29] пользовались для доказательства отсутствия в реакциях между твердыми веществами жидкой фазы измерением электропроводности таблеток из твердых порошкообразных реагирующих веществ. Измерения производились на мостике с помощью телефона. По данным измерений делался вывод об отсутствии влияния жидкой фазы на изученные реакции. В работе Д. А. Петрова и В. М. Глазова [30] описаны методика и прибор, при помощи которых можно измерять электропроводность и вязкость расплавов в широком диапазоне температур и одновременно производить простой и дифференциальный тер-

мический анализ на пирометре Н.С. Курнакова. Для измерения электропровдоности применен также метод вращающегося магнитного поля, описанный в статье А. Р. Регеля [31]. Абсолютное определение электропроводности проводится по моменту сил, действующих на проводящую сферу, помещенную во вращающееся магнитное поле. Значение электропроводности определяется при помощи расчетных формул, выведенных А. Р. Регелем.

Мы разработали установку для регистрации электропроводности исследуемой смеси твердых веществ на пирометре Н. С. Курнакова [32]. В исследуемую смесь, кроме термопары, помещаются два платиновых электрода, по которым подается переменный ток. Затем, часть этого тока при помощи делителя напряжения попадает на выпрямители, а дальше направляется на зеркальный гальванометр пирометра. Пока смесь находится в твердом состоянии, она имеет большое электросопротивление, поэтому зайчик гальванометра записывает на фотобумаге прямую линию близкую к нулевой. Как только в смеси появляется и жидкая фаза, зайчик гальванометра резко отклоняется и при полном расплавлении достигает крайнего верхнего положения, что соответствует максимальному значению электропроводности. Этот метод оказался очень чувствительным и отмечает появление малейших следов расплава. При помощи его можно также обнаружить так называемое «частичное плавление», т.е. увеличение электропроводности в случае полиморфных превращений таких солей, как **AgI**, Ag_2S, **CuI** и др.

К настоящему времени нами исследованы следующие реакции: а) между сульфатом магния и сульфатами калия и натрия; б) между хлоридом бария и сульфатом, карбонатом, хроматом и фосфатом натрия; в) между нитратом серебра и хлоридом калия, а также и окисью бария; г) между сульфатом калия и сульфатами свинца и кальция; д) между сульфатами калия и натрия, между хроматами калия и натрия.

Для исследований обычно брались соли натрия марки «х. ч.» подвергались трехкратной перекристаллизации, высушивались и прокаливались в течение нескольких часов. Затем соль расплавлялась и полученный расплав тщательно растирался в ступке в очень тонкий порошок. Смесь реагирующих веществ приготавливалась в количестве 2 г в нужных молекулярных соотношениях путем длительного перемешивания. Мы не производили спрессовывания смеси, т. к. это для наших реакций является совершенно необязательным.

I. Результаты термографического исследования реакций между безводными порошкообразными сульфатами калия и магния, а также между сульфатами натрия и магния приведены в монографии Л. Г. Берга, А. В. Николаева и Е. Я. Роде [33]. Взаимодействие между сульфатами калия и магния в смеси, отвечающей по составу лангбейниту, начинается при 725°. Образующееся соединение плавится при 920°. Взаимодействие между сульфатами натрия и магния, смешанных в эквимолекулярных количествах, происходит при 650°. Из диаграммы плавкости системы $K_2SO_4 - MgSO_4$ [34], [35] видно, что компоненты дают химическое соединение с температурой плавления 930°. Это соединение образует эвтектику с сульфатом калия, плавящуюся при 750°

с сульфатом магния, плавящуюся при 884°. Некоторое понижение температуры плавления соединения в вышеуказанной работе объясняется наличием небольшого количества примеси одного из исходных компонентов.

Диаграмма плавкости системы Na_2SO_4—$MgSO_4$ [36], [37] дает основание считать, что температура 650°, при которой взаимодействуют сульфаты натрия и магния, соответствуют реакции образования антивантгоффита $Na_2SO_4.3\,MgSO_4$.

Новое исследование реакции между сульфатами калия и магния показало, что образование химического соединения также происходит при 725° (рис. 1), т.е. ниже температуры плавления наиболее низкоплавкой

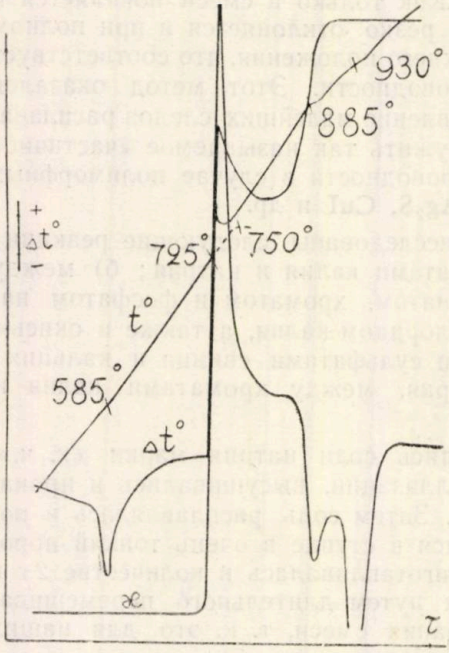


Рис. 1. — Термограмма с записью электропроводности для реакции между K_2SO_4 и $MgSO_4$.

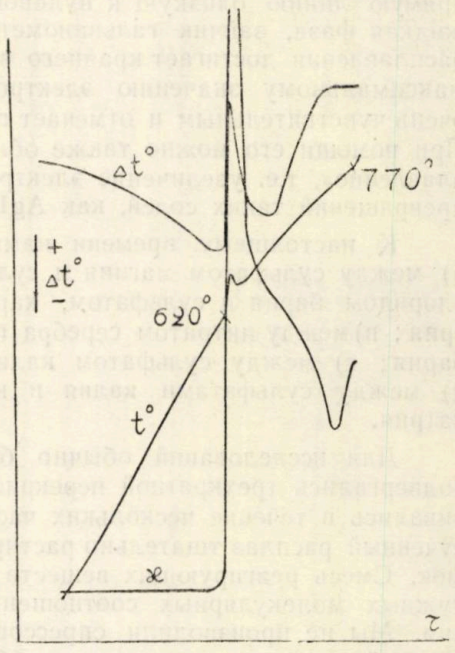


Рис. 2. — Термограмма с записью электропроводности для реакции между $BaCl_2$ и Na_2SO_4.

эвтектики в данной системе. На термограмме температура плавления этой эвтектики показана пунктирной линией. Она получена совмещением двух термограмм, записанных при нагревании смесей:

а) состава $K_2SO_4+2\,MgSO_4$ и б) состава, отвечающего эвтектике.

При нагревании смеси эквимолекулярных количеств сульфатов натрия и магния взаимодействие происходит при 650°, тогда как температура плавления наиболее низкоплавкой эвтектики равна 675°. Если бы компоненты в обоих случаях не образовывали химических соединений,

то они могли бы дать эвтектики, температуры плавления которых должны быть ниже чем 750° и 675°. По предложению Л. Г. Берга взаимодействие здесь обуславливается плавлением лабильных эвтектик исходных компонентов, температуры плавления которых приблизительно можно определить экстраполяцией ветвей ликвидуса исходных компонентов. Механизм этих реакций можно представить следующим образом:

$$K_2SO_4\,т + MgSO_4\,т \rightarrow (K_2SO_4 + MgSO_4)\,ж,\ \text{лабильная эвтектика},$$
$$K_2SO_4\,ж + 2\,MgSO_4\,ж \rightarrow K_2SO_4 \cdot 2\,MgSO_4\,т.$$

Эта реакция отвечает второму случаю, предусмотренному в работе А. М. Гинстлинга.

Доказательством такого течения реакций служит резкое возрастание электропроводности реагирующей смеси в момент взаимодействия, которое протекает с большими экзотермическими эффектами. На рис. 2 видно, что затем наблюдается некоторое уменьшение электропроводности, так как продукт реакции является твердым веществом. При 885° происходит плавление эвтектики, образованной соединением и сульфатом магния, поэтому электропроводность к этому времени снова возрастает наконец при плавлении соединения она достигает максимального значения. То же самое наблюдается и в реакции между сульфатами натрия и магния.

II. Все реакции между хлоридом бария и сульфатом, карбонатом, хроматом и фосфатом натрия протекают при участии жидкой фазы, так как на всех термограммах фиксируется резкое увеличение электропроводности в момент взаимодействия. Например, реакция между $BaCl_2$ и Na_2SO_4 (рис. 2) происходит при 625°. Эта температура отвечает плавлению эвтектики, образованной хлористым натрием, сернокислым натрием и сернокислым барием. Это наиболее низкоплавкая в данной системе тройная эвтектика [38]. Механизм этой реакции представляется таким образом:

$$BaCl_2\,т + Na_2SO_4\,т \rightarrow BaSO_4\,т + 2\,NaCl\,т,$$
$$Na_2SO_4\,т + NaCl\,т + BaSO_4\,т \rightarrow (Na_2SO_4 + NaCl + BaSO_4)\,ж,\ \text{тройная эвтектика},$$
$$Na_2SO_4\,ж + BaCl_2\,т \rightarrow BaSO_4\,т + 2\,NaCl\,т.$$

В общем виде:

$$Ат + Вт \rightarrow Ст + Дт,\quad Вт + Ст + Дт \rightarrow (В + С + Д)\,ж,\quad Ат + Вж \rightarrow Ст + Дт.$$

Реакция между хлоридом бария и карбонатом натрия происходит по нашей термограмме при 585° с участием жидкой фазы, о чем также свидетельствуют увеличение электропроводности в момент взаимодействия. Известно, что наиболее низкоплавкой эвтектикой в системе Na, Ba//Cl, CO_3 [39] является тройная эвтектика $BaCO_3$—NaCl—Na_2CO_3, температура плавления которой равна 562°. В таблице 1 сведены результаты, полученные при изучении упомянутых четырех реакций. Состав наиболее легкоплавких эвтектик и температуры их плавления для четвертой и третьей реакции даются на основании сопоставления этих реакций с первыми двумя и увеличения электропроводности соответственно при 570° и 620°.

Таблица 1

№	Уравнение реакции	Темп. взаим. °С	Состав наиболее низкоплавкой эвтектики	Темп. ее плавлен. °С
1	$BaCl_2+Na_2SO_4=BaSO_4+2NaCl$	620	$Na_2SO_4—BaSO_4—NaCl$	615
2	$BaCl_2+Na_2CO_3=BaCO_3+2\,NaCl$	585	$Na_2CO_3—BaCO_3—NaCl$	562
3	$BaCl_2+Na_2CrO_4=BaCrO_4+2NaCl$	570	$Na_2CrO_4—BaCrO_4—NaCl$	570
4	$3BaCl_2+2Na_3PO_4=Ba_3(PO_4)_2+$ $+6\,NaCl$	620	$Na_3PO_4—Ba_3(PO_4)_2—NaCl$	620

III. Большой интерес представляло изучить реакции, происходящие между каким-либо веществом и нитратом серебра. По учению Таммана и Хедвалла на эти реакции должно оказывать влияние полиморфное превращение нитрата серебра.

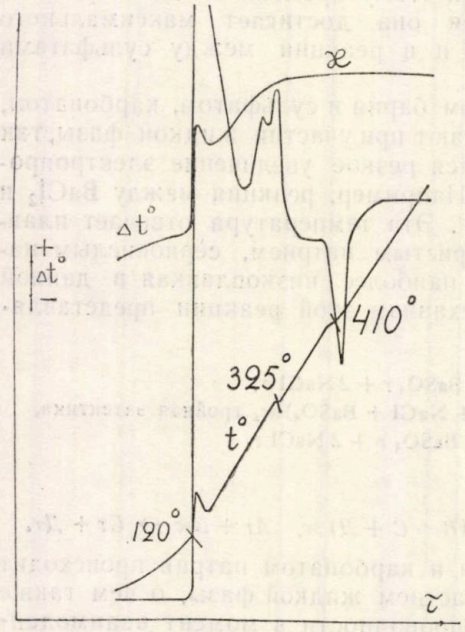


Рис. 3.—Термограмма с записью электропроводности для реакции между $AgNO_3$ и KCl.

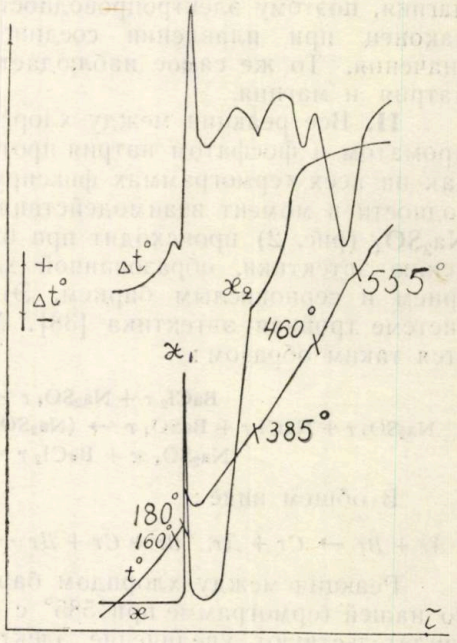


Рис. 4.—Термограмма с записью электропроводности для реакции между BaO и $AgNO_3$.

Изучение реакции между нитратом серебра и хлоридом калия показывает, что она протекает при 120°, т. е. ниже температуры полиморфного превращения нитрата серебра (рис. 3). При этом наблюдается резкое увеличение электропроводности, что доказывает присутствие жидкой фазы в момент взаимодействия. Она представляет собой

эвтектику, образованную нитратами калия и серебра. При 325°, когда плавится образовавшийся нитрат калия, реакция как бы доходит до конца, поэтому на дифференциальной кривой изображается небольшой экзотермический пик. Так как образовавшиеся нитрат калия и хлорид серебра образуют систему с расслаиванием, то плавление их происходит при разных температурах. Эффект плавления хлорида серебра наблюдается при 410°.

Результаты, полученные при изучении упомянутых реакций, позволяют сделать вывод о том, что все реакции, которые обнаруживаются термографически в виде больших пиков, отвечающих экзотермическим эффектам взаимодействия, протекают с участием жидкой фазы. Очевидно, что они могут протекать также и с участием газообразной фазы. Состав жидкой фазы, возникающей в системе может быть различным: это могут быть двойные, тройные или лабильные эвтектики, наиболее низкоплавкие в изучаемой системе.

На основании сделанного вывода можно утверждать, что реакции между окислами щелочноземельных металлов и нитратом серебра тоже должны протекать с участием жидкой фазы, поскольку они обнаруживаются термографически. Так реакция между окисью бария и нитратом серебра [5]:

$$BaO + 2AgNO_3 = Ba(NO_3)_2 + 2Ag + \frac{1}{2}O_2$$

происходит при 180°. Электропроводность в этот момент резко увеличивается, затем так же быстро уменьшается, вследствие образования твердых продуктов реакции. К 385° она снова начинает возрастать, благодаря появлению металлического серебра, а затем плавлению нитрата бария (рис. 4). Увеличение электропроводности в данной реакции происходит настолько быстро и так же быстро уменьшается, что зафиксировать ее изменение возможно только в том случае, если расположить электроды, проводящие через реакционную смесь электрический ток, на близком расстоянии (до 1 мм) друг от друга. В этой реакции жидкая фаза появляется при плавлении, вероятно, тройной эвтектики, образованной нитратами бария и серебра и окисью бария. Механизм реакции можно представить таким образом:

$$BaO_т + 2AgNO_{3т} \rightarrow Ba(NO_3)_{2т} + Ag_2O_т,$$

$$AgNO_{3т} + Ba(NO_3)_{2т} + BaO_т \rightarrow (AgNO_3 + Ba(NO_3)_2 + BaO)_ж, \text{ тройная эвтектика,}$$

$$BaO_ж + 2AgNO_{3ж} \rightarrow Ba(NO_3)_{2т} + Ag_2O_т.$$

IV. Были изучены также реакции между сульфатами калия и свинца, между сульфатами калия и кальция. Они приводят к получению химических соединений состава $K_2SO_4 \cdot 2MeSO_4$. Эти реакции привлекли наше внимание, благодаря тому обстоятельству, что на соответствующих им термограммах не обнаруживаются процессы образования соединений в виде больших пиков, отвечающих экзотермическим процессам. Однако, эффекты плавления уже образовавшихся соединений отчетливо проявляются на термограммах. Таким образом, на примере этих реак-

ций мы столкнулись со случаем, когда реакция взаимодействия, как будто, не обнаруживается термографически. Интересно было исследовать как меняется электропроводность в процессе таких реакций. Для того, чтобы был понятен механизм этих реакций, следует рассмотреть диаграммы плавкости данных систем. Рассмотрим, например, реакцию между сульфатами калия и свинца. Диаграмма плавкости этой системы изучена Мюллером [40] и Грамманом [41]. Температуры плавления исходных компонентов соответственно равны 1071° и 1100°. Они дают химическое соединение состава $K_2SO_4.2PbSO_4$ плавящееся конгруэнтно при 948°. Соединение дает эвтектики: с сульфатом калия, плавящуюся при 792° и с сульфатом свинца, плавящуюся при 837°. Оба исходные компонента претерпевают полиморфные превращения: сульфат калия при 585°, сульфат свинца при 852°. Химическое соединение может существовать также в двух формах α и β. Кроме того, в твердом состоянии образуется соединение состава $K_2SO_4.PbSO_4$ (рис. 5).

Если нагреть сульфаты калия и свинца в количествах, отвечающих химическому соединению $K_2SO_4.2PbSO_4$, то на термограмме наблюдается, во-первых, эндотермический эффект при 585°, отвечающий полиморфному превращению сульфата калия. Эндоэффект при 645° соответствует, по-видимому, распаду соединения состава $K_2SO_4.PbSO_4$ которое образовалось ранее в небольшом количестве путем реакции между твердыми сульфатами, в местах соприкосновения зерен этих веществ. При его распаде получается также небольшое количество соединения состава $K_2SO_4.2PbSO_4$. Следующий пик отвечает двум, идущим, вероятно, процессам. При 800°, во-первых, происходит плавление эвтектики, образованной сульфатом калия и соединением, оно сопровождается поглощением тепла и увеличением электропроводности до значения $\varkappa_1$. Во-вторых, идет процесс образования химического соединения, что должно сопровождаться выделением тепла. Суммарно на дифференциальной кривой наблюдается пик, направленный вниз. Это зависит от того, что поглощение тепла при плавлении эвтектики перекрывает выделение его при химическом взаимодействии. Реакция идет, таким образом, при участии

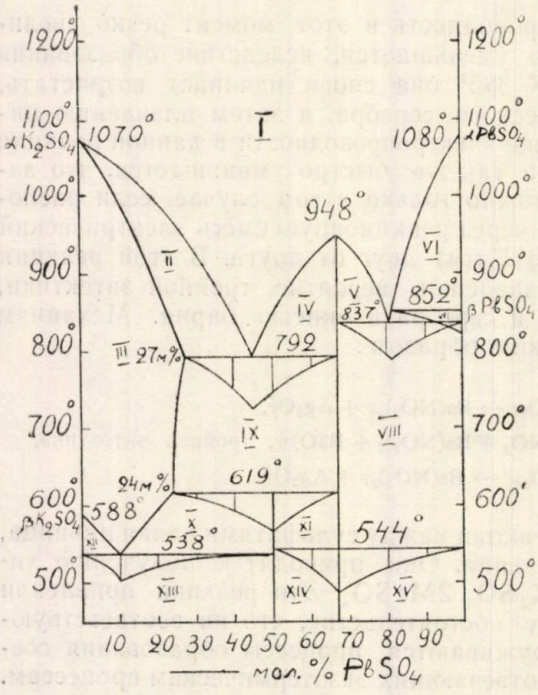


Рис. 5. — Температурно-концентрационная диаграмма системы $K_2SO_4-PbSO_4$.

жидкой фазы. Так как продукт реакции является твердым веществом, то после взаимодействия электропроводность уменьшается до $\varkappa_2$, затем снова начинает возрастать, потому что в системе появляются новые жидкие фазы. Так при 870° плавится эвтектика со стороны сульфата свинца, а при 950° происходит плавление самого соединения (рис. 6).

Почти так же протекает взаимодействие между сульфатами калия и кальция. Разница заключается в том, что на дифференциальной кривой в момент взаимодействия обнаруживается экзотермический эффект в виде пика, направленного вверх, который, однако, скоро переходит в пик, направленный вниз. В этот момент происходит увеличение электропроводности, что говорит об участии в реакции жидкой фазы.

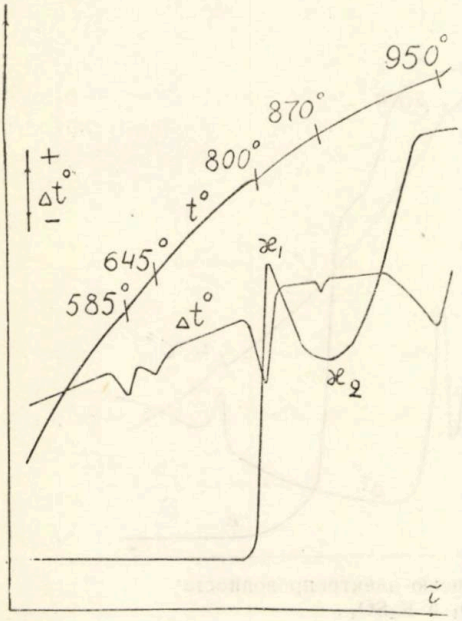


Рис. 6. — Термограмма с записью электропроводности для реакции между K_2SO_4 и $PbSO_4$.

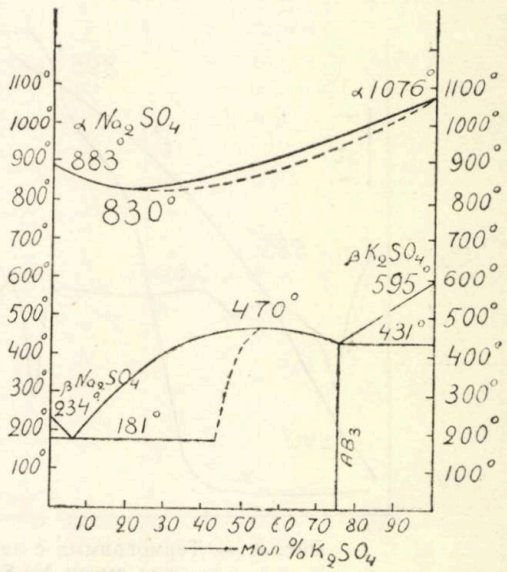


Рис 7. — Диаграмма плавкости системы Na_2SO_4 — K_2SO_4.

Механизм реакции между сульфатами калия и свинца можно представить таким образом:

$$K_2SO_4\ т + PbSO_4\ т \rightarrow K_2SO_4 . PbSO_4\ т,$$

$$K_2SO_4 . PbSO_4\ т \rightarrow K_2SO_4 . 2\,PbSO_4\ т,$$

$$K_2SO_4 . 2\,PbSO_4\ т + K_2SO_4\ т \rightarrow (K_2SO_4 . 2\,PbSO_4 + K_2SO_4)\ ж,$$

$$K_2SO_4\ ж + PbSO_4\ т \rightarrow K_2SO_4 . 2\,PbSO_4\ т.$$

V. Наконец, были обнаружены случаи, когда образование химического соединения отчетливо обнаруживается на термограммах в виде пиков, но электропроводность в это время не меняется, т. е. процесс идет действительно в твердой фазе. Это случаи образования химических соединений при распаде твердых растворов. Они исследованы на примерах образования глазерита и хромглазерита. Система K_2SO_4—Na_2SO_4 изучалась неоднократно: Ле-Шателье [42], Н. С. Курнаковым и С. Ф. Жемчужным [43], Наккен [44], Енеке [45], Е. К. Акоповым и А. С. Бергманом [46]. На рис. 7 приводится диаграмма плавкости этой системы по Наккену. Компоненты дают непрерывный ряд твердых растворов. Диаграмма ликвидуса представляет плавную кривую с минимумом при 830° и 80° мол. % Na_2SO_4. При понижении температуры происходит распад твердых растворов и образование при 476° глазерита. В настоящее время принято его состав выражать формулой $Na_2SO_4 . K_2SO_4$.

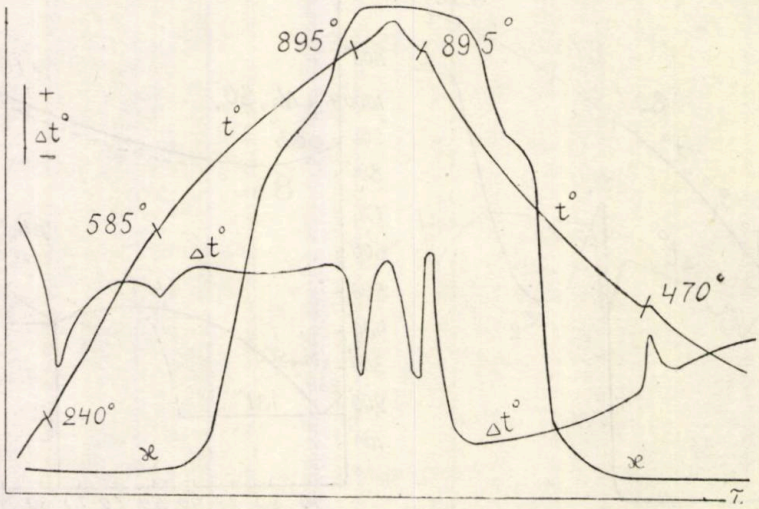


Рис. 8. — Термограмма с записью электропроводности для смеси Na_2SO_4 и K_2SO_4.

При нагревании механической смеси сульфатов калия и натрия происходят следующие процессы: полиморфное превращение сульфата натрия при 240°, полиморфное превращение сульфата калия при 585° и плавление твердого раствора при 895°, которые на термограммах обнаруживаются в виде пиков, направленных вниз. При охлаждении наблюдаются экзотермические эффекты затвердевания твердых растворов и распад их с образованием химического соединения. Последний процесс идет при отсутствии увеличения электропроводности (рис. 8).

Таким образом, во всех изученных случаях, кроме последнего, в химическом взаимодействии принимает участие жидкая фаза, появление которой обуславливает быстрое завершение химической реакции при вполне определенной температуре.

Образование химических соединений в результате распада твердых растворов принципиально отличается от всех других изученных случаев. Везде мы имели механические смеси; поверхность соприкосновения между зернами реагирующих веществ была не настолько велика, чтобы обусловить быстрое завершение реакции. Требовалось появление жидкой фазы, чтобы сделать контакт между реагентами тесным, тогда химическое взаимодействие протекало энергично и в короткое время. В образовавшихся же твердых растворах мы получаем молекулярную смесь компонентов, контакт между реагирующими веществами настолько тесный, что не требуется появления какой-либо жидкой фазы для их энергичного взаимодействия.

Выводы

1. Метод записи электропроводности на термограммах очень чувствителен к появлению жидкой фазы и может быть применен для изучения механизма различных химических реакций между твердыми веществами.

2. Все реакции, которые обнаруживаются на термограммах в виде больших пиков, отвечающих экзотермическим эффектам взаимодействия, протекают с участием жидкой или газообразной фазы.

3. Жидкая фаза, появляющаяся в реакционной смеси и обуславливающая быстрое протекание реакции между твердыми веществами, может представлять из себя двойную эвтектику, образованную одним из продуктов взаимодействия или получающимся химическим соединением. Она во многих случаях может являться тройной эвтектикой, образованной из исходных веществ и продуктов взаимодействия. Наконец, это может быть лабильная эвтектика исходных компонентов. Во всех случаях это наиболее низкоплавкая из всех возможных в системе эвтектик. Отсюда следует, что таким методом можно определять температуру плавления наиболее низкоплавкой в системе эвтектики. Это имеет большое значение для изучения многокомпонентных систем.

4. Применение записи электросопротивления дает возможность установить момент взаимодействия в тех случаях, когда на кривых нагревания не обнаруживаются экзотермические эффекты взаимодействия, а только проявляются эндотермические эффекты плавления уже образовавшихся соединений. Так, в реакциях между сульфатом калия и сульфатами свинца и кальция взаимодействие протекает при температурах плавления, образованных более низкоплавким компонентом и получившимся ранее небольшим количеством соединения. Последнее образуется в твердой фазе на контактах зерен реагирующих веществ. Поглощение тепла при плавлении эвтектики перекрывает выделение тепла при взаимодействии.

5. Имеются случаи образования химического соединения, когда оно не сопровождается увеличением электропроводности и протекает, таким образом, в твердой фазе. Это случай образования химического соединения при распаде твердых растворов. Примерами могут служить образование глазерита и хромглазерита.

6. Механизм реакций взаимодействия между твердыми солями в большинстве случаев можно представить так. Сначала вещества реагируют в местах соприкосновения зерен вещества в твердом виде, образуются чрезвычайно небольшие количества продуктов взаимодействия. Однако, их достаточно для того, чтобы при достижении температуры плавления эвтектики, образующейся из соединения и одного из компонентов, появилось небольшое количество жидкой фазы. Это приводит к энергичному взаимодействию в местах появления жидкой фазы, образуются новые порции соединения, последние дают большее количество эвтектики и так далее. Реакция идет со все возрастающим ускорением и заканчивается в короткое время. При этом выделяется большое количество тепла, что и отражается на термограмме в виде пиков на дифференциальной и даже на простой кривых. Электропроводность в это время резко увеличивается и показывает наличие жидкой фазы.

Поступила 25 III 1960 г.

Казанский государственный университет им. „В. И. Ульянова-Ленина", СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Флавицкий Ф. М., ЖРФХО, 1909, **41**, стр. 205.
2. Tamman G., Z. anorg. Chem., 1924, **135**, S. 77; Ibid., 1925, **149**, S. 21; Ibid., 1927, **160**, S. 10.
3. Hedvall I. A., *Reaktionsfähigheit in fester Stoffe*, 1938.
4. — Z. anorg. Chem., 1922, **122**, S. 181; Ibid., 1923, **128**, S. 1; Ibid., 1924, **135**, S. 45; Ibid., 1924, **140**, S. 243; Ibid., 1926, **154**, S. 1; Ibid., 1927, **162**, S. 110.
5. Hedvall I. A., Heuberger, Ibid., 1924, **135**, S. 67.
6. Balaref D., Ibid., 1924, **134**, S. 117; Ibid., 1924, **136**, S. 216; Ibid, 1924, **138**, S. 252; Ibid., 1925, **143**, S. 89; Ibid., 1926, **153**, S. 184; Ibid., 1927, **160**, S. 92.
7. Байков, А. А., Металлург, 1926, *3*, стр. 5.
8. — *Собр. трудов*, Т. **2**, Изд. АН СССР, М., 1948.
9. Будников П. П., Бережной А. С., ЖПХ, 1940, **13**, стр. 1277.
10. Будников П. П., ДАН СССР, 1934, **1**, стр. 332.
11. Будников П. П., Шмуклер К. М., ЖПХ, 1946, **19**, стр. 1029.
12. Будников П. П., Сологубова О. М., ДАН СССР, 1952, **85**, стр. 1127.
13. Будников П. П., Тресвятский С. Г., Ibid., 1953, **89**, стр. 479.
14. Гельд П. В., Леринман Р. М., ЖПХ, 1950, **23**, стр. 1191.
15. Гельд П. В., Есин О. А., Ibid., 1950, **23**, стр. 1200.
16. Гельд П. В., Поппель С. И., Никитин Ю. П., Ibid., 1952, **6**, стр. 592.
17. Кайнарский И. С., Карякин А. И., ДАН СССР, 1949, **66**, стр. 1153; Ibid., 1951, **81**, стр. 887; Ibid., 1952, **86**, стр. 617.
18. Китайгородский И. И., ДАН СССР, 1944, **42**, стр. 407; Ibid., 1945, **48**, стр. 591; Ibid., 1946, **51**, стр. 619; Ibid., 1947, **56**, стр. 611; Ibid., 1949, **64**, стр. 219.
19. Юнг В. И., *Введение в технологию цемента*, М., 1938.
20. Юнг В. И., Бутт Ю. М. и др., *Технология вяжущих веществ*, М., 1947.
21. Гинстлинг А. М., ЖПХ, 1951, **24**, стр. 566; Ibid., 1952, **25**, стр. 277.
22. Будников П. П., Гинстлинг А. М., Успехи химии, 1954, **23**, стр. 491.
23. Позин М. Е., Гинстлинг А. М., ЖПХ, 1953, **26**, стр. 561.
24. Позин М. Е., Гинстлинг А. М., Печковский В. В., Ibid., 1954, **27**, стр. 273; Ibid., 1954, **27**, стр. 1237.
25. Гинстлинг А. М., Фрадкина Т. П., Ibid., 1952, **25**, стр. 1134.
26. Гинстлинг А. М., Ibid., 1952, **25**, стр. 499.
27. Hedvall I. A., Z. anorg. Chem., 1928, **170**, S. 71.
28. Hedvall I. A., Anderssen W., Ibid., 1930, **193**, S. 29.
29. Tuband C., Reinhold U., Iost W., Ibid., 1928, **177**, S. 253.

30. Петров Д. А., Глазов В. М., Зав. лаб., 1958, *1*, стр. 34.
31. Регель А. Р., ЖТФ, 1948, **18**, стр. 1511.
32. Берг Л. Г., Бурмистрова Н. П., ЖНХ, 1960, **5**, *3*.
33. Берг Л. Г., Николаев А. В., Роде Е. Я., *Термография*, Изд. АН СССР, М., 1944.
34. Гинзбург А. С., Изв. СПб. полит. ин-та, 1906, **6**, *3—4*.
35. * * * *Техническая энциклопедия*, 1931, т. **6**, стр. 169.
36. Гинзбург А. С., Изв. СПб. полит. ин-та, 1908, **9**, *2*.
37. Сперанская Е. И., Изв. АН СССР, сер. хим., 1938, *2*, стр. 463.
38. Нагорный Г. И., Зимина Т. Д., Изв. физ.-хим. научно-исслед. ин-та при Иркутском университете, 1953, **II**, *1*, стр. 31.
39. Беляев И. Н., Шолохович М. Л., *Сб. статей по общей химии*, 1953, **1**, стр. 134.
40. Müller, Neues Jahrbuch f. Miner., Geol. u. Palent., Beilage Bd., 1910, **30**, S. 1.
41. Gramman, Z. anorg. Chem., 1913, **81**, S. 257.
42. Le Chatelier, C. R. Ac. Sci., Paris, 1894, **113**, p. 350.
43. Курнаков Н. С., Жемчужный С. Ф., *Собр. избр. работ Н. С. Курнакова*, 1938, т. **1**, стр. 186.
44. Nacken, Neues Jahrbuch f. Miner., Geol. u Palent., Beilage Bd., 1907, **24**, S. 1.
45. Jänecke E., Z. phys. Chem., 1908, **64**, S. 305.
46. Акопов Е. К., Бергман А. Г., ЖОХ, 1954, **24**, стр. 1511.

ON THE SO-CALLED SOLID STATE PHASES

(Sumary)

The DTA apparatus with the simultaneous recording of electrical conductivity has been used for investigation of the reactions in a solid state.

It has been noted that electrical conductivity of any salt mixtures abruptly decreases when the liquid traces appear, for example, in the case of melting of salts, eutectics and in the so-called „partial fusion" (polimorphic transformation of silver iodide).

Results of the DTA confirm the beginning of intense interaction between two or more salts taking place only when the liquid phase appears.

That is why the beginning of the exothermic peak and the sharp slope of the electrical conductivity curve on the thermogramms are synchronized.

In the absence of gas or liquid phase the reactions may take place only on the surface of individual grains and afterwards with the aid of diffusion, but that connot. be observed with the DTA.

Explanation of the figures

Fig. 1. — Thermogramm recording the electrical conductivity for the reaction set up between K_2SO_4 and $MgSO_4$.
Fig. 2. — Thermogramm recording the electrical conductivity for the reaction set up between $BaCl_2$ and Na_2SO_4.
Fig. 3. — Thermogramm recording the electrical conductivity for the reaction set up between $AgNO_3$ and KCl.
Fig. 4. — Thermogramm recording the electrical conductivity for the reaction set up between BaO and $AgNO_3$.
Fig. 5. — Temperature—concentration diagramm for the system K_2SO_4—$PbSO_4$.
Fig. 6. — Thermogramm recording the electrical conductivity for the reaction set up between K_2SO_4 and $PbSO_4$.
Fig. 7. — Fusibility diagramm for the system $Na_2SO_4-K_2SO_4$.
Fig. 8. — Thermogramm recording the electrical conductivity for the mixture Na_2SO_4 and K_2SO_4.

ASUPRA AŞA NUMITELOR REACŢII ÎN FAZĂ SOLIDĂ

(Rezumat)

În vederea studiului reacţiilor în faza solidă s-a utilizat un aparat prevăzut cu posibilitatea de înregistrare a conductibilităţii electrice.

S-a observat o descreştere bruscă a conductibilităţii electrice în amestecuri de săruri o dată cu apariţia urmelor de lichid. De exemplu, în cazul amestecului de săruri în aşa numitele „soluţii parţiale" (transformare polimorfă a iodurii de argint) ş. a.

Rezultatele studiilor cu ajutorul aparatului utilizat confirmă începutul unei interacţiuni intense între două sau mai multe săruri o dată cu apariţia fazei lichide.

Aceasta se traduce printr-o sincronizare de pe termogramă între începerea apariţiei vîrfurilor exoterme şi descreşterea sensibilă în alura curbei de conductibilitate electrică.

În absenţa fazei gazoase sau lichide reacţiile pot avea loc numai la suprafaţa granulaţiunilor şi aceasta în urma procesului de difuzie. Ele nu pot fi observate cu ajutorul aparatului utilizat.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Termograma cu înscrierea conductibilităţii electrice pentru reacţia între K_2SO_4 şi $MgSO_4$.

Fig. 2. — Termograma cu înscrierea conductibilităţii electrice pentru reacţia între $BaCl_2$ şi Na_2SO_4.

Fig. 3. — Termograma cu înscrierea conductibilităţii electrice pentru reacţia între $AgNO_3$ şi KCl.

Fig. 4. — Termograma cu înscrierea conductibilităţii electrice pentru reacţia între BaO şi $AgNO_3$.

Fig. 5. — Diagrama temperatură—concentraţie a sistemului K_2SO_4—$PbSO_4$.

Fig. 6. — Termograma cu înscrierea conductibilităţii electrice pentru reacţia între K_2SO_4 şi $PbSO_4$.

Fig. 7. — Diagrama fuzibilităţii sistemului $Na_2SO_4 - K_2SO_4$.

Fig. 8. — Termograma cu înscrierea conductibilităţii electrice pentru amestecul Na_2SO_4 şi K_2SO_4.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 541.135.2

DETERMINAREA CELUI DE AL TREILEA PARAMETRU DE LUCRU ÎN ELECTROLIZĂ, CU AJUTORUL CURBEI $e = f(D_c)$

DE

I. N. CIOCHINĂ *)

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Stabilirea precisă a parametrilor de lucru, în operaţiile electrochimice, este strict necesară pentru reglarea şi controlul acestora, în scopul realizării unui indice de productivitate cît mai ridicat. Pe lîngă cei doi parametri clasici, densitatea de curent şi tensiunea de descompunere, pe care-i indică curba $e = f(D_c)$ a electroliţilor, autorul a găsit că aceasta dă indicaţii preţioase şi asupra concentraţiei electroliţilor, oferindu-se astfel posibilitatea lărgirii domeniului de aplicaţie al acestei curbe, pentru controlul funcţionării corecte a băilor electrochimice în care, concentraţia trebuie să fie un parametru constant, precum şi pentru automatizarea funcţionării concentratoarelor de electroliţi, în industria chimică.

Pentru realizarea acestui scop, s-a procedat la un studiu al variaţiei, în funcţie de concentraţie, a punctelor caracteristice de pe diagrama ce reprezintă rezistenţa electrolitică construită în funcţie de densitatea de curent şi de tensiunea de descompunere a electroliţilor puri. Interpretarea corelaţiei celor trei parametri conduce la adîncirea cunoaşterii rolului concentraţiei în problema deplasării potenţialelor de electrod de la valoarea reversibilă. Metoda ce constă într-o determinare rapidă, prezintă importanţă şi pentru agrochimie, în scopul determinării salinităţii la extractele de soluri, necesară cartării solului din R. P. R.

Pentru scopul urmărit, s-a lucrat cu un ampermetru cu o sensibilitate de 1/100 mA şi cu un voltmetru cu o sensibilitate de 1/60 V, precum şi cu un vas de conductibilitate cu electrozi de platină fixaţi la distanţă de $1^1/_2$ cm şi cu suprafeţe lustruite, de dimensiuni mici, astfel ca polarizaţia să se poată stabili imediat.

---

*) Tov. desenatoare Maria Scutaru ne-a executat planşele iar tov. şef de laborator N. Ciureanu ne-a acordat ajutor tehnic în calitate de executantă şi analistă.

2. Bazele teoretice şi experimentale ale metodei

Aplicarea unei tensiuni electrice, la bornele unui vas electrolitic, provoacă modificarea sistemului conţinut şi transformarea lui într-un element galvanic şi, dacă această tensiune este crescîndă, ea poate atinge o astfel de valoare încît să învingă o forţă contraelectromotoare reversibilă. Sistemul în care iau naştere aceste două forţe antagoniste este însă, uneori, atît de complex încît, în apariţia lor, se deosebesc etape diferite care determină abaterea potenţialelor de electrod de la valoarea reversibilă. O abatere metodică de la valoarea reversibilă a ambelor potenţiale, în funcţie de concentraţia iniţială a electrolitului pur, am observat şi noi. Din aceste observaţii am dedus posibilitatea citirii unui al treilea parametru de lucru în electroliză, cu ajutorul curbei $e = f(D_c)$.

Printr-o metodă simplă, expeditivă, bună de întrebuinţat pe teren şi fără aparate scumpe, ca polarograful, sau prea sensibile, ca electrodul picurător, se poate obţine o precizie suficientă nevoilor practice.

În principiu, cu ajutorul polarografiei nu se poate obţine o precizie decît cu erori de cca 1%, iar cînd ramura curbei ce reprezintă curentul de difuziune (curentul limită) are o înclinaţie faţă de ramura curentului rezidual, erorile depăşesc această limită. Cazurile din această categorie sînt foarte frecvente în polarografie, deşi se lucrează cu observarea celor mai stricte reguli şi în spaţii special construite şi de mare volum.

Modificările la suprafaţa electrozilor, acumularea sau diluarea de ioni în imediata vecinătate a acestora, care provoacă modificarea concentraţiei prin cele două aspecte ale sale: în sînul electrolitului, adică în spre partea centrală a vasului de electroliză, şi în jurul electrozilor, formarea de ioni complecşi, reacţiile secundare, vitezele absolute cu valori diferite a celor doi ioni ce se separă, de care este strîns legată difuziunea prin curent, se intercondiţionează în procesul de electrod şi, prin aceasta condiţionează, în măsură mai mare sau mai mică, evoluţia curbei $e = f(D_c)$. Caracterul determinant al concentraţiei iniţiale, care este una dintre aceste cauze, nu a fost relevat în ceea ce priveşte unghiul pe care-l face ramura ascendentă, ramura parametrilor optimi a acestei curbe, cu linia absciselor şi de care ne folosim noi în studiul de faţă.

Valoarea potenţialului reversibil este proporţională cu energia chimică de formare a electrolitului, dar deplasarea potenţialelor celor doi electrozi spre valori mai electropozitive, respectiv, spre valori mai electronegative, iese mai bine în evidenţă, cînd se trece de la starea de saturaţie la concentraţii inferioare coeficientului de solubilitate maxim. Este frecvent cazul ca, la electroliţi, coeficientul de solubilitate calculat la litru să se confunde sau chiar să depăşească concentraţia de $1n$. De aceea şi ramurile respective ale unor curbe au o înclinaţie aproape egală faţă de axa absciselor. Deplasările potenţialelor reversibile ale celor doi electrozi pot avea loc în sensul micşorării tensiunii de descompunere sau în sensul creşterii acesteia. Deplasarea care provoacă înclinaţia ramurii ascendente a curbei $e=f(D_c)$, faţă de linia absciselor, din diagrama respectivă, ca urmare a micşorării concentraţiei electrolitului, a dat prilejul autorului ca să aducă noi contribuţiuni cu privire la lărgirea domeniului de aplicaţie

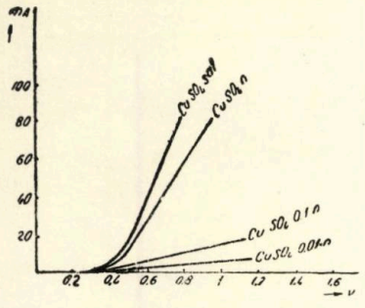


Fig. 1

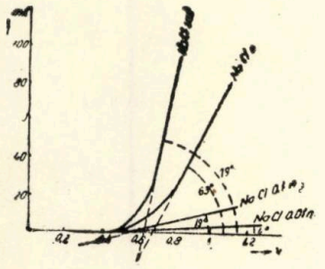


Fig. 2

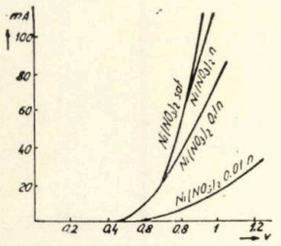


Fig. 3

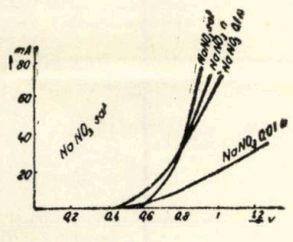


Fig. 4

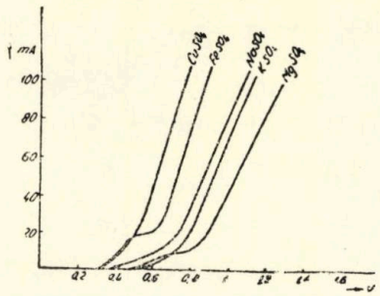


Fig. 5

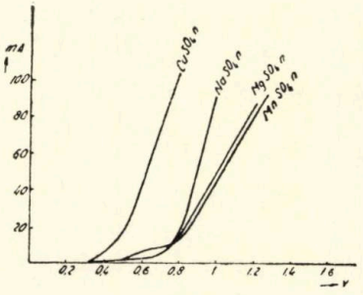


Fig. 6

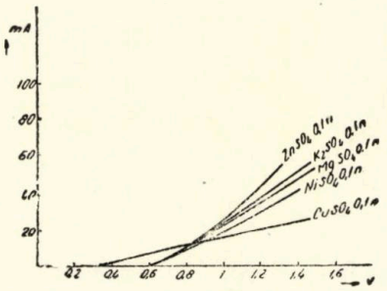


Fig. 7

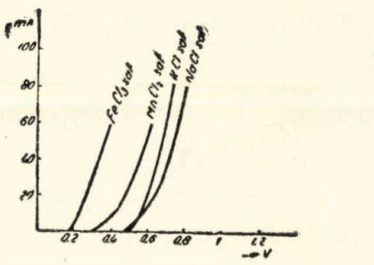


Fig. 8

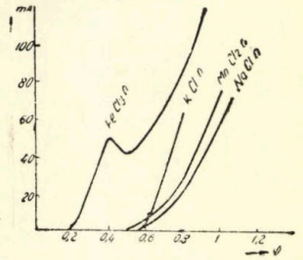


Fig. 9

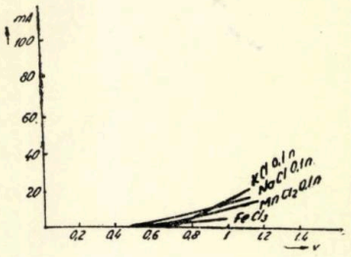


Fig. 10

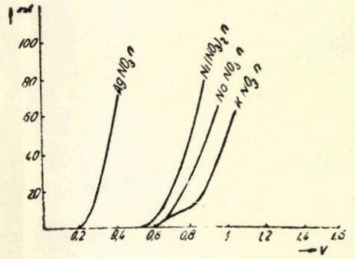


Fig. 11

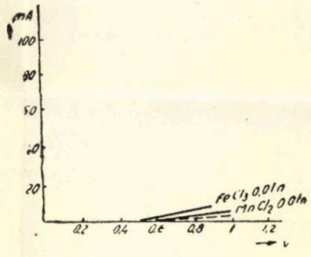


Fig. 12

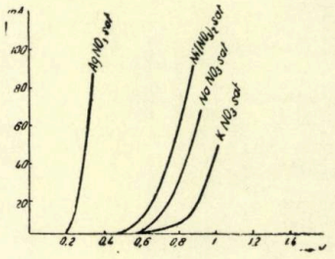


Fig. 13

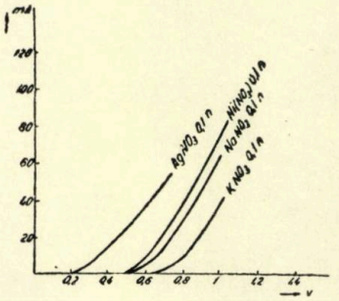


Fig. 14

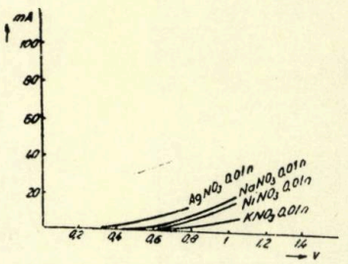


Fig. 15

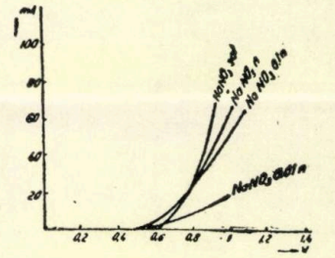
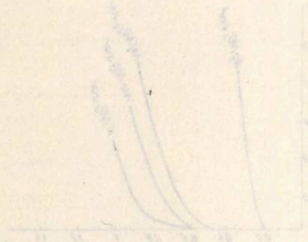
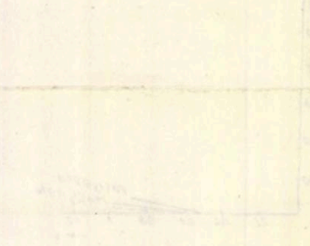
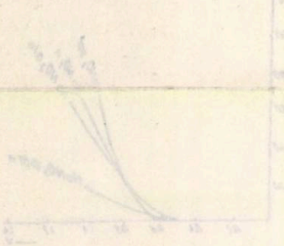


Fig. 16

BUDAPESTI MUSZAKI EGYETEM KÖZPONTI 1848







practică a acestei metode, cu care, pînă în prezent, s-au determinat numai doi parametri de lucru, în electroliză şi anume, densitatea de curent şi tensiunea de descompunere, în cazul electrolizei, sau intensitatea şi potenţialul, în cazul determinării potenţialului de electrod.

Pentru lămurirea bazelor teoretice, este necesar ca, în lumina observaţiunilor făcute, să stabilim interdependenţa dintre densitatea de curent şi concentraţie, pe de-o parte, şi interdependenţa dintre tensiunea de descompunere a electrolitului şi concentraţie, pe de altă parte. Astfel reuşim a realiza şi aprofundarea corelaţiei dintre cei trei parametri de lucru, pentru executarea corectă a operaţiilor electrochimice. Expunerea acestora va justifica şi alegererea curbei $e = f(D_c)$, ca instrument de studiu.

3. Interdependenţa dintre densitatea de curent şi concentraţia electrolitului

La soluţiile saturate, care sînt în contact cu propria lor sare solidă, viteza de difuziune este foarte mare şi deplasarea spre valori mai electronegative, la catod, este foarte mică, deoarece conform cu legea lui Fick viteza ionilor care difuzează, sub influenţa curentului este dată de relaţia:

$$dc/dt = D(c - c_0)/S. \tag{1}$$

Cînd suprafaţa electrozilor este egală cu 1 cm^2, viteza de descărcare a cationului se poate scrie, în funcţie de densitatea de curent, sub forma:

$$dc/dt = D_c/(nF), \tag{2}$$

unde D_c este densitatea de curent. Pentru timpul scurt al construcţiei curbei $e = f(D_c)$, putem egala viteza de descărcare a ionului, dată de (2), cu viteza de difuziune a acestuia, dată de (1), obţinînd:

$$D_c/(nF) = D(c - c_0)/S. \tag{3}$$

Aşadar, cu creşterea diluţiei, grosimea stratului de difuziune din imediata vecinătate a electrodului (S) creşte, iar diferenţa $c - c_0$ se micşorează. Din (3) rezultă strînsa corelaţie dintre viteza de difuziune, respectiv viteza de descărcare (a cationului), adică dintre densitatea de curent şi concentraţia iniţială a electrolitului.

La soluţii saturate, raportul $(c - c_0)/S$ ia valoarea maximă şi, implicit, viteza de descărcare a ionului este maximă. De altfel, în ansamblu, coeficientul de difuziune (D) ia şi el valoarea maximă, deoarece şi presiunea osmotică a ionilor (p) are valoare maximă. În aceste condiţiuni, deplasarea potenţialului spre valori mai electropozitive, la anod, ca şi deplasarea spre valori mai electronegative, la catod, cînd densitatea de curent creşte, în electroliză, sînt neglijabil de mici, aşa cum se vede din curbele $e = f(D_c)$, în stare saturată, din fig. 1...16.

La soluţii mai diluate, valoarea raportului $(c - c_0)/S$ se micşorează, ca şi coeficientul de difuziune, care descreşte cu mărirea diluţiei şi astfel, viteza de descărcare, respectiv, densitatea de curent, descreşte mai rapid,

pe măsură ce tensiunea de descompunere creşte. În acest fenomen constă explicaţia înclinaţiei ramurii ascendente a curbei $e = f(D_c)$, care reprezintă atingerea stării staţionare în electroliză. Pe această ramură se plasează parametrii cei mai favorabili de lucru, pentru practica electrochimică. Temeiul pentru care autorul foloseşte măsura unghiului ce reprezintă această înclinaţie este impus deci de consideraţiuni practice. Coeficientul de difuziune, în cazul dat, însumează toate acţiunile electrostatice, stingheritoare, ce decurg din proprietăţile electrice ale ionilor şi moleculelor de solvent care sînt, totuşi, compensate prin concentraţia cu valoare mare ($p > P$), adică presiunea osmotică ajută depunerea, la catodă, şi tinde să egaleze tensiunea electrolitică de dizolvire, la anodă. Electrolitul saturat joacă un rol analog cu acela al soluţiei de bază întrebuinţată în polarografie. Cînd starea de saturaţie nu mai este staţionară, adică se păşeşte spre stări de diluţie mai mari, viteza de descărcare nu se mai poate egala cu viteza de difuziune.

La anodă, cînd soluţia este saturată, în condiţiile de mai sus, apare fenomenul refulării ionice, prin ionul comun, adică prin anionul ce rezultă din descompunerea electrolitică. De aceea concentraţia rămîne constantă iar viteza de difuziune rămîne maximă şi constantă. Fenomenul de polarizaţie, extrem de redus, se datoreşte apariţiei a două pături de electrolit în contact, în care diferă numai concentraţia cationului. Din această cauză potenţialul anodei nu se deplasează decît foarte puţin faţă de valoarea reversibilă. În cazul reversibilităţii, unghiul pe care-l face ramura ascendentă a curbei $e = f(D_c)$ cu linia absciselor, tinde către 90° şi, ca atare, acest unghi capătă o deosebită importanţă căci permite şi o desăvîrşire a proceselor electrochimice, în scopul obţinerii celui mai bun randament.

Raţionînd pe materialul experimental, observăm că unghiul pe care-l face ramura ascendentă a curbei $e = f(D_c)$, cu linia absciselor, se micşorează cu diluţia, la sulfaţi, aşa cum arată fig. 1, 5, 6 şi 7.

Pentru considerentele de mai sus, relaţia vitezei de descărcare ne arată că, în cazul soluţiilor saturate valoarea raportului $(c—c_0)/S$ este nu numai maximă, dar este şi aproximativ constantă căci sarea solidă aduce prompt, prin refulare ionică (precipitare), la anod, şi prin intrare în soluţie, la catod, sistemul la starea iniţială. Numai în acest caz se poate scrie relaţia vitezei de descărcare, în forma următoare: $dc/dt = K'D_c$, precum şi $dc/dt = KD$, de unde rezultă:

$$D/D_c = K/K' = \text{const.} \tag{4}$$

La electroliza sărurilor de fier apare, temporar, un fenomen de pasivizare, însă ambele ramuri ale curbei ascendente arată aceeaşi înclinaţie faţă de abscisă. Apariţia fenomenului de pasivizare la Fe, Co, Ni este, de altfel, cunoscută. Dar forma curbei clorurii ferice saturate mai poate fi interpretată şi prin prezenţa unui sistem oxidoreducător, care apare pe măsură ce tensiunea aplicată la bornele aparatului creşte. Despre această observaţie şi consecinţele ei importante, ne vom ocupa în continuare (fig. 9).

Că, într-adevăr, înclinaţia ramurii ascendente a curbei $e = f(D_c)$ reprezintă un fenomen general, la electroliţi, rezultă şi din curbele reprezentată în fig. 2, 8, 9, 10 şi 11, care se referă la cloruri, precum şi în cele

din fig. 3, 12, 14, 15 şi 16, care se referă la nitraţi. Chiar şi la electroliţii, la a căror descompunere apar reacţii secundare, înclinaţia, respectiv descreşterea unghiului menţionat mai sus, este direct proporţională cu descreşterea concentraţiei iniţiale a electrolitului, aşa cum se vede din fig. 2.

Din raţionamentul, precum şi observaţiile expuse mai sus, rezultă cu prisosinţă că înclinaţia ramurii ascendente a curbei $e = f(D_c)$, faţă de abscisă, este funcţie de scăderea din ce în ce mai pronunţată a densităţii de curent, cînd tensiunea de descompunere, respectiv, tensiunea aplicată la bornele aparatului de electroliză şi diluţia electrolitului cresc.

Date comparative asupra valorilor numerice se obţin cu ajutorul unor curbe şablon şi cu ajutorul unui raportor de a cărui rază depinde precizia determinării. Natura constantei din ecuaţia (4) trebuie să aibă ca o cauză concentraţia electrolitului, dar şi faptul că ionii în stare născîndă ce nasc la cei doi electrozi dau complecşi atît cu electrolitul cît şi cu solventul, ceea ce provoacă asimetria stărilor iniţiale în care se găseau cei doi electrozi şi lichidul din imediata lor vecinătate, înainte de trecerea curentului. Pentru că metoda este rapidă a fost permis calculul teoretic, fără a lua în consideraţie numerele de transport electrolitic.

4. Interdependenţa dintre tensiunea de descompunere a electrolitului şi concentraţia iniţială

Dacă în starea iniţială, aşa precum se ştie, potenţialul de electrod, este dat de relaţia:

$$e = e_0 + [RT/(nF)] \ln c, \tag{5}$$

unde c este cifra saturaţiei, atunci, la trecerea curentului, în condiţiile date, toate procesele de electrod decurg cu viteză maximă şi avem, precum se ştie, numai datorită fenomenului de difuziune, (ca în cazul soluţiilor saturate), potenţialul exprimat prin relaţia:

$$e' = e_0 + [RT/(nF)] \ln c_0. \tag{6}$$

Pentru a stabili deplasarea de ansamblu a potenţialului de electrod aşa precum se ştie, se face diferenţa dintre (5) şi (6) şi se obţine:

$$\Delta e = e - e' = [RT/(nF)] \ln (c/c_0), \tag{7}$$

şi care reprezintă deplasarea spre valori mai electronegative, la catodă, iar diferenţa dintre (6) şi (5) conduce la expresia:

$$\Delta e' = e' - e = [RT/(nF)] \ln (c_0/c), \tag{8}$$

care reprezintă deplasarea spre valori mai electropozitive, la anodă.

Cu ajutorul concentraţiei iniţiale a electrolitului (c) se face legătura între cei doi parametri clasici, deduşi din curba $e = f(D_c)$, aşa precum rezultă din raţionamentul conţinut în ecuaţiile (1)...(8), unde c_0 este concentraţia din imediata vecinătate a electrodului respectiv.

Oricare ar fi natura electrolitului tare, fenomenul înclinării ramurii parametrilor optimi spre linia absciselor este un fenomen general, aşa cum arată fig. 1...16.

Evident că există un mare număr de cauze care provoacă deplasările de potenţial la cei doi electrozi, dar concentraţia iniţială a electrolitului trebuie privită, aşa cum rezultă din cele de mai sus, ca o cauză determinantă, predominantă, şi de aceea determinarea ei rapidă, concomitent cu densitatea de curent şi cu tensiunea de descompunere, cu aparate simple, portabile, care nu se defectează uşor, prezintă importanţă pentru practica electrochimică.

Importanţa acestei metode creşte şi prin faptul că se poate automatiza. Un ampermetru şi un voltmetru cu spot luminos care se deplasează între două fante în spatele cărora sînt montate celule fotoelectrice ce comandă relee cu acţiune inversă, atît pentru aparatul controlor cît şi pentru cel semnalizator, ar putea permite controlul automat al celor trei parametri de lucru, fie combinaţi, fie separat, la bacurile electrolitice, cît şi la concentratoare. În acest scop alegem ca element controlor tensiunea minimă, practică, de descompunere, calculată fie cu ecuaţia lui Gibbs şi Helmholtz fie cu ecuaţia lui Thomson, la care se adaogă surplusul de tensiune necesar pentru învingerea rezistenţei băii electrolitice ($i^2 rt$).

Cu ajutorul sistemelor clasice de automatizare se imprimă cursorului o mişcare de du-te-vino între limitele zero şi tensiunea minimă, practică, de descompunere a electrolitului. La această tensiune densitatea de curent superioară oricărei alte concentraţii va imprima ampermetrului un impuls maxim şi spotul indicator va lumina fanta în dosul căreia este celula fotoelectrică ce comandă dispozitivul semnalizator (de alarmă).

Avînd în vedere că conductibilitatea electrolitică este inversul rezistenţei electrolitice şi că rezistenţa electrolitică este dată tocmai de curba $e = f(D_c)$ şi ţinînd seama că la amestecuri de electroliţi conductibilităţile specifice sînt aditive, este de aşteptat ca metoda determinării să fie aplicabilă şi la amestecuri de electroliţi, fapt care urmează să fie studiat.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie fizică,
Laboratorul de electrochimie

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕТЬЕГО РАБОЧЕГО ПАРАМЕТРА В ЭЛЕКТРОЛИЗЕ ПРИ ПОМОЩИ КРИВОЙ $e = f(D_c)$

(Резюме)

Пользуясь кривой $e = f(D_c)$ определяется, кроме двух классических параметров — плотность тока и напряжение разложения — концентрация электролита при помощи угла образуемого ветвью оптимальных параметров кривой $e = f(D_c)$ с осью абсцисс.

LA DÉTERMINATION DU TROISIÈME PARAMÈTRE DE TRAVAIL EN ÉLECTROLYSE À L'AIDE DE LA COURBE $e = f(D_c)$

(Résumé)

Utilisant la courbe $e = f(D_c)$ on détermine hormis les deux paramètres classiques — la densité de courant et la tension de décomposition — la concentration de l'électrolyte, à l'aide de l'angle entre la branche des paramètres optimes de la courbe $e = f(D_c)$ avec l'axe des abscisses.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 661.3

CONTRIBUŢII LA STUDIUL REACŢIILOR DE CAUSTIFICARE
NOTA II

DE

C. CALISTRU şi CORNELIA LEONTE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28—30 octombrie 1960

1. Introducere

Transformările eterogene care se desfăşoară la limita de separaţie solid-soluţie apoasă ocupă un loc important în tehnologia chimică. Cu toate acestea, macrocinetica lor, adică influenţa stării suprafeţei solidului, a proceselor de transfer de masă, căldură şi cantitate de mişcare, asupra vitezei transformărilor de acest tip este încă puţin studiată.

Procesele fizico-chimice în care faza solidă este constituită din varul rezultat prin descompunerea termică a calcarului formează, printre transformările menţionate, un grup special. Ele se folosesc pe scară destul de largă în industrie, întîlnindu-se sub forma proceselor concrete de: caustificarea carbonatului şi a aluminatului de sodiu, stingerea varului, acţiunea varului sau a laptelui de var asupra soluţiilor mume de clorură de amoniu de la fabricarea sodei calcinate etc. În macrocinetica proceselor din această grupă un rol important îl joacă starea suprafeţei, respectiv calitatea varului. Aceasta depinde, în primul rînd, de sortul de calcar şi de condiţiile în care s-a realizat descompunerea acestuia. Într-o lucrare anterioară [1] s-a introdus noţiunea de „oxid de calciu caustificabil" şi s-a elaborat o metodă pentru aprecierea calităţii varului folosit în reacţia de caustificare a carbonatului de sodiu. De asemenea, s-a cercetat influenţa sortului de calcar, a temperaturii şi duratei de descompunere a acestuia asupra calităţii varului rezultat.

În cercetările consacrate studiului cineticii reacţiei de caustificare, oxidul de calciu necesar se calculează pe baza presupunerii că, independent de condiţii, reacţionează întreaga cantitate de carbonat de sodiu. Cantitatea corespunzătoare de var se determină, la rîndul ei, după conţinutul varului în oxid de calciu activ [2]. Ultima mărime este însă puţin influenţată de calitatea varului luat în lucru şi, din această cauză, toate datele cinetice stabilite în experimentare vor fi funcţie şi de calitatea varului întrebuinţat. Ca urmare, astfel de date nu pot fi riguros generalizate şi au numai importanţa lor concretă. Mărimea denumită „oxid

de calciu caustificabil" redă, în schimb, în largă măsură, calitatea varului. Pe această bază se poate presupune că dacă varul luat în lucru se va calcula după conţinutul său în „oxid de calciu caustificabil" se va înlătura, în mare măsură, influenţa calităţii varului asupra cineticii procesului. Datele cinetice obţinute ulterior vor putea fi, de această dată, generalizate. În lucrarea de faţă s-a căutat, în primul rînd, să se verifice această presupunere. Paralel s-a cercetat şi viteza de sedimentare a carbonatului de calciu rezultat în reacţiile corespunzătoare de caustificare. În al doilea rînd, s-a căutat să se stabilească experimental influenţa procesului de transfer de masă asupra desfăşurării reacţiei de caustificare, în condiţii hidrodinamice apropiate de cele realizate în industrie.

2. Partea experimentală

a) *Diagrama grad-durată de caustificare obţinută la introducerea varului, după conţinutul său în „oxid de calciu caustificabil"*. Conţinutul în oxid de calciu caustificabil reprezintă cantitatea de oxid de calciu din var care reacţionează cu carbonatul de sodiu în instalaţia şi modul de lucru fixate. Întregul sistem, aşa cum s-a precizat în lucrarea anterioară (*op. cit.*) se găseşte departe de echilibru. Viteza medie de caustificare are, în condiţiile date, o valoare bine determinată. Dacă în procesul efectiv de caustificare se introduce cantitatea de var, calculată după conţinutul său în „oxid de calciu caustificabil", atunci viteza medie se modifică numai ca urmare a apropierii de echilibru a întregului sistem. Dacă această modificare este neînsemnată se poate considera că viteza reacţiei de caustificare nu mai depinde de sortul de calcar, de temperatura şi durata lui de calcinare, adică de calitatea varului. Metoda folosită, pentru a stabili amploarea modificărilor menţionate în procesul efectiv de caustificare, a constat în trasarea experimentală şi compararea curbelor ce exprimă variaţia gradului de caustificare în timp, în cazul utilizării diferitelor calităţi de var.

Caustificarea s-a realizat în instalaţia descrisă în [1]. În fiecare probă s-au utilizat 300 cm^3 soluţie de 10% carbonat de sodiu. Pentru analiză s-au scos probe de cca. 5 ml suspensie, care s-au filtrat imediat. De această dată, aşa cum s-a menţionat, s-a introdus întreaga cantitate de var necesară caustificării, în condiţiile date, calculată după conţinutul său în oxid de calciu caustificabil.

Înaintea fiecărei probe de caustificare s-a determinat din nou conţinutul în „oxid de calciu caustificabil" a varului folosit. Probele de var s-au obţinut prin descompunerea termică a calcarului de Govora în atmosferă de bioxid de carbon la 900° C şi la duratele de: 50; 80; 120 şi 300 de minute, la 1 100° C şi la duratele de: 15; 30; 70 şi 130 de minute, precum şi la 1 200° C la 15 şi 120 de minute. Cu ajutorul unor date suplimentare, în scopul urmăririi în ansamblu a variaţiei calităţii varului, s-au trasat în fig. 1 curbele ce reprezintă influenţa temperaturii şi duratei de calcinare asupra conţinutului de „oxid de calciu caustificabil" în varul de Govora.

Din această figură se constată că la creşterea temperaturii conţinutul în „oxid de calciu caustificabil" trece printr-un maxim care variază cu durata de calcinare. Prin unirea punctelor de maxim s-a trasat pe diagramă curba „oxidului de calciu caustificabil" maxim. Ea indică, aşa cum s-a menţionat în [1], existenţa unei durate optime pentru fiecare temperatură. De asemenea s-au trasat şi curbele care corespund unui conţinut în „oxid de calciu caustificabil" de 80 % şi 70 % din cel maxim. Independent de durata de calcinare se constată scăderea bruscă a calităţii varului între 1 100° C şi 1 200° C.

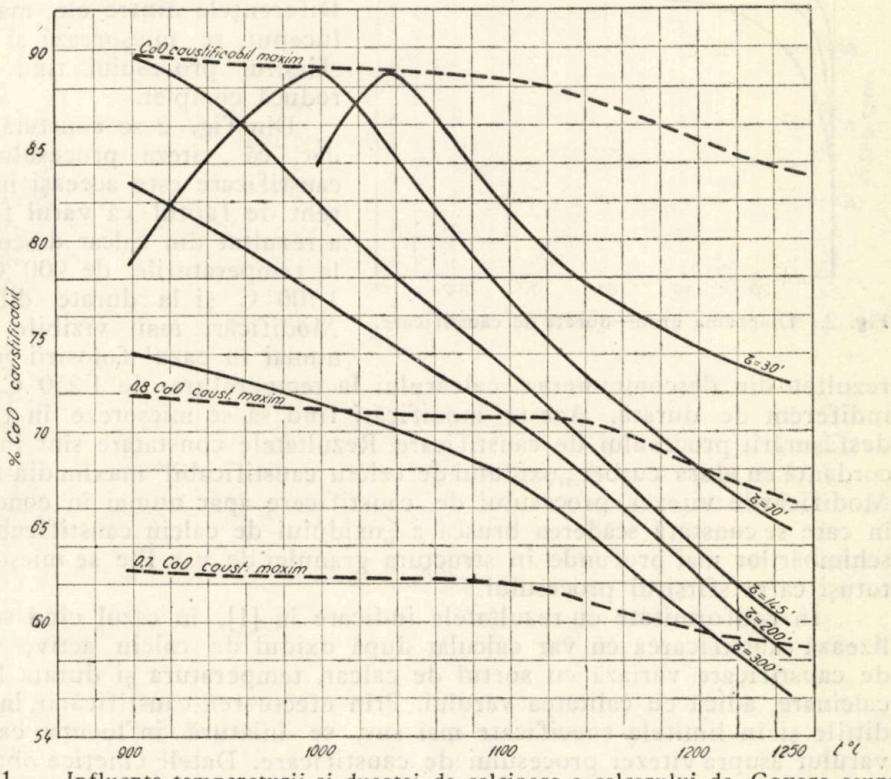


Fig. 1. — Influenţa temperaturii şi duratei de calcinare a calcarului de Govora asupra conţinutului în „CaO caustificabil".

În fig. 2 este reprezentată diagrama grad—durată de caustificare obţinută prin folosirea diferitelor calităţi de var. Dependenţa dintre gradul şi durata de caustificare, cu varul rezultat prin descompunerea termică a calcarului la 900° C şi la o durată de 50 de minute, este redată de curba *1*. Dependenţele obţinute cu varul calcinat tot la tempetatura de 900° C însă la duratele de: 80; 120 şi 300 de minute au coincis şi sînt redate de aceeaşi curbă *1*. De asemenea, dependenţele obţinute cu varul calcinat la 1 100° C şi la duratele de: 15; 30; 70 şi 120 de minute sînt descrise de aceeaşi curbă *1*. Se constată o mică abatere

în perioada inițială de caustificare, redată prin curba *2*, numai în cazul dependenței obținută cu varul calcinat la 1 100° C şi la o durată de peste 120 de minute.

Dependența dintre gradul şi durata de caustificare la folosirea varului obținut prin calcinarea calcarului la 1 250° C şi 15 minute coincide cu aceea constatată la folosirea varului rezultat la aceeaşi temperatură însă la durata de 120 de minute. Aceste dependențe sînt redate de curba *3* din fig. 2. Curbele *1* şi *3* sînt diferite. Diferențele dintre ele, mari la început, se micşorează şi către sfîrşitul procesului tind să se reducă complet.

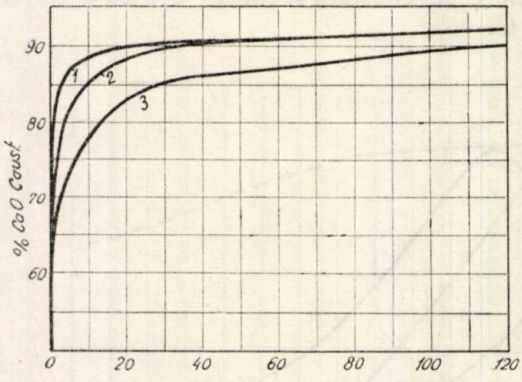


Fig. 2. - Diagrama grad—durată de caustificare.

Din fig. 2 se constată, aşadar, că viteza procesului de caustificare este aceeaşi indiferent de faptul că varul folosit a rezultat din calcar descompus la temperaturile de 900° C sau 1 100° C şi la durate diferite. Modificări mai vizibile apar numai în cazul folosirii varului rezultat din descompunerea calcarului la temperatura de 1 250° C, însă indiferent de durată. Aceste modificări tind să se micşoreze în timpul desfăşurării procesului de caustificare. Rezultatele constatate sînt în concordanță cu alura curbei „oxidului de calciu caustificabil" maxim din fig. 1. Modificările vitezei procesului de caustificare apar numai în condițiile în care se constată scăderea bruscă a „oxidului de calciu caustificabil", a schimbărilor mai profunde în structura granulei de var. Ele se micşorează totuşi către sfîrşitul procesului.

În conformitate cu rezultatele indicate în [1], în cazul cînd se realizează caustificarea cu var calculat după oxidul de calciu activ, viteza de caustificare variază cu sortul de calcar, temperatura şi durata lui de calcinare, adică cu calitatea varului. Prin efectuarea caustificării, în condițiile şi în limitele specificate mai sus, se înlătură influența calității varului asupra vitezei procesului de caustificare. Datele cinetice obținute sînt valabile pentru orice sort de calcar, temperatură şi durată de calcinare. Limitele de valabilitate a unor astfel de date cinetice se fixează prin trasarea, în condiții de laborator, a diagramelor analoge cu aceea din fig. 1, pentru fiecare sort de calcar.

b) *Viteza de sedimentare a carbonatului de calciu.* În toate problemele de caustificare menționate s-a determinat şi viteza de sedimentare a carbonatului de calciu rezultat. Determinările s-au efectuat într-un cilindru gradat introdus într-un termostat cu aer, în care s-a menținut constantă temperatura de 100° C.

Cu ajutorul valorilor obținute s-au trasat curbele volumul soluției limpezi — durata de depunere şi s-a determinat durata de înjumătățire [3]. În fig. 3 se indică rezultatele care s-au reprezentat pe diagrama inver-

sul timpului de înjumătățire — durata de calcinare a calcarului. Pe diagramă sînt trasate curbele obținute la caustificarea cu varul rezultat la calcinarea calcarului la: 900° C, 1 100° C și 1 250° C.

Valorile vitezelor de sedimentare pot fi comparate deoarece toate caracteristicile soluțiilor finale obținute cu var calcinat la 900° C și 1 100° C sînt identice. În cazul varului calcinat la 1 250° C, gradul de caustificare final este ceva mai mic și acest fapt poate acționa în sensul creșterii vitezei de sedimentare [4].

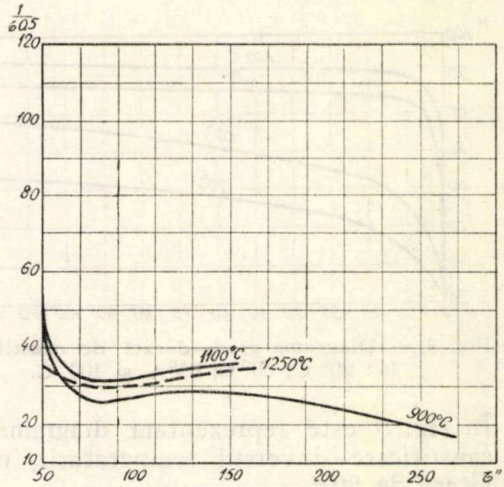


Fig. 3. — Diagrama inversul timpului de înjumătățire — durata de calcinare a calcarului la diferite temperaturi.

De pe diagramă se constată că, în condițiile adăugării varului calculat după conținutul său în „oxid de calciu caustificabil", diferențele existente între vitezele de sedimentare corespunzătoare varului obținut la diferite temperaturi și durate de calcinare sînt relativ mici. În cadrul acestor diferențe, viteza de sedimentare are cea mai mare valoare pentru varul obținut la 1 100° C și pentru toate duratele de calcinare imediat mai mari decît cele corespunzătoare calcinării complete. Viteza de sedimentare a carbonatului de calciu rezultat din varul obținut la 1 250° C este mai mică decît pentru varul rezultat la 1 100° C și mai mare decît pentru cel obținut la 900° C. La aceeași temperatură de calcinare viteza de sedimentare variază cu durata de calcinare, mai puțin la 1 100° C și 1 250° C și ceva mai pronunțat la 900° C.

c) *Domeniile în care se desfășoară reacția de caustificare în condițiile industriale de astăzi.* Influența proceselor de transfer de masă și căldură asupra vitezei desfășurării reacției de caustificare în diferite condiții hidrodinamice nu a fost încă cercetată ca atare. Ținîndu-se seama de influența transferului de masă se consideră că reacția de caustificare, ca orice reacție eterogenă, se poate desfășura în domeniul cinetic, domeniul difuziei sau domeniul intermediar. Întrucît granula de var este poroasă, în condițiile obișnuite de lucru se va lua în considerație, în primul rînd, domeniul cinetic intern, de difuzie internă, și domeniul intermediar corespunzător. Teoria macrocineticii în pori a fost elaborată de I. B. Zeldovici și s-a dezvoltat la cercetarea reacțiilor în granulele poroase de catalizator [5]. În literatură nu se găsesc încă date asupra aplicabilității acestei teorii în cazul granulelor poroase necatalitice, cu suprafață variabilă în timpul procesului, decît în procesele de ardere și de asemenea sînt încă puțin numeroase cercetările consacrate studiului limitelor domeniilor în care se desfășoară reacțiile în sistemul solid—soluție. În lucrarea de față se cercetează numai domeniile în care se desfășoară reac-

ţia de caustificare, în condiţii apropiate de cele în care se realizează această reacţie în condiţiile industriale de astăzi.

Pentru cercetare s-a folosit metoda stabilirii experimentale a dependenţei vitezei de reacţie, de temperatură. În acest scop s-au trasat pe diagrama grad—durată de caustificare, reprezentată în fig. 4, curbele corespunzătoare temperaturilor de: 20° C; 60° C; 85° C şi 100° C.

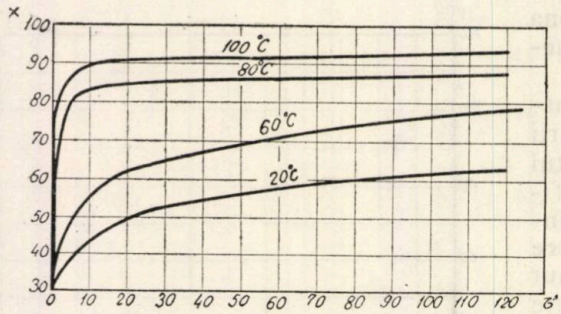


Fig. 4. — Diagrama grad—durată de caustificare la: 20° C; 60° C; 85° C şi 100° C.

Pentru anumite grade de caustificare s-au construit curbele respective în diagramele viteză—temperatură de caustificare şi logaritmul constantei vitezei de caustificare —inversul temperaturii.

Curbele de pe diagrama din fig. 4 s-au intersectat cu drepte paralele la abscisă şi valorile inverse duratei de caustificare au fost considerate drept constante ale vitezei de caustificare la temperaturile corespunzătoare. În fig. 5 este reprezentată diagrama logaritmul constantei vitezei de caustificare—inversul temperaturii, corespunzătoare gradului de caustificare de 80%.

În graficul din fig. 5 apar două drepte cu pante diferite, ceea ce arată că dependenţa vitezei reacţiei de caustificare, de temperatură, în condiţiile şi intervalul de temperatură considerate, nu corespund ecuaţiei lui Arrhenius. Valorile energiei aparente de activare sînt de 20 000 cal/mol pentru dreapta *a*, corespunzătoare temperaturilor scăzute, şi de 9 000 cal/mol pentru dreapta *b*, corespunzătoare temperaturilor ridicate.

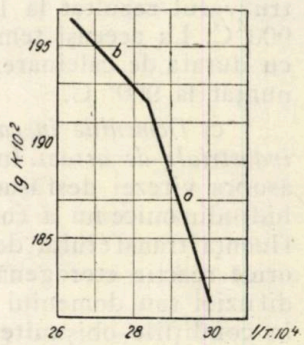


Fig 5. — Diagrama $\lg k - 1/T$ pentru gradul de caustificare de 80%.

Se consideră că apariţia frînturii este determinată de trecerea reacţiei de caustificare dintr-un domeniu în altul. Este greu de presupus că, în condiţiile de lucru corespunzătoare unei soluţii diluate de carbonat de sodiu, ar putea avea vre-o influenţă asupra apariţiei frînturii formarea în faza solidă a sărurilor duble. Ţinînd seama de valorile energiei de activare şi de faptul că la temperaturi ridicate energia de activare este practic de două ori mai mică decît aceea corespunzătoare temperaturilor scăzute, se conchide că în intervalul temperaturilor scăzute reacţia de caustificare se desfăşoară în domeniul cinetic intern şi că trece la temperaturi mai ridicate, în domeniul difuziei interne.

Diagramele $\lg k - 1/T$ pentru gradele de caustificare de 70% şi 75% dau indicaţii asemănătoare. Pe diagrama corespunzătoare gradului de caustificare de 90% şi temperaturile de 85° C şi 100° C s-a obţinut

pentru energia aparentă de activare valoarea de 22 000 cal/mol. Pentru a explica această „anomalie" se presupune că ea are drept cauză faptul că, în cazul caustificării, suprafața de reacție scade continuu cu desfășurarea reacției. În timpul experimentării se mențin la valori practic constante toți factorii care influențează viteza reacției de caustificare, cu excepția temperaturii și suprafeței de reacție. Se presupune că la sfîrșitul procesului, deși temperaturile sînt cele ridicate, stadiul limitativ nu-l mai constituie, la un moment dat, difuzia internă, ci viteza reacției pe suprafața mult micșorată. În aceste condiții procesul se desfășoară în domeniul cinetic intern ca și în cazul temperaturilor scăzute.

Din cele de mai sus rezultă că în condițiile industriale caustificarea se desfășoară cu precădere în domeniul difuziei interne. Factorii specifici și ca urmare, ecuația cinetică corespunzătoare acestui domeniu, va fi ecuația cinetică a reacției de caustificare realizată în condițiile industriale de astăzi.

3. Concluzii

1. În această lucrare, continuîndu-se studiul macrocineticii reacției de caustificare, se cercetează variația gradului de caustificare în timp, la folosirea varului obținut prin calcinarea calcarului de Govora la diferite temperaturi și durate de calcinare ; se determină vitezele de sedimentare corespunzătoare și domeniile în care se desfășoară reacția de caustificare, în condiții apropiate de cele folosite în prezent în industrie.

2. S-a constatat că, în anumite limite, se poate înlătura influența sortului de calcar, a temperaturii și duratei de calcinare, asupra vitezei reacției de caustificare. În condițiile menționate se obțin date cinetice care pot fi generalizate.

3. În cazul introducerii în instalația de caustificare, a varului calculat după conținutul său de „oxid de calciu caustificabil" apar diferențe, însă destul de mici, între vitezele de sedimentare corespunzătoare varului obținut la diferite temperaturi și durate de calcinare. În cadrul acestor diferențe s-a găsit că viteza cea mai mare de sedimentare se obține pentru varul calcinat la 1 100° C.

4. S-a stabilit că reacția de caustificare, în condiții asemănătoare celor existente în prezent în industrie, se desfășoară în domeniul difuziei interne. Ecuația corespunzătoare acestui domeniu va fi și ecuația valabilă pentru calculele tehnice corespunzătoare.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de industrii anorganice,
Laboratorul de tehnologia substanțelor anorganice

BIBLIOGRAFIE

1. Calistru C., Leonte C., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, VI (X), *3—4*, pp. 107—116.
2. Непенин И. Н., Тутанцева А. М., Материалы ЦНИИГ, 1948, *37*.
3. Wolff R., Koll. Ztschr., 1957, *1*, S. 71.
4. Непенин И. Н., Бум. пром., 1947, *6*.
5. Ройтер В. А., Хим. наука и пром., 1957, *2*, стр. 210.

К ИЗУЧЕНИЮ РЕАКЦИЙ КАУСТИЗАЦИИ

Заметка II

(Резюме)

Исследуется изменение во время степени каустизации извести полученной обжигом известняка из Говоры, при разных температурах и продолжительности обжига; определяются соответствующая скорость осаждения и области в которых происходит реакция каустизации, в условиях схожих с существующими в современной промышленности.

Устанавливается, что в определенных границах можно избежать влияние типа известняка, температуры и продолжительности обжига.

Установленно также, что реакция каустизации, в условиях существующих в современной промышленности, протекает в области внутренней диффузии.

Выражение отношения этой области действительно также и для соответствующих технических расчетов.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Влияние температуры и продолжительности обжига известняка из Говоры на содержание „каустизируемого CaO".
Рис. 2. — Диаграмма степень — продолжительность каустизации.
Рис. 3. — Диаграмма обратный полупериод — продолжительность обжига известняка при различных температурах.
Рис. 4. — Диаграмма степень — продолжительность каустизаций при 20° C; 60° C; 85° C; 100° C.
Рис. 5. — Диаграмма $\lg k - 1/T$ для степени каустизации в 80%.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DES RÉACTIONS DE CAUSTIFICATION

Note II

(Résumé)

On étudie la variation, en fonction du temps, du degré de caustification, à l'utilisation de la chaux obtenue par la calcination du calcaire de Govora, à différentes températures et durées de calcination; on détermine les vitesses correspondantes de sédimentation et les domaines dans lesquels se produit la réaction de caustification, en conditions approchées de celles utilisées à présent dans l'industrie.

On a constaté que, dans certaines limites, on peut ôter l'influence de la sorte de calcaire, de la température et de la durée de calcination sur la vitesse de la réaction.

Dans les conditions mentionnées on obtient des résultats quant à la cinetique des réactions de caustification, qui peuvent être généralisées.

Lorsqu'on introduit dans l'installation de caustification une quantité de chaux calculée par rapport à son contenu en „oxyde de calcium caustificable" on met en évidence des différences insignifiantes entre les vitesses de sédimentation correspondantes à la chaux obtenue à differentes températures et durées de calcination. Dans le cadre de cettes différences on a trouvé qu'on obtient la vitesse de sédimentation la plus élevée pour la chaux calcinée à 1 100 °C.

On a établi que la réaction de caustification en des conditions semblables à celles existentes à présent dans l'industrie, se produit dans le domaine de la diffusion interne. L'équation de ce domaine-ci est toutefois valable pour les calculs techniques.

Explication des figures

Fig. 1. — Influence de la température et de la durée de calcination du calcaire de Govora sur le contenu en „CaO caustificable".
Fig. 2. — Le diagramme degré—durée de caustification.
Fig. 3. — Le diagramme inverse du temps de division en deux—durée de calcination du calcaire, à différentes températures.
Fig. 4. — Le diagramme degré—durée de caustification à: 20°C; 60°C, 85°C et 100°C.
Fig. 5. — Le diagramme $\lg k - 1/T$ pour un degré de caustification de 80%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 668.8

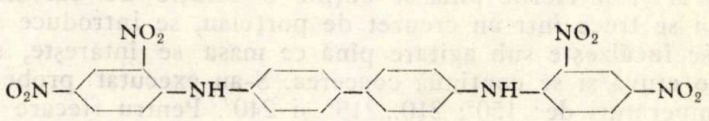
NOI TIPURI DE COLORANŢI DE SULF

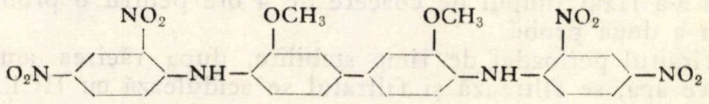
DE
GH. LUPUŞOR şi SAVEL IFRIM

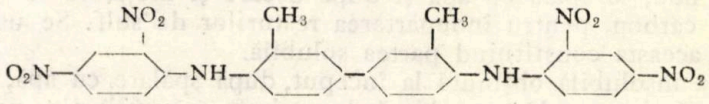
Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1] s-a arătat că prin condensarea 2,4-dinitroclorbenzenului cu derivaţi de benzidină se obţin cu randamente bune tetranitrodifenilbenzidina (I), tetranitrodifenildianisidina (II) şi tetranitrodifeniltolidina (III)

(I) 

(II) 

(III) 

Aceşti produşi fiind insolubili în apă şi greu solubili în acid acetic glacial şi piridină, fac ca prelucrarea lor ulterioară să fie anevoioasă.

Scopul lucrării constă în găsirea unor metode de valorificare pentru aceşti produşi, ţinîndu-se seama că ei se obţin din substanţe de plecare accesibile.

Se cunoaşte din literatură că majoritatea produşilor de condensare ai dinitroclorbenzenului cu derivaţii arilaminaţi servesc ca materii prime pentru obţinerea unui mare număr de coloranţi de sulf [2].

În lucrarea de faţă se arată că şi produşii (I), (II), (III) pot servi ca materii prime pentru obţinerea unor coloranţi de sulf dacă sînt supuşi operaţiei de sulfurare prin topire cu polisulfuri alcaline. Transformarea amestecului de reacţie în materii colorante necesită o temperatură de peste 150°. Aceasta se realizează îndepărtînd apa prin evaporare şi continuînd încălzirea masei solidificate, ceea ce constituie „coacerea", sau reacţia poate fi condusă în mediu inert de glicerină, metodă cunos-

cută, care permite menţinerea unei stări semifluide pînă la o temperatură de peste 170° uşurînd amestecarea şi omogenizarea substanţelor reactante.

După efectuarea coacerii, în masa de reacţie se găseşte colorantul format care se solubilizează în prezenţa sulfurii de sodiu, alături de un reziduu insolubil în soluţie de sulfură de sodiu.

Partea insolubilă, de culoare maro-închis, pînă la negru, este formată din produşi de condensare în care numărul grupelor disulfidice este probabil mult prea mic pentru a forma mercaptide alcaline solubile. Reziduul insolubil după uscare şi pulverizare în amestec cu ulei sicativ formează pelicule cu o remarcabilă putere de acoperire indicînd o cale de valorificare ca pigment negru.

2. Partea experimentală

În partea experimentală s-a urmărit găsirea condiţiilor optime de lucru, care să ducă la creşterea conţinutului în material colorant şi scăderea cantităţii de substanţă insolubilă.

În toate cazurile s-a lucrat cu cîte 2 g din produşii de condensare (I), (II), (III) arătaţi mai sus, 5 g NaOH solvit în 100 cm^3 apă şi 6 g sulf.

Într-un pahar Berzelius se solvă hidroxidul de sodiu în apă, se adaugă sulful şi se fierbe pînă se obţine o soluţie de culoare vişinie brună, apoi se trece într-un creuzet de porţelan, se introduce substanţa organică, se încălzeşte sub agitare pînă ce masa se întăreşte, se introduce într-o etuvă şi se continuă coacerea. S-au executat probe de coacere la temperaturi de: 150°; 210...215° şi 240°. Pentru fiecare temperatură aleasă s-a fixat timpul de coacere de 4 ore pentru o probă şi de 8 ore pentru a doua probă.

La sfîrşitul perioadei de timp stabilite, după răcirea amestecului se introduce apă, se filtrează şi filtratul se acidulează cu HCl. Se filtrează din nou, se spală cu apă şi după uscare şi mojarare se spală cu sulfură de carbon, pentru îndepărtarea resturilor de sulf. Se usucă şi se cîntăreşte, aceasta constituind partea solubilă.

Partea insolubilă obţinută la început, după spălare cu apă, se usucă, se mojarează şi se spală cu sulfură de carbon, se usucă din nou şi se cîntăreşte.

Tabelul 1

Rezultatul reacţiilor la coacerea fără glicerină

Nr probei	Compusul de condensare folosit	Temperatura 210...215°				Temperatura 240°			
		timp 4 ore		timp 8 ore		timp 4 ore		timp 8 ore	
		color. solub.	pigm.	color. solub.	pigm.	color. solub.	pigm.	color. solub.	pigm.
1	I	0,8	2,2	1	1,8	0,5	2,1	0,6	2 3
2	II	1,6	1,6	2	1,4	0,5	2,3	1,4	2
3	III	0,6	2,1	1,1	1,8	0,3	2,2	0,5	2,3

Tabelul 2

Rezultatele reacțiilor în mediu de glicerină

Nr. probei	Compusul de condensare folosit	Temperatura 200...210°			
		timp 4 ore		timp 8 ore	
		color. solub.	pigment	color. solub.	pigment
1	I	1	3,8	1,6	2,2
2	II	2,1	2	3,2	0,8
3	III	0,7	4,1	1,3	2,5

În cazul sulfurării în mediu de glicerină, s-a lucrat cu aceleași cantități ca mai sus, cu deosebire că la soluția de polisulfură s-au adăugat 25 cm^3 glicerină. Prin aceasta reacția se poate face sub agitare pînă aproape de temperatura de 200...210°. Separarea produșilor se face ca la prima metodă.

În tabelele 1 și 2 se dau rezultatele obținute în colorant solubil și pigment (insolubil) exprimate în grame.

Concluzii la partea experimentală

a) Reacțiile conduse la o temperatură sub 150° nu duc la formare apreciabilă de materii colorante ; rezultatele obținute în acest caz nu figurează în tabele.

b) Creșterea optimă a cantității de materie colorantă solubilă are loc la temperatura de 210...215°.

c) În jurul temperaturii de 240° conținutul în colorant solubil scade.

d) Durata optimă de coacere la 210...215° este de 8 ore cînd se obține o cantitate de colorant solubil mai mare de cît la durata de numai 4 ore.

e) Lucrînd în mediu de glicerină la 200...210° timp de 8 ore compușii de condensare (I), (II), (III) dau cantități de colorant solubil mai mari de cît cele obținute în absența glicerinei.

f) Dintre compușii (I), (II) și (III) compusul (II) (cel obținut prin condensarea 2,4 dinitroclorbenzenului cu dianisidina) dă cea mai mare cantitate de colorant solubil, probabil datorită posibilității de înlocuire mai ușoară a grupelor metoxilice cu grupe mercaptanice, respectiv mercaptidice.

3. Partea aplicativă

Cu materiile colorante obținute s-au executat vopsiri pe fibre celulozice: bumbac, celofibră și viscoză. Toate vopsirile s-au făcut la fierbere timp de 25' în raport de flotă 1/30 și adaus de 20% electrolit.

Solubilizarea coloranților s-a făcut în mod obișnuit, cu sulfură de sodiu în prezența carbonatului de sodiu. S-au executat vopsiri cu concentrații de: 3%; 6% și 10% colorant.

Colorantul obținut din produsul (I) *(derivatul benzidinei)* vopsește fibrele celulozice în diferite tonuri de gri-deschis, pînă spre negru, funcție

de concentraţia în colorant. Capacitatea de vopsire este bună. Acelaşi colorant obţinut în mediu de glicerină, la durata de 8 ore, vopseşte fibrele celulozice într-o nuanţă de bej, la concentraţia de 6% colorant.

Colorantul obţinut din produsul (II) *(derivatul dianisidinei)* formează vopsiri maro, cu capacitate tinctorială deosebit de remarcabilă. Vopsiri cu numai 3% indică o culoare bine definită.

Acelaşi colorant format în mediu de glicerină, timp de 8 ore, posedă nuanţe precizate de maro, cu capacitate tinctorială de asemenea bună.

Colorantul obţinut din produsul (III) *(derivatul toludinei)* formează vopsiri în aceeaşi nuanţă maro, cu toate fibrele celulozice şi posedă capacitate tinctorială relativ bună.

La toate vopsirile executate s-au făcut determinări de rezistenţă la săpunire, fierbîndu-se mostrele vopsite în soluţii de săpun de 3 g/l. Practic nu se observă nici un fel de schimbare a nuanţei vopsirilor.

4. Concluzii

a) Din produşii de condensare ai 2,4-dinitroclorbenzenului cu benzidina, dianisidina şi tolidina, prin sulfurare cu polisulfuri de sodiu se pot obţine coloranţi de sulf.

b) Variind temperatura şi timpul de reacţie se poate mări randamentul în materie colorantă solubilă.

c) Coloranţii de sulf obţinuţi posedă calităţi tinctoriale apreciabile.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii organice

BIBLIOGRAFIE

1. Lupuşor Gh., Dumitrescu Sv., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, II(VI), *1—2*, p. 191.
2. Lange O., *Die Schwefelfarbstoffe*, Leipzig, 1912, S. 396.

НОВЫЕ ТИПЫ СЕРНИСТЫХ КРАСИТЕЛЕЙ

(Резюме)

Исследуется возможность соответственного применения продуктов, полученных конденсацией 2,4 — динитрохлорбензола бензидином, дианисидином и толидином. Продукты обрабатывались многосернистым натрием с получением сернистых красителей серого и бурого цвета хорошего качества.

TYPES NOUVEAUX DE COLORANTS DE SOUFRE

(Résumé)

On a cherché à trouver une application pratique pour les produits obtenus par la condensation de la 2,4-dinitrochlorbenzene avec la benzidine, la dianisidine et la tolidine. Dans ce but ces produits ont été soumis à la réaction de sulfuration avec polysulfure de sodium ; on a obtenu de matières colorantes de soufre, gris et maron, avec de bonnes propriétés tinctorielles.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 547.914

COPOLICONDENSATE FENOLICE DE TURNARE

DE

ELENA COCEA, MARIA GRIGORAŞ şi SILVIA VASILIU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. În cercetări anterioare [1] am arătat condiţiile în care se pot obţine răşini fenolice de turnare, transparente, translucide sau perfect opace. Procesul de condensare pentru probe transparente se conduce mai uşor la un raport molar fenol /aldehidă formică = 1 : 1,15. Turnatele rezultate, însă, sînt mai dure ca cele translucide sau opace, obţinute în reacţiile cu raport molar 1 : 1,5 pînă la 1 : 2,35. Excesul acesta mai mare de aldehidă formică necesită o justă alegere a pH-ului mediului, a timpului de condensare primară şi o deosebit de îngrijită deshidratare la vid, ca să se poată obţine produse perfect transparente sau foarte slab opalescente. Dificultatea greu de învins, în aceste cazuri, o constituie creşterea rapidă a vîscozităţii siropului rezolic în timpul deshidratării la vid, ceea ce poate duce la împletirea lanţurilor şi trecerea la rezitoli şi chiar rezit, înainte ca produsul să fie purificat de componenţii nereacţionaţi: apă, acid. Pe de altă parte, turnatele fenolice obişnuite îşi modifică în timp culoarea, trecînd de la slab gălbui la galben închis, în cazul cînd s-a folosit drept catalizator acid lactic în stadiul al doilea de condensare, sau la galben-roziu şi roz-roşu, cînd s-a folosit acid acetic.

Turnate fenolice galben-chihlimbar, translucide pînă la complet clare, cu o bună stabilitate a culorii în timp, se obţin printr-o uşoară modificare a procesului de preparare a rezolului. Introducînd în structura rezolului resturi cetolice, obţinute prin condensarea acetonei cu aldehidă formică, are loc o plastifiere internă a răşinii, care permite prelungirea duratei de deshidratare la vid şi o micşorare a vitezei de policondensare în acest stadiu [2, p. 258]. Aceasta favorizează atît purificarea mai avansată a materialului de fenolul nereacţionat şi de apa rezultată din reacţie, cît şi creşterea catenei rezolice, fără pericol de împletire.

Încercările întreprinse de copolicondensare a fenolului cu amestec de aldehidă formică şi acetonă, direct, au dovedit că efectul acetonei nu mai este acelaşi, nici în ce priveşte calităţile rezitului rezultat, nici a realizării procesului de policondensare.

Spre deosebire de turnatele fenol-aceton-formaldehidice, colorate galben clar, turnatele fenolice, în care formolul a fost parţial sau total substituit cu furfurol, sînt perfect negre, mai dure şi uşor casante. În scopul obţinerii unor turnate fenolice net negre, fără utilizare de colorant sau pigment negru şi cu bune proprietăţi fizico-mecanice, după constatările noastre, este suficient să se substituie 0,25 ... 0,5 moli formol cu furfurol, din cantitatea obişnuită de formol folosită la prepararea rezolilor formo-fenolici pentru turnate.

Furfurolul apare mai puţin activ ca aldehida formică în procesul de condensare primară şi ca urmare, durata de deshidratare la vid a rezolului se măreşte corespunzător conţinutului în furfurol introdus în reacţie. Siropul de răşină, de culoare brun închis, după turnare şi coacere treptată la temperatura de 70...90°, ajunge în 4...5 zile la stadiul finit de rezit negru.

2. Sînt numeroase patente referitoare la rezite turnate fenol-formaldehidice şi mai puţine pentru cele fenol-aceton-formaldehidice.

Loos [2, p. 259] a obţinut răşini de turnare transparente evitînd dificultăţile în eliminarea cît mai avansată a apei rezultate în reacţie

prin folosirea ca agent de reglare a policondensării (întîrzietor) produsul de condensare dintre acetonă sau metil-etil cetonă şi aldehidă formică.

Literatura cercetată nu dă indicaţii asupra turnatelor obţinute prin condensarea fenolului cu trei componente carbonilice şi nici asupra turnatelor fenol-furfurolice sau fenol-furfurol-formaldehidice.

În cele ce urmează dăm rezultatele obţinute în încercările de copolicondensare a fenolului cu aldehida formică, furfurolul şi acetona, prin care am obţinut produse cu proprietăţi fizico-mecanice analoge rezitelor fenolice obişnuite, colorate într-o gamă de nuanţe începînd de la galben auriu pînă la maro închis şi chiar negru, atît transparente cît şi translucide sau opace, datorită culorii prea închise.

În toate încercările efectuate, noi am menţinut pentru raportul rezolul fenol/aldehidă formică (I), valoarea 1 : 1,125 şi catalizator 0,1 mol NaOH. Amestecul de condensare cetolică format din 0,25 mol acetonă, 1,25 mol aldehidă formică şi 3 cm^3 NaOH $n/1$ (II), a fost însă treptat modificat prin substituirea parţială a aldehidei formice cu furfurol.

Tabelul 1

Variaţia în compoziţia reactanţilor carbonilici

Nr. crt.	mol ald. formică 32%	mol acetonă	mol furfurol
1	1,15	0,25	0,1
2	1,05	0,25	0,2
3	1,00	0,25	0,25
4	0,95	0,25	0,3
5	0,85	0,25	0,4
6	0,75	0,25	0,5
7	0,5	0,25	0,75
8	0,25	0,25	1,00

În continuare, cele două soluţii de răşini primare (I şi II) s-au condensat împreună şi după acidulare cu acid lactic la pH = 5 au fost prelucrate în mod analog ca răşinile fenolice obişnuite.

Variaţia în compoziţia reactanţilor carbonilici este dată în tabelul 1.

Furfurorul introdus în reacţia de aldolizare are ca efect o încetinire a procesului de policondensare în timpul deshidratării la vid, cu atît mai pronunţată, cu cît cantitatea folosită este mai mare. Siropul de răşină se poate menţine sub vid la 80° timp de 2...4 ore şi chiar mai mult, în raport cu conţinutul în furfurol al probei respective, fără riscul pierderii capacităţii de turnare. În timpul deshidratării moleculele rezolice se reticulează şi produsul devine insolubil în solvenţii organici obişnuiţi rezolilor simpli: alcool, acetonă, menţinîndu-şi numai fluiditatea necesară pentru turnare.

Rezitele rezultate după încălzirea treptată a siropului de răşină 4...5 zile, între 70...90°, sînt transparente sau slab translucide, colorate de la galben închis pînă la maro şi chiar negru, cu o pronunţată fluorescenţă verde, proprietăţi ce se datoresc furfurolului participant în reacţie.

Un conţinut mai mare de 1 mol furfurol nu s-a dovedit efectiv în condiţiile noastre de lucru.

Rezitele chiar cu 0,75 mol furfurol sînt roşii închis aproape negre, iar în privinţa proprietăţilor fizico-mecanice şi de prelucrare, cu cît conţinutul în furfurol depăşeşte un mol, cu atît probele sînt mai dure şi mai uşor casante.

Încercările de rezistenţă la lovire şi de rezistenţă termică, efectuate cu rezitele obţinute, în comparaţie cu turnatele fenolice simple sau turna-

tele fenol-aceton-formaldehidice, dovedesc proprietăţi asemănătoare iar pentru unele probe chiar mai bune.

Tabelul 2

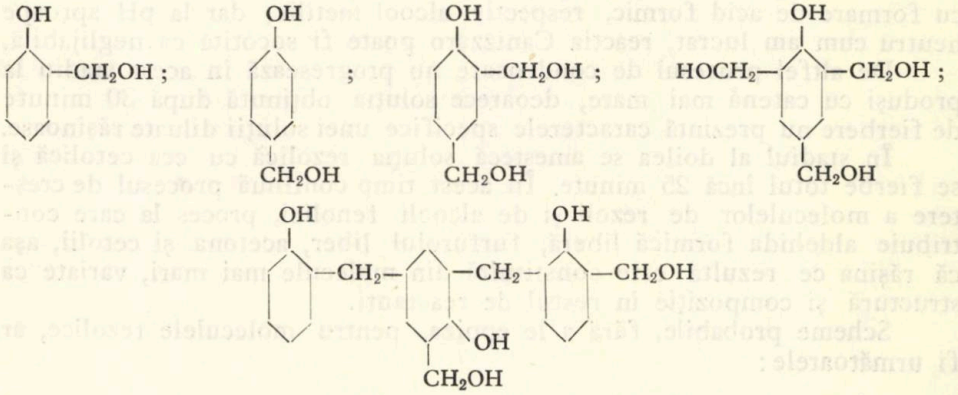
Valori comparative între unele date din literatură [3] şi încercările noastre

	Neoleu-corit U.R.S.S. [3]	Carbolit U.R.S.S. [3]	Turnate formo-fenolice*)	Turnate aceton-for-mo-fenolice*)	Turnate furfurol-ace-ton-formo-fenolice*)
Rezistenţa la şoc (kgcm/cm^2)	10 ... 20	2 ... 6	22	8,8	6,5 ... 21,5
Rezistenţa termică după Martens (°C)	70 ... 100	108 ... 125	134	130	99 ... 130

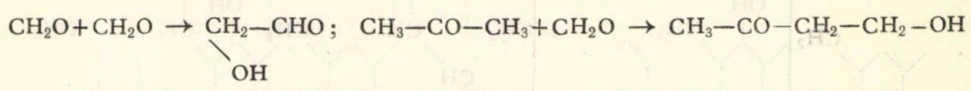
*) Datele se referă la produse preparate de noi.

3. Mecanismul de reacţie în cazul nostru este ceva mai complex decît la turnatele formo-fenolice obişnuite, datorită atît componentelor de reacţie, cît şi condiţiilor diferite de lucru.

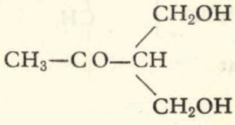
Formarea rezolului are loc în două faze: a) în amestecul I, 1 mol fenol, 1,125 mol aldehidă formică şi NaOH refluxat 30 minute s-ar forma metiloli-fenoli şi rezoli cu moleculă inferioară:



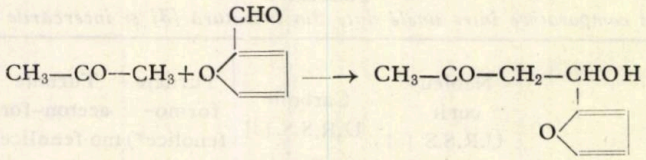
b) concomitent cu aceasta, în amestecul II al combinaţiilor carbonilice format din: aldehidă formică, acetonă, furfurol, la pH slab bazic şi refluxare 30 minute, ar avea loc reacţii de aldolizare de tipurile:



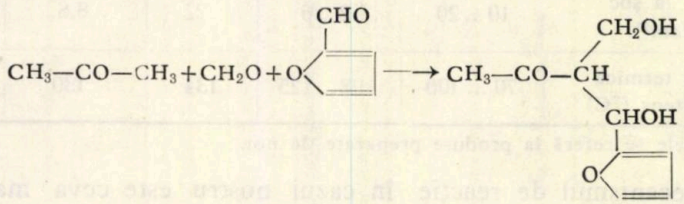
Excesul de aldehidă formică fiind mare faţă de acetonă (1 : 5) s-ar putea ca aldolizarea să conducă şi la produşi dimetilolici:



Cum în amestecul de aldolizare este şi o anumită cantitate de furfurol, atît acetona cît şi aldehida formică pot condensa cu acesta conducînd la cetoli de forma:



sau intervenind şi CH_2O, se pot forma cetodioli:



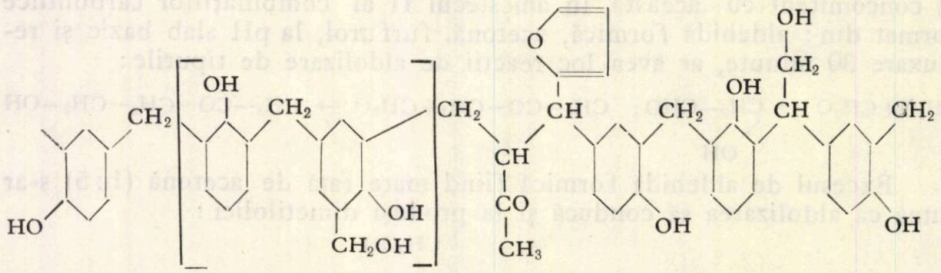
Condensarea acetonei singură, care se găseşte în mică proporţie faţă de aldehida formică, şi crotonizarea cetolilor de mai sus, la produse nesaturate, cu capacitate de polimerizare în procesul ulterior de formare a răşinii, sînt mult mai puţin probabile în condiţiile noastre de lucru.

Ca reacţie secundară ar putea avea loc procesul de oxido-reducere, cu formare de acid formic, respectiv alcool metilic, dar la pH aproape neutru cum am lucrat, reacţia Canizzaro poate fi socotită ca neglijabilă.

De altfel procesul de condensare nu progresează în acest stadiu la produşi cu catenă mai mare, deoarece soluţia obţinută după 30 minute de fierbere nu prezintă caracterele specifice unei soluţii diluate răşinoase.

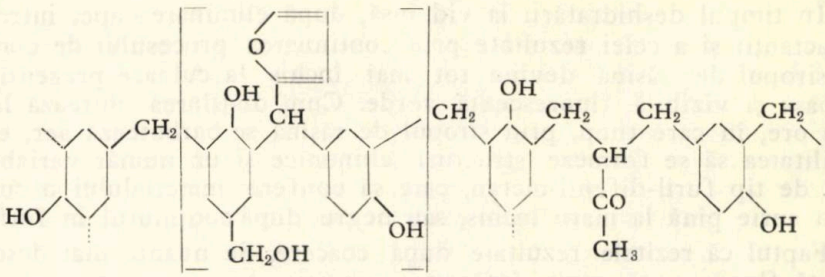
În stadiul al doilea se amestecă soluţia rezolică cu cea cetolică şi se fierbe totul încă 25 minute. În acest timp continuă procesul de creştere a moleculelor de rezoli şi de alcooli fenolici, proces la care contribuie aldehida formică liberă, furfurolul liber, acetona şi cetolii, aşa că răşina ce rezultă este constituită din molecule mai mari, variate ca structură şi compoziţie în restul de reactanţi.

Scheme probabile, fără a le epuiza, pentru moleculele rezolice, ar fi următoarele:



leucoderivat

sau:

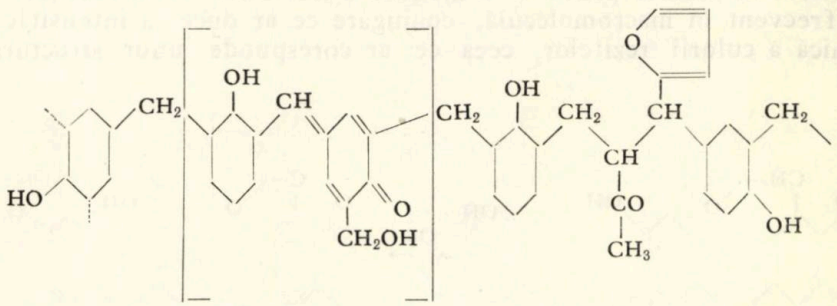


leucoderivat

În timpul încălzirii, vîscozitatea mediului creşte, iar culoarea soluţiei din galben mai mult sau mai puţin intens, după conţinutul în furfurol, se închide.

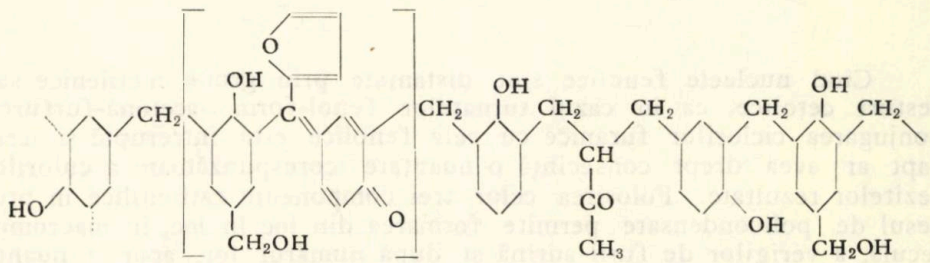
La răcirea şi acidularea hidrosolului rezolic cu acid lactic, culoarea se deschide în mod evident.

Intensificarea culorii soluţiei de răşină în timpul fierberii s-ar datora oxidării parţiale cu oxigenul din aer şi trecerii unor verigi la structuri chinonice [3, p. 398], cu formare de derivaţi macromoleculari ce conţin verigi de tip difenil- sau furil-difenil-metan conform schemei:



derivat de benzaurină

sau:



furilaurină

La adăugarea acidului lactic, verigile de colorant (cuprinse în paranteze drepte pe schemă) sînt în parte reduse la leucoderivat şi culoarea soluţiei se mai deschide.

În timpul deshidratării la vid însă, după eliminarea apei introduse cu reactanţii şi a celei rezultate prin continuarea procesului de condensare, siropul de răşină devine tot mai închis la culoare prezentînd o frumoasă şi vizibilă fluorescenţă verde. Cum distilarea durează la 80° cîteva ore, în care timp, prin siropul de răşină se barbotează aer, există posibilitatea să se formeze structuri chinonice şi un număr variabil de verigi de tip furil-difenil-metan, care să confere materialului o culoare galben aurie pînă la maro închis, sau negru, după conţinutul în furfurol.

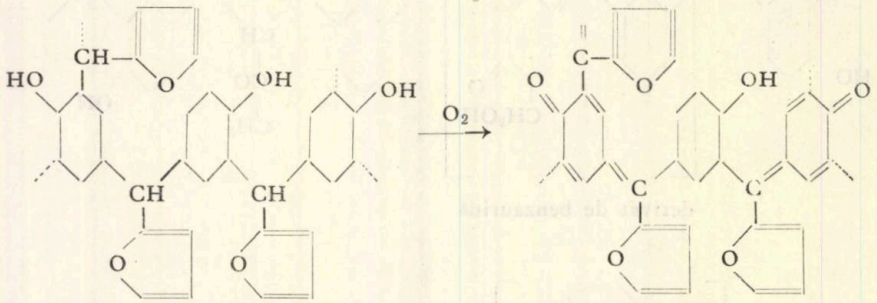
Faptul că rezitele rezultate după coacere, de nuanţe mai deschise, prezintă fluorescenţă verde, întăreşte supoziţia noastră asupra existenţei în material a unui număr de verigi de derivat furil-difenil-metanic.

În timpul coacerii la temperaturi între 70...90° rezolul se împleteşte spaţial, atît pe socoteala grupelor metilolice libere, cît şi a legăturilor duble din unele nuclee furanice.

Turnatele finite dau la sfărîmare pulberi colorate în galben auriu de intensităţi diferite, caracter neîntîlnit nici la răşinile formo-fenolice de turnare nici la turnatele fenol-furfurolice.

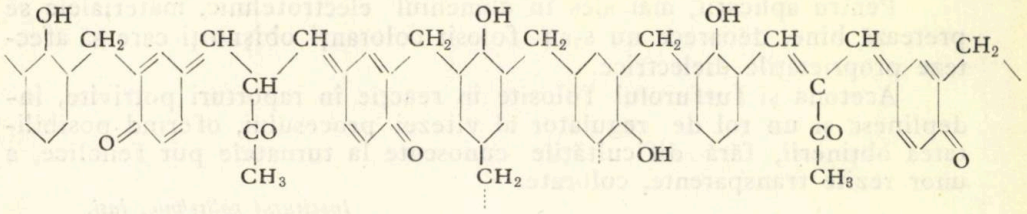
Culoarea specifică a acestor pulberi constituie încă o dovadă în sprijinul existenţei verigilor de colorant în macromolecula rezitelor rezultate.

Nu este exclus că şi culoarea net neagră a turnatelor numai fenol-furfurolice să rezulte printr-o conjugare a nucleelor fenil-furilice existente frecvent în macromoleculă, conjugare ce ar duce la intensificarea puternică a culorii rezitelor, ceea ce ar corespunde unor structuri de tipul :



Cînd nucleele fenolice sînt distanţate prin grupe metilenice sau resturi cetolice, ca în cazul turnatelor fenol-formol-acetonă-furfurol, conjugarea ciclurilor furanice cu cele fenolice este întreruptă şi acest fapt ar avea drept consecinţă o nuanţare corespunzătoare a culorilor rezitelor rezultate. Folosirea celor trei componente carbonilice în procesul de policondensare permite formarea din loc în loc, în macromoleculă, a verigilor de furil-aurină şi după numărul lor, apar şi nuanţe variate de la galben, la brun pînă la negru.

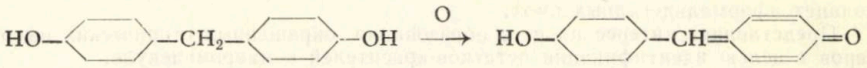
În cazul turnatelor fenol-aceton-formaldehidice, posibilitatea de creare a structurilor conjugate este mai mică şi ca urmare aceste materiale sînt de culori deschise, dar stabile, pretîndu-se bine ca substituenţi pentru chihlimbar:



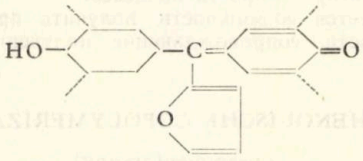
Ramificaţiile create prin resturile de acetonă în acest caz, şi prin cele de cetoli în cazul răşinilor fenol-formol-acetonă-furfurol, produc o plastifiere internă a răşinii în timpul preparării, favorizînd menţinerea un timp suficient a siropului la deshidratare pentru îndepărtarea substanţelor nereacţionate şi a apei, fapt ce conduce la produse transparente sau translucide cu o bună stabilitate a culorii în timp.

Mecanismele de reacţie şi structurile probabile arătate mai sus sînt în deplină concordanţă cu indicaţiile date de literatură. Astfel, după cercetătorii sovietici Vanseidt şi Simonov [4, p. 397], culoarea răşinilor de turnare formofenolice se datoreşte fenolului liber şi dioxidifenilmetanilor incluşi în material, care se oxidează, atît în timpul preparării, cît şi ulterior în obiectul finit.

Autorii citaţi consideră 4,4'-dioxidifenilmetanul un leucoderivat, iar produsul oxidat, ca derivat analog benzaurinei:



iar veriga colorantului din rezitele preparate de noi ar fi de tipul furildifenilmetanului:



asemănătoare benzaurinei dacă ţinem seama de caracterul aromat al ciclului furanic. Această structură explică bine atît fluorescenţa materialului, cît şi culoarea şi stabilitatea ei în timp.

Concluzii

În cercetările noastre am reuşit să preparăm copolicondensate fenolice colorate prin structura lor, cu proprietăţi asemănătoare rezitelor formofenolice obişnuite.

S-a interpretat mecanismul de formare a macropolimerului colorat şi fluorescent, care ajută să lămurească şi culoarea neagră intensă a turnatelor furfurolfenolice nedescrise încă în literatură şi a turnatelor fenol-aceton-formaldehidice. Vom urmări acest interesant proces de formare a macropolimerilor coloraţi spaţiali în scopul identificării resturilor de colorant din macromoleculă.

Pentru aplicaţii, mai ales în domeniul electrotehnic, materialele se pretează bine, deoarece nu s-au folosit coloranţi obişnuiţi care să afecteze proprietăţile dielectrice.

Acetona şi furfurolul folosite în reacţie în raporturi potrivite, îndeplinesc şi un rol de regulator al vitezei procesului, oferind posibilitatea obţinerii, fără dificultăţile cunoscute la turnatele pur fenolice, a unor rezite transparente, colorate.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii organice

BIBLIOGRAFIE

1. Matei I., Cocea E., Grigoraş M., St. şi Cerc. de Chimie, 1953, **I**, p. 89.
2. Barron H., *Modern Plastics,* London, 1949, pp. 258, 259.
3. Барг Е. И., *Технология синтетических масс,* Ленинград, 1954, стр. 401.
4. Вансеидт А. А., Симонова О. Н., *Технология синтетических масс,* Ленинград, 1959, стр. 397 – 398.

ФЕНОЛЬНЫЕ СОПОЛИКОНДЕНСАТЫ

(Резюме)

В результате данных исследований были получены фенольные сополиконденсаты, окрашенные, благодаря своей структуре, имеющие сходные свойства с обычными формальдегидфенольными резитами.

Предлагается механизм образования окрашенного и флуоресцентного высокополимера, которым объяснается интенсивный черный цвет литных фурфуролфенольных и фенолацетонформальдегидных смол.

Представляет интерес процесс образования окрашенных стерических высокополимеров с целью идентификации остатков-красителей в макромелекуле.

Полученные материалы могут найти свое применение в особенности в электротехнике, так как диэлектрические свойства не изменяются введением обычных красителей. Ацетон и фурфурол, применяемые в реакции в подходящих соотношениях, играют, также, роль регулятора скорости процесса.

Таким образом, имеется возможность получить прозрачные цветные резиты, избегая известные трудности, сопровождающие получение чистых фенольных литных смол.

PHENOLISCHE COPOLYMERIZAT

(Zusammenfassung)

Die Verfasser erhielten ein, durch seine Struktur gefärbtes, phenolisches Copolymerizat, dessen Eigenschaften denen der gewöhnlichen formaldehydphenolyschen Reziten ähnlich sind.

Es wird der Entstehungsmechanismus des gefärbten und fluoreszenten Makropolymers interpretiert, und zum ersten mal in der Literatur, weisen die Verfasser darauf hin, dass derselbe die Möglichkeit giebt, die intensiv schwarze Färbung der furfurolphenolyschen Güsse zu erklären.

Die Verfasser wollen diesen interessanten Entstehungsprozess des gefärbten Raummakropolymers, in der Absicht die Farbstoffreste im Makromolekül zu identifizieren, weiter verfolgen.

Das von den Verfassern hergestellte Material, kann besonders auf dem elektrotechnischen Gebiet Verwendung finden, um so mehr da zu seiner Herstellung, keine gewöhnlichen Farbstoffe (welche meistens die dielektrischen Eigenschaften beeinflussen) verwendet wurden.

Die, im geeigneten Verhältnis, zur Reaktion verwendeten Azeton und Furfurol, haben auch eine regulierende Wirkung auf die Prozessgeschwindigkeit, und bieten gleichzeitig die Möglichkeit bekannte durchsichtige und gefärbte Rezite zu erhalten, ohne Erscheinung mancher bekannten Schwierigkeiten, die rein phenolischen Giessharze eintreffen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 621.33 ; 533

УСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ВОЗДУХА С ПЕРЕМЕННЫМ РАСХОДОМ В МАГИСТРАЛЬНОМ ВОЗДУХОПРОВОДЕ АВТОТОРМОЗНОЙ СИСТЕМЫ

Б. А. СОКОЛОВ, В. Г. ИНОЗЕМЦЕВ, В. П. РАСТОРГУЕВ

Передача сигнала падения давления в магистральном воздухопроводе автотормозной системы железнодорожного состава сопровождается: потерями энергии за счёт сил вязкости и местных сопротивлений; расходом воздуха вдоль магистрального воздухопровода, обусловливаемым работой приборов системы, и также вредными утечками через различного рода неплотности в соединениях.

Расход воздуха из магистрального воздухопровода приводит к увеличению удельной энергии движущегося воздуха, в то время, как местные сопротивления и силы вязкости, наоборот, уменьшают её.

Рассмотрим совместное влияние отвода воздуха, местных сопротивлений и сил вязкости на течение воздуха в прямой цилиндрической трубе.

Дифференциальное уравнение установившегося движения жидкости с учетом сжимаемости имеет вид [6], [7]:

$$(\varkappa / \omega_x)\mathrm{d}\left[m_x^2/(\varrho_x \omega_x)\right] + \mathrm{d}p + \varrho_x g\,\mathrm{d}h + \varrho_x(\chi_x/\omega_x)\tau_x\,\mathrm{d}x + \\ + (\varkappa/\varrho_x)(u_{wx}/\omega_x)\,\mathrm{d}m = 0, \tag{1}$$

где: $\varkappa$ — коэффициент осреднения количества дижения [5], ω_x — сечение потока, m_x — расход массы жидкости через сечение ω_x, ϱ_x — плотность жидкости, p — давление, g — ускорение свободного падения, h — высота центра тяжести рассматриваемого сечения, χ_x — периметр трения, τ_x — отнесённое к единице массы напряжение касательных сил, u_{wx} — расход массы жидкости, отнесённый к единице площади боковой поверхности потока.

Совместим координатную ось Ox с продольной осью трубы и примем её горизонтальной. Положим, что вектор скорости потока массы воздуха, пронизывающего трубопровод по боковым стенкам, нормален к продольной оси трубопровода. В этом случае имеем: $u_{wx}=0$, $\mathrm{d}h=0$.

С учётом принятых условий уравнение (1) можно представить в виде:

$$\mathrm{d}p = -\varkappa\,\mathrm{d}\,(u_{vx}^2/\varrho_x) - \varrho_x(\chi_x/\omega_x)\,\tau_x\,\mathrm{d}x. \tag{2}$$

Приняв потери напора на трение в уравнении (2) равным потерям h_τ на трение, определяемым по формуле Дарси-Вейхсбаха потерь на единицу длины

$$h_\tau = \varepsilon\,(\lambda/d_0)\,(\tilde{v}_x^2/q_g), \tag{3}$$

где: ε — коэффициент осреднения кинетической энергии, λ — коэффициент сопротивления, $\tilde{v}_x$ — проекция на ось Ox средней по сечению скорости основного потока жидкости, получим:

$$\mathrm{d}p = -\varkappa\mathrm{d}\,(u_{vx}^2/\varrho_x) - \left(\varepsilon m_x^2/\{[\pi^2 d_0^5/(8\lambda)]\,\varrho_x\}\right)\mathrm{d}x. \tag{4}$$

Вводя обозначение

$$a_\tau(x) = [\pi d_0^2/(2\sqrt{2})]\sqrt{d_0/\lambda} \tag{5}$$

и интегрируя уравнение (4) от сечения x_1 до сечения x_2 прямой цилиндрической трубы, получим:

$$p_{x_2} - p_{x_1} = -\varkappa\int_{x_1}^{x_2}\mathrm{d}\,(u_{vx}^2/\varrho_x) - \varepsilon\int_{x_1}^{x_2}\{m^2(x)/[\varrho_x\,a_\tau^2(x)]\}\mathrm{d}x. \tag{6}$$

С учётом местных сопротивлений имеем из (6):

$$p_{x_2} - p_{x_1} + \sum_{i=1}^{i=k}\Delta p_{Mi} = -\varkappa\int_{x_1}^{x_2}\mathrm{d}(u_{vx}^2/\varrho_x) - I_a, \tag{7}$$

где: i — номер местного сопротивления на участке $[x_1, x_2]$, $\sum_{i=1}^{i=k}\Delta p_{M_i}$ — суммарные потери давления на участке $[x_1, x_2]$ от местных сопротивлений с их числом $i = k$, $I_a = \varepsilon\int_{x_1}^{x_2}\dfrac{m^2(x)\,\mathrm{d}x}{a_\tau^2(x)\,\varrho_x}$ — интеграл, характеризующий потери давления за счёт сил вязкости на участке $[x_1, x_2]$.

Пусть масса потока воздуха, пронизывающего боковые стенки трубопровода, распределена равномерно по периметру и по длине трубопровода. Тогда расход воздуха $m(x)$ в произвольном сечении будет:

$$m(x) = \Delta m(x) + u_w s_0 (l - x), \tag{8}$$

где: s_0 — площадь боковой поверхности трубы, приходящаяся на единицу длины, u_w — удельный расход через боковые стенки трубопровода отнесённый к единице площади боковой поверхности трубы, $\Delta m(x)$ — транзитный расход (часть общего расхода, не пронизывающего боковые стенки), l — общая длина трубопровода.

В дальнейшем полагаем $\Delta m(x) = 0$. Следовательно

$$m(x)|_{\Delta m(x)=0} = u_w \pi d_0 (l - x). \tag{9}$$

Коэффициент сопротивления λ в формуле (5) определяется для различных режимов движения [1], [2], [3] в функции толщины пограничного слоя или относительной шероховатости; при этом различают три режима движения, определяемых по Н. И. Белоконь двумя критическими значениями критерия Рейнольдса [1]:

режим ламинарного течения, когда $Re < R'_{кр}$,

режим турбулентного течения когда $R'_{кр} < Re < R''_{кр}$,

режим предельно-турбулентного течения когда $Re > R''_{кр}$.

Отметим, что границы режимов течения будут «размыты», так как в каждом из упомянутых случаев поток стабилизируется не сразу, а на участке некоторой протяженности (так, например, ламинарный режим стабилизируется в трубах на участке длиной $\Delta x \approx 0{,}029\, d_0 Re$). Если протяженность участков указанных режимов течения соизмерима с протяженностью участков стабилизации потока в трубе, то выделение интервалов интегрирования не имеет смысла и для всего трубопровода следует принять $\alpha_\tau(x) = \alpha_\tau(0)$, где $\alpha_\tau(0)$ — характеристика сопротивления трения режима, устанавливающегося в начале трубы.

Граница ламинарного и турбулентного режимов течения без систематических искажений структуры потока определяется значения $R'_{кр} = C' = 2\,320$. При систематических искажениях структуры потока (лобовые и местные сопротивления) граница ламинарного и турбулентного режимов течения определяется значением $R'_{кр} = C'' = 1\,188$ [2].

Координата x^* границы ламинарного и турбулентного режимов определяется из выражения

$$x^* = l - C\eta / (g u_w), \tag{10}$$

где: η — абсолютная вязкость жидкости [4], $C = 580$ — при отсутствии нарушений режима потока, $C = 297$ — в случае систематических искажений структуры потока.

Характеристика сопротивления трения для ламинарного режима определяется из выражения

$$\alpha_\tau(x)_{лам.} = [\pi d_0^{2,5} / (8\sqrt{2})]\, [g u_w (l - x)]^{0,5}. \tag{11}$$

Для турбулентного режима движения имеем:

$$x^{**} = l - [\eta / (4 g u_w)]\, R''_{кр}, \tag{12}$$

(13) $$R''_{\text{кр}} = 18{,}62\,(r/\Delta'')\,[2\log(r/\Delta'') + 1{,}74],$$

где: $2r$ — гидравлический диаметр трубопровода, Δ'' — абсолютная шероховатость поверхности,

(14) $$\alpha_\tau(x)'_{\text{турб.}} = [\pi d_0^{2{,}5}/(2\sqrt{0{,}64})]\,[(4g/\eta)\,u_w\,(l-x)]^{0{,}125} \text{ при } R'_{\text{кр}} < \mathcal{R}e < 2\cdot 10^4,$$

(15) $$\begin{cases} \alpha_\tau(x)''_{\text{турб.}} = [\pi d_0^{2{,}5}/(2\sqrt{2})]\,\sqrt{d_0/\lambda_{\text{турб.}}}, \\ 1/\sqrt{\lambda_{\text{турб.}}} = 2\log[(4g/\eta)\,u_w\,(l-x)\sqrt{\lambda_{\text{турб.}}}] - 0{,}8, \text{ при } R'_{\text{кр}} < \mathcal{R}e < R''_{\text{кр}}. \end{cases}$$

Для предельно-турбулентного режима движения

(16) $$\alpha_\tau(x)_{\text{пр. турб.}} = [\pi d_0^{2{,}5}/(2\sqrt{2})]\,[2\log(r_0/\Delta'') + 1{,}74].$$

Величина $\varkappa\int_{x_1}^{x_2} \mathrm{d}\,(u_{vx}^2/\varrho_x)$, с учётом (8), приводится к следующей форме

(17) $$\varkappa\int_{x_1}^{x_2} \mathrm{d}\,(u_{vx}^2/\varrho_x) = \varkappa\{[4u_w\,(l-x_2)/(\varrho_{x_2}d_0)]^2 - [4u_w\,(l-x_1)/(\varrho_{x_1}d_0)]^2\}.$$

Как показывает опыт, для рассматриваемых случаев потери давления Δp_M от местных сопротивлений в некотором интервале расходов u_w можно апроксимировать линейной зависимостью

(18) $$|\Delta p_M| = \beta u_w\,(l-x),$$

где β — некоторый постоянный коэффициент.

Обозначая давления в сечении k-го местного сопротивления $p_{x_2} \equiv p_{x_k}$ и выражения $p_{x_1} \equiv p_{x,\,k-1}$, а также определяя плотность ϱ_{xi} по среднему давлению на рассматриваемом участке, на основании (7) и (17), получим

(19) $$p_{x_k}^2 + p_{x_k}X_k - F_k = 0,$$

где

(20) $$X_k = \beta u_w\,(l-x_k) = |\Delta p_M|,$$

(21) $$F_k = p_{x,\,k-1}^2 - p_{x,\,k-1}X_k + 2gRT\{(16\varkappa u_w^2/d_0^2)\,[(l-x_{k-1})^2 - (l-x_k)^2] - I_{\alpha 0}\},$$

где: x_{k-1} — координата $(k-1)$-го местного сопротивления, x_k — координата k-го местного сопротивления

$$(22)\qquad I_{\alpha 0} = \varepsilon \int_{x_{k-1}}^{x_k} \frac{m^2(x)}{\alpha_\tau^2(x)}\,dx \equiv I_{\alpha 0,\,(0 \div x_k)} - I_{\alpha 0,\,(0 \div x_{k-1})}$$

причем

$$I_{\alpha 0,\,(0 \div x_k)} = \varepsilon \int_0^{x_k} \frac{m^2(x)}{\alpha_\tau^2(x)}\,dx, \qquad I_{\alpha 0,\,(0 \div x_{k-1})} = \varepsilon \int_0^{x_{k-1}} \frac{m^2(x)}{\alpha_\tau^2(x)}\,dx.$$

Для указанных трёх режимов течения интеграл $I_{\alpha 0}$ будет:

1. $\mathcal{R}e < R'_{\text{кр}}$:

$$(23)\qquad I_{0\,\text{лам.}} = [\varepsilon_{\text{лам.}} 64\eta u_w/(gd_0^3)]\,\{[C\eta/(gu_w)]^2 - (l-x)^2\}_{x^*<x<l}.$$

Здесь, как и далее, принимается $\eta \neq \eta(x)$, что в практически важных случаях изотермических течений при незначительных изменениях давления вполне допустимо.

2. $R'_{\text{кр}} < \mathcal{R}e < R''_{\text{кр}}$;

а) при $R'_{\text{кр}} < \mathcal{R}e \leqslant 2.10^4$:

$$(24)\qquad I'_{0\,\text{турб.}} = (\varepsilon_{\text{турб.}} 0{,}37 u_w^{1{,}75} \eta^{0{,}25}/d_0^3)\{[\eta R''_{\text{кр}}/(4gu_w)]^{2{,}75} - (l-x)^{2{,}75}\}_{x^{**}<x<x^*};$$

б) при $R'_{\text{кр}} < \mathcal{R}e < R''_{\text{кр}}$:

$$(2.5)\qquad I''_{0\,\text{турб.}} = \varepsilon_{\text{турб.}} (8u_w^2/d_0^3) \int_{x^*}^{x} \lambda_{\text{турб.}} (l-x)^2\,dx\,|_{x^{**}<x<x^*}.$$

3. $\mathcal{R}e > R''_{\text{кр}}$:

$$(26)\qquad I''_{0\,\text{турб.}} = \varepsilon_{\text{пр. турб.}} 8u_w^2 (3l^2 x - 3x^2 l + x^3)/\{3d_0^3 [2\log(r_0/\Delta'') + 1{,}74]^2\}\,|_{0<x<x^{**}}.$$

Из (19) для давления p_{x_k} в сечении k-го местного сопротивления имеем:

$$(27)\qquad p_{x_k} = -X_k/2 + \sqrt{X_k^2/4 + F_k},$$

где перед радикалом взят знак плюс, так как в данном случае $p_{x_k} \geqslant 0$. Расчёт давления p_{x_k} в дискретных точках $x = x_k$, где $k = 1, 2, 3$ — сечениях k-го местного сопротивления очевиден. При подсчёте давления p_{ξ_k} в некоторой средней точке ξ_k интервала $x_{k-1} < \xi_k < x_k$ надо поло-

жить внутри этого интервала $X_{\xi_k} = X_{k-1} = \text{idem}$, но, как и ранее, $F_k = F(x) \equiv F(\xi)$.

Решение может быть проведено приближённым способом, если принять в некотором интервале давление $p_{x_i} \equiv p_{\text{ср}_i} = (p_{x_k} + p_{x,\,k+m})/2 = \text{idem}$, разбив предварительно всю магистраль на отдельные участки $[x_k, x_{k+m}]$ с числом m расположенных на участке местных сопротивлений $p_{x_2} \equiv p_{x,\,k+m}$; $p_{x_1} \equiv p_{x_k}$, $i = 1, 2\ldots$, — номер участка.

$$|\Delta p_i| = |p_{x,\,k+m} - p_{x_k}|,$$

$$\Delta p_i = p_{x_k} - \frac{1}{2}\sum_{h=k}^{h=k+m} x_h - \tag{28}$$

$$-\sqrt{\left(p_{x_k} - \frac{1}{2}\sum_{h=k}^{h=k+m} X_h\right)^2 + 2\left(p_{x_k}\sum_{h=k}^{h=k+m} X_h + gRT\Delta P_i\right)},$$

$$\Delta P_i = I_{\alpha 0} + (16\varkappa u_w^2/d_0^2)\,[(l - x_{k+m})^2 - (l - x_k)^2], \tag{29}$$

$$I_{\alpha 0} = \varepsilon \int_{x_k}^{x_{k+m}} \frac{m^2(x)}{\alpha_\tau^2(x)}\,\mathrm{d}x \equiv I_{\alpha 0,\,(0\div x_{k+m})} - I_{\alpha 0,\,(0\div x_k)},$$

$$I_{\alpha 0,\,(0\div x_{k+m})} = \varepsilon \int_0^{x_{k+m}} \frac{m^2(x)}{\alpha_\tau^2(x)}\,\mathrm{d}x, \quad I_{\alpha 0,\,(0\div x_k)} = \varepsilon \int_0^{x_k} \frac{m^2(x)}{\alpha_\tau^2(x)}\,\mathrm{d}x.$$

Экспериментальные исследования по установившемуся движению воздуха с переменным расходом в цилиндрической трубе при наличии местных сопротивлений были проведены на установке, служащей для испытания автотормозов и состоящей из цилиндрических труб магистрального воздухопровода тормозной системы железнодорожного состава, соединённых гибкими шлангами через посредство концевых кранов и соединительных головок в сплошную магистраль.

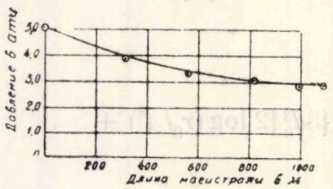


Рис. 1. — Распределение давления в магистральном воздухопроводе при наличии утечек. — по данным теоретического расчета; ⊙ по данным эксперимента.

На рис. 1 построен график изменения давления по длине магистрального воздухопровода. На том же графике в кружочках отмечены опытные точки. Как видно из графика, расчётные данные вполне удовлетворительно согласуются с опытными.

Выводы

1. В работе на основании решения дифференциального уравнения установившегося движения реальной сжимаемой жидкости получено

распределение давления в магистральном воздухопроводе автотормозов железнодорожного состава.

2. Установлено, что в магистральном воздухопроводе автотормозной системы, падение давления пропорционально квадрату расхода воздуха.

3. В случаях, когда диссипация энергии за счёт всяких сил трения меньше увеличения удельной энергии, обуславливаемого отводом массы воздуха, то имеет место увеличение давления вдоль магистрали.

Поступила 8 VIII 1960 г.

ЦНИИМС, Москва, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Белоконь Н. И,, Локомотивостроение, 1935, *3* (*12*).
2. — Транспортное машиностроение, 1936, *6*.
3. — Ibid., 1938, *10*.
4. * * * *Нормы теплового расчета котельного агрегата*, ГЭИ, М., 1952.
5. Патрашев А. Н., *Гидромеханика*, Военмориздат, М., 1953.
6. Петров Г. А., *Движение жидкости с изменением расхода вдоль пути*, Стройиздат, М., 1951.
7. * * * *Труды Всесоюзного научно-исследовательского института железнодорожного транспорта*, 1958, *163*.

AIR'S SETTLED MOVEMENT WITH VARIABLE LEAKAGE IN A MAIN PIPELINE OF AN AUTOMATIC BRAKE SYSTEM

(Summary)

In this work, based on the solving of the differential equation of the settled movement of the compressed liquid, the distribution of the pressure in the main train pipeline of the automatic brakis, has been obtained.

It has been established that in the main train pipeline of the automatic brake system the decrease of the pressure is proportional to the square of the leakage of air.

In those cases when the dissipation of the energy at the expense of the tough friction is less than the increase of the specific energy appearing as a result of the leakage of the air, the increase of the pressure along the pipeline takes place.

Explanation of Figures

Fig. 1. — The distribution of the pressure in the main train pipeline when leakages take place. — theoretical results; ⊙ experimental results.

MIŞCAREA STABILIZATĂ A AERULUI CU CONSUM VARIABIL, ÎN CONDUCTELE PRINCIPALE DE AER ALE SISTEMELOR DE AUTOMATIZARE

(Rezumat)

Se studiază, pe baza schemei matematice de ecuaţii diferenţiale a fenomenului cristalizat în titlul lucrării, diferite dependenţe funcţionale între parametrii variabili ce intervin în problemă. S-a stabilit, în particular, că în conducta magistrală de aer a sistemului de autofrînare, descreşterea presiunii este proporţională cu pătratul consumului de aer.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Distribuţia de presiune într-o conductă magistrală de aer în prezenţa pierderilor prin scurgere. — date teoretice; ⊙ date experimentale

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 66.066.54

CINETICA SEPARĂRII FAZELOR ÎN CÎMP CENTRIFUGAL

DE

T. SĂVEANU, I. IBĂNESCU şi RADU TUDOSE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Separarea sistemelor gazoase şi lichide neomogene se poate face sub acţiunea forţei de gravitaţie, a forţei centrifuge şi a altor forţe, dintre care cea mai mare eficacitate o are forţa centrifugă.

Asupra unei particule ce se află într-un cîmp centrifugal acţionează două forţe: forţa centrifugă şi cea de gravitaţie. Acceleraţia cîmpului gravitaţional este o mărime constantă şi sub acţiunea lui particulele cu dimensiuni relativ mici se depun cu viteză constantă. Acceleraţia cîmpului centrifugal este însă o mărime variabilă şi la turaţie constantă, depinde de distanţa particulei faţă de axa de rotaţie. Liniile de forţă ale unui cîmp centrifugal, spre deosebire de cele ale unui cîmp gravitaţional, sînt radiale şi în consecinţă direcţiile de mişcare a particulelor, care nu se află pe aceeaşi rază, sînt diferite. În cazul acţiunii unui cîmp centrifugal, asupra particulei acţionează o forţă centrifugă care este cu mult mai mare în comparaţie cu forţa de gravitaţie şi de aceea aceasta din urmă aproape totdeauna poate fi neglijată. Un factor ce caracterizează procesul de separare în cîmp centrifugal şi care compară cele două forţe, este aşa-numitul factor de separare $f=mv^2/(rg)=\omega^2 r/g$. Din această relaţie rezultă că mărimea forţei de separare depinde de rază şi de viteza unghiulară de rotaţie.

În literatură se găsesc încercări de comparare a proceselor de separare care au loc sub acţiunea forţei centrifuge, cu cele ce se petrec sub acţiunea cîmpului gravitaţional [1].

2. Separarea sistemelor gazoase neomogene, sub acţiunea forţei centrifuge, se realizează în cicloane sau multicicloane. Într-un sistem gaz-solid greutatea specifică a particulelor solide, care este de sute şi de mii de ori mai mare de cît a gazului, duce la o separare bună a fazelor chiar la un factor mic de separare. În general se poate admite că separarea în cicloane este de tipul sedimentării libere, ceea ce duce la o separare cu viteze diferite a particulelor solide funcţie de diametru, şi la formarea unui sediment de granulaţie neuniformă pe înălţimea aparatului.

Datorită curenţilor de turbulenţă ai gazului particulele mai fine ale stratului depus pot fi antrenate în masa de gaz scăzînd randamentul ciclonului.

3. Sistemele lichide neomogene se pot separa sub acţiunea cîmpului centrifugal în centrifuge şi în hidrocicloane.

În cazul suspensiilor trebuie atrasă atenţia de la început asupra greutăţii specifice comparabile a lichidului cu a solidului (sau a picăturilor de emulsie), ceea ce necesită un factor de separare mult mai mare decît la sistemele gazoase neomogene.

În centrifugele cu sedimentare fenomenul de separare a fazelor apare cu două perioade [2], [3]: perioada de depunere şi perioada de tasare a stratului format. În prima perioadă are loc o mişcare a solidului prin lichid, iar în a doua, o mişcare a lichidului prin solidul depus

Să aplicăm consideraţiile de mai sus la procesul de separare din centrifugele de sedimentare cu funcţionare semicontinuă şi continuă.

Într-o centrifugă semicontinuă, la care alimentarea cu suspensie şi îndepărtarea fazei lichide se face continuu, iar a solidului—discontinuu (fig. 1), depunerea particulelor, pe înălţime, se face în ordinea descrescîndă a diametrului lor. O particulă care se depune parcurge drumul de la r_1 la r_0. Grosimea stratului de sediment creşte în timp, raza r_0 scade şi deci drumul parcurs de particulă şi timpul de depunere variază în timpul procesului.

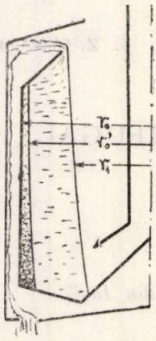


Fig. 1

Într-o centrifugă de sedimentare cu funcţionare continuă, la care evacuarea fazelor se face continuu în timpul procesului de separare, grosimea stratului de sediment rămîne constantă. În acest caz o particulă care se depune parcurge mereu acelaşi drum.

4. Viteza de depunere a unei particule solide sub acţiunea unui cîmp centrifugal este dată de relaţia $v_0 = \mathrm{d}r/\mathrm{d}\tau_0$, de unde

$$\tau_0 = \int_{r_1}^{r_0} \frac{\mathrm{d}r}{v_0}. \tag{1}$$

V. I. Sokolov [4] a propus un procedeu pentru calculul vitezei de depunere într-un cîmp centrifugal, extinzînd metoda lui P. V. Leaşcenko la procesele de centrifugare şi integrînd ecuaţia (1) pe cale grafică.

În lucrarea de faţă ne-am propus să soluţionăm analitic această problemă, extinzînd metoda de calcul a vitezei de sedimentare cu ajutorul criteriului lui Arhimede, la procesul de centrifugare.

Se consideră o particulă solidă, sferică, cu diametrul d, care sedimentează într-o centrifugă sub acţiunea forţei centrifuge, parcurgînd drumul de la raza r_1 la raza r_0.

Se admite r_1 constantă pe înălţimea tobei, considerînd că la turaţii suficient de mari suprafaţa paraboloidului este paralelă cu toba rotativă a centrifugii.

În cazul centrifugelor de sedimentare cu funcţionare semicontinuă, după cum s-a arătat mai sus, raza r_0 variază în timpul procesului de centrifugare. După timpul de centrifugare τ_c, raza r_0 care devine r_0' poate fi calculată din cantitatea de sediment $G_s c_i \tau_c/\gamma_v = \pi (r_0^2 - r_0'^2) l$, de unde rezultă:

$$r_0' = \sqrt{(\pi r_0^2 \, l \gamma_v - G_s c_i \tau_c)/(\pi \, l \, \gamma_v)},$$

în care: G_s — debitul de suspensie (kg/sec), c_i — concentraţia suspensiei, fracţie gravimetrică, τ_c — timpul de la începerea procesului (sec), γ_v — greutatea specifică a sedimentului (kg/m^3), l — lungimea tobei (m).

La centrifugele de sedimentare cu funcţionare continuă grosimea sedimentului fiind constantă şi cunoscută, raza r_0 este de asemenea constantă şi cunoscută.

Egalînd forţa centrifugă care acţionează asupra particulei, cu forţa de rezistenţă a mediului, se obţine :

$$[\pi d^3 (\gamma_c - \gamma_m)/(6g)] (v^2/r) = \zeta (\pi d^2/4)[v_0^2/(2g)] \gamma_m,$$

de unde

$$\zeta v_0^2 = 4d (\gamma_c - \gamma_m) v^2/(3\gamma_m r), \tag{2}$$

în care: v_0 — viteza de depunere (m/sec), ζ — coeficientul de rezistenţă al mediului de sedimentare, v — viteza periferică de rotaţie la raza r (m/sec), γ_c — greutatea specifică a solidului (kg/m^3), γ_m — greutatea specifică a mediului de sedimentare (kg/m^3).

Introducînd expresia $v_0 = \mathcal{R}e \cdot \mu_m g/(d\gamma_m)$ în (2), se obţine:

$$\zeta \mathcal{R}e^2 = 4 d^3 (\gamma_c - \gamma_m) \gamma_m v^2/(3 \mu_m^2 rg^2),$$

în care

$$d^3 (\gamma_c - \gamma_m) \gamma_m/(\mu_m^2 g) = \mathcal{A}\kappa \quad \text{şi} \quad v^2/(rg) = f,$$

unde: f — factorul de separare, $\mathcal{A}\kappa$ — criteriul lui Arhimede, μ_m — vîscozitatea dinamică a mediului (kg sec/m^2).

Deci

$$\zeta \mathcal{R}e^2 = \frac{4}{3} \text{ Ar. } f. \tag{3}$$

În domeniul lui Stockes $\zeta = 24/\mathcal{R}e$ şi $\mathcal{R}e = 0{,}2$; înlocuind în ecuaţia (3) se obţine $\mathcal{A}\kappa \cdot f = 3{,}6$. Pentru $\mathcal{A}\kappa$ $f \leqslant 3{,}6$, tot din ecuaţia (3) rezultă

$$\mathcal{R}e = \mathcal{A}\kappa f/18. \tag{4}$$

Dacă în ecuaţia (4) se introduc expresiile criteriilor $\mathcal{R}e$ şi $\mathcal{A}\kappa$, şi factorul de separare $f = n^2 r/900$, se obţine :

$$v_0 = d^2 (\gamma_c - \gamma_m) n^2 r/(16\,200\ \mu_m), \tag{5}$$

unde n — turaţia centrifugii (rot/sec).

Ecuaţia (1) poate fi integrată dacă se utilizează expresia (5) a lui v_0; se obţine :

$$\tau_0 = \{16\,200\ \mu_m/[d^2 (\gamma_c - \gamma_m) n^2]\} \ln (r_0/r_1). \tag{6}$$

Această ecuaţie permite să se calculeze timpul de depunere a unei particule sferice sub acţiunea forţei centrifuge, în domeniul lui Stockes.

Relaţii analoge au fost obţinute şi de alţi autori [5], [6] pe o altă cale.

În domeniul de sedimentare intermediar $\mathcal{R}e = 500$ şi $\zeta = 18{,}5\,\mathcal{R}e^{0{,}6}$. Se obţine în mod analog din ecuaţia (3), $\mathcal{A}r = 84\,000$ şi deci pentru $3{,}6 < \mathcal{A}r < 84\,000$

$$\mathcal{R}e = (\mathcal{A}r \cdot f/13{,}9)^{0{,}714}. \tag{7}$$

Introducînd expresiile criteriilor $\mathcal{A}r$ şi $\mathcal{R}e$ şi a factorului de separare f în ecuaţia (7) se obţine

$$v_0 = [d^3(\gamma_c - \gamma_m)\,\gamma_m n^2/(\mu_m^2 g)]^{0{,}714}\,[\mu_m g/162\,d\gamma_m)]\,r^{0{,}714};$$

după substituirea acestei valori a lui v_0 în ecuaţia (1) se obţine în cele din urmă:

$$\tau_0 = 568\,\{\mu_m^2 g/[d^3(\gamma_c - \gamma_m)\,\gamma_m n^2]\}^{0{,}714}[d\,\gamma_m/(\mu_m g)]\,(r_0^{0{,}286} - r_1^{0{,}286}). \tag{8}$$

Cu ajutorul acestei ecuaţii se poate calcula timpul de depunere sub acţiunea forţei centrifuge în regim intermediar.

O relaţie întrucîtva asemănătoare se poate obţine şi pentru domeniul de sedimentare al lui Newton, adică pentru $\mathcal{A}r > 84\,000$ şi $\zeta = 0{,}44$. Din ecuaţia (3) rezultă:

$$\mathcal{R}e = 1{,}75\,\sqrt{\mathcal{A}r \cdot f}. \tag{9}$$

Înlocuind expresiile criteriilor $\mathcal{R}e$ şi $\mathcal{A}r$ precum şi a factorului de separare f în (9), se obţine ecuaţia vitezei de sedimentare la raza r:

$$v_0 = 0{,}0583\,\sqrt{d(\gamma_c - \gamma_m)\,gn^2 r/\gamma_m}. \tag{10}$$

Ţinînd seama de (10), din (1) rezultă, prin integrare:

$$\tau_0 = 34{,}3\,\sqrt{\gamma_m/[d(\gamma_c - \gamma_m)\,gn^2]}\,(\sqrt{r_0} - \sqrt{r_1}). \tag{11}$$

Cu ajutorul ecuaţiilor (6), (8) şi (11) se poate calcula timpul de depunere în orice domeniu. De asemenea cu aceste ecuaţii se poate calcula viteza medie de depunere în cîmp centrifugal $v_{0c} = (r_0 - r_1)/\tau_0$.

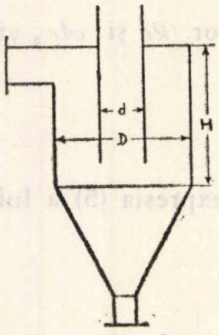


Fig. 2

La centrifugele de sedimentare cu funcţionare continuă, alimentate cu un debit V_s, timpul de trecere al lichidului prin centrifugă este dat de relaţia

$$\tau = 1/v = \pi(r_0^2 - r_1^2)\,l/V_s, \tag{12}$$

unde: l — lungimea centrifugii (m), v — viteza de trecere a suspensiei (m/sec).

Din ecuaţia (12) se poate calcula lungimea centrifugii, admiţînd timpul de trecere τ a suspensiei prin centrifugă mai mare sau egal cu timpul de depunere (τ_0), calculat cu una din ecuaţiile stabilite mai sus. Dacă lungimea centrifugii este cunoscută, din ecuaţia (12) se calculează timpul de

trecere care se consideră egal cu timpul de sedimentare, iar din ecuaţiile (6), (8) sau (11) se poate calcula diametrul minim al particulelor care se vor depune.

Ecuaţiile stabilite mai sus pot fi folosite la dimensionarea cicloanelor.

Volumul unui ciclon este dat de debitul de gaz şi de timpul de trecere al gazului prin ciclon

$$V = V_s \tau. \tag{13}$$

Pentru ca să poată avea loc depunerea, timpul de sedimentare calculat cu una din ecuaţiile (6), (8), (11), trebuie să fie mai mic sau egal cu timpul de trecere al gazului prin ciclon. În cazul egalităţii timpilor din (13) se calculează volumul ciclonului, iar din relaţia $V = (D^2 - d^2) H/4$ se poate calcula înălţimea ciclonului.

Concluzii

În lucrare se analizează procesul de separare a particulelor solide din suspensii lichide şi gazoase sub acţiunea forţei centrifuge.

Prin extinderea metodei de calcul cu ajutorul criteriului lui Arhimede, s-au obţinut relaţii pentru calculul vitezei şi a timpului de sedimentare în cîmp centrifugal. Relaţiile se aplică la toate cele trei domenii de sedimentare.

În partea finală se discută aplicarea acestor relaţii.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie fizică,
Laboratorul de aparate şi procedee

BIBLIOGRAFIE

1. Trawinski H. F., Chem. Ing. Techn., 1959, **31**, *10*, pp. 661—666.
2. Соколов В. И., Хим. наука и пром., 1958, **III**, *6*, стр. 768—776.
3. Касаткин А. Г., *Основные процессы и аппараты химической технологии*, изд. 6, Госхимиздат, М.,1955.
4. Соколов В. И., *Центрифуги*, Машгиз, М., 1950.
5. Bratu Em., *Procedee şi aparate în industria chimică*, Vol. **III**, Buc., 1956.
6. Caulson J. M., Richardson J. F., *Chemical Engineering*, vol. 2, Pergamon Press, London, 1956.

КИНЕТИКА СЕПАРИРОВАНИЯ В ЦЕНТРИФУГАЛЬНОМ ПОЛЕ

(Резюме)

В работе сравниваются сепарирование газовых суспенсий в циклонах, и жидкостных — в центрифугах.

Обобщается (прилагая как к циклонам, так и к центрифугам) метод аналитического расчета скорости осаждения в центрифугальном поле, используя критерий Архимеда и фактор сепарирования *f*.

DIE KINETIK DER ABSCHEIDUNG IM ZENTRIFUGALFELD

(Zusammenfassung)

Man vergleicht die Phasenentmischung der Gassuspensionen in den Zyklonen und die der Flüssigkeitssuspensionen in den Zentrifugen.

Man verallgemeint (durch Anwendung auf die Zyklonen und Zentrifugen) die Methode der analytischen Rechnung der Abscheidungsgechwindigkeit im Zentrifugalfeld, durch Anwendung der dimensionslosen Kennzahl von Arhimede und des Beschleunigungsfaktors f.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. Z. 66.095.2

GRAFT POLYMERIZATION OF ACRYLAMIDE ONTO COTTON FABRIC FOR FURTHER TREATMENTS

BY

H. KAMOGAVA and T. SEKIYA

1. Introduction

It is well known that cellulosic materials such as cotton and viscose rayon can be grafted with various vinyl polymers either by high energy irradiation or by chemical initiators. Mino and Kaizerman [3] reported that ceric salts, including ceric ammonium nitrate, could initiate graft polymerization of acrylamide and other monomers to polyvinylalcohol. They described that ceric salts could also initiate graft polymerization onto cellulose, although its detaile were not given.

Our present investigation is concerned with this problem and the study has been further extended to the secondary treatments of polyacrylamide-grafted cotton with various reactive compounds, including formalin and methylol derivatives of urea, ethyleneurea, melamine and adipamide. Methylol derivatives of polyacrylamide-grafted cotton has been also prepared to be further treated with such compounds having excellent reactivity with methylolamide groups ($CONHCH_2OH$) of the grafted cotton as adipamide, urea, ethyleneurea, melamide and glycerol, or to be cross linked alone.

A purpose of these procedures ist to impart a durable wrinkle-resistant finish to cotton fabric by combining the wrinkle-resistant finish by usual procedures with the durable finish by graft polymerization. Another aim of the study is alleviate the lowering of strengths by usual wrinkle-resistant finishes (e. g. by dimethylol ethyleneurea) by means of grafting followed by cross linking between graft chains.

2. Experimental

a) *Materials.* Commercial acrylamide (AM) from American Cyanamid Co. was recrystallized twice with benzene-acetone, reagent grade ceric ammonium nitrate (Ce^{IV}) was used as received.

Adipamide ($H_2NOC(CH_2)_4CONH_2$) was synthesized from adipic acid and phosphorus trichloride by a usual procedure (m. p. 220°C). Methylol derivatives of urea, melamine, etc., were prepared in aqueous solutions by usual methylolation reaction with formalin by base catalysis.

Other reagents were used as received. Cotton popline (40′) employed in the treatments were desized and scoured.

b) *Graft polymerization of acrylamide.* A typical procedure for the graft polymerization of acrylamide onto cotton fabric is as follows. An about 10-g. sample of the desized and scoured cotton fabric was impregnated with AM-monomer and ceric ammonium nitrate by immersing the fabric in a 100 ml. aqueous solution. The pH values of the treating bath were adjusted with acid-addition. The polyacrylamide (PAM)-grafted fabric thus produced was extracted with hot water by means of a Soxhlet extractor for 8 hours to remove water-soluble materials, such as AM-monomer, ungrafted surface polymer, and cerium compounds. Apparent amounts of grafting were determined by the Kjeldahl procedure.

c) *Methylolation of the PAM-grafted cotton fabric.* The following is given as typical of the procedures used to prepare methylolated PAM-grafted fabrics by base catalysis. An about 100 g-fabric was immersed for 1 hour at 25°C in a 10% aqueous HCHO solution the pH value of which was regulated with sodium hydroxide to about 11 [1]. The methylolated fabric thus formed was neutralized with acetic acid, scoured with water to remove free HCHO and air-dried.

d) *Secondary treatments.* PAM-grafted or thereafter methylolated fabrics were padded with aqueous solutions of acid catalyst like ammonium chloride and cross-linking materials, such as formalin, dimethylol ethyleneurea, trimethylol melamine, adipamide, and glycerol. The fabrics were then dried, cured and scoured by usual procedure.

e) *Testing methods.* Crease resistance of the treated fabric was determined with the Monsanto Wrinkle Recovery Tester. Elmendorf tear strength and Custom Universal abrasion resistance (edge) were also determined. With some samples tensile strength and elongation at break were measured with the Instron. All experiments were carried out in the warp alone for convenience sake.

3. Results and Discussion

a) *Effect of variables in the graft polymerization of acrylamide onto cotton fabric.* As is illustrated in Fig. 1, the kinds of acids added as well as the pH values of the treating baths considerably affect the apparent amount of PAM grafted. A plausible mechanism of the graft polymerization may be given as follows:

$$(1)\qquad [Ce^{IV}X_6] + \mathrm{Cell{=}C(OH){-}H} \rightleftarrows \text{Complex} \xrightarrow{K_i} \mathrm{Cell{=}C^{\cdot}(OH)} + Ce^{III} + H^{+}$$

$$(2)\qquad \mathrm{Cell{=}C^{\cdot}(OH)} + M \rightarrow \mathrm{Cell{=}C(OH){-}M^{\cdot}} \xrightarrow{K_p} \text{graft polymer},$$

where M represents AM monomer and X may be a negative ion such as OH, NO_3, or a water molecule.

The appearence of a maximum in the amount of grafting against the pH values of the treating solutions in the case of nitric acid added

can be attributed to somewhat peculiar feature of the termination reaction of polymer radicals. In a redox system of ceric nitrate-3-chloro-1-propanol, it was found that the rate of polymerization is independent of Ce^{IV} concentration [4]. This fact may possibly indicate that termination reaction takes place as follows:

(3) $$R\cdot + [Ce^{IV}X_6] \xrightarrow{K_t} \text{dead polymer} + Ce^{III} + H^+$$

where R· represents a polymer radical.

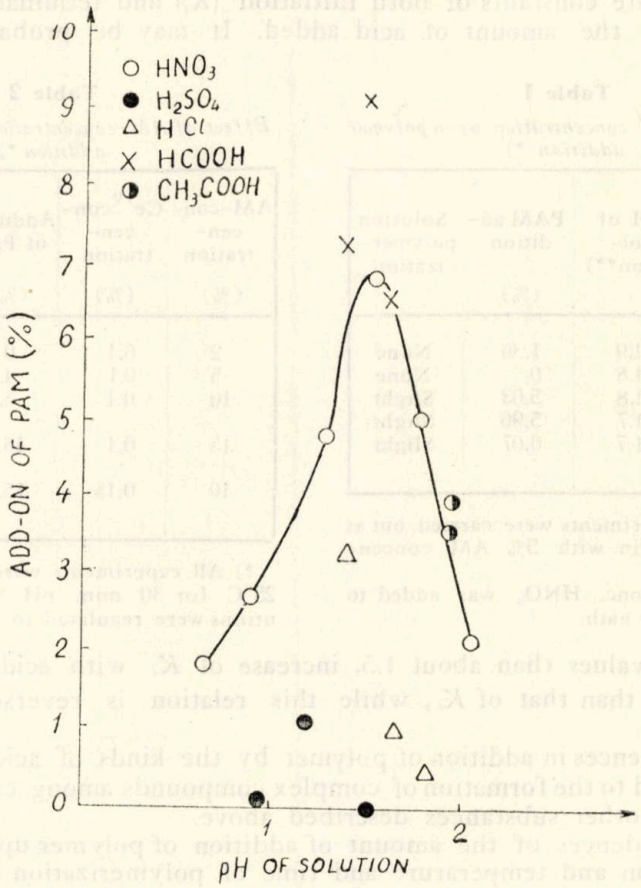


Fig. 1. — Variation of polymer addition with the kinds and amount of acids added. All experiments were carried out at 25°C par 30 min. with 5% monomer concentration and 0.1% Ce^{IV} concentration.

In this case, however, the relationship between the amount of grafting and Ce^{IV} concentration is usual, as shown in Table 1. Since usual termination by radical recombination is strictly limited in case the graft polymer molecules have only slight mobility, a possible explanation of

this phenomenon is to assume that the termination of either radicals formed from ceric salt and cellulose molecule or their grown products is accelerated by their contact with oxygen in the air. Therefore, at lower ceric ion concentration, the effect of oxygen upon termination reaction is superior to the action of ceric salt, causing lower values of addition of polymer; at higher concentrations, this relation ship is reversed and almost constant values are obtained, unless solution polymerization is initiaded.

The pH dependence in Fig. 1 might be interpreted as due to the fact, that rate constants of both initiation (K_i) and termination (K_t) are affected by the amount of acid added. It may be probable that, at higher pH values than about 1.5, increase of K_i with acid-addition is more rapid than that of K_t, while this relation is reversed at lower values.

Table 1

Effect of Ce^{IV} concentration upon polymer addition *)

Ce^{IV} concentration (%)	pH of solution**)	PAM addition (%)	Solution polymerization
0.02	1.9	1.36	None
0.05	1.8	0	None
0.10	1.8	5.03	Slight
0.15	1.7	5.96	Slight
0 20	1.7	6.07	Slight

*) All experiments were carried out at 25°C for 30 min. with 5% AM concentration.

**) 0.1% conc. HNO_3 was added to each treatingh bath.

Table 2

Effect of AM-concentration upon polymer addition *)

AM-concentration (%)	Ce^{IV} concentration (%)	Addition of PAM (%)	Solution polymerization
2	0.1	0	None
5	0.1	4.55	None
10	0.1	5.03	Slight
15	0.1	16.9	Considerable
10	0.15	15.9	Considerable

*) All experiments were carried out at 25°C for 30 min. pH Values of solutions were regulated to 1.8 with HNO_3.

Differences in addition of polymer by the kinds of acids added can be attributed to the formation of complex compounds among ceric ion, acid anion, and other substances described above.

Dependences of the amount of addition of polymer upon monomer concentration and temperarure and time of polymerization are uzual, as shown in Tables 2, 3, 4, respectively. The amount of grafting appears to increase with higher values of these variables, although, with higher temperature and AM-concentration, considerable solution polymerization can be observed in the treating bath.

b) *Solubility test for grafting.* PAM-grafted cotton samples (uncured) were dissolved in cuprammonium solution, in wich both cellulose and AM homopolymer are soluble. Upon acidification, however, cellulose became insoluble; its N-content was determined. Data in Table 5 represent an excellent proof of grafting. The fact that N-contents about

Table 3

Effect of time of polymerization upon polymer addition *)

Ce^{IV} concentration (%)	Time of polymerization (min.)	Addition of PAM (%)	Solution polymerization
0.1	10	0.92	None
0.1	20	4.50	Slight
0.1	30	5.03	Slight
0.05	30	0	None

*) All experiments were carried out at 25°C with 5% AM concentration. The pH values of treating solutions were regulated to 1.7 with HNO_3.

Table 4

Effect of temperature of polymerization upon polymer addition *)

Temperature of polymerization (°C)	pH of treating solution	Addition of PAM (%)	Solution polymerization
25	1.7	5.3	Slight
50	1.7	4.55	Considerable
70	1.6	11.3	Considerable

*) All experiments were carried out at 5% AM and 0,1% Ce^{IV} concentration for 30 min. pH values of treating solutions were regulated with HNO_3.

4 times as large as that for a physical mixture of cellulose and polyacrylamide were obtained for samples 2 and 3 is a good indication that a chemical bond between acrylamide and cellulose exists. The fact that the grafted cellulose dissolved completely seems to exclude the possibility that extensive cross linking took place.

Table 5

Solubility characteristics of graft polymers and physical mixture in cuprammonium solution *)

Expt. No.	Material	PAM-content (%)	
		Original	material recovered on acidification of solution
1.	Physical mixture	14.1	2.01
2.	Graft	8.86	9.12
3.	Graft	11.3	8.09

*) Polyacrylamide, cellulose, and grafted material are all soluble in cuprammonium, but upon acidification cellulose and grafted material become insoluble.

c) *Crease-proofing effect by secondary treatments.* As have already been shown by various investigators, vinyl polymergrafted cellulosic fibers such as cotton and viscose rayon have many interesting properties according as the kinds of polymer grafted. Among them, increase in elongation at break, decrease in moisture regain, and elevation of abrasion resistance are numbered. However, they need usually a comparatively larger amount of polymer grafted (usually more than 20%); a marked improvement of crease resistance by such procedures has not been reported as yet.

Therefore, our next concern was to treat PAM-grafted or thereafter methylolated fabric with various reactive compounds, which might enter the reaction with $-CONH_2$ or $-CONHCH_2OH$ groups of the grafted cotton and impart such favorable properties as durable crease resistance and dimensional stability to the fabric. Table 6 shows these results.

Table 6

Subsequent utilization of grafted cotton for cross linking *)

Treating bath	Crease angle (deg.)	Abrasion resistance (cycles)	Tear strength (kg.)	Tensile strength (kg.)	Elongation at break (%)
Original fabric					
Water alone	73	186	1.18	20.0	12.1
5% HCHO and 0.1% NH_4Cl **)	147	55	0.39	9.6	5.4
5% HD.Cl and 5% HCHO	96	22	0.15	5.2	5.6
5% DMEU and 0.1% NH_4Cl	126	79	0.62	13.7	9.2
5% DMU and 0.1% NH_4Cl	124	84	0.66	14.6	7.5
5% DMADPAM and 0.1% NH_4Cl	70	94	1.26	20.0 <	12.2 <
5% TMML and 0.1% NH_4Cl	120	146	0.78	20.0	10.8
5% BZAL and 0.1%HD.HCl**)***)	70	90	1.13	20.0 <	11.3 <
3% MSTAM and 0.1%HD.HCl***)	82	158	1.36	20.0 <	12.0 <
PAM-grafted fabric (addition of PAM, 5.96%)					
Water alone	76	125	1.11	20.0	13.5
5% HCHO and 0.1% NH_4Cl **)	142	49	0.45	8.9	8.8
5% HD.Cl and 5% HCHO	94	57	0.13	8.8	9.4
5% DMEU and 0.1% NH_4Cl	119	148	0.73	17.1	9.9
5% DMU and 0.1% NH_4Cl	130	98	0.53	17.5	12.2
5% DMADPAM and 0.1% NH_4Cl	73	123	1.01	20.0	14.9
5% TMML and 0.1% NH_4Cl	119	110	0.73	20.0	12.0
5% BZAL and 0.1%HD.HCl**)***)	75	136	0.99	20.0	13.6
3% MSTAM and 0.1% HD.HCl***)	84	129	1.15	20.0 <	16.8 <
Methylolated PAM-grafted fabric (addition as PAM, 5.96%)					
Water alone	80	123	1.06	20.0	16.2
0.1% NH_4Cl	132	94	0.73	14.9	13.1
2% Ethyleneurea and 0.1% NH_4Cl	102	101	0.89	18.0	15.3
2% Urea and 0.1% NH_4Cl	101	125	0.98	19.4	14.9
2% Adipamide and 0.1% NH_4Cl	130	105	0.77	18.2	14.8
2% Melamine and 0.1% NH_4Cl	86	113	0.99	20.0 <	17.9
2% Glycerol and 0.1% NH_4Cl	138	80	0.68	14.7	15.1
3% Stearamide and 0.1%HD.HCl	118	95	0.80	16.3	12.8
3% Cetyl alcohol and 0.1% HD.HCl ***)	107	94	0.93	18.1	15.0
2% Hexamethylene diamine (HD)	87	90	0.93	19.1	16.9
10% HD and 10% HCHO (two baths) ****)	131	117	0.73	—	—

*) Treatments consisted of padding to 100% wet pickup and oven drying for 10 min. at 80°C folowed by curing for 10 min. at 130°C.

**) Curing alone.

***) Dioxane solution.

****) Fabric with 10.8% of PAM-addition was used.

It can be seen from this table that methylolated PAM-grafted fabric, followed by acid-cure, as well as HCHO-cured PAM-grafted one, is very excellent in crease resistance. The possible mechanisms of reactions which take place during the curing stage are presented in Fig. 2 and 3.

The formation of these three kinds of linkages, (*A*), (*B*), and (*C*), may be the main cause of crease-proofing effect obtained, although some occurrings of ether linkage ($-CH_2OCH_2-$) should be further taken into consideration.

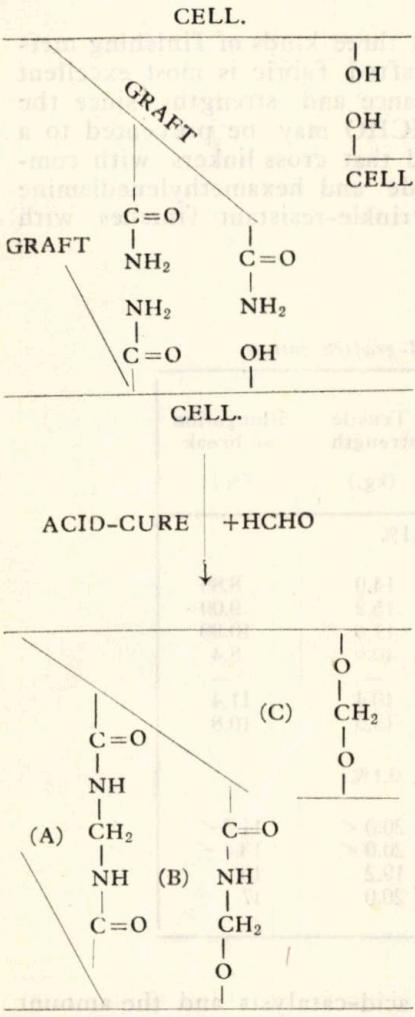


Fig. 2. — Schematic representation of cross linking of PAM-grafted cotton with HCHO.

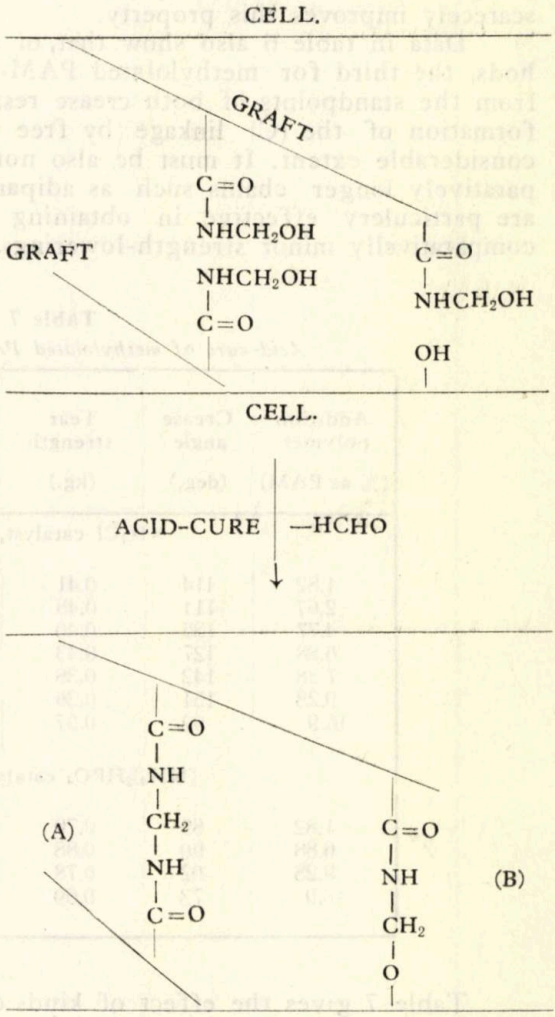


Fig. 3. — Schematic representation of cross linking of methylolated PAM-grafted cotton by acid-cure.

The effects of other materials, such as hexamethylenediamine HCl-salt (HD.HCl), dimethylolethyleneurea (DMEU), dimethylolurea (DMU), dimethyloladipamide (DMADPAM), trimethylolmelamine (TMML), ethyleneurea, adipamide, glycerol, etc., also may be attributed to the formation

of similar cross links between two graft polymer chains, between a cellulose molecule and a graft polymer or between two cellulose chains. The effect of cross linking upon crease resistance can be ascertained by the fact that aftertreatment of PAM-grafted cotton with monofunctional compounds such as benzaldehyde (BZAL) and methylolstearamide (MSTAM) scarecely improves this property.

Data in table 6 also show that, of all three kinds of finishing methods, the third for methylolated PAM-grafted fabric is most excellent from the standpoints of both crease resistance and strengths, since the formation of the (C) linkage by free HCHO may be prevented to a considerable extent. It must be also noted that cross linkers with comparatively longer chains such as adipamide and hexamethylenediamine are particulery effective in obtaining wrinkle-resistant finishes with comparativelly minor strength-lowerings.

Table 7

Acid-cure of methylolated PAM-grafted cotton

Addition polymer (% as PAM)	Crease angle (deg.)	Tear strength (kg.)	Tensile strength (kg.)	Elongation at break (%)
		NH_4Cl catalyst, 0.1%		
1.82	114	0.41	14.0	8.89
2.67	111	0.48	15.2	9.09
4.77	135	0.40	11.6	10.99
6.88	127	0.43	10.0	8.4
7.58	142	0.38	—	—
9.28	151	0.36	10.4	11.4
16.9	92	0.57	13.5	10.8
		$(NH_4)_2HPO_4$ catalyst, 0.1%		
1.82	85	0.79	20.0 <	11.3 <
6.88	90	0.88	20.0 <	13.4 <
9.28	92	0.78	19.2	16
16.9	73	0.69	20.0	17

Table 7 gives the effect of kinds of acid-catalysts and the amount of addition of polymer upon mechanical properties of methylolated PAM-grafted fabrics. It can be readily recognized that relatively stronger catalysts like ammonium chloride are required for satisfactory finish.

It can be also found that too much deposit of PAM onto fabric is rather wrong in crease-proofing effect.

d) *Durability of the treatment.* Experiment was next designet to evaluate the effects of laundering and acid extraction upon crease resistance and the amount of addition of polymer determined by N-analyses. It is evident from Table 8 that several aftertreated samples consider-

ably endure the acid extraction as well as severs boiling alkaline launderings, while crease-proofings effects by usual procedures, with the exception of HCHO-curing, are almost completely lost by the acid extraction, as is the case in dimethylol ethylene urea.

Table 8

Durability of the after-treatments under acid and alkaline conditions

Treating bath	Original		After acid-extraction *)		After alkaline laundering**)	
	Crease angle (deg.)	Polymer addition (%)	Crease angle (deg.)	Polymer addition (%)	Crease angle (deg.)	Polymer addition (%)
Original fabric						
5% HCHO and 0.1% NH_4Cl	147	—	137	—	143	—
5% HD.HCl and 0.1% NH_4Cl	96	—	94	—	76	—
5% DMEU and 0.1% NH_4Cl	126	3.45	88	0.80	108	3.12
5% DMU and 0.1% NH_4Cl	124	4.23	73	0.41	95	2.77
5% TMML and 0.1% N_4HCl	120	3.97	71	1.35	88	2.36
PAM-grafted fabric						
Water alone	75	10.8	76	12.5	67	5.65
5% HCHO and 0.1% NH_4Cl	132	12.0	101	13.8	127	11.0
5% DMEU and 0.1% NH_4Cl	114	10.8	73	—	108	—
5% DMADPAM and 0.1% NH_4Cl	84	10.8	74	—	58	—
5% HD.HCl and 5% HCHO	85	10.8	84	—	68	—
Methylolated PAM-grafted fabric						
0.1% NH_4Cl	111	2.92	100	3.13	112	3.17
0.1% NH_4Cl	135	3.39	93	3.50	129	—
0.1% NH_4Cl	142	8.27	115	7.38	141	7.84
0.1% NH_4Cl	149	10.8	109	13.5	133	10.6
5% Ethyleneurea and 0.1% NH_4Cl	125	10.8	98	—	104	—
5% Glycerol and 0.1% NH_4Cl	148	10.8	98	—	134	—
5% Adipamide and 0.1% NH_4Cl	127	10.8	129	—	116	—

*) Fabrics were immersed in 0.1 N-HCl for 1 hour at 60°C.

**) A rather severe laudering test in which fabrics were boiled in an alkaline solution containing 0.5% soap and 0.2% soda ash for 5 hours, was done.

As shown above, plausible kinds of linkages responsible for cross linking of the grafted cellulose molecule are classified into following three categories;

(A) $-CONHCH_2HNOC-$ (a methylene linkage between two amide groups);

(B) $-CONHCH_2O-$ (a methylene linkage between an amide and an alcohol);

(C) $-OCH_2O-$ (a methylene linkage between two alcohol groups).

In acidic media, stabilities of these linkages are the sequence (A) > >(C) > (B) while they are all stabler in basic media. Therefore, by the acid extraction described above, some of (B) linkages may possibly be destroyed, causing some lowerings of crease resistance of HCHO-cured PAM-grafted fabric or methylolated PAM-grafted one followed by the acid-cure in spite of their complete retention of amide groups, and also causing considerable loss of usual reactant type resins like dimethylol ethyleneurea. This interpretation can be endorsed by the fact that the methylolated PAM-grafted sample acid-cured in conjuction with adipamide is the most excellent in the retention of crease resistance after the acid extraction, presumably owing to the formation of the (A) linkage between the methylolamide group of the grafted cellulose and the amide group of adipamide, thus decreasing the ratio of the (B) linkage to the (A). In the case of urea, melamine, hexamethylenediamine, or their HCHO-derivatives, on the other hand, the characteristics of methylene linkages formed are more or less aminelike; their stabilities are inferior to amide, causing a marked destruction of linkages by both acid extraction and boiling alkaline launderings.

Data in Table 8 also show that free amide groups ($-CONH_2$) are more susceptible to alkaline hydrolysis than methyleneamide groups ($-CONH.CH_2-$), since, for the PAM-grafted fabric which had not been subjected to any aftertreatment, alkaline laundering resulted in a considerable loss in the apparent amount of addition of PAM, indicating that the nitrogen content decreased due to the hydrolytic decomposition of the amide group [2].

4. Summary and Conclusions

Graft polymerisation of acrylamide onto cotton fabric using Ce^{IV}-compounds as catalyst proceeded at a comparatively rapid rate even at room temperature. The optimum pH range for obtaining the maximum amount of addition of polyacrylamide was about 1.4...1.6 at 25°C. Although there was not found any visible peculiarity in the effect of Ce^{IV} concentration upon addition of polyacrylamide, initiation through complex formation and termination by Ce^{IV}-compounds appear to be the main mechanism of the polymerization. A comparatively larger part of polyacrylamide produced without and within the fiber may be possibly grafted to cellulose molecule, since almost similar values of apparent polyacrylamide-contents to those for original fabrics were obtained for samples recovered upon acidification of their cuprammonium solutions.

Of all aftertreatements investigated, the acid-cure of methylolated polyacrylamide-grafted fabric alone or in conjuction with adipamide of-

fered the best durability to both acid extraction and alkaline launderings presumably due to the formation of a durable methylenebisamide linkage between graftchains. HCHO-cure of the polyacrylamide-grafted fabric, as well as the original cotton also offered an excellent durability to acid extraction. Disadvantage of this finish, however, was its poor strengths as compared with the former presumably due to the formation of short methylene cross linkages between cellulose molecules by free HCHO.

This report calls attention to the „durable" wrinkle-resistant finishes of cellulosic fabrics in the strict sense, in which the finish has the same life as the substrate. Although a complete finish in this sense has not been attained as yet, the graft-polymerisation in combination with or followed by cross linking may be a promising mean for the future.

Received the 13 I 1961

The Textile Research Institute of Japanese Government,
Yokohama, Japan

REFERENCES

1. Kamogawa H., Bull. Tex. Res. Inst., Japan, 1957, **40**, p. 33.
2. Kamogawa H., Murase R., Sekiya T., Ibid., 1960, **54**, p. 35.
3. Mino G., Kaizerman S., J. Polymer Sci., 1958, **31**, p. 242.
4. Mino G., Kaizerman S., Rasmussen E., Ibid., 1959, **38**, p. 393.

ПРИВИВАНИЕ СПОСОБОМ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ АЦИЛАМИДОМ ХЛОПКОВЫХ ИЗДЕЛИЙ С ЦЕЛЬЮ ПОСЛЕДУЮЩЕЙ ОБРАБОТКИ

(Резюме)

Излагаются результаты исследований относящихся к прививанию хлопковых изделий способом полимеризации акриламидом, применяя в качестве катализатора цериевый нитрат аммония. Вопрос получения несминаемых траней в результате прививания полиакриламида изучался в условиях образования мостиков связей между привитыми цепями различных целлюлозных макромолекул при помощи метиленбисамида (—$CONHCH_2HNOC$—).

Констатируется наличие максимума в изменении кажущейся степени прививки от pH обрабатывающего раствора; описываются соотношения между эффектами этих параметров и механизмами полимеризации.

Представляется ряд результатов по объяснение образования химической связи между целлюлозой и полиакриламидом на основании изучения медноаммиачных растворов.

Излагаются результаты касающиеся устойчивости к кислотной экстракции и щелочной промывке, а также и механические показатели продуктов, подвергнутых последующим обработкам. Наилучшими свойствами обладают продукты, полученные в результате кислотной обработки изделий привитых метилольным полиакриламидом, в частности адипамидом.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменение количества привитого полимера в зависимости от сорта и количества добавляемой кислоты. Все пробы проведены при 25° С, в течении 30 мин., при 5%-ной концентрации мономера и 0,1%-ной концентрации Ce^{4+}. На ординату — процент привитого полимера. На абциссу — pH раствора.

Рис. 2. — Схематическое представление сшиваемых полиамидных цепей, привитых на хлопке обработкой CH_2O. Cell — целлюлоза; graft — привитая цепь; acid-cure — кислотная обработка.

Рис. 3. — Схематическое представление сшивания полиамидных цепей метилолированием в кислотной среде. Cell — целлюлоза; graft — привитая цепь; acid-cure — кислотная обработка.

GREFAREA PRIN POLIMERIZARE A ACRILAMIDEI PE PRODUSE DE BUMBAC ÎN VEDEREA TRATAMENTELOR ULTERIOARE

(Rezumat)

Se expun rezultatele cercetărilor, în condiţiile utilizării drept catalizator a nitratului ceric de amoniu, relative la grefarea prin polimerizare a acrilamidei pe produse de bumbac. Se arată că problema obţinerii unor pliuri durabile ca rezultat al grefării poliacrilamidei a fost cercetată în condiţiile formării de punţi de legătură între lanţurile grefate ale diferitelor macromolecule celulozice fixate cu ajutorul metilen-bisamidei (—$CONHCH_2HNOC$—).

S-a găsit un maxim pronunţat în variaţia gradului aparent de grefare în funcţie de pH-ul soluţiei de tratare; se descriu corelaţiile dintre efectele acestor variabile şi mecanismul de polimerizare.

Se prezintă o serie de date relative la explicarea formării legăturii chimice între celuloză şi poliacrilamidă în baza solubilităţii în soluţiile cuproamoniacale.

Se expun, de asemenea, rezultatele privind durabilitatea la extracţii acide şi spălări alcaline, precum şi proprietăţile mecanice ale produselor care au suferit tratamente ulterioare, subliniindu-se că cele mai bune proprietăţi s-au obţinut ca urmare a tratării acide a produselor cu poliacriamidă metilolată sau, în particular, cu adipamidă.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Variaţia cantităţii de polimer grefată în funcţie de felul şi cantitatea de acid adăugată. Toate experienţele s-au efectuat la 25°C, timp de 30 min., cu o concentraţie de 5% pentru monomer şi 0,1% pentru Ce^{4+}. Ordonată — % poliacrilamidă grefată; abscisă — pH-ul soluţiei.

Fig. 2. — Reprezentarea schematică a reticulării lanţurilor de poliacrilamidă grefate pe bumbac, la tratarea cu CH_2O. Cell—celuloză; graft—lanţ grefat; acid-cure—tratament acid.

Fig. 3. — Reprezentarea schematică a reticulării lanţurilor de poliacrilamidă prin metilolare în mediu acid. Cell—celuloză; graft—lanţ grefat; acid-cure—tratament acid.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. C. 54–92

HIGH TEMPERATURE RESISTANCE AND THERMAL DEGRADATION OF POLYMERS

BY

SHELDON M. ATLAS and HERMAN F. MARK

Within the past decade a considerable amount of research has been devoted to high temperature resistance polymers.

In a recent symposium conducted by the *Society of Chemical Industry — Plastics and Polymer Group* — on *High Temperature Resistance and Thermal Degradation of Polymers*, various aspects of the problem were discussed.

In order to make a polymeric material useful and serviceable at elevated temperatures, several conditions have to be met. First of all, the material must maintain its mechanical properties, such as modulus, tensile strength and hardness as a matter of instantaneous or shortrange property, which means essentially that it must not melt or drastically soften at the critical temperature. If somewhat longer periods of service are involved, it also becomes necessary that the creep of the polymer under the influence of the existing external forces such as shear stress, torque or pressure should be sufficiently slow in order to permit its proper functioning. At still longer times chemical phenomina start to interfere which may concern the polymer alone or which may involve other ingredients such as oxygen, acids, bases, organic reagents and also active radiation from the near ultraviolet to the cosmic rays. These processes may (and do) change radically the chemical structure of the material and, as a consequence, make it lower melting or softening, increase its rate of creep and flow and reduce its mechanical strength in a very marked degree. In a certain (somewhat oversimplified) way one can, therefore, classify the conditions which are necessary for outstanding polymer stability: a) high melting of softening temperature, b) high resistance against spontaneous pyrolysis, c) high resistance against degradation through the action of chemical reagents.

There are two processes which change the mechanical behaviour of a polymer if it is exposed to such high temperatures that chemical changes are taking place: degradation and crosslinking. The first process is caused by scission of the side chain molecules and, if occurring alone, leads to a progressive reduction of the molecular weight and with it to a loss in strength, elongation and toughness, to a decrease in softening temperature and increase of creep. The second process, if occurring alone, results in the formation of bonds between the individual polymer chains, ties them into a more and more rigid network, increases the molecular weight and leads to a very hard and brittle product which can neither be melted nor dissolved.

In many cases both processes occur simultaneously which can have the consequence that they balance each other for a while which may create the impression as if no change were taking place at all. Sooner or later, however, one of the two reactions starts to prevail and one arrives either at a drastic softening or at a drastic embrittlement of the material.

The thermal degradation of polymers at temperatures up to 1200°C was discussed by Samuel L. Madorsky. The results of pyrolysis experiments on polymethylene, polytrivinylbenzene, and poly (vinylidene fluoride) were discussed.

Pyrolysis in a neutral atmosphere produces a greater fragmentation of the volatile products as compared with pyrolysis of polymers in a vacuum. Also, the higher the temperature of pyrolysis, the greater is the fragmentation of the volatile products.

More work is needed to determine whether the greater fragmentation at a higher temperature or pressure takes place during the primary reactions when the fragments break off the polymer chains or during secondary reactions after the fragments have already formed. However, it can be expected that secondary reactions play an important part in the break-up of the degradation products of pyrolysis.

The total amount of volatiles, their chemical nature, and the relative amounts of the volatile constituents resulting from pyrolysis of polymers depend primarily on the nature of the polymer and the temperature and pressure employed in the pyrolysis. Polymethylenes are unique in that they have the highest ratio of hydrogen to carbon of all carbon-chain polymers. They yield on pyrolysis at 1 200°C, the largest total amount of hydrogen and low molecular weight hydrocarbons. Due to this fact and also to the fact that the amount of fraction Vpyr that is formed at this temperature is only about 11%, the average molecular weight of all volatiles is very low.

At an increase from 800°C to 1 200°C poly (vinylidene fluoride) on pyrolysis shows considerable further loss by volatilization. The volatilization-temperature curve indicates a tendency to 100% loss at still higher temperatures. On the other hand, polytrivinylbenzene tends to level off at about 50% loss at 1200°C. The explanation of this difference may be found in the analysis of the residues from these polymers. The residue from 800°C pyrolysis of polytrivinylbenzene consisted of about 99% carbon and at 1 200°C it was almost 100% carbon. The residues of poly (vinylidene fluoride) at both temperatures still contained considerable amounts of hydrogen and fluorine which continue to volatilize and to carry carbon with them in the form of some fluorinated hydrocarbons.

The more volatile products were analyzed by mass spectrometry, and the less volatile products were tested for their average molecular weight by a micro-cryoscopic method. Elemental analyses of residues were made by a microchemical method.

The effect of branching on the thermal decomposition of polymers was discussed by Lea A. Wall. The rates of volatilization for certain linear polymers, e. g. polyethylene and polypropylene and copolymers of ethylene and propylene prepared using Ziegler-type catalyst, show a maxima in the region of 20 to 40% volatilization or conversion. On the other hand, polymers prepared from the same monomers under conditions that produce branched molecules show a continuous decrease in the rate of volatilization with conversion. The presence of a maximum indicates the operation, at least partially, of an overall random mechanism of scission. Theoretical treatments have previously been made by Simha on the random breakdown of branched chains and on the random breakdown perturbed by allowing chain bonds at branched points to rupture more rapidly than the other chain bonds. The net result was that branched chains per se do not account for the lack of maxima in the rate curves although experimentally the influence of the branches is apparent. From a study of degradation rates of approximately forty polymers having varying numbers and lengths of branches, the results show that in paraffinic hydrocarbon polymers containing three or more methyl end groups per 100 methylene chain groups, the maxima are el minated provided the branches contain two or more carbon atoms. The random behaviour observed in the linear polymers is presumed to be caused by a random intermolecular transfer process. The question of the relative amounts of intermolecular and intramolecular transfer steps in the decomposition of linear polyethylene will require further investigation. However, at the present time, the effect of branching seems to indicate an increase in intramolecular transfer at the expense of intermolecular transfer reactions.

F. D. Ritchie discussed *The competitive routes in the pyrolysis of polyesters and related systems*. Two industrial polyesters of different types were studied — first, the saturated linear polyester poly (ethylene terephthalate); second, the unsaturated linear polyester poly (ethylene fumarati) and some of its cross-linked variations. In each case, the sequence of study was the same. Initial experiments with the polyesters themselves led to complex results. As a results another approach was attempted in which a study of simple model compounds representing (1) specific segments from within the intact polyester chain; (2) terminal segments of the intact chain, and (3) terminal segments of the pyrolysed chain bearing new end groups which might reasonably be predicted *a priori*. Finally, predictions based on the works with model compounds were tested by further experiments with the corresponding polyesters.

All the models were pyrolyzed in the vapor state, in pyrex glass flow reactors, within the temperature range *ca.* 400 ... 500°C. Before each pyrolysis the system was evac-

uated and thoroughly flushed with nitrogen in order to insure that the resulting pyrolysate contained only products of true thermal cracking, not of combustion.

The most striking result to emerge from the work on model compounds is the fact that esters in general tend to break down thermally by a system of concurrent competitive reactions rather than by one unique route. A few esters seem to break down by one route only but they are in a minority.

The contrasting behaviour of alkyl esters and alkyl ether esters of both polyacrylic acid and polymethacrylic acid has been studied in the temperature range 100...200°C. C. E. R. Jones et al. presented their paper on *Studies in the side chain degradation and reactions of some acrylic and methacryilic ester polymers.* Heat treatment was carried out under different polymer and atmospheric conditions; volatile by-products were examined by gas chromatography; changes in the polymers were followed by infra-red spectroscopy, and the rate and extent of degradation were assessed by loss of weight.

The formation of carboxylic acid groups during the airstoving of acrylate and methacrylate polymers is specific to ether-esters. These carboxylic acid groups are associated with embrittlement, cross-linking, solvent resistance and alkali sensitivity. 2-phenoxyethyl methacrylate hemopolymer is a notable exception to the general behaviour of ether-ester polymers.

Thermal discoloration of nitrile polymers was the subject of N. Grassie and J. H. Hay's paper. The nitrile polymers, of which polymethacrylonitrile and particularly polyacrylonitrile are commercially the most important representatives, tend to discolor during processing and subsequent use. From a commercial point of view discoloration has reached serious proportions when the whiteness of newly prepared polymers develops a cream or pale yellow tinge. However, prolonged exposure to deterioration agencies, particularly heat, causes the color to deepen and to move through the visible spectrum from yellow to red.

From the work done the following conclusions may be drawn:

(1) Coloration in both polyacrylonitrile and polymethacrylonitrile is due to the linking up of nitrile groups into conjugated carbon-nitrogen sequences. This can be initiated by nucleophilic reagents.

(2) Pure methacrylonitrile is relatively color stable and requires such an initiator but polyacrylonitrile is selfinitiating by reason of the activity of its tertiary hidrogen atoms.

(3) Reaction is limited to single chains in polymethacrylonitrile but can move from chain to chain in polyacrylonitrile, thereby causing cross-linking and thus insolubility. The identification and estimation of these conjugated sequences and initiating centres attached as they are to large polymer molecules could hardly have been carried out using classical chemical methods. Therefore, one can readily see that infrared spectral measurements played an important part in this study.

Z. Wolkober discussed *The thermal decomposition of polyvinyl chloride in the presence of catalyzers.* The polyvinyl chloride undergoes homolytic or heterolytic decomposition under the effect of heat, mechanical strength, irradiation or different compounds. Due to the decomposition, an allyl structure arises, which makes possible the splitting-off of hydrochloric acid by a zip reaction, with the simultaneous formation of a doublebond system. The decomposition by heat and irradiation has been exhaustially treated in the literature but the decomposition processes taking place under the influence of catalyzers are less known. Investigations relating to the catalytic dehydrochlorinating effect of elementary chlorine and ferric chloride on polyvinyl chloride were conducted.

Some of the results of this investigation indicate that when the reaction is carried out in a nitrogen stream, the quantity of ferric chloride was nearly inversely proportional to the degree of decomposition. Therefore, the degree of dehydrochlorination decreases with increase of the quantity of the dehydrochlorinating catalyzer. The decomposition of polyvinyl chloride powders in air stream when using 0.5% ferric chloride is conspicuous. When the ferric chloride content was below 0.1% it exerted an apparent stabilizing effect on the polyvinyl chloride in the same way as in the case of tests carried out in nitrogen.

In addition to the tests on the effect of ferric chloride exerted *in vitro* on polyvinyl chloride, experiments on the processing technology of commercial Buna K polyvinyl-chloride powders, both of plasticized and unplasticized quality and containing different quantities of ferric chloride, were performed. The tensile strength and the maximum extension of products digested in a roller mill for 10 minutes at 150°C were

determined after again aft 70°C for 0; 24 and 96 hours. It appears that ferric chloride contents ranging up to 0.5% did not interfere with the processing of polyvinyl chloride, and even after a heat treatment for 96 hours at 70°C no essential difference in the tensile strenght could be revealed as compared with samples containing no iron.

Polyethylene terephthalate and the various nylons form fibers of greater resistance than the natural fibers, particularly with respect to the thermal resistance of the polymer. The fact that the synthetic linear polycondensates of the polyethylene terephthalate and nylon types are available so cheaply is largely due to the fact that their decomposition temperatures are high enough to allow them to be made and spun in the molten form. However, even the small amount of decomoposition occurring under the normal processing conditions is critically important in the production of a consistent product. E. P. Goodings found in his paper on *The thermal degradation of polyethylene terephtalate* the main effect is to cause a decrease in molecular weight of the polymer. Measurements of the rate of the degradation reaction were made in terms of the polymer viscosity, and various techniques were developed for making precise measurements of the very low concentrations of reactive end groups in polymer. The concentration of end groups changes on degradation and the corresponding rate constants correlate with the viscometric rate constants.

Aromatic ethers possess considerable thermal stability and good chemical resistance which has led to suggestions as to their suitability for use as high temperature hydraulic fluids and heat exchange media. It is also known that the incorporation of a preponderance of the rigid aromatic p-phenylene linkages into the main chain of a polymer generally imparts a relatively high softening point to the product, e. g. poly-p-phenylene ethylene, polyethylene terephthalate, bisphenol policarbonates, etc. When these facts are taken in conjunction, it is apparent that polyphenylene oxide polymers should have high thermal stability and good chemical resistance while the melting points of known, lower members of the series suggest that the polymers will have softening points in excess of 200°C.

J. H. Golden discussed *Polyphenylene oxides.* Polymers of the polyphenylene oxide series obtained as products of the decomposition of metal halogeno-phenoxides were prepared in an effort to obtain products of high molecular weight.

The decomposition of sodium 2:4:4 — trichlorophenoxide in acetone in the presence of iodine—led to the formation of poly (2:6 — dichlorophenylene oxide) with a molecular weight of 1300. The yield of polymer was found to be increased by increase in the quantity of iodine added to the reaction mixture; in fact, no polymer was found under these conditions when iodine was omitted. Iodine was consumed during the reaction but no iodine was detected in the polymer; a considerable amount of iodo-acetone was formed.

The decomposition of sodium 2:4: 6 — trichlorophenoxide was found to proceed readily in other ketones at reflux in the presence of iodine and the yield and molecular weight of the polymer increased with the boiling point of the ketone. Benzophenone was ideally suitable as a solvent as the polymer, molecular weight 4,750, formed during the reaction remained in solution. Although polymer was formed in benzophenone in the absence of iodine, the addition of iodine increased the iyeld. Less iodine was required when benzophenone was used instead of acetone, possibly because iodination of the solvent as a side reaction is less feasible. No difference (infra-red analysis) was detected between polymers formed in the presence of and absence of iodine and the effect of iodine appears to be purely catalytic.

The decomposition of silver 2:4:6 — trichlorophenoxide in benzophenone in the absence of iodine yielded a polymer with a molecular weight of 9,100. Ammonium 2:4:6 trichlorophenoxide dissociated on heating and showed no tendency to eliminate ammonium chloride and form a polymer.

The above mentioned reactions yielded products of softening point 185...190°C and all had similar solubility characteristics. Various attempts to cross-link the polymer, and hence to increase its softening point and reduce its solubility were unsuccessful.

The color of the polyoxides ranged from white to grey to brown. All were soluble in chlorinated solvents, aromatic hydrocarbons, pyridine, nitrobenzene and benzophenone but were insoluble in alcohols and acetic acid. The polydiphenylene oxides prepared were significantly less soluble than the polyphenylene oxides. These polymers were resistant to dilute acids and alkalis but were slowly degraded by refluxing with

concentrated aqueous sodium hydroxide or hydriodic acid. The polymers yielded brittle films when cast from solvents.

The order of stability of the polymers examined was polyphenylene oxide > poly-(2 : 6 dichloro-phenylene oxide) > poly-(2 : 6 dibromophenylene oxide) > poly-(tetra-chlorophenylene oxide). Increase in nuclear substitution leads to a decrease in thermal stability due probably to the fact that the C—CC and C—Be bonds are the weakest in the system and provide sites for the initiation of degradation. A further contributary cause to the lower stability of the substituted materials could be the restriction of rotation in these more hindered molecules which would reduce the case of dissipation of thermal energy.

Chemists are aware that it is not easy to obtain useful polymers capable of prolonged resistance to temperatures of 500 ... 1 000°C. As yet, very little is known concerning the relationship between structural features and mechanical or electrical properties, and the factors that prevent change of, or alternatively induce desirable properties with change of temperature. The presence of fluorine in a polymer is known to give rise to outstanding thermal stability, usually combined with high chemical and solvent resistance. T. E. Banks et al. presented a paper on *Polymers containing fluorine.* The authors surveyed the chemical and physical properties of some of the newer homo and co-polymers containing fluorine:

A. Polymers with a backbone predominantly of carbon:
   (1) Vinyl-type polymers;
   (2) Polymers derived from fluoro-aromatics;
   (3) Polymers derived from perfluoroalkyl amidines.

B. Polymers with a semi-inorganic backbone of the —N—O—C—C— or —C—N—C—N— type.

C. Polymers with an inorganic backbone:
   (1) —S : —O— S : —O— polymers;
   (2) —P—P—P—P— and —P—S— polymers.

In another paper dealing with *The thermal degradation of fluorine containing polymers, polyphenylene oxides, and polyphenylenes,* W. W. Wright presented interesting results based on his measurement of the rates of volatilization. This type of measurement yields a convenient means of measuring the thermal stability of polymers both in vacuum and in oxygen. This is especially true for a comparison of the overall thermal stabilities, although the actual rates measured at a particular temperature and the activation energies calculated from them may be dependent upon the method of preparation of the polymer and, therefore, on trace structure or impurities.

Of the fluorine containing polymers, polytetrafluoroethylene and the tetrafluoroethylene/hexafluoropropylene copolymer were easily the most stably both in vacuum and oxygen, although the latter polymer was much more affected by oxidizing conditions. The order of stability of the elastomeric compounds examined was vinylidene fluoride/hexafluoropropylene copolymers > vinylidine fluoride/chlorotrifluoroethylene copolymers =perfluoroethylene 1 : 3 diene/butadine copolymers > hexafluoropentylene adipate > trifluoronitisomethane copolymers.

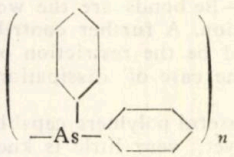
The most stable of the polyphenylene oxides and polyphenylenes studied were the unsubstituted ones. These showed less weight loss at temperatures greater than 500°C than polytetrafluoroethylene.

It can be stated that in general the greater the degree of substitution in the benzene nucleus the less was the stability of the polymer. The majority of these compounds were characterized by an initial very rapid loss in weight on heating and the formation of a residue of high thermal stability. At the higher temperatures used this is probably more akin to a coke or graphite in structure than a conventional high polymer.

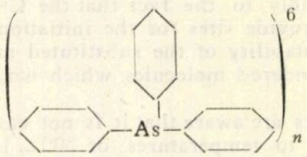
Another approach as a part of the program into new materials likely to be stable at high temperatures was discussed by T. P. Hobin — *Organo-arsenical polymers.* The arsenic-to-carbon bond, which is estimated to have about 6% ionic character, has good stability and is readily formed. Moreover, several organo-arsenical compounds are noted for their stability, e. g. triphenylarsine can be distilled above 360°C without decomposition and phenylarsonic acid is resistant to hot chromic and nitric acids.

Polymers with a main chain of alternate arsenic atoms and methylene groups have

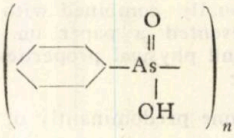
been prepared, and a polymer of composition $[-(CH_2)_2-O-(CH_2)_2-As]_n Ph$ has also been reported. This last compound on vigorous heating was converted into its cyclic monomer. There are no reports of analogous phenylenearsine polymers. Included in the latter would be polymers based on the stable organoarsenical structures:



and



based on triphenylarsine, and



based on phenylarsonic acid.

Such polymers might be expected to have good stability and also, because of the tendency of materials with rigid p-phenylene links to contain regions of microcrystallinity, they might be expected to have good mechanical properties.

It was found that those containing only arsenic atoms and p-phenylene links in their main chain were insoluble and infusible and lost less than 10% of their weight at 400°C. Those containing substituted m-phenylene links were stable up to their softening temperatures (200°...300°C) and lost about 25% of their weight at 400°C, while those containing o-phenylene groups, although not softenin below 270°...280°C, lost nearly 50% or more of their weight at 400°C.

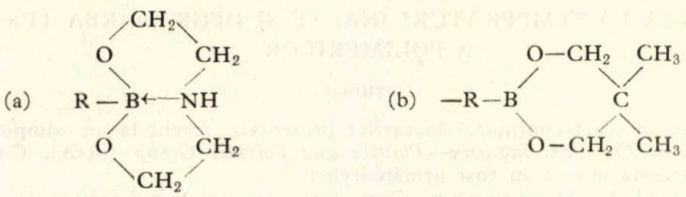
W. R. Bamford and S. Fordham described the work on *Bororic acid derivatives*. They attempted to produce polymers which could find application for use at temperatures above 200°C. A limiting factor to the use of boron in polymers is the ease with which many organoboron derivatives are oxidized. Moreover, of those which are stable, the majority are hydrolyzed quite readily under mild conditions. Altough alkylboronic acids generally undergo oxidation on exposure to moist air, aryl boronic acids are stable, and it was found that both aliphatic and aromatic diboronic acids were also stable. Consequently, it was considered that these polyfunctional acids might be suitable for use as polymer components.

Some of the acids prepared are listed in Table 1; m. p.'s. of the diethanolamine esters are given, as the free diboronic acids form polymeric anhydrides on heating. In fact, the anhydride of p-phenylenediboronic acid shows no signs of melting or volatilizing at temperatures above 450°C.

Table 1

Acid	Formula	Diethanolamine ester m. p
Phenylboronic	$C_6H_5B(OH)_2$	210°
p-phenylenediboronic	$(HO)_2B-C_6H_4-B(OH)_2$	298...300°
Tetramethylenediboronic	$n=4$	245...247°

It was found that diethanolamine esters (a) and esters containing the neophentyl group (b) had unexpected hydrolytic stability.



W. Gerarrd's approach to the production of „born polymers" dealt with *The preparation of applicable borazole polymers.* Procedures for joining borazole rings together have been developed and in this way polyborazoles have been produced. The aminopolyborazoles derived by the elimination of amines from aminoborazoles vary in nature from very viscous liquids to hard infusible solids, which are thermally stable, but fairly easily hydrolyzed.

A specialized extension of this type of polycondensation is the elimination of alkyl chloride and alke phosphate from an association complex of B-brichloroborazole and a trialkyl phosphate. Polymers first produced in this system undergo borazole ring fission in the temperature range 400°...800°C and form l-olefine and ammonia, and given an entirely inorganic powdery polymer, of considerable hydrolytic and thermal stability.

Another type of condensation occurred on pyrolysis of B-trichloro-N-triarylborazoles due to elimination of hydrogen chloride and formation of a polyborazole which is high melting (470°C), thermasetting to a slightly brittle solid which is fairly thermally (500...550°C), and hydrolyically stable. The product is soluble in a number of common organic solvents.

Diamines such as p-phenylene diamine lead to highly crosslinked and intractable solids. The prevention of borazole ring formation has been achieved by the introduction of some measure of steric hindrance. The polymeric products are soft solids, melting at about 150°C and are thermally stable at least to 400°C. However, they are easily hydrolyzed.

Received the 17 XII 1960

Bronx Community College,
and
Polytechnic Institute of Brooklyn,
U. S. A.

ТЕРМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ И ДЕСТРУКЦИЯ ПОЛИМЕРОВ ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

(Резюме)

Дано краткое содержание нижеуказанных работ, представленных на симпозиуме, организованном Society of Chemical Industry—Plastics and Polymer Group (США):

1. Сэймюел Л. Мадорский, *Термическая деструкция полимеров при температурах выше 1 200° С.*
2. Лиа А. Уолл, *Эффект разветвления на термическую деструкцию полимеров.*
3. П. Д. Ритчи, *Сравнительные методы в пиролизе полиэфиров и им подобных систем.*
4. К. Б. Джонс и др., *Изучение деструкции расветвленных цепей и реакций акриловых и метакриловых полимеров.*
5. Н. Грасси, Дж. М. Гей, *Термическое выцветание полинитрилов.*
6. З. Уолкобер, *Термическое разложение поливинилхлорида в присутствие катализаторов.*
7. Е. П. Гудингс, *Термическая деструкция полиэтилентерефталита.*
8. Г. Гольден, *Полифениленоксиды.*
9. Т. Е. Бэнкс и др., *Фтор-содержащие полимеры.*
10. У. У. Райт, *Термическая деструкция фтор-содержащих полимеров, полифениленоксидов и полифениленов.*
11. Т. П. Гобин, *Органо-мышьяковые полимеры.*
12. У. Р. Бэмфорд, С. Фордгам, *Полипроизводные борной кислоты.*
13. У. Джеррард, *Синтез боразоловых полимеров.*

REZISTENŢA LA TEMPERATURI ÎNALTE ŞI DEGRADAREA TERMICĂ A POLIMERILOR

(Rezumat)

Se expune pe scurt conţinutul lucrărilor prezentate recent la un simpozion organizat de *Society of Chemical Industry—Plastics and Polymer Group* (SUA). Comunicările prezentate cu această ocazie au fost următoarele :

1. Samuel L. Madorsky, *Degradarea termică a polimerilor la temperaturi mai mari ca 1200°C.*
2. Lea A. Wall, *Efectul ramificării asupra descompunerii termice a polimerilor.*
3. P. D. Ritchie, *Metode comparative în piroliza polieterilor şi a sistemelor înrudite.*
4. C. E. R. Jones ş. a., *Studii asupra degradării catenelor laterale şi a reacţiilor polimerilor acrilici şi metacrilici.*
5. N. Grassie, J. M. Hay, *Decolorarea termică a polimerilor nitrilici.*
6. Z. Wolkober, *Descompunerea termică a clorurii de polivinil în prezenţa catalizatorilor.*
7. E. P. Goodings, *Degradarea termică a polietilentereftalatului.*
8. J. H. Golden, *Polifenilenoxizii.*
9. T. E. Banks ş. a., *Polimeri ce conţin flor.*
10. W. W. Wright, *Degradarea termică a polimerilor ce conţin flor, a polifenilenoxizilor şi a polifenilenelor.*
11. T. P. Hobin, *Polimeri organo-arsenici.*
12. W. T. Bamford, S. Fordham, *Poliderivaţii acidului boric.*
13. W. Gerrard, *Sinteza polimerilor borazolici.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 66.047.3 : 665.521.23

INDICELE DE EVAPORARE DINAMICĂ AL BENZINELOR AUTO PRODUSE ÎN R. P. R. (I)

DE

M. MARINESCU, I. CURIEVICI şi FLORIN VĂLU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Arderea corectă a combustibilului în motoare cu ardere internă implică, printre altele, aducerea combustibilului lichid în stare de vapori şi formarea unui amestec omogen de aer şi vapori. La motoarele cu carburator evaporarea combustibilului se realizează în parte prin pulverizarea benzinei în carburator şi evaporarea consecutivă a picăturilor formate pe conducta de aspiraţie.

Evaporarea benzinei începe în momentul ieşirii combustibilului din jiclor. Deoarece în momentul pulverizării viteza curentului de aer este mult mai mare decît a picăturilor, este necesar un anumit timp de egalare a celor două viteze. În acest interval, existînd o viteză relativă a aerului faţă de picături, diferită de zero, evaporarea acestora este mult favorizată. Procesul de evaporare continuă însă şi după egalarea celor două viteze, datorită dezechilibrului existent între tensiunea de vapori a combustibilului din picătură şi presiunea parţială a vaporilor de combustibil în amestecul vapori-aer.

Cercetările iniţiate de A. S. Irisov la NAMI (HAMИ) încă în 1929 [1] au arătat că, în ciuda măsurilor menţionate, benzina nu se evaporă integral pe traseul de la carburator la cilindru. O mare parte din picăturile formate la ieşirea benzinei din jiclor se depune pe pereţii conductei de admisie şi formează o peliculă lichidă, care se mişcă către cilindru cu o viteză de cîteva zeci de ori mai mică decît viteza curentului de aer. Faptul acesta permite, desigur, şi o evaporare la suprafaţa peliculei.

În rezumat, amestecul de vapori de benzină şi aer se realizează prin evaporarea picăturilor de benzină şi prin evaporarea de la suprafaţa peliculei lichide, care curge lent pe pereţii conductei de aspiraţie. Procesul de evaporare este, însă, la temperaturile obişnuite, totdeauna incomplet, aşa încît o parte din benzină, şi anume tocmai fracţia mai grea, pătrunde în cilindru sub formă lichidă, înrăutăţind condiţiile de ardere şi micşorînd astfel, în ultimă analiză, randamentul termic al motorului.

2. Încercările de a determina pe cale teoretică cantitatea de benzină ce se evaporă pe conducta de aspiraţie nu au dus, pînă acum, la rezultate utile. Pe de altă parte, nu s-au făcut nici determinări experimentale asupra vitezei de evaporare a picăturilor de benzină individuale în diferite condiţii de lucru. S-a impus astfel necesitatea unei metode de laborator pentru stabilirea fracţiunii de benzină de alimentare care se evaporă pînă la intrarea în cilindru şi a influenţei diferiţilor factori, care intervin în acest proces. Această metodă a fost elaborată şi perfecţionată de A. S. Irisov şi colaboratorii săi Cercetările efectuate sub conducerea lui de-a lungul unei perioade de aproape 20 ani [2] sînt sintetizate în lucrarea [3]. Aceste cercetări au dus la stabilirea proprietăţilor tuturor combustibililor lichizi fabricaţi în U.R.S.S., sub raportul evaporării în motoarele cu ardere internă.

În lucrarea de faţă, care reprezintă doar începutul unor cercetări similare asupra combustibililor lichizi produşi în R.P.R., s-a utilizat metodica experimentală a lui A. Irisov pentru determinarea indicelui de

evaporare dinamică a benzinelor noastre auto. Determinările s-au făcut deocamdată asupra a două din cele trei benzine auto prevăzute de STAS 176-53 şi anume: benzina tip 60 şi benzina tip E-70.

3. Instalaţia de laborator are structura reprezentată în fig. 1. Din rezervorul *1* benzina este introdusă în carburatorul *2*, plasat orizontal. Carburatorul folosit provine de la un grup generator TN-86 de 6 CP. Aerul este aspirat prin suflanta *3* de turaţie constantă, debitul fiind reglat cu ajutorul clapetei *4*. Viteza aerului a fost măsurată înainte şi după

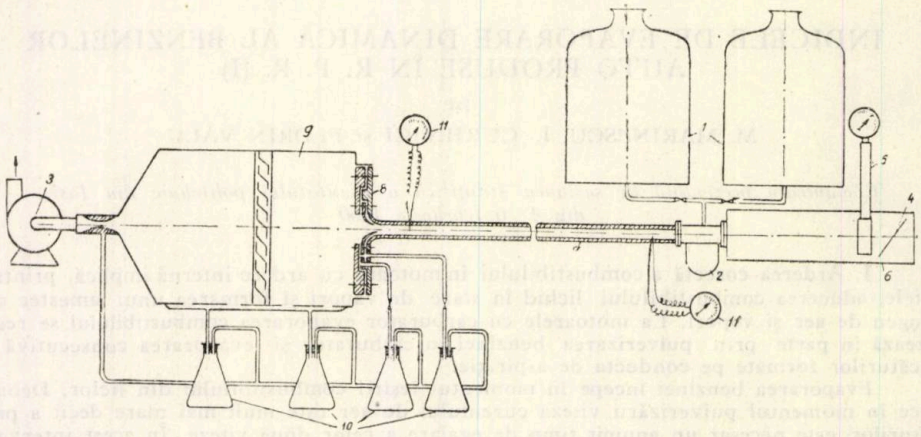


Fig. 1 —Schema instalaţiei pentru determinarea indicelui de evaporare dinamică a benzinei

fiecare experienţă cu anemometrul *5* plasat în tubul *6*. De la carburator, amestecul de combustibil şi aer trece prin conducta *7*, cu $l = 1\,800$ mm şi $d_1 = 25{,}4$ mm (diametrul conductei de aspiraţie şi al conductei de intrare a aerului în carburator este acelaşi). La capătul opus al conductei *7* s-a construit un dispozitiv *8* de reţinere a peliculei lichide, a cărei structură se vede din figură. Deoarece la viteze mari ale aerului sînt antrenate în curentul de gaz şi picături smulse din peliculă, s-a construit şi o capcană *9* pentru reţinerea lor. Lichidul din peliculă şi din picături este prins în colectoarele *10*. Pentru controlul temperaturii s-au introdus la capetele conductei *7* termocuplurile *11*.

Indicele de evaporare dinamică (IED) este definit prin relaţia:

$$\text{IED} = \frac{\text{cantitatea de benzină evaporată}}{\text{cantitatea de benzină introdusă}} 100.$$

Experienţele au fost efectuate la diferite viteze ale aerului, care acoperă domeniul vitezelor uzuale. Variaţia coeficientului α de exces de aer a fost obţinută prin variaţia debitului de aer introdus. Temperatura principală la care s-au efectuat experienţele a fost de 15°C. Un număr mai mic de experienţe au fost făcute la 20°C.

Lungimea conductei de evaporare nu a fost variată deoarece, aşa cum reiese din datele lui A. Irisov, la valori ale acesteia depăşind 500 mm influenţa lungimii tubului este foarte mică Se poate deci considera că indicii IED obţinuţi reprezintă valorile maxime ale acestora.

Diametrul conductei de evaporare, aşa cum au arătat A. Irisov şi

K. Meşkov [2] influenţează asupra indicelui de evaporare dinamică, în sensul că la condiţii egale acesta este mai mare la conducte cu diametrul mai mare. Curbele de evaporare dinamică păstrează o aceeaşi alură.

Deosebirile dintre două determinări succesive ale valorii IED nu au depăşit 1,5%, ceea ce este în deplină concordanţă cu indicaţiile lui A. Irisov care admite o abatere maximă de 2%.

4. Rezultatele experienţelor efectuate sînt date în tabelele 1 şi 2 şi în graficul din fig. 2, pentru temperatura de 15°C.

Tabelul 1

Benzina 60 (t=15°C; d_i = 25,4 mm; l = 1 800 mm).

W aer (m/s)	aer (kg/h)	benzină (kg/h)	α	% în peliculă	% în picături	% neevap.	IED
25,5	56,8	2,240	1,69	44,4	0,3	44,7	55,3
16,9	37,7	2,368	1,06	54	0,2	54,2	46
8,8	19,4	2,472	0,52	66,7	0,1	66,8	33

Tabelul 2

Benzina E-70 (t = 15°C; d_i = 25,4 mm; l=1 800 mm).

W aer (m/s)	aer (kg/h)	benzină (kg/h)	α	% în peliculă	% în picături	% neevap.	IED
25,5	56,8	2,220	1,70	38,2	—	38,2	61,8
16,9	37,7	2,384	1,05	47	—	47	53
8,8	19,4	2,488	0,52	60	—	60	40

După cum se observă IED al benzinei E-70 este cu cca. 20% mai mare decît cel al benzinei 60, ceea ce este în concordanţă şi cu curbele de distilare a acestor benzine.

Din experienţele efectuate la 20°C rezultă că curbele IED la aceeaşi viteză au aceeaşi alură, dar indicele de evaporare creşte în domeniul 15...20°C cu aproximativ 0,4% per grad. Rezultă că încălzirea conductei de aspiraţie, practicată la unele motoare, poate mări IED pînă la valoarea sa maximă; această metodă este însă în contradicţie cu scăderea corespunzătoare a coeficientului de umplere a cilindrului.

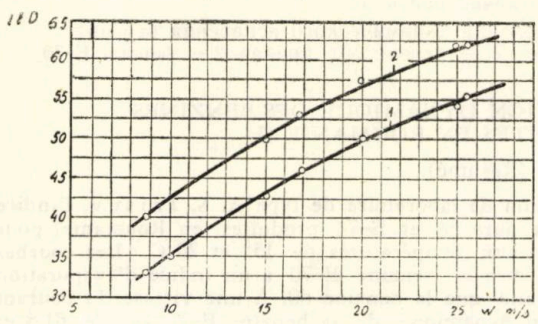


Fig. 2. — Rezultatele experienţelor: curba *1* — benzina 60; curba *2* — benzina E-70.

Comparînd valorile indicelui IED la cele două benzine cu valorile obţinute de A. Irisov la benzinele sovietice echivalente, se observă un indice de evaporare dinamică ceva mai bun la benzinele romîneşti. Procentul de lichid în picături este considerabil mai mic la benzinele romîneşti.

Concluzii

a) S-a determinat pe o instalaţie de laborator tip A. Irisov indicele de evaporare dinamică al benzinelor auto 60 şi E-70, la diferite viteze ale curentului de aer şi la temperaturi cuprinse între 15 şi 20°C. Benzina E-70 are un indice IED cu cca. 20% mai mare decît benzina 60.

b) Benzinele auto cercetate prezintă un procent foarte mic de lichid în picături, neglijabil în cazul benzinei E-70.

c) De oarece lucrarea a fost efectuată pe un carburator de grup generator TN permite să se tragă unele concluzii asupra amplasării acestuia. Astfel, conducta de aspiraţie este insuficient de lungă, iar amplasarea carburatorului fără nici o protecţie termică înrăutăţeşte considerabil procesul de evaporare pe timp de iarnă.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de industrii organice,
Catedra de termotehnică

BIBLIOGRAFIE

1. Ирисов А. С., Фомин Н., ЖПФ, 1929, **6**, *5*, стр. 129.
2. Ирисов А. С, Мешков К. В., *Испаряемость моторных топлив*, Гостранстихиздат, М., 1937.
3. Ирисов А. С., *Испаряемость топлив для поршевых двигателеи и методы ее исследования*, Гостоптехиздат, М., 1955.

ПОКАЗАТЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОЙ ИСПАРЯЕМОСТИ АВТОМОБИЛЬНЫХ БЕНЗИНОВ ПРОИЗВОДИМЫХ В Р.Н.Р. (I)

(Резюме)

В лабораторной установке типа Ирисова определяли показатель динамической испаряемости (п. и.) автомобильных бензинов марки 60 и Е-70, изготовленных в Р.Н.Р., ири различных скоростях потока воздуха и температуре 15° и 20° С. Получены сходные между собой кривые, однако бензине Е-70 обладает п. и. на 20% больше, чем бензин 60. При скорости потока воздуха, равной 25,5 м/сек, п. и. бензина Е-70 был 61,8, а бензина 60 –55,3. Исследуемые бензины дают незначительный процент жидкостн, увлекаемой в виде капель.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема установки для определения динамического испарения бензина.
Рис. 2. — Результаты опытов: кривая *1* — бензин 60; кривая *2* — бензин Е-70.

L'INDICE D'ÉVAPORATION DYNAMIQUE DES BENZINES AUTO PRODUITES EN ROUMANIE (I)

(Résumé)

On a déterminé sur une installation de laboratoire de type A. S. Irisov, l'indice d'évaporation dynamique des benzines auto 60 et E-70 produites en Roumanie, pour différentes vitesses du courant d'air et aux températures de 15° et 20°C. Les courbes correspondentes ont la même allure, mais la benzine E-70 a un indice d'évaporation dynamique d'approximatif 20% plus grand que la benzine 60. À une vitesse du courant d'air de 25,5 m/s l'indice d'évaporation dynamique de la benzine E-70 est de 61,8 et celui de la benzine 60, de 55,3. Les benzines auto étudiées contiennent une très petite quantité de liquide entrainé sous forme de gouttelettes.

Explication des figures

Fig. 1. – Schéma de l'installation pour la détermination de l'indice de l'évaporation dynamique de la benzine.
Fig. 2. — Résultats des expériences: courbe *1*—benzine 60; courbe *2*—benzine E-70.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUA
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 675.04

COMPORTAREA LA TANAJ A EXTRACTULUI DE COAJĂ DE SALCIE *(SALIX CAPREA* L.)

DE

GH. ALEXA, AGLAIA CHIRIŢĂ şi GH. CHIRIŢĂ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

1. Introducere

În două lucrări anterioare [1], [2] s-a studiat coaja de salcie *(Salix Caprea* L.) din R. P. R. ca material tanant, determinîndu-se conţinutul în tanin, perioada optimă de recoltare, condiţiile optime de extracţie şi s-au stabilit calităţile chimico-tehnologice ale extractului tanant din coaja de salcie. Extractul utilizat la determinări a fost obţinut în laborator, într-o baterie de 6 difuzoare [2].

Pentru a completa caracterizarea tehnologică a extractului de salcie, în lucrarea de faţă s-au făcut o serie de încercări de tăbăcire cu extract de coajă de salcie, singur sau în amestec cu alte extracte.

Pentru a ilustra mai bine comportarea la tanaj a extractului de coajă de salcie, toate probele de tăbăcire au fost făcute pentru comparare, în paralel cu probe tăbăcite cu extract de quebracho, ale cărui calităţi tehnologice sînt bine cunoscute.

Extractele tanante vegetale care au fost utilizate în amestec cu extractul de salcie sau de quebracho la încercările efectuate în prezenta lucrare, sînt: extractul de castan, extractul de lemn de stejar şi extractului de coajă de molid indigen.

S-a utilizat în amestec şi un tanin sintetic de înlocuire fabricat în Republica Democrată Germană, denumit „Pellutan G 40", asemănător cu „Sintan P. L."; este un produs de condensare cu formaldehidă, a extractului de „celuloză sulfitată" (tip „Moliftan") purificat la pH acid. Se utilizează cu rezultate bune alături de extractele tanante vegetale, obţinîndu-se piei flexibile, cu o plinătate corespunzătoare.

Analiza tanică a extractelor studiate a fost efectuată conform metodelor oficiale internaţionale de analiză tanică [3], prin metoda agitării, iar taninul sintetic s-a analizat prin metoda filtrului clopot Procter.

Rezultatele analitice sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Analiza extractelor

Date analitice (%)	Extract de					
	Salcie	Quebracho sulfitat	Castan	Stejar indigen	Molid indigen	Tanin sintetic „Pellutan G 40"
Umiditate	65,74	13,0	13,0	13,0	13,0	53,95
Reziduu total	34,26	87,0	87,0	87,0	87,0	46,05
Solubile totale	32,88	86,43	86,07	86,11	86,70	45,85
Tanin	20,61	75,77	66,87	48,11	44,27	32,05
Netaninuri	12,17	10,66	19,20	38,00	42,43	13,80
Insolubile	1,38	0,57	0,93	0,89	0,29	0,20
pH	4,8	5,4	4,2	4,4	—	—
Cifră de raport	62,68	87,66	77,69	55,87	51,06	69,83

Caracterizarea chimico-tehnologică a extractelor studiate în lucrarea de faţă este dată în două lucrări anterioare [2], [4].

Pentru a se cerceta comportarea la tanaj a extractului de salcie s-au făcut următoarele încercări de tăbăcire: a) încercări de tanaj cu extracte tanante vegetale utilizate individual (tanaj la bazine); b) încercări de tanaj cu extracte tanante vegetale utilizate în amestec (tanaj la bazine); c) încercări de tanaj pentru talpă cu extracte tanante vegetale utilizate în amestec (tanaj la bazine şi butoi).

La toate încercările de tăbăcire, pielea gelatină a fost obţinută astfel: pielea de bovine, conservată prin sărare, s-a înmuiat normal, s-a cenuşerit cu var şi sulfură de sodiu, s-a decalcificat complet cu clorură de amoniu şi acid clorhidric, s-a spălat intens cu apă curgătoare şi apoi a fost supusă operaţiei de tăbăcire vegetală.

2. Încercări de tanaj cu extracte tanante vegetale folosite individual

Este ştiut din literatura de specialitate că extractul de coajă de salcie se poate utiliza la tăbăcire, cu rezultate bune, atît pentru pieile tăbăcite pentru talpă, cît şi pentru pieile pentru feţe de încălţăminte. Se obţin piei de culoare roşcată, cu miros caracteristic şi cu o plinătate bună. Pentru că prin tăbăcire cu extract de salcie se obţin piei suple, acest procedeu se întrebuinţează de preferinţă pentru pieile de feţe de încălţăminte, harnaşamente etc. În U.R.S.S., la uzina de pielărie „Radişcev" din Leningrad, la fabricarea pieilor pentru talpă A. G.O., taninurile de salcie sînt utilizate în proporţie de 70...80%, iar la combinatul „Marxist", la fabricarea pieilor de iuft, în proporţie de 50% [5].

Pentru a se cerceta comportarea la tanaj a extractului din coaja de salcie indigenă, în comparaţie cu alte extracte folosite în industria noastră de pielărie, s-au efectuat o serie de încercări de tanaj pe piele gelatină crupon bovine, categoria 12 kg bucata, utilizîndu-se următoarele extracte: extract de quebracho sulfitat, extract de castan, extract de lemn de stejar sovietic, extract de lemn de stejar indigen şi extract de coajă de molid indigen

Tabelul 2

Variaţia parametrilor tehnologici la tăbăcirea cu extracte tanante vegetale folosite individual

Ziua	Extract de salcie				Extract de quebracho				Extract de castan				Extract de stejar sovietic				Extract de stejar indigen			
	Concentraţia soluţiei		pH-ul		Concentraţia soluţiei		pH-ul		Concentraţia soluţiei		pH-ul		Concentraţia soluţiei		pH-ul		Concentraţia soluţiei		pH-ul	
	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire	Înainte de tăbăcire	După tăbăcire
1	1,0	0,6	4,9	5,3	1,0	0,5	5,0	5,4	1,0	0,8	4,2	5,1	1,0	0,8	4,2	5,0	1,0	0,8	4,5	5,1
2	2,0	1,5	4,7	5,1	2,0	1,7	5,0	5,1	2,0	1,7	4,1	4,4	2,0	1,7	4,2	4,3	2,0	1,5	4,5	4,5
3	3,0	2,7	4,6	5,0	3,0	2,5	5,0	5,1	3,0	2,8	4,1	4,4	3,0	2,8	4,0	4,2	3,0	2,8	4,5	4,5
4	4,0	3,8	4,8	4,8	4,0	3,7	5,0	5,1	4,0	3,7	4,0	4,1	4,0	3,8	3,9	4,2	4,0	3,9	4,3	4,4
5	5,0	4,6	4,8	4,8	5,0	4,7	5,0	5,1	5,0	4,9	3,9	3,8	5,0	4,7	3,8	3,8	5,0	4,7	4,3	4,3
6	6,0	5,8	4,7	4,8	6,0	5,8	5,0	5,1	6,0	5,8	3,8	3,7	6,0	5,9	3,8	3,8	6,0	5,9	4,3	4,3
7	7,0	6,9	4,7	4,7	7,0	6,9	5,0	5,1	7,0	6,9	3,7	3,7	7,0	7,0	3,7	3,8	7,0	7,0	4,3	4,3
8	8,0	—	4,7	4,7	8,0	—	5,0	5,0	8,0	—	3,7	3,7	8,0	—	3,7	3,7	8,0	—	4,2	4,2
9	9,0	8,9	4,7	4,6	9,0	8,8	5,0	5,0	9,0	8,9	3,7	3,7	9,0	9,0	3,7	3,7	9,0	8,7	4,2	4,2
10	10,0	10,0	4,6	4,6	10,0	9,9	5,0	5,0	10,0	9,9	3,7	3,6	10,0	9,8	3,7	3,6	10,0	9,7	4,2	4,2
11	11,0	10,9	4,6	4,5	11,0	10,9	5,0	4,9	11,0	10,9	3,6	3,6	11,0	10,9	3,6	3,6	11,0	10,8	4,2	4,2
12	12,0	11,9	4,6	4,4	12,0	11,9	4,9	4,9	12,0	12,0	3,6	3,6	12,0	12,0	3,6	3,6	12,0	11,9	4,1	4,1

Eşantioanele de piele galatină au fost tăbăcite în pahare de sticlă, cu soluţii tanante obţinute din extractele mai sus amintite, de concentraţii de la 1° Bé la 12° Bé. Flota a fost de 400%. S-a început tanajul cu soluţii de 1° Bé, întărindu-se în fiecare zi cu cîte 1° Bé, într-aşa fel încît după 12 zile de tăbăcire concentraţia soluţiilor să fie de 12° Bé.

Înaintea fiecărei întăriri a concentraţiei soluţiilor tanante, s-a urmărit pătrunderea extractelor, s-a măsurat concentraţia soluţiilor epuizate, precum şi pH-ul. Rezultatele acestor determinări sînt date în tabelul 2.

S-a observat că probele de piele gelatină tăbăcite cu extract de coajă de salcie au fost complet pătrunse, ca şi cele tăbăcite cu extract de quebracho sulfitat, după 7 zile de tăbăcire; proba tăbăcită cu extract de lemn de castan a fost complet pătrunsă după 10 zile de tăbăcire, iar probele tăbăcite cu extracte de stejar sovietic şi indigen au fost complet pătrunse după 11 zile de tăbăcire.

Aceste rezultate sînt confirmate de fapt şi de rezultatele obţinute la determinarea vitezei de pătrundere a extractelor respective [2], [4].

Proba tăbăcită cu extract de molid a fost abandonată din cauza vitezei mici de pătrundere a extractului de molid; după 6 zile de tăbăcire s-a observat că pătrunderea nu mai înaintează, ducînd la un „tanaj mort". Neputîndu-se respecta condiţii identice de lucru ca în cazul celorlalte încercări de tăbăcire, s-a renunţat la această probă.

După 12 zile de tăbăcire probele de piele au fost scoase din soluţiile tanante şi lăsate 24 ore pentru a se fixa taninul, apoi au fost introduse în apă timp de 6 ore pentru a difuza taninul nefixat. Apoi s-au stors, s-au gresat superficial şi s-au uscat.

Probele tăbăcite au fost analizate, determinîndu-se: umiditatea, cenuşa, substanţele grase, substanţele solubile totale, substanţa dermică, taninul combinat şi indicele de tanaj. Datele analitice sînt trecute în tabelul 3.

Tabelul 3

Analiza probelor tăbăcite cu extracte tanante vegetale folosite individual

Date analitice (%)	Extract de				
	Salcie	Quebracho sulfitat	Castan	Stejar sovietic	Stejar indigen
Umiditate	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Cenuşă	0,46	0,16	0,08	0,32	0,66
Substanţe grase	1,46	1,04	1,38	1,05	0,80
Substanţe solubile totale	11,83	10,70	11,67	9,79	10,93
Substanţă dermică	42,56	44,12	41,28	43,04	43,38
Tanin combinat	29,69	28,98	31,59	31,80	30,23
Indice de tanaj	69,76	65,64	76,52	73,74	69,68

Din datele tabelelor 2 şi 3 se constată că extractul de salcie pătrunde cu uşurinţă în pielea gelatină, avînd o viteză de pătrundere apropiată de cea a extractului de quebracho sulfitat.

Taninul combinat şi indicele de tanaj ale probei tăbăcite cu extract de salcie sînt comparabile cu rezultatele obţinute la celelalte probe tăbăcite.

Substanţele tanante din extractul de quebracho brut sînt foarte astringente şi foarte greu solubile în apă rece. În majoritatea cazurilor

extractul de quebracho se sulfitează pentru a fi solubil la rece. Pe măsură ce gradul de sulfitare creşte scad substanţele insolubile, dar scade şi cifra de raport şi valoarea de tăbăcire şi de legare [6], [2]. Aceasta explică valoarea redusă a indicelui de tăbăcire care s-a obţinut la proba de tăbăcire cu extract de quebracho sulfitat (v. tabelul 3).

3. Încercări de tanaj cu extracte tanante vegetale utilizate în amestec

S-a studiat comportarea la tanaj a extractului de salcie în amestec cu alte extracte tanante folosite în industria pielăriei din ţara noastră. Toate încercările de tăbăcire s-au făcut în comparaţie cu extractul de quebracho sulfitat. S-au efectuat încercări de tăbăcire pe piele gelatină crupon bovine, categoria 12 kg bucata şi 30 kg bucata, cu următoarele amestecuri de extracte tanante vegetale: a) extract de salcie, extract de salcie+extract de quebracho, extract de salcie+tanin sintetic „Pellutan G 40", extract de salcie+extract de molid, extract de salcie+extract de stejar, extract de salcie+extract de castan; b) extract de quebracho, extract de quebracho+tanin sintetic „Pellutan G 40", extract de quebracho+extract de molid, extract de quebracho+extract de stejar, extract de quebracho+extract de castan.

Probele de piele gelatină au fost tăbăcite într-o flotă de 400% de soluţii de extracte tanante. S-a început tăbăcirea cu 1° Bé. Pînă la 4° Bé inclusiv s-a tăbăcit cu extract de salcie, respectiv de quebracho, soluţiile întărindu-se din 24 în 24 ore, cu cîte 1° Bé. De la concentraţia de 4° Bé la 8° Bé soluţiile s-au întărit, din 2 în 2 zile, cu cîte 1° Bé, cu soluţii tanante de amestecuri de extracte tanante, în părţi egale raportate la taninul pur, aşa cum s-a arătat mai sus. La concentraţia de 8° Bé, probele de piele au rămas în soluţiile tanante timp de 12 zile, după care au fost scoase, lăsate 24 ore pentru fixarea taninului, apoi introduse în apă curată timp de 6 ore, pentru a difuza taninul nefixat, stoarse, gresate superficial şi uscate.

Epuizarea soluţiilor tanice în timpul procesului de tăbăcire, este redată în tabelele 4, 5 şi 6.

Tabelul 4

Absorbţia substanţelor tanante de către piele

Ziua	Concentraţia soluţiei (°Bé)			
	Extractul de salcie		Extractul de quebracho	
	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat
1	1,0	0,7	1,0	0,6
2	2,0	1,6	2,0	1,4
3	3,0	2,5	3,0	2,5
4	4,0	3,6	4,0	3,6

Din datele tabelului 4 rezultă că epuizarea soluţiilor de extract de salcie de către pielea gelatină este foarte apropiată de cea a extractului de quebracho. Se confirmă faptul că viteza de pătrundere a extractului de salcie este foarte bună.

Tabelul 5

Absorbția substanțelor tanante de către piele

Ziua	Concentrația soluției (°Bé)											
	Extract de salcie		Extract de salcie + + quebracho		Extract de salcie + + „Pellutan G 40"		Extract de salcie + + molid		Extract de salcie + + stejar		Extract de salcie + + castan	
	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat
5	5,0	4,7	5,0	4,3	5,0	4,7	5,0	4,7	5,0	4,8	5,0	4,8
6; 7	6,0	5,6	6,0	5,5	6,0	5,8	6,0	5,8	6,0	5,7	6,0	5,7
8; 9	7,0	6,8	7,0	6,7	7,0	6,8	7,0	6,5	7,0	7,0	7,0	6,7
10; 11	8,0	7,8	8,0	7,8	8,0	7,9	8,0	7,8	8,0	7,8	8,0	7,8

Tabelul 6

Absorbția substanțelor tanante de către piele

Ziua	Concentrația soluției (°Bé)											
	Extract de quebracho		Extract de quebracho + salcie		Extract de quebracho + „Pellutan G40"		Extract de quebracho + molid		Extract de quebracho + stejar		Extract de quebracho + castan	
	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat	Proaspăt	Epuizat
5	5,0	4,7	5,0	4,3	5,0	4,7	5,0	4,7	5,0	4,5	5,0	4,8
6; 7	6,0	5,5	6,0	5,5	6,0	5,8	6,0	5,9	6,0	5,8	6,0	5,5
8; 9	7,0	6,8	7,0	6,7	7,0	6,9	6,6	6,22	7,0	6,8	7,0	6,5
10; 11	8,0	7,8	8,0	7,8	8,0	8,0	8,0	7,8	8,0	7,9	8,0	7,8

Din datele tabelelor 5 şi 6 rezultă că amestecurile de extracte cu extractul de salcie pătrund cu uşurinţă pielea gelatină, dovedind o pătrundere bună în comparaţie cu amestecurile de extracte cu extract de quebracho.

Se observă că amestecurile extractului de salcie cu extract de stejar, castan şi „Pellutan G 40" sînt absorbite mai încet de pielea gelatină. Aceasta se datoreşte faptului că extractul de salcie difuzează cu multă uşurinţă în pielea avînd pH $> 4,5$, iar în cazul pieilor cu pH $< 4,5$ (aşa cum este cazul extractelor de stejar, castan şi „Pellutan G 40"), difuziunea în pielea gelatină începe să scadă [7].

Probele de piele tăbăcite au fost analizate, determinîndu-se: umiditatea, cenuşa, substanţele grase, substanţele solubile totale, substanţa dermică şi s-au calculat taninul combinat şi indicele de tăbăcire. Datele analitice sînt cuprinse în tabelele 7, 8, 9 şi 10.

Tabelul 7

Analiza chimică a probelor de piele de viţel, categoria 12 kg bucata, tăbăcite la bazine

Date analitice (%)	Extract de					
	Salcie	Salcie + quebracho	Salcie + tanin sintetic „Pellutan G 40"	Salcie + molid	Salcie + stejar	Salcie + castan
Umiditate	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Cenuşă	0,66	0,96	0,83	0,88	0,68	0,42
Substanţe grase	0,88	0,50	1,04	1,19	0,94	0,97
Substanţe solubile totale	12,57	11,58	9,10	12,16	12,02	10,27
Substanţă dermică	43,84	44,85	46,12	44,32	45,47	43,78
Tanin combinat	28,03	28,11	28,91	27,45	26,89	30,56
Indice de tanaj	63,91	62,67	62,68	61,95	59,14	69,80

Tabelul 8

Analiza chimică a probelor de piele de viţel, categoria 12 kg bucata, tăbăcite la bazine

Date analitice (%)	Extract de					
	Quebracho	Quebracho + salcie	Quebracho + tanin sintetic „Pellutan G 40"	Quebracho + molid	Quebracho + stejar	Quebracho + castan
Umiditate	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Cenuşă	1,40	0,96	1,03	1,18	1,31	0,60
Substanţe grase	0,73	0,50	0,83	0,87	0,96	0,38
Substanţe solubile totale	12,03	11,58	8,50	13,12	13,14	11,87
Substanţă dermică	44,33	44,85	46,74	42,88	42,84	41,51
Tanin combinat	27,51	28,11	28,90	27,95	27,75	31,64
Indice de tanaj	62,06	62,67	66,17	65,18	64,77	76,22

Tabelul 9

Analiza chimică a probelor de piele de bovine, categoria 30 kg bucata, tăbăcite la bazine

Date analitice (%)	Extract de					
	Salcie	Salcie + quebracho	Salcie + tanin sintetic „Pellutan G 40"	Salcie + molid	Salcie + stejar	Salcie + castan
Umiditate	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Cenuşă	0,90	1,25	1,11	1,03	0,78	0,37
Substanţe grase	0,43	0,23	0,56	0,56	0,75	0,85
Substanţe solubile totale	13,06	12,86	9,42	10,96	10,62	9,42
Substanţă dermică	50,96	51,44	52,32	51,92	50,74	52,57
Tanin combinat	21,66	20,22	22,59	21,53	21,40	22,81
Indice de tanaj	42,50	39,30	42,98	41,44	42,17	43,39

Tabelul 10

Analiza chimică a probelor de piele de bovine, categoria 30 kg bucata, tăbăcite la bazine

Date analitice (%)	Extract de					
	Quebracho	Quebracho + salcie	Quebracho + tanin sintetic „Pellutan G 40"	Quebracho + molid	Quebracho + stejar	Quebracho + castan
Umiditate	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0	14,0
Cenuşă	1,46	1,25	0,98	1,37	1,35	0,60
Substanţe grase	0,38	0,23	0,77	0,36	0,39	0,47
Substanţe solubile totale	13,32	12,86	10,86	12,79	13,37	12,0
Substanţă dermică	51,78	51,44	52,86	50,57	49,13	50,20
Tanin combinat	19,06	20,22	20,53	21,50	21,76	22,73
Indice de tanaj	36,67	39,30	38,86	42,50	44,51	45,28

Taninul combinat şi indicii de tăbăcire ai probelor de piele tăbăcite cu extract de salcie sînt destul de apropiaţi de indicii de tăbăcire ai probelor tăbăcite cu extract de quebracho şi uneori sînt chiar mai mari.

Din datele obţinute se constată că extractul de salcie poate fi întrebuinţat la tăbăcirea pieilor în amestec cu oricare din extractele folosite în lucrarea de faţă, cu bune rezultate. Rezultă că extractul de salcie poate fi utilizat cu succes în practică, în locul extractului de quebracho.

4. Încercări de tanaj pentru talpă, cu extracte tanante utilizate în amestec

Toate încercările de tăbăcire s-au efectuat în comparaţie cu extractul de quebracho sulfitat. S-a utilizat piele gelatină, crupon bovine categoria 30 kg bucata. S-au făcut tăbăciri cu următoarele amestecuri de extracte: a) extract de salcie+extract de quebracho, extract de salcie+extract de molid, extract de salcie+extract de stejar, extract de salcie+extract de castan; b) extract de quebracho+extract de salcie, extract de quebracho+extract de stejar, extract de quebracho+extract de castan.

Tăbăcirea la bazine a decurs identic ca la pct. 3 al lucrării de faţă, cu deosebirea că probele de piele au fost lăsate 20 zile în soluţia tanantă de 8° Bé. A urmat apoi tăbăcirea în butoi folosindu-se următoarele amestecuri de extracte tanante:

a) pentru probele tăbăcite la bazine cu extract de salcie în amestec: extract de salcie—40%, extract de valonee—30%, extract de stejar—30%;

b) pentru probele tăbăcite la bazine cu extract de quebracho în amestec: extract de quebracho — 40%, extract de valonee — 30%, extract de stejar — 30%.

La tăbăcirea în butoi probele s-au agitat timp de 36 ore în 3 zile consecutiv, peste noapte probele rămînînd în flotă. Flota a fost de 250%. S-a început tăbăcirea cu soluţii tanante de 10° Bé, iar în timpul primelor 24 ore de agitare, soluţia s-a întărit pînă la 12°Bé. După tăbăcirea în butoi, probele s-au lăsat 24 ore la odihnă pentru a se fixa taninul nelegat, apoi s-au finisat obişnuit, fără a fi retanate. Probele obţinute s-au analizat chimic. Rezultatele analizelor sînt date în tabelele 11 şi 12.

Tabelul 11

Analiza chimică a probelor de piele tăbăcite pentru talpă, în amestec de extracte. Tăbăcire la bazine şi butoi.

Date analitice (%)	Extract de			
	Salcie + +quebracho	Salcie + +molid	Salcie + +stejar	Salcie + +castan
Umiditate	14,0	14,0	14,0	14,0
Cenuşă	0,41	0,39	0,39	0,49
Substanţe grase	0,19	0,41	0,20	0,37
Substanţe solubile totale	7,80	6,98	7,75	7,91
Substanţă dermică	46,28	44,60	46,18	44,93
Tanin combinat	31,32	31,40	31,52	32,30
Indice de tanaj	67,67	70,40	66,08	74,11

Din analiza rezultatelor obţinute reiese că taninul combinat şi indicii de tăbăcire ai probelor tăbăcite cu extract de salcie sînt foarte apropiaţi ca valoare de taninul combinat şi indicii de tăbăcire ai probelor tăbăcite cu extract de quebracho. Datele obţinute în laborator dovedesc că extractul de salcie se poate utiliza cu rezultate bune şi la tăbăcirea pieilor pentru talpă.

Analiza fizico-mecanică ar fi fost mai concludentă în cazul de faţă; pentru aceasta, ar fi fost necesar să efectuăm încercări de tăbăcire pe scară mai mare decît în laborator.

Tabelul 12

Analiza chimică a probelor de piele tăbăcite pentru talpă, în amestec cu extracte. Tăbăcire la bazine şi butoi.

Date analitice (%)	Extract de			
	Quebracho + + salcie	Quebracho + + molid	Quebracho + + stejar	Ouebracho + + castan
Umiditate	14,0	14,0	14,0	14,0
Cenuşă	0,41	0,55	0,68	0,52
Substanţe grase	0,19	0,30	0,24	0,40
Substanţe solubile totale	7,80	8,68	8,19	10,16
Substanţă dermică	46,28	45,05	45,63	43,20
Tanin combinat	31,32	32,80	32,40	31,70
Indice de tanaj	67,67	72,80	71,00	73,37

5. Concluzii

1. Extractul de coajă de salcie, din punct de vedere tehnologic se caracterizează printr-o viteză mare de pătrundere, cu toate că are o astringenţă ridicată.

2. Încercările de tăbăcire efectuate au dovedit că extractul de salcie se poate utiliza cu succes în amestec cu extracte tanante. Folosirea extractului de salcie în practica industrială ar duce la limitarea importului de extracte tanante exotice şi în special a extractului de quebracho.

3. Din cauza astringenţei sale mari difuzează cu uşurinţă în piele în amestecurile de extracte al căror pH nu este mai mic decît cel al extractului de salcie. Printr-o sulfitare corespunzătoare a extractului de salcie se poate corecta şi acest inconvenient. În U.R.S.S., în momentul de faţă, se produc mari cantităţi de extract de salcie sulfitat. La noi în ţară a început să se recolteze coaja de salcie în vederea utilizării ei ca material tanant. Extragerea taninului din coaja de salcie se face în secţiile de extracte tanante ale unor fabrici de pielărie.

Coaja de salcie este amestecată de obicei cu coaja de molid şi de stejar, obţinîndu-se un extract în amestec. Practica aceasta nu-i tocmai cea mai avantajoasă, deoarece condiţiile optime de extracţie nu sînt aceleaşi pentru fiecare material tanant, iar caracteristicile chimico-tehnologice ale extractelor sînt diferite, necesitînd o anumită întrebuinţare şi în proporţii diferite.

4. Extractul de salcie poate fi întrebuinţat pentru toate sorturile de piele tăbăcite vegetal şi în special pentru pieile uşoare.

5. Pentru a se elucida mai bine proprietăţile tehnologice ale extractului de salcie este necesar a se trece la experimentări pe scară mai mare, care să permită analiza completă a probelor obţinute.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia pieilor, blănurilor şi materiilor tanante

BIBLIOGRAFIE

1. Alexa Gh., Chiriţă A., Bulet. Inst. polit., Iaşi, 1957, **III (VII)**, *3-4*, pp. 109-120.
2. Alexa Gh., Chiriţă A., Chiriţă Gh., Ibid., 1959, **V (IX)**, *1-2*, pp. 231-240.
3. * * * *Méthodes officielles d'analyse de la Société Internationale des Chimistes des Industries du Cuir*, London, 1938.
4. Alexa Gh., Chiriţă Gh., Chiriţă A., Bulet. Inst. polit., Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3-4*, pp. 217-228.
5. Красухин М. Н. и сотр., Лег. пром., 1958, *10*, стр. 27.
6. * * * *Chimia şi tehnologia tăbăcirii*, partea **III**, I. D. T.. Buc., 1958, p. 34.
7. Cernov N. V. şi colab., *Tehnologia pielii*, Ed. Tehn., Buc., 1956, p. 390, (trad. din l. rusă).

ДУБИЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ЭКСТРАКТА ИВОВОЙ КОРЫ *(SALIX CAPREA* L.*)*

(Резюме)

В одной из предыдущих работ авторы изучали химико-технологические свойства экстракта ивовй коры *(Salix Caprea L.)* [1], [2]. В настоящей работе даются результаты изучения дубильных свойств экстракта отечественной ивы. Экстракт характеризуется большой скоростю проникновения, несмотря на его значительную высаливаемость, и с успехом может быть применяем в смеси с различными дубильными экстрактами.

Ивовый экстракт можно использовать для всех сортов кож краснодубного дубления и в частности для легких кож. Применение ивового экстракта снижает расход благородных экстрактов и в особенности квебрахового.

LE COMPORTEMENT AU TANNAGE DE L'ÉXTRAIT DE L'ÉCORCE DE SAULE *(SALIX CAPREA* L.*)*

(Résumé)

Dans un travail antérieur on a étudié les propriétés chimico-téchnologiques de l'extrait d'écorce de saule *(Salix Caprea* L.*)* [1], [2]. Dans le présent travail on étudie le comportement au tannage de l'extrait de saule indigène. L'extrait de saule se caractérise par une grande vitesse de pénétration quoi qu'il ait une astringeance élevée. Il peut être utilisé avec succès en mélange avec d'autres extraits tannants.

L'extrait de saule peut être utilisé pour toutes les sortes de cuir de tannage végétal et tout spécialement pour les cuirs légers. L'utilisation de l'extrait d'écorce de saule limitera l'importation des extraits étrangers, spécialement de l'éxtrait de quebracho

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 675.04

ASUPRA CARACTERULUI DE POLIDISPERSITATE AL EXTRACTELOR TANANTE VEGETALE ÎN SOLUŢIE

DE

C. STRUBL, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, CORNELIA MAGA, MARIA MANCIU şi AURORA CIOBANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

Extractele tanante vegetale reprezintă în soluţie sisteme coloidale polidisperse, alcătuite din particule *grosier dispersate*, care formează insolubilele mecanice şi de natură tanică ale extractului, particule *dispersate coloidal* şi componenţi ce se *dispersează molecular*, care alcătuiesc „netaninurile". Acestea din urmă sînt totdeauna prezente în compoziţia unui extract tanant, cantitatea lor fiind funcţie de natura extractului tanant pe de o parte, cît şi de modul de obţinere al acestuia [1, S. 135] pe de altă parte, raportul tanin/netanin al extractului putînd fi influenţat [2] ... [5]. Rolul netaninurilor este foarte important în primele faze ale tăbăcirii, deoarece ele pregătesc pielea gelatină pentru acţiunea particulelor tanice, care au o reacţionabilitate mare faţă de fibra dermică [1, S. 64—69].

Componenţii principali ai sistemului coloidal polidispers din soluţiile extractelor tanante vegetale îl alcătuiesc particulele coloidal dispersate, taninurile hidrolizabile (pirogalice) fiind sub acest aspect alcătuite din particule de dimensiuni mai reduse, greu floculabile prin sărare, deci cu un caracter pronunţat hidrofil, pe cînd taninurile de condensare (pirocatehinice) sînt alcătuite din numeroase particule de dimensiuni mari, cu caracter mai hidrofob [6].

Într-un sistem coloidal (sau semicoloidal) perfect polidispers, ale cărui particule posedă dimensiuni uniform crescînde, repartizarea cantitativă a acestora, funcţie de diametrul lor, ar putea fi reprezentată printr-o linie dreaptă (fig. 1, curba *I*) care trece prin originea axelor de coordonate.

În analiza tanică valorile a, b şi c sînt caracteristice fiecărui extract tanant şi sînt funcţie de natura materialului tanant şi funcţie de condiţiile tehnologice de obţinere ale extractului respectiv.

În cazul soluţiilor tanice, a—cantitatea particulelor nereţinute de către pudra de piele (netaninuri), b—cantitatea particulelor reţinute de către pudra de piele (taninuri), c—cantitatea de particule insolubile alcătuite din particule tanice grosier dispersate şi insolubilele mecanice, n şi t—diametrele limită care determină caracterul de netaninuri, taninuri şi insolubile, din soluţia unui extract tanant.

Raportul b/a poate avea valori diferite, reprezentate prin expresia $b/a - 1$ şi determină puritatea extractului obţinut dintr-un material tanant, puritate care se mai poate exprima procentual prin expresia $[a/(a + b)]\ 100$ sau $[\text{tanin}/(\text{tanin} + \text{netanin})].\ 100$, adică prin „cifra de puritate".

Comportarea la tăbăcire a unui material tanant depinde, în afară de valoarea raportului b/a, care caracterizează extractul, şi de repartizarea cantitativă a particulelor funcţie de dimensiunile lor, care aparţin fracţiunii ce alcătuieşte taninurile, extractul comportîndu-se cu atît mai bine, cu cît particulele tanine, fără a-şi pierde caracterul polidispers, posedă dimensiuni apropiate între ele [7].

Dimensiunile particulelor dispersabile ale unui extract tanant, în cazul cînd solventul este apa, pot fi modificate în mod voit supunînd materialul sau extractul tanant unor tratări preliminare specifice [5], [7], [8], obţinîndu-se astfel extracte tanante care în soluţie au o comportare deosebită şi mai avantajoasă faţă de substanţa dermică.

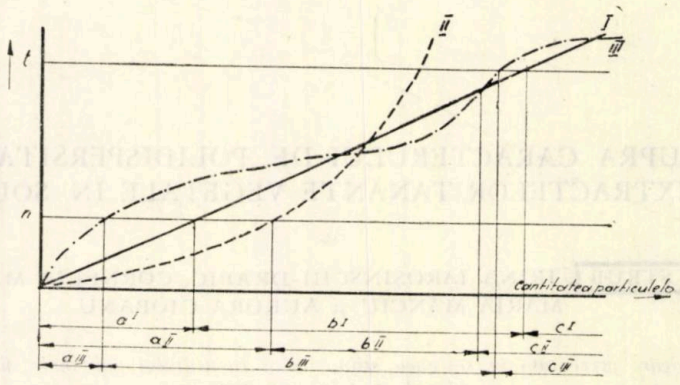


Fig. 1. — Repartizarea cantitativă a particulelor unui sistem coloidal polidispers.

Pentru cele mai multe extracte tanante vegetale curba repartiţiei cantitative a particulelor dispersate în soluţie, funcţie de dimensiunile lor, nu este reprezentată printr-o linie dreaptă, ci poate prezenta forme variate (de exemplu curbele *II* şi *III* din fig. 1, sau încă alte forme); valoarea unghiului pe care curba îl determină cu axa absciselor este caracteristică şi specifică fiecărui extract tanant în parte, fiind dependentă de natura şi condiţiile de obţinere ale acestuia [9] şi poate astfel determina comportarea sa tehnologică [7], [10].

Pentru a dovedi corelaţia ce există între repartiţia cantitativă a particulelor tanice din extractele tanante vegetale, funcţie de dimensiunile particulelor lor în soluţie, şi comportarea la tăbăcire a acestor extracte, în lucrarea de faţă am studiat 10 extracte tanante unitare şi 4 amestecuri de extracte în diferite proporţii, determinînd curbele de repartiţie cantitativă a particulelor lor, funcţie de mărimea acestora, cum şi comportarea cîtorva din extractele respective faţă de pielea gelatină.

Extractele tanante studiate au fost fie extracte ca atare, fie extracte obţinute de noi din materiale tanante prin difuzia şi concentraţia ulterioară a zemurilor. Extractele tanante studiate au prezentat o compoziţie care este prezentată în tabelul 1, determinările fiind făcute conform metodelor oficiale de analiză tanică [11], [12].

Deoarece între viteza de pătrundere a unui extract tanant în ţesutul dermic al pielei şi dimensiunile, respectiv astringenţa particulelor tanice, există o dependenţă directă, am urmărit fracţionarea din aproape în aproape a particulelor tanice din soluţiile apoase a extractelor studiate.

Fracţionarea particulelor tanice s-a făcut prin metoda precipitării fracţionate cu clorură de sodiu a lui E. Stiasny şi O. Salomon modificată de H. Herfeld [13], utilizîndu-se în acest scop soluţii analitice de 1% concentraţie în tanin pur, obţinute prin solubilizarea cantităţilor respective de extract tanant la 70°C.

Tabelul 1

Compoziția procentuală a extractelor tanante studiate (valori recalculate pentru 0% umiditate)

Extract de	Umiditate (%)	Insolubile (%)	Tanin (%)	Netanin (%)	Cifra de puritate
Quebracho sulfitat	0	1	86,70	13,30	86,70
Salcie (*Salix Caprea*)	0	1,77	46,23	51,00	48,09
Molid (*Abies Excelsa*)	0	0,12	53,32	46,56	53,38
Coajă de stejar	0	0,04	45,26	54,70	45,27
Sumac (*Rhus Cotinus*)	0	1,29	39,14	59,57	39,61
Lemn de stejar	0	3,13	63,49	33,38	65,54
Castan (*Progil*)	0	0,61	71,70	27,69	72,14
Valonee	0	1,07	71,06	27,87	71,82
Colțani (*Knoppern*)	0	0,20	83,04	16,76	83,20
Nuci galice	0	0	82,56	17,44	82,56

Pentru dozarea cantitativă a taninului precipitat fracționat s-a folosit metoda de determinare oxidimetrică L o e w e n t h a l modificată [14]. Rezultatele precipitărilor fracționate cu clorură de sodiu, ale soluțiilor tanice studiate, sînt cuprinse în tabelul 2.

Deoarece cantitatea de electrolit (clorură de sodiu) folosită pentru precipitarea particulelor tanice este cu atît mai mare cu cît dimensiunile particulelor sînt mai mici, între diametrul particulei și cantitatea de clorură de sodiu utilizată pentru precipitarea unei anumite fracțiuni tanice, există un raport de inversă proporționalitate ($d = K/g$); am înscris în ordonata fig. 2 inversele cantităților de clorură de sodiu utilizate la fracționarea soluției tanice, iar pe axa absciselor cantitatea de tanin precipitat (exprimat în procente) din cantitatea totală de tanin în soluția de 1% a extractului tanant. În felul acesta am obținut curbele care oglindesc repartiția cantitativă a particulelor tanice din soluțiile extractelor studiate, funcție de dimensiunile particulelor lor (fig. 2).

Pentru a putea vedea cum este influențată comportarea la tăbăcire a extractelor, de repartiția cantitativă a particulelor tanice în soluție funcție de diametrul lor, am înscris în fig. 3, pe baza datelor cuprinse în tabelul 3, viteza de pătrundere, funcție de timp, a cîtorva extracte tanante sub formă de soluție, în contact cu pielea gelatină.

Datele din tabelul 3 au fost obținute în urma tratării cu zemuri tanante a probelor de piele gelatină (piele de vită) urmărind zilnic zonele din piele pătrunse de tanin, măsurîndu-le la microscopul cu scară micrometrică. Tăbăcirea a fost începută în toate cazurile cu zemuri de extracte tanante de concentrație 0,3° Bé, care au fost zilnic întărite sau redresate (la următoarele concentrații exprimate în grade Bé: 0,5; 0,5; 0,8; 0,8; 1,2; 1,2; 1,6; 1,6; 2; 2,5; 3; 3,5; 3,5; 3,5; 4; 4,5; 5; 5; 5 și 6), după pătrunderea completă lăsîndu-se pieile în zemurile de extract tanant, mereu întărite sau redresate (pînă cînd nu s-a mai constatat o scădere a concentrației acestora).

Tabelul 2

Cantităţile procentuale de tanin precipitat prin cantităţi variabile de electrolit (obţinute prin sărare fracţionată cu clorură de sodiu)

Cantitatea de NaCl (g la 100 ml sol. tanică de 1%)	Tanin precipitat din 100 ml soluţie de extract (faţă de taninul total)									
	I	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*
	extract quebracho sulfitat	extract coajă salcie	extract coajă molid	extract coajă stejar	extract sumac	extract lemn stejar	extract castan	extract valonee	extract colţani	extract nuci galice
Soluţie iniţială 5	14,90	17,11	25,50	23,72	8,29	30,33	12,99	2,50	27,32	73,75
în filtrat 2×5	6,70	8,96	2,71	8,28	5,06	5,75	3,82	4,79	2,88	1,21
idem 3×5	8,93	9,24	8,00	7,60	6,63	5,75	4,35	5,30	2,88	2,21
idem 4×5	11,40	8,53	4,80	7,72	8,68	5,57	4,35	5,30	3,48	2,54
idem 5×5	8,21	8,10	3,62	7,06	6,55	4,55	4,56	5,35	3,18	2,54
idem 6×5	9,54	8,91	3,85	5,28	5,94	4,64	5,04	4,01	2,88	2,20
Soluţie iniţială 10	21,86	27,39	35,83	32,02	12,38	33,90	15,58	6,37	30,42	76,37
idem 20	35,23	44,32	50,28	42,11	25,25	36,89	21,42	11,76	34,28	78,49
idem 30	50,12	55,25	58,58	49,61	39,23	46,36	26,13	18,65	40,52	79,58

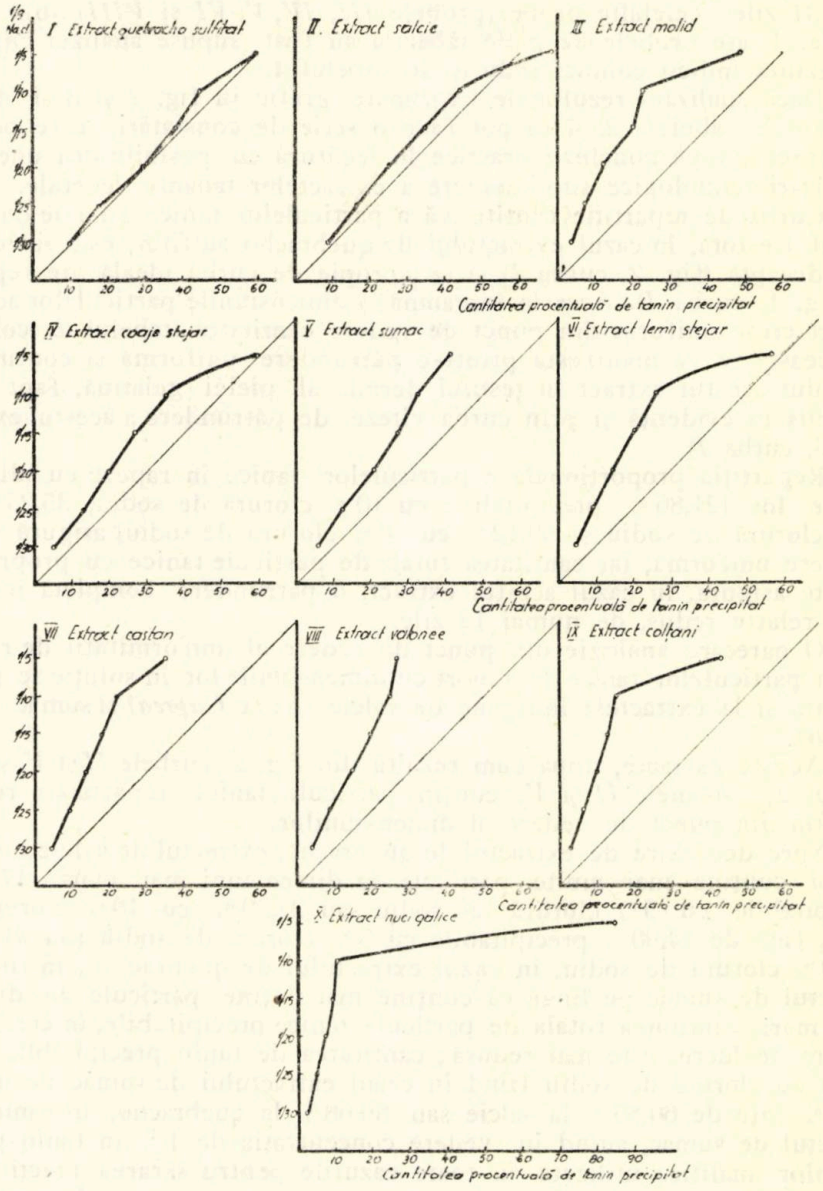


Fig. 2. — Reprezentarea grafică a repartiţiei cantitative a particulelor tanice funcţie de dimensiunile particulelor.

Probele de piele tăbăcite cu extract de quebracho şi castan (probele *I* şi *VII*) s-au prezentat complet tăbăcite şi au fost considerate ca atare după 31 zile, celelalte probe (probele *III*, *IV*, *V*, *VI* şi *VIII*) abia după 39 zile. Toate probele de piele tăbăcită au fost supuse analizei chimice şi prezintă indicii chimici indicaţi în tabelul 4.

Dacă analizăm rezultatele exprimate grafic în fig. 2 şi 3 şi datele cuprinse în tabelele 2...4 se pot face o serie de constatări, care permit a se trage cîteva concluzii practice în legătură cu posibilitatea unei caracterizări tehnologice suplimentare a extractelor tanante vegetale.

Curba de repartiţie cantitativă a particulelor tanice funcţie de diametrul acestora, în cazul extractului de quebracho sulfitat, este aproape o linie dreaptă (fig. 2, curba *1*) şi se apropie de curba ideală de repartiţie (fig. 1, curba *I*). Aceasta înseamnă că dimensiunile particulelor acestui extract cresc uniform din punct de vedere cantitativ (tabelul 2, coloana *I*); aceasta se va manifesta printr-o pătrundere uniformă şi continuă a taninului acestui extract în ţesutul dermic al pielei gelatină, fapt care este pus în evidenţă şi prin curba vitezei de pătrundere a acestui extract (fig. 3, curba *I*).

Repartiţia proporţională a particulelor tanice în raport cu dimensiunile lor (21,86% precipitabile cu 10% clorură de sodiu, 35,23% cu 20% clorură de sodiu şi 50,12% cu 30% clorură de sodiu) asigură o pătrundere uniformă, iar cantitatea totală de particule tanice cu proprietăţi tanante asigură, în cazul acestui extract, o pătrundere completă într-un timp, relativ redus, de numai 12 zile.

O oarecare analogie din punct de vedere al uniformităţii de repartiţie a particulelor tanice în raport cu dimensiunile lor în soluţie se poate constata şi la extractele indigene de salcie *(Salix Caprea)* şi sumac *(Rhus Cotinus)*.

Aceste extracte, după cum rezultă din fig. 2, curbele *II* şi *V*, şi din tabelul 2, coloanele *II* şi *V*, conţin particule tanice repartizate relativ uniform din punct de vedere al dimensiunilor.

Spre deosebire de extractul de quebracho, extractul de salcie obţinut de noi conţine mai multe particule de dimensiuni mai mari (17,11% precipitabile cu 5% clorură de sodiu sau 27,39% cu 10% clorură de sodiu, faţă de 14,90% precipitabile cu 5% clorură de sodiu sau 21,86% cu 10% clorură de sodiu, în cazul extractului de quebracho), în timp ce extractul de sumac pe lîngă că conţine mai puţine particule de dimensiuni mari, cantitatea totală de particule tanice precipitabile, în condiţiile noastre de lucru, este mai redusă; cantitatea de tanin precipitabil, fracţionat cu clorură de sodiu fiind în cazul extractului de sumac de numai 41,15% faţă de 60,85% la salcie sau 59,68% la quebracho, înseamnă că extractul de sumac, avînd în vedere concentraţia de 1% în tanin pur a soluţiilor analitice utilizate în toate cazurile pentru sărarea fracţionată, conţine particule tanice foarte fin dispersate, care nu pot fi cuprinse prin precipitare cu electrolit chiar dacă lucrăm cu concentraţii de 30 g la 100 cm^3 soluţie de extract de 1% tanin pur.

Curba vitezei de pătrundere a extractului de sumac în pielea gelatină (fig. 3, curba *V*) indică în primele 5 zile o pătrundere relativ mică pentru ca în zilele a 6-a, a 7-a, a 8-a şi a 9-a, pătrunderea să fie foarte

Tabelul 3

Viteza de pătrundere a soluțiilor de extracte tanante în pielea gelatină (% față de grosimea totală a probelor de piele gelatină)

Ziua	*I* extract quebracho	*III* extract coajă molid	*IV* extract coajă stejar	*V* extract sumac	*VI* extract lemn stejar	*VII* extract castan	*VIII* extract valonee	extract amestec *I* obținut din: 70% coajă molid + 30% coajă stejar
1	13,50	8,00	19,00	19,00	8,00	11,00	15,00	12,00
2	18,00	10,50	21,00	19,00	19,00	22,50	16,00	12,00
3	22,50	18,00	21,00	24,00	20,00	23,00	22,50	20,00
4	27,50	23,00	20,00	—	21,00	—	22,00	—
5	—	27,00	22,00	24,00	28,00	28,00	25,50	26,00
6	36,00	27,00	22,00	28,00	32,00	28,00	25,00	29,00
7	38,00	27,50	29,50	45,00	36,00	33,00	29,00	29,00
8	44,00	27,50	—	—	—	36,00	33,00	29,00
9	47,50	32,00	34,00	47,00	43,00	36,50	40,00	32,00
10	47,00	—	35,50	nu se poate	—	39,00	—	34,00
11	52,23	33,00	—	citi, estompată	—	42,00	44,00	34,00
12	100,00	39,00	—	pătrunderea	52,00	46,50	45,50	43,00
13	—	39,50	37,00	100,00	52,00	46,00	48,00	50,00
14	—	—	43,00	—	100,00	48,50	52,00	50,00
15	—	39,00	43,00	—	—	49,00	100,00	100,00
16	—	—	demarcație	—	—	100,00	—	—
17	—	39,00	estompată	—	—	—	—	—
18	—	—	100,00	—	—	—	—	—
19	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	100,00	—	—	—	—	—	—

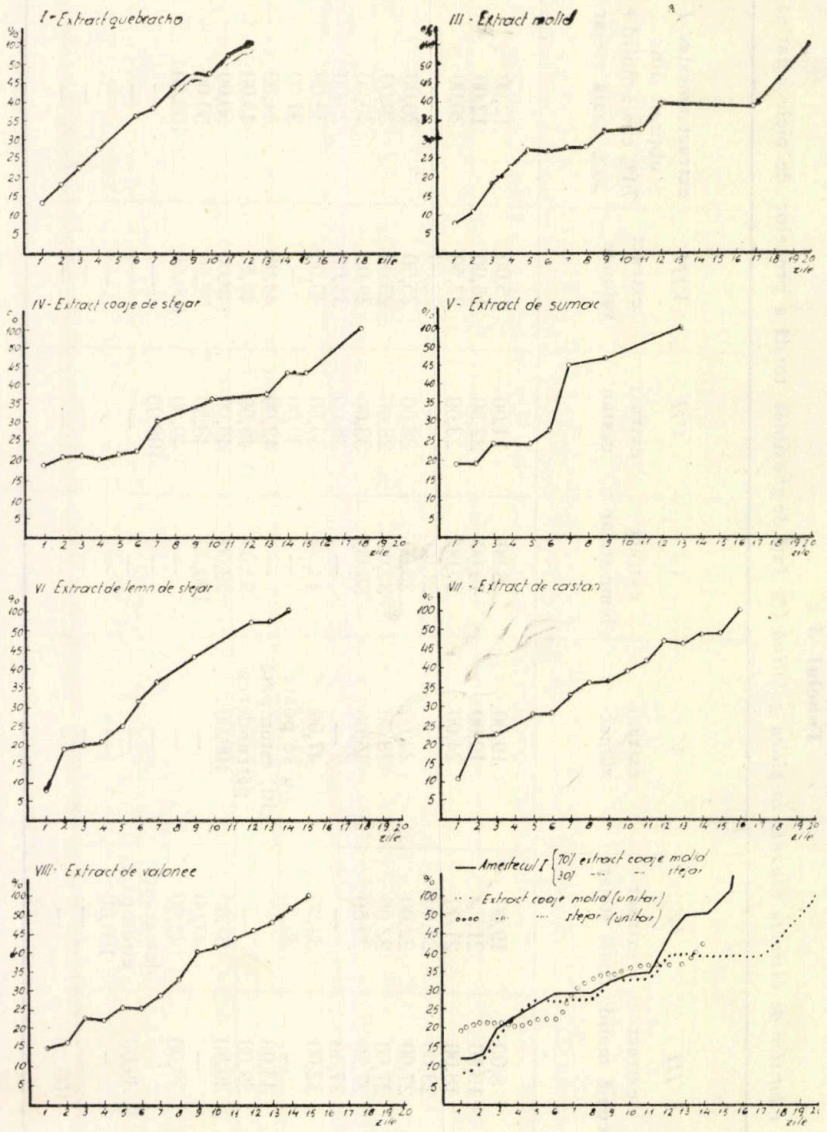


Fig. 3. — Reprezentarea grafică a vitezei de pătrundere a extractelor studiate, în ţesutul dermic.

Tabelul 4

Caracterizarea chimică a probelor de piele tăbăcită

Date analitice	Proba *I* tăbăcită cu extract quebracho sulfitat	Proba *III* tăbăcită cu extract coajă molid	Proba *IV* tăbăcită cu extract coajă stejar	Proba *V* tăbăcită cu extract sumac	Proba *VI* tăbăcită cu extract lemn stejar	Proba *VII* tăbăcită cu extract castan	Proba *VIII* tăbăcită cu extract valonee	Proba tăbăcită cu amestec *I* format din: 70% extr. coajă molid + 30% coajă stejar
Umiditate (%)	18,00	18,00	18,00	18,00	18,00	18,00	18,00	18,00
Cenușă (%)	1,48	0,82	0,72	0,52	0,54	0,51	0,40	1,02
Solubile totale (%)	11,32	11,12	11,87	7,55	6,02	8,43	9,83	9,48
Substanță dermică (%)	43,19	44,13	40,59	43,76	44,62	47,57	41,33	44,68
Grăsime (%)	1,83	1,15	0,79	1,24	1,42	1,23	1,01	1,12
Tanin combinat (%)	25,24	24,78	28,03	28,93	29,40	24,26	29,43	25,70
Indice de tanaj	58,46	61,74	68,88	65,96	65,74	50,89	71,03	57,61

rapidă (care se datoreşte particulelor pe care le-am putut identifica prin sărarea fracţionată), în zilele 10...12 pătrunderea fiind aproape de 100%. Tăbăcirea completă cu acest extract se realizează abia după 39 de zile tocmai datorită cantităţii relativ reduse de particule tanice de dimensiuni mai mari, deci astringente.

Datorită unei repartiţii cantitativ uniforme a particulelor tanice extractele indigene de salcie şi sumac trebuie considerate din punct de vedere al comportării tehnologice ca extracte „dulci", ca şi extractul de quebracho sulfitat, adică extracte cu posibilităţi de folosire în concentraţii mai mari ale zemurilor, la începutul tăbăcirii, care însă în stadiul final vor realiza o tăbăcire mai lentă sau chiar insuficientă.

Extractul de molid indigen prezintă o curbă de repartiţie cantitativă a particulelor tanice funcţie de dimensiunile lor (fig. 2, curba *III*), care se caracterizează printr-o porţiune puternic ascendentă (care oglindeşte prezenţa de particule a căror dimensiuni cresc repede în raport cu cantitatea lor (tabelul 2, coloana *III*), 3,85% precipitabile cu 6×5% clorură de sodiu, 3,62% precipitabile cu 5×5% clorură de sodiu şi 4,8% precipitabile cu 4×5% clorură de sodiu) după care curba se înclină uşor (8,00% tanin precipitabil cu 3×5% clorură de sodiu), spre a prezenta din nou o porţiune puternic ascendentă, urmată de o înclinare a curbei în zona particulelor astringente (25,5% particule cu 5% clorură de sodiu). Alura curbei de repartiţie cantitativă a particulelor tanice în soluţie, funcţie de dimensiuni, în cazul extractului de molid indică o neuniformitate a acestei repartiţii. Aceasta se va oglindi printr-o viteză de difuzie a acestui extract în piele, de asemenea neuniformă, difuzie ce va prezenta stagnări în timp, fapt care iese foarte clar în evidenţă din curba experimentală a vitezei de difuzie (fig. 3, curba *III*).

Extractele de coajă şi lemn de stejar indigene obţinute de noi prezintă curbe de repartiţie cantitativă a particulelor tanice funcţie de dimensiunile lor, care în domeniul particulelor de dimensiuni reduse indică o repartiţie uniformă (fig. 2, curbele *IV* şi *VI*; tabelul 2 coloanele *IV* şi *VI*); ambele extracte conţin însă particule astringente în cantitate mare în raport cu particulele puţin astringente, cantitatea lor crescînd brusc (de la 8,28% precipitabile cu 2×5% clorură de sodiu, la 23,72% precipitabile cu 5% clorură de sodiu în cazul extractului de coajă de stejar, şi de la 5,75% precipitabile cu 2×5% clorură de sodiu, la 30,33% precipitabile cu 5% clorură de sodiu în cazul extractului de lemn de stejar). Aceasta determină o difuzie rapidă a extractului de lemn de stejar (fig. 3, curba *VI*), chiar de la începutul tăbăcirii, fără stagnări, prin care se realizează un indice de tăbăcire al probei foarte ridicat (v. tabelul 4) de 65,74%, ceea ce indică liofilia scăzută a particulelor mari ale acestui extract; extractul de coajă de stejar, sub acest aspect al pătrunderii, se manifestă printr-o pătrundere lentă cu oarecari stagnări. Repartiţia cantitativă a particulelor tanice ale ambelor extracte, sub aspectul dimensiunilor lor, permite utilizarea lor chiar în primele faze ale tăbăcirii, cu condiţia ca zemurile să fie suficient de diluate, deci sărace în particule astringente, care la aceste extracte sînt în cantitate apreciabilă în raport cu extractele dulci.

Spre deosebire de extractele de coajă şi lemn de stejar, extractul de castan, deşi prezintă o curbă de repartiţie cantitativă a particulelor funcţie de dimensiuni, relativ dreaptă în porţiunea particulelor cu astringenţe mici şi medii, în porţiunea particulelor tanice cu astringenţă mare se caracterizează prin o prezenţă cantitativă mult mai redusă de particule tanice de dimensiuni mari (numai 12,99% precipitabile cu 5% clorură de sodiu). Această repartiţie determină şi o viteză de difuzie uniformă de altfel ca şi în cazul extractului de coajă de stejar, cu oarecari stagnări, care în stadiul final este mult mai lentă dar progresivă în raport cu extractul de lemn de stejar şi chiar cu cel de coajă de stejar (tabelul 3, coloanele *IV*, *VI* şi *VII*).

Extractul de castan, după cum rezultă din tabelul 2, coloana *VII*, prezintă particule tanice precipitabile relativ puţin numeroase în condiţiile noastre de lucru deci în soluţia acestui extract sînt prezente particule foarte puternic dispersate; prezenţa în cantitate suficientă a particulelor astringente (12,99% precipitabile cu 5% clorură de sodiu) permite o tăbăcire completă a pielei după 31 zile ca şi în cazul extractului de quebracho, spre deosebire de toate celelalte extracte cercetate.

Extractul de valonee prezintă o repartiţie cantitativă uniformă a particulelor tanice funcţie de dimensiunile lor, creşterea diametrelor particulelor nefiind însă lină ca în cazul extractelor dulci (fig. 2, curba *VIII*), ceea ce înseamnă că deşi numărul particulelor tanice cu astringenţă mereu crescîndă creşte uniform, cantitatea lor este totuşi mică în raport cu întreaga cantitate de particule tanice din soluţie. Deşi în cantitate relativ mică, particulele tanice precipitabile cu sare ale acestui extract pătrund repede şi se fixează pe fibra dermică (15% pătrundere chiar după 24 ore) fiind după toate aparenţele mai puţin hidrofile; soluţiile de extract de valonee conţin însă în cantitate foarte mare, în raport cu toate celelalte extracte, particule de dimensiuni mici (neprecipitabile chiar cu 30% clorură de sodiu), care permit ca atunci cînd extractul este sub formă de soluţie foarte diluată să se poată realiza o pătrundere foarte bună şi completă a pielei gelatină, fără stagnări.

Curba vitezei de pătrundere a extractului de valonee (fig. 3, curba *VIII*) indică, ca şi curba de repartiţie cantitativă a particulelor tanice funcţie de dimensiuni, o pătrundere destul de rapidă, cel puţin în condiţiile în care s-a lucrat.

Extractele de colţani şi nuci galice obţinute de noi din materialele tanante respective, prezintă curbe de repartiţie cantitative a particulelor funcţie de dimensiunile lor (fig. 2, curbele *IX* şi *X*) care indică o creştere continuă dar bruscă a diametrului particulelor precipitabile cu cantităţile de 6×5; 5×5; 4×5; 3×5 şi 2×5% clorură de sodiu la 100 ml soluţie tanică; cantităţile procentuale ale particulelor precipitate în aceste limite de electrolit sînt reduse în raport cu toate celelalte extracte studiate, cantitatea de particule cu dimensiuni mari fiind foarte mare (27,32% precipitabile cu 5% clorură de sodiu în cazul extractului de colţani şi 73,75% precipitabile cu 5% clorură de sodiu în cazul extractului de nuci galice). Această repartiţie va determina o astringenţă foarte pronunţată a extractelor şi deci utilizarea lor într-o fază de tăbăcire cînd pielea este deja în parte tăbăcită.

Pentru a urmări dacă repartiţia cantitativă a particulelor tanice funcţie de dimensiunile lor poate să dea indicaţii şi asupra modului de comportare la tăbăcire a extractelor tanante în amestec, am aplicat metoda sărării fracţionate pentru cîteva amestecuri de extracte, datele ob-

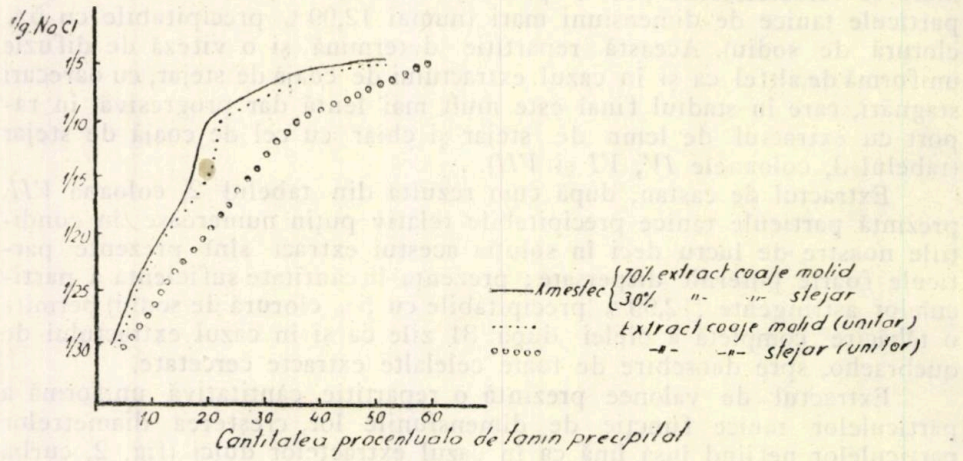


Fig. 4. — Reprezentarea grafică a repartiţiei cantitative a particulelor tanice ale amestecului *I*

ţinute fiind sistematizate în tabelul 5 şi reprezentate grafic în fig. 4, 5, 6, curba vitezei de pătrundere a amestecului *I* obţinut din 70% extract de coajă de molid + 30% extract de coajă de stejar fiind reprezentată în fig. 3, curba amestecului *I*.

Tabelul 5

Cantităţi procentuale de tanin precipitat prin cantităţi variabile de electrolit (obţinute prin sărare fracţionată cu clorură de sodiu)

Cantitatea de ClNa (g la 100 ml sol. tanică de 1%)	Tanin precipitat din 100 ml soluţie de extract (% faţă de taninul total)			
	Amestecul *I* 70% extr. coajă molid + 30% extr. coajă stejar	Amestecul *II* 50% extr. coajă molid + 50% extr. lemn stejar	Amestecul *III* 33% extr. coajă molid + 33% extr. lemn stejar + 33% extr. valonee	Amestecul *IV* 25% extr. coajă molid + 25% extr. lemn stejar + 25% extr. valonee + 25% extr. quebracho sulfitat
în sol. iniţială 5	32,81	27,39	23,70	19,68
în filtrat 2 × 5	3,46	5,49	4,77	5,57
idem 3 × 5	4,83	5,15	5,31	5,78
idem 4 × 5	5,46	5,36	5,31	6,31
idem 5 × 5	3,55	5,49	5,04	6,36
idem 6 × 5	3,28	4,15	5,04	6,04
în sol. iniţială 10	37,70	32,89	29,98	26,31
idem 20	56,06	39,53	38,45	36,92
idem 30	63,74	53,40	43,34	44,29

Dacă se compară distribuţia cantitativă a particulelor tanice funcţie de dimensiuni, a unui extract amestec obţinut din 70% coajă de molid + 30% coajă de stejar, cu cea a extractelor unitare respective (tabelul 5, coloana *I* şi tabelul 2, coloanele *III* şi *IV*) se constată o influenţă reciprocă a acestor doi tananţi, care se manifestă printr-o agregare a parti-

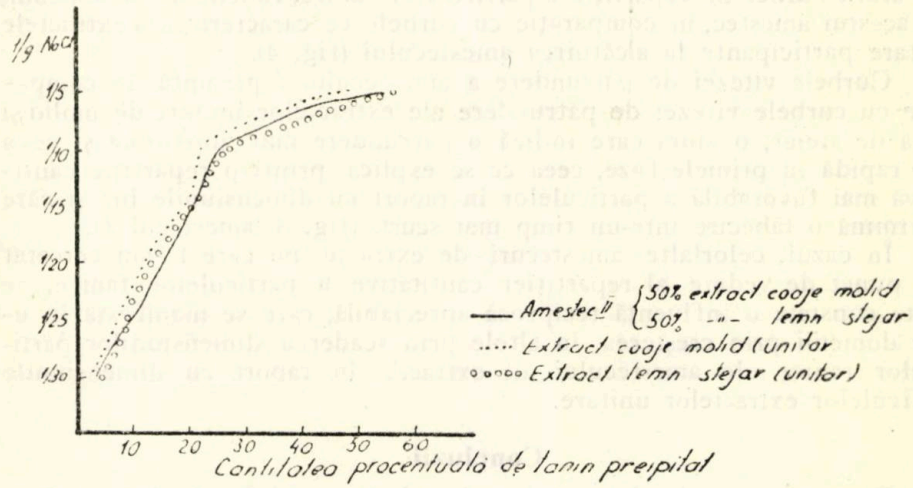


Fig. 5. — Reprezentarea grafică a repartiţiei cantitative a particulelor tanice ale amestecului *III*.

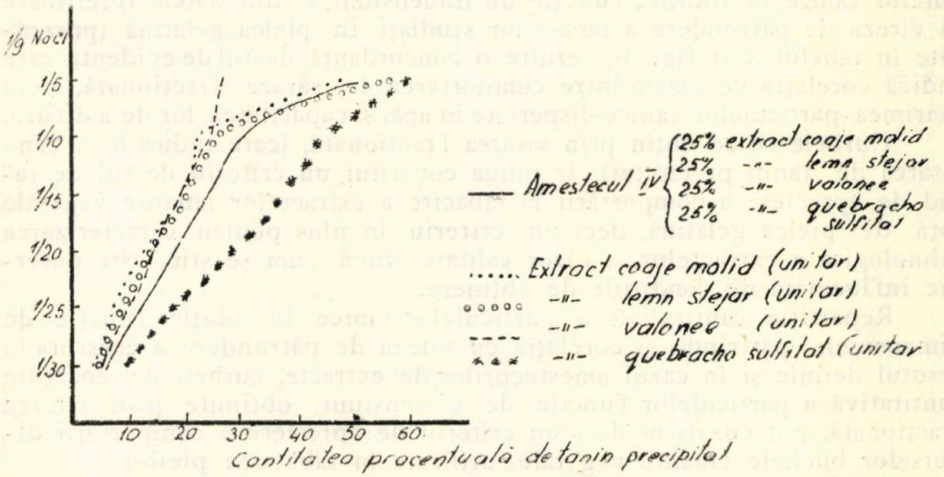


Fig. 6. — Reprezentarea grafică a repartiţiei cantitative a particulelor tanice ale amestecului *IV*.

culelor de dimensiuni mai mici la particule de dimensiuni mai mari, agregare ce se face atît pe seama particulelor cu dimensiuni precipitabile cu clorură de sodiu cît şi a particulelor de dimensiuni mici, care în cazul extractelor unitare respective nu erau cuprinse de precipitare, (cantitatea de particule precipitabile cu 5% clorură de sodiu fiind în

cazul amestecului — de 32,81%, în cazul coajei de molid—de 25,50% şi în cazul coajei de stejar — de 23,72%), iar cantitatea totală de particule tanice precipitate cu cantitatea maximă de clorură de sodiu (30 g) fiind de 58,58% în cazul extractului de molid, 49,61% în cazul extractului de coajă de stejar şi 63,74% în cazul extractului amestec, ceea ce rezultă din alura curbei de repartiţie a particulelor tanice, funcţie de dimensiuni, ale acestui amestec, în comparaţie cu curbele ce caracterizează extractele unitare participante la alcătuirea amestecului (fig. 4).

Curbele vitezei de pătrundere a amestecului *I* prezintă, în comparaţie cu curbele vitezei de pătrundere ale extractelor unitare de molid şi coajă de stejar, o alură care indică o pătrundere mai uniformă şi ceva mai rapidă în primele faze, ceea ce se explică printr-o repartiţie cantitativă mai favorabilă a particulelor în raport cu dimensiunile lor şi care determină o tăbăcire într-un timp mai scurt, (fig. 3, amestecul *I*).

În cazul celorlalte amestecuri de extracte pe care le-am cercetat din punct de vedere al repartiţiei cantitative a particulelor tanice, se poate constata o influenţă reciprocă apreciabilă, care se manifestă în unele domenii prin creşterea, în altele prin scăderea dimensiunilor particulelor tanice ale amestecului de extracte, în raport cu dimensiunile particulelor extractelor unitare.

Concluzii

Din analizarea datelor cuprinse în tabelele 2 şi 5, a curbelor reprezentate în fig. 2, 4, 5 şi 6, care se referă la repartiţia cantitativă a particulelor tanice în soluţie, funcţie de dimensiuni, şi din datele referitoare la viteza de pătrundere a tananţilor studiaţi în pielea gelatină (prezentate în tabelul 3 şi fig. 3), rezulte o concordanţă destul de evidentă care indică corelaţia ce există între comportarea la sărare fracţionată, deci mărimea particulelor tanice dispersate în apă, şi capacitatea lor de a difuza.

Curbele ce se obţin prin sărarea fracţionată, (care indică în % cantitatea de tanin precipitat), ar putea constitui un criteriu destul de rapid de apreciere a comportării la tăbăcire a extractelor tanante vegetale faţă de pielea gelatină, deci un criteriu în plus pentru caracterizarea tehnologică a extractelor, a căror calitate, după cum se ştie, este puternic influenţată de condiţiile de obţinere.

Repartiţia cantitativă a particulelor tanice în soluţie funcţie de dimensiuni, păstrîndu-şi corelaţia cu viteza de pătrundere a acestora în ţesutul dermic şi în cazul amestecurilor de extracte, curbele de repartiţie cantitativă a particulelor funcţie de dimensiuni, obţinute prin sărarea fracţionată, pot constitui deci un criteriu de apreciere a comportării diverselor buchete tanante vegetale, utilizate în tăbăcirea pieilor.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia pieilor,
blănurilor şi materiilor tanante

BIBLIOGRAFIE

1 Pavlovici P., *Die Gerbextrarte*, 1929.
2. Jakimov P. A., Collegium, 1928, S. 426

3. Stather F., Herfeld H., Schopel H., Collegium, 1939, S. 561.
4. Strub C., Drabic-Iaroşinschi I., Maga C., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1954, V, *1—2*, pp. 172—187.
5. Alexa Gh., Strub C., Maga C., Drabic-Iaroşinschi I., Ibid., 1954, V, *3—4*, pp. 173—187.
6. Stather F., Herfeld H., Angew. Chemie, 1945, Beiheft, S. 53.
7. Strub C., Maga C., Drabic-Iaroşinschi I., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, 1954, V, *1—2*, pp. 173—178.
8. Alexa Gh., Drabic-Iaroşinschi I., Maga C., Strub C., Burghelea Gh., Ibid., Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 105—125.
9. Drabic-Iaroşinschi I., Strub C., Maga C., Burghelea Gh., Ibid. Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 129—143.
10. Strub C., Drabic-Iaroşinschi I., Maga C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *3—4*, pp. 229—235.
11. * * * *International Society of Leather Trades Chemists. Official methodes of analysis*, London, 1938, pp. 8—22.
12. Küntzel A., *Gerbereichemisches Taschenbuch*, 1943, S. 141, 143.
13. Herfeld H., Ges. Abh. d. Deutschen Lederinstituts, 1949, *2*, S. 21.
14. Glozic B., Das Leder, 1957, S. 57.

ОТНОСИТЕЛЬНО ПОЛИДИСПЕРСИИ РАСТИТЕЛЬНЫХ ЭКСТРАКТОВ В РОСТВОРЕ

(Резюме)

Экстракты растительных танинов в растворе представляют собой полидисперсные системы, состоящие из веществ, молекулы которых растворимы — танины собственно говоря, — имеющие более или менее коллоидальные свойства и частицы танинов растворимые при нагревании, которые при охлаждении раствора выпадают в виде нерастворимого осадка.

В данной работе авторы определили экспериментальным путем характерные кривые для всех составных танинных экстрактов.

В заключении авторы указывают что характерные кривые для танинных частиц могут служить критерием для дубильных свойств данных танинных экстрактов, как для каждого в отдельности, так и для всех вместе.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Количественное представление частиц полидисперсной коллоидальной системы.
Рис. 2. — Графическое представление количественного распределения танинных частиц в зависимости от их размеров.
Рис. 3. — Графическое представление скорости проникания в дермическую ткань исследованных экстрактов.
Рис. 4. — Графическое представление количественного распределения танинных частиц смеси *I*.
Рис. 5. — Графическое представление количественного распределения танинных частиц смеси *III*.
Рис. 6. — Графическое представление количественного распределения танинных частиц смеси *IV*.

SUR LE CARACTÈRE DE POLYDISPERSITÉ DES SOLUTIONS DES EXTRAITS TANNANTS VÉGÉTAUX

(Résumé)

Les solutions des extraits tannats représentent des systèmes polydisperses formés par des substances moléculaires disperses, des substances colloïdales disperses, représentant des tanins solubles à dimensions variées et des substances grossièrement disperses,

solubles seulement à chaud et qui par refroidissement se déposent, comme substances insolubles.

Dans le présent travail les Auteurs déterminent par voie expérimentale les courbes dans lesquelles s'inscrivent les caractéristiques de tous les composants des extraits tannants, fonction de leur dimension ; c'est ainsi que ces courbes peuvent fournir un critérium d'appreciation du comportement au tannage des extraits tannants.

Explication des figures

Fig. 1. — La répartition quantitative des particules d'un système colloïdal polydisperse.
Fig. 2. — La représentation graphique de la répartition quantitative des particules tanniques en fonction des dimensions des particules.
Fig. 3. — La représentation graphique de la vitesse de pénétration des extraits étudiés dans le tissu dermique.
Fig. 4. — La représentation graphique de la répartition quantitative des particules tanniques du mélange *I*.
Fig. 5. — La représentation graphique de la répartition quantitative des particules tanniques du mélange *III*.
Fig. 6. — La représentation graphique de la répartition quantitative des particules tanniques du mélange *IV*.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 621.317.335 ; 621.317.374

MĂSURAREA PARAMETRILOR CONDENSATOARELOR CU PIERDERI FOLOSIND PRINCIPIUL DEFAZĂRII A DOI CURENŢI LA 90°

DE

GH. SAVIN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

I. Introducere

Într-o lucrare anterioară [1] s-a arătat că măsurarea inductanţelor şi capacităţilor se poate efectua, în condiţii experimentale avantajoase, folosind principiul defazării a doi curenţi la 90°.

Circuitul din fig. 1 comportă pe una din derivaţii o bobină de inductanţă L şi rezistenţă r în serie cu rezistenţa R, iar pe a doua derivaţie o capacitate C în serie cu rezistenţa R_B. Considerînd că circuitul se alimentează cu tensiunea $u=\sum_{1}^{\infty}\sqrt{2}U_n \sin(n\omega t-\psi_n)$, condiţia de cuadratură se poate exprima pentru fiecare armonică a celor doi curenţi derivaţi. Astfel, pentru armonica de rang n relaţia fundamentală este :

$$\underline{I}_{An}=jk\,\underline{I}_{Bn}, \tag{1}$$

unde : $\underline{I}_{An}=\underline{U}_n/(R_A+jn\omega L)$ şi $\underline{I}_{Bn}=\underline{U}_n/[R_B+1/(jn\omega C)]$; s-a notat $R_A=r+R$.

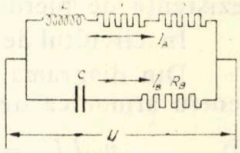


Fig. 1

După înlocuiri şi efectuarea calculelor, se obţine :

$$L=CR_A R_B. \tag{2}$$

Din relaţia (2) rezultă că determinările de inductanţe sau capacităţi în funcţie de ceilalţi parametri se pot efectua atît în regim permanent armonic cît şi în regim permanent nearmonic, deoarece cuadratura se realizează simultan pentru toate armonicele curenţilor—mărimea de măsurat rezultă ca fiind independentă de frecvenţe. Prin efectuarea calculului erorilor s-a arătat că precizia măsurărilor este maximă dacă primele armonice ale curenţilor I_A şi I_B sîn defazate la 45° faţă de prima armonică a tensiunii.

Pentru sesizarea corectă a cuadraturii am folosit indicatorul de fază electrodinamic, electrometrul cu cadrane, indicatorul de fază compensat şi oscilograful catodic montat ca indicator sensibil la fază.

2. Determinarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi

a) *Generalităţi.* Prin aplicarea unei tensiuni sinusoidale la bornele unui condensator cu pierderi, curentul este defazat ca un unghi mai mic decît 90°, (90°—δ) ; puterea disipată $P=UI\cos\varphi=UI\sin\delta$ reprezintă pierderile în condensator.

Condensatorul cu pierderi se reprezintă, fie prin schemele clasice (fig. 2) — condensator ideal în serie cu o rezistenţă sau şuntat cu o rezistenţă—, fie printr-un condensator ideal în serie cu o rezistenţă care simbolizează pierderile în dielectric, iar ansamblul şuntat de o a doua rezistenţă, care simbolizează pierderile prin conducţie [2].

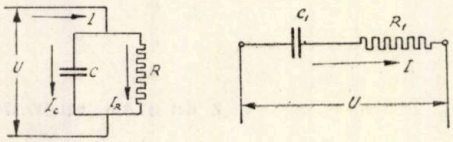


Fig. 2

Pierderile de energie în dielectricul condensatorului real căruia i s-a aplicat o tensiune alternativă se estimează, fie prin unghiul pierderilor dielectrice δ sau tangenta acestui unghi ($\mathrm{tg}\delta$), fie prin componenta ε'' a permitivităţii dielectrice complexe [3].

Schemele din fig. 2 sînt echivalente dacă la egalitatea impedanţelor vor fi egale atît componentele lor active cît şi cele reactive. Echivalenţa schemelor se exprimă prin relaţiile:

(3) $$P=UI\cos\varphi=U^2/R=U^2\omega C\,\mathrm{tg}\,\delta, \text{ unde } \mathrm{tg}\,\delta=1/(\omega CR)$$

şi

(4) $$P=UI\cos\varphi=U^2R_1/Z_1^2=U^2\omega C_1\,\mathrm{tg}\delta/(1+\mathrm{tg}^2\delta), \text{ unde } \mathrm{tg}\delta=\omega C_1R_1.$$

Rezultă deci:

(5) $$C=C_1/(1+\mathrm{tg}^2\delta) \quad \text{şi} \quad R=R_1(1+1/\mathrm{tg}^2\delta).$$

Pentru condensatoarele cu pierderi mici în dielectric se poate neglija $\mathrm{tg}^2\delta$ faţă de 1; în acest caz $C=C_1$ şi expresia puterii disipate în dielectric este aceeaşi pentru ambele scheme:

(6) $$P=U^2\omega C\,\mathrm{tg}\delta.$$

Capacitatea condensatoarelor cu pierderi dielectrice mari în cîmp electric alternativ este o mărime convenţională în funcţie de alegerea schemei echivalente (v. relaţiile (5)). Parametrul care nu depinde de alegerea schemei este unghiul de pierderi [4], [5]

b) *Utilizarea defazării curenţilor la 90° în scopul măsurării parametrilor condensatoarelor cu pierderi.* Schema condensatorului cu pierderi care poate fi luată în considerare este cea serie (condensator perfect în serie cu rezistenţa de pierderi).

În circuitul de măsurare (fig. 3) s-a notat cu r_p rezistenţa de pierderi.

Din diagrama vectorială a curenţilor şi tensiunilor (fig. 4), trasată pentru armonica de rang n, rezultă:

(7) $n\omega LI_{An}=(R_B+r_p)I_{Bn}$, (8) $(R+r)I_{An}=[1/n\omega C)]\,I_{Bn}$.

Din relaţiile (7) şi (8) se obţine:

(9) $r_p=n\omega LI_{An}/I_{Bn}-R_B$, (10) $n\omega C=(1/R_A)(I_{Bn}/I_{An})$, unde $R_A=r+R$.

În consecinţă, dacă în momentul realizării cuadraturii curenţilor se cunoaşte şi raportul celor doi curenţi, este posibilă determinarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi.

Indicatorul de fază electrodinamic poate folosi, în principiu, la determinarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi. Precizia determinărilor este legată de posibilitatea cunoaşterii exacte a cuadraturii şi a raportului curenţilor I_A şi I_B.

În condiţiile noastre de lucru, folosind ca indicator de fază un wattmetru „Metra" avînd caracteristicile: bobina fixă $I=0{,}5/1$ A şi bobina mobilă 0,03 A, clasa de precizie 0,5, s-au putut măsura capacităţi

în domeniul $10^{-2}...10^{2}$ μF. Determinările unghiului de pierderi, pentru pierderi mici, s-au făcut cu erori mari din cauza dificultăţilor ivite la măsurarea exactă a raportului celor doi curenţi.

Folosirea electrometrului cu cadrane la măsurarea parametrilor condensatoarelor cu pierderi necesită o sursă de tensiune constantă. Determinările în acest caz se pot face şi în audiofrecvenţă, domeniul de măsurare fiind $10^{-3}...10^{2}$ μF. Semnalăm aceleaşi dificultăţi la determinarea unghiului de pierderi ca şi pentru cazul precedent.

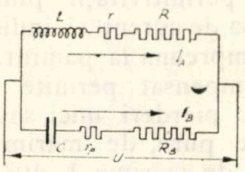


Fig. 3

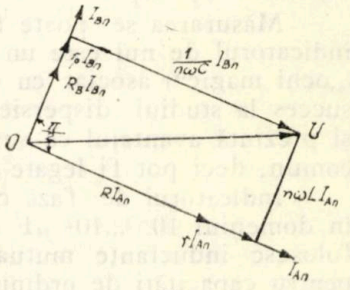


Fig 4

Schema de măsurare care foloseşte indicatorul de fază compensat (fig. 5) permite determinarea concomitentă atît a cuadraturii cît şi a raportului celor doi curenţi (schema folosită pentru prima dată de Carey Foster [7] pentru măsurarea inductanţelor mutuale şi apoi de W. Geyger [8] pentru măsurarea capacităţii şi unghiului de pierderi, apare ca un caz particular în metoda generală propusă de noi). Pentru efectuarea măsurărilor indicăm următoarea tehnică:

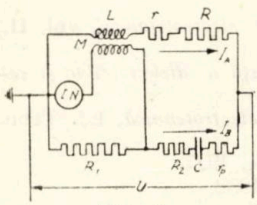


Fig. 5

a) se fixează rezistenţa R la o valoare pentru care unghiul φ_A este de aproximativ 45°, ($\operatorname{tg}\varphi_A = \omega L/(r+R)$); în acest mod măsurarea se efectuează în condiţiile preciziei maxime [1];

b) se variază rezistenţele R_1 şi R_2 pînă ce se obţine anularea curentului în indicatorul de nul. În această situaţie, aplicînd legile lui Kirchhoff pentru armonicele de rang n ale curenţilor, se pot scrie următoarele relaţii:

$$M/C = R_A R_1, \quad M/L = R_1/R_B' . \tag{13}$$

în care: $R_A = r+R$, $R_B = R_1+R_2$, $R_B' = R_B + r_p$.

Deci

$$C = M/(R_A R_1), \quad r_p = R_1 L/M - R_B \text{ şi } \operatorname{tg}\delta = \omega C r_p . \tag{14}$$

O condiţie absolut necesară pentru efectuarea unor determinări precise este ca inductanţa mutuală să fie „pură", deoarece numai în acest caz f. e. m. din secundar este defazată cu 90° faţă de curentul din primar [9, p. 145].

Se poate folosi şi o metodă de substituţie prin care se fac determinări deosebit de precise, chiar dacă inductanţa mutuală este impură. Măsurarea se efectuează în următoarele etape:

a) se montează iniţial în circuit condensatorul cu pierderi şi se stabileşte echilibrul prin variaţia rezistenţelor R_1 şi R_2;

b) se înlocuieşte condensatorul cu pierderi cu un altul etalon, variabil, şi menţinînd la valoarea iniţială rezistenţa R_1 se modifică capa-

citatea condensatorului etalon şi rezistenţa R_2 (la valoarea R'_2) pînă ce se restabileşte echilibrul; rezistenţa de pierderi va rezulta din diferenţa valorilor $R'_2 - R_2$.

Măsurarea se poate face într-un domeniu larg de frecvenţe dacă indicatorul de nul este un oscilograf catodic sau un indicator de acord („ochi magic") asociat cu un amplificator. Metoda poate fi folosită cu succes la studiul dispersiei permitivităţii pînă la frecvenţa de 50 kHz şi prezintă avantajul că sursa de curent şi indicatorul de nul au un punct comun, deci pot fi legate împreună la pămînt.

Indicatorul de fază compensat permite determinarea capacităţilor în domeniul $10^{-3}...10^{2}$ μF cu pierderi mici sau cu pierderi mari, dacă se folosesc inductanţe mutuale pure, de mărimi corespunzătoare. Astfel, pentru capacităţi de ordinul de mărime $1...10^{2}$ μF este necesară o inductanţă mutuală de ordinul 10^{-1} H, iar pentru domeniul $10^{-3}...1$ μF, o inductanţă mutuală de 10^{-3} H.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice,
Laboratorul de măsuri electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Савин Г., Изм. техн., 1961, (sub tipar).
2. Bonifas H., R. G. E., 1953, **62**, p. 129.
3. Neiman L. R., Kalantarov P. L., *Bazele teoretice ale electrotehnicei*, vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
4. Maznin A. N. ş. a., *Încălzirea prin curenţi de înaltă frecvenţă a dielectricilor şi semiconductorilor*, EES, Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
5. Bogorodiţki N. P. ş. a., *Materiale folosite în industria electrotehnică*, Ed. Tehn. Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
7. Giebe E., *Handbuch der Physik*, Bd. **XVI**, J. Springer, Berlin, 1927.
8. Linker A., *Elektrotechnische Messkunde*, J. Springer, Berlin, 1932.
9. Bigorgne R., *Mesures Électriques*, t. **II**, Eyrolles, Paris, 1948.

ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ КОНДЕНСАТОРОВ С ПОТЕРЯМИ, ПОЛЬЗУЯ ПРИНЦИП УГЛА СДВИГА ФАЗ МЕЖДУ ДВУМЯ ТОКАМИ В 90°

(Резюме)

Указывается возможность измерения емкости, пользуя схему с двумя параллельно соединенными цепями, приведением угла сдвига фаз между указанными токами к 90°. Определением соотношения этих двух токов могут быть измеряемы параметры конденсаторов с потерями.

LA MESURE DES PARAMÈTRES DES CONDENSATEURS À PERTES EN UTILISANT LE PRINCIPE DU DÉPHASAGE DE DEUX COURANTS À 90°

(Résumé)

On montre la possibilité de mesurer la capacité en utilisant une schème à deux circuits en dérivation, en portant les deux courants en quadrature. Par la détermination supplémentaire du rapport des deux courants on peut mesurer les paramètres des condensateurs à pertes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 621.318.134

PROPRIETĂŢILE DIELECTRICE ALE UNOR AMESTECURI HETEROGENE DE FERITE ŞI ULEI DE PARAFINĂ

DE

EMIL LUCA şi N. REUS

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Consideraţii generale

Printre cercetările experimentale asupra proprietăţilor dielectrice a diverselor amestecuri heterogene, formate dintr-un constituent polar şi unul nepolar, pot fi citate, în special, lucrările lui M. Leismann [1], care studiază amestecurile heterogene de ulei de parafină şi suspensii de KCl sau sare Seignette, K. Kamiyoshi [2], care studiază amestecurile heterogene cu pudră de NaCl, E. Lăzărescu [3], care în 1958 întreprinde la noi în ţară unele cercetări asupra proprietăţilor dielectrice ale amestecului heterogen de parafină şi sare Seignette, R. Guillien [4], care studiază proprietăţile dielectrice ale amestecurilor heterogene cu pudră de $PbCl_2$ de diverse forme etc. În toate aceste lucrări se arată că proprietăţile dielectrice ale amestecurilor variază simţitor în comparaţie cu cele ale constituenţilor.

Deoarece în două lucrări anterioare [5], [6], unul din noi s-a ocupat cu studiul proprietăţilor dielectrice ale unor ferite, trasînd curba dispersiei polarizării la feritele de Mn-Zn şi la feritele de Ba cu adaus de Bi_2O_3, în această lucrare ne propunem să cercetăm modul cum variază permitivitatea ε' şi pierderile dielectrice, exprimate prin $\operatorname{tg}\delta$, a amestecurilor heterogene de ulei de parafină şi ferită Mn-Zn sau ferită de Ba cu adaus de Bi_2O_3 luate în pudră, funcţie de concentraţia în ferită a amestecului, pentru o frecvenţă determinată, sau modul cum variază ε' şi $\operatorname{tg}\delta$ ale amestecului heterogen funcţie de frecvenţă pentru o concentraţie dată. De asemenea ne propunem să determinăm experimental şi variaţia lui ε' şi $\operatorname{tg}\delta$ funcţie de temperatura amestecului heterogen.

2. Procedeul experimental

Amestecurile heterogene utilizate sînt formate dintr-un constituent nepolar, uleiul de parafină, şi un constituent polar, pudra de ferită.

Măsurările experimentale s-au efectuat în gama frecvenţelor 100 Hz...10 MHz, intervalul de temperatură fiind cuprins între — 30°C şi 15° C. Pentru valori ale temperaturii mai mici de — 30°C, ε' şi $\operatorname{tg}\delta$ ale amestecului nu mai variază sensibil, iar pentru valori ale temperaturii mai mari de 15°C fluiditatea uleiului de parafină devine atît de mare încît pudra de ferită din amestecul heterogen cercetat are tendinţa de separare rapidă. Concentraţiile pentru care s-au făcut determinările

experimentale au fost cuprinse între 5% şi 25%. Aceste valori au fost determinate de considerente teoretice. Măsurările experimentale au fost făcute în domeniul 100 Hz ... 20 000 Hz cu ajutorul unui montaj clasic în punte Wien, utilizat şi în lucrările anterioare ([5], [6]), care ne-a permis să determinăm, în acelaşi timp, atît variaţia de capacitate survenită prin introducerea amestecului între armăturile condensatorului de măsură, din care s-a determinat permitivitatea acestuia, cît şi rezistenţa de pierderi a amestecului cu ajutorul căreia s-a determinat tg δ.

Pentru frecvenţe mai mari ca 20 000 Hz şi anume în domeniul 35 kHz ... 10 MHz, măsurările au fost făcute cu un Q-metru, care a dat prin lectură directă variaţia de capacitate şi valoarea factorului de calitate ce au permis apoi calcularea lui ε' şi tg δ.

În sensul obţinerii unor rezultate concludente s-a lucrat atît cu o ferită Mn-Zn, din grupa feritelor moi, cît şi cu o ferită de Ba cu 1,5% adaus de Bi_2O_3, din grupa feritelor dure.

Feritele utilizate au fost realizate de către I.C.E.T. Bucureşti.

3. Rezultatele experimentale şi interpretarea lor

Rezultatele experimentale obţinute în ceea ce priveşte variaţia cu frecvenţa a lui ε' şi tg δ, pentru diferite temperaturi ale amestecului heterogen de ulei de parafină şi ferită, sînt redate în curbele din fig. 1 pentru amestecul heterogen de ulei de parafină şi ferită Mn-Zn în pudră, în concentraţie de 20%, şi în curbele din fig. 2 pentru amestecul heterogen de ulei de parafină şi ferită de Ba cu 1,5% adaus de Bi_2O_3 de asemenea în pudră, în concentraţie de 20%.

Atît în cazul amestecului heterogen ce conţine ferita Mn-Zn cît şi în cazul amestecului heterogen ce conţine ferita de Ba cu adaus de Bi_2O_3 se observă din curbe că pentru o aceeaşi concentraţie a amestecului ε' creşte cu temperatura în cadrul aceleiaşi frecvenţe şi scade cu frecvenţa în cadrul aceleiaşi temperaturi.

În cazul amestecului heterogen ce conţine ferita Mn-Zn se observă o variaţie puternică a lui ε' cu frecvenţa în domeniul audibil al frecvenţelor şi apoi pentru frecvenţe mai mari ε' tinde spre o limită apropiată de valoarea permitivităţii uleiului de parafină. Această limită este atinsă cu atît mai repede cu cît temperatura amestecului heterogen este mai coborîtă.

În zona de variaţie puternică a lui ε', unde are loc fenomenul de dispersie, pierderile dielectrice, exprimate prin tg δ, prezintă un maxim, care corespunde regiunii inferioare a pantei de variaţie a permitivităţii.

Comparînd aceste curbe cu cele obţinute în cazul feritei pure de Mn-Zn se observă că valorile maxime ale lui tg δ, în cazul amestecului heterogen de ulei de parafină şi ferită, în cadrul aceleiaşi temperaturi, apar la frecvenţe mai mici decît în cazul feritei pure, iar în cadrul aceleiaşi frecvenţe, la temperaturi mai ridicate. Rezultate asemănătoare a obţinut şi Leismann (*loc. cit.*) care lucrînd cu amestecuri de ulei de parafină şi glicerină a obţinut pentru frecvenţa de 5 MHz valoarea maximă a lui tg δ la temperatura de — 2°C în loc de — 20°C cît corespunde glicerinei pure.

Acelaşi lucru se observă şi în cazul amestecului de ulei de parafină şi ferită de Ba cu adaus de Bi_2O_3, numai că în acest caz dispersia polari-

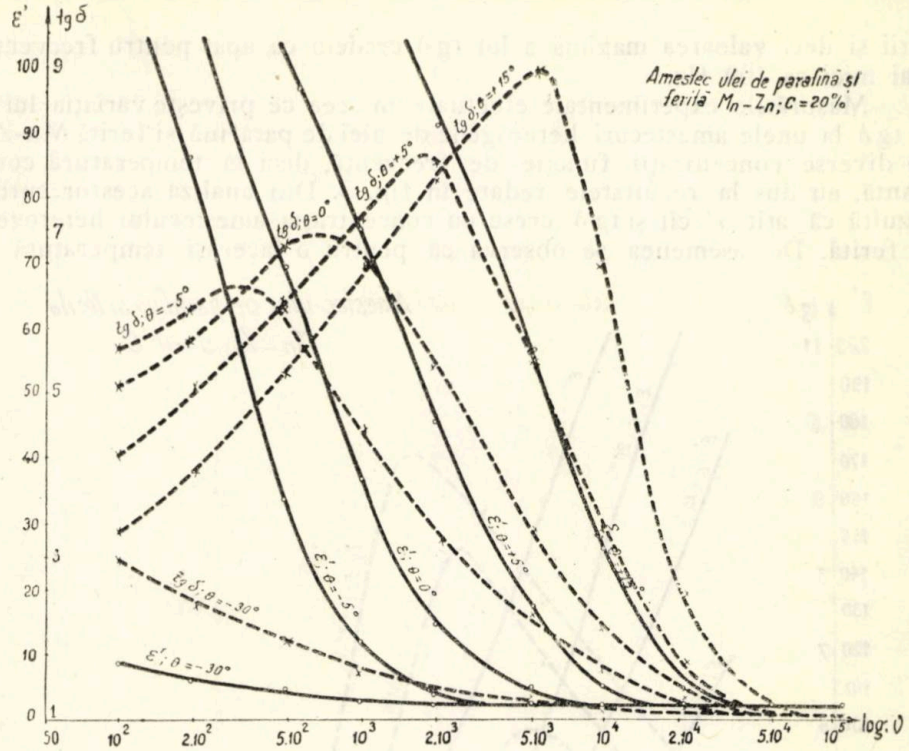

ε' tgδ
Amestec ulei de parafină și ferită Mn – Zn; C = 20%
tgδ; θ = 15°
tgδ; θ = +5°
tgδ; θ = 0°
tgδ; θ = -5°
tgδ; θ = -30°
ε'; θ = +5°
ε'; θ = 0°
ε'; θ = -5°
ε'; θ = -30°
log ν

Fig. 1

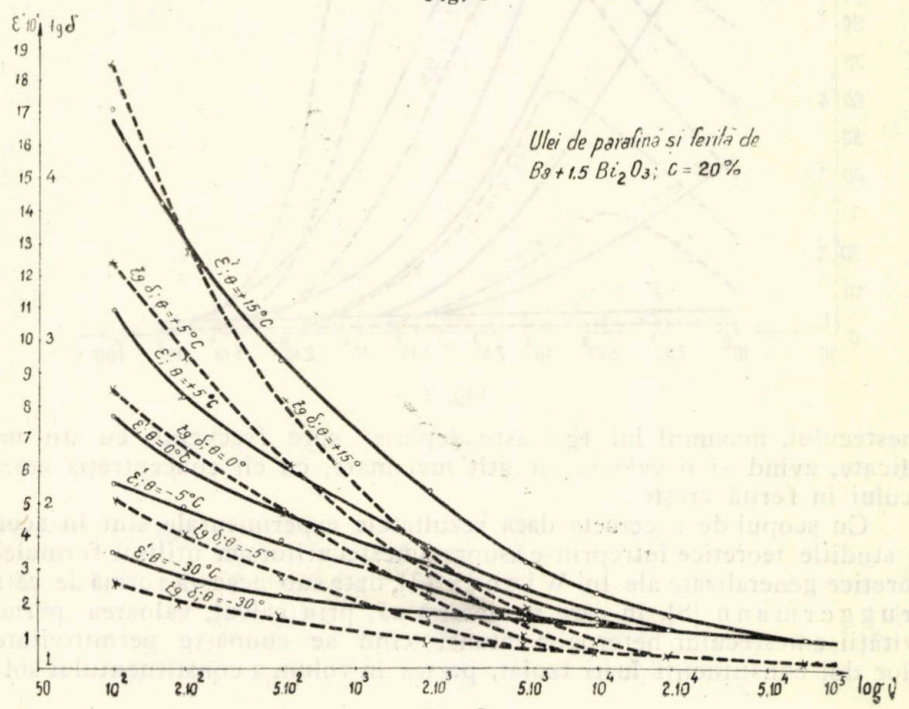

ε' 10⁴ tgδ
Ulei de parafină și ferită de Ba + 1.5 Bi2O3; C = 20%
ε'; θ = +15°C
tgδ; θ = +5°C
ε'; θ = +5°C
tgδ; θ = +15°
tgδ; θ = 0°
ε'; θ = 0°C
ε'; θ = -5°C
tgδ; θ = -5°
ε'; θ = -30°C
tgδ; θ = -30°
log ν

Fig. 2

zării şi deci valoarea maximă a lui tg δ credem că apar pentru frecvenţe mai mici ca 100 Hz.

Măsurările experimentale efectuate în ceea ce priveşte variaţia lui ε' şi tg δ la unele amestecuri heterogene de ulei de parafină şi ferită Mn-Zn de diverse concentraţii, funcţie de frecvenţă, deci la temperatură constantă, au dus la rezultatele redate în fig. 3. Din analiza acestor curbe rezultă că atît ε' cît şi tg δ cresc cu concentraţia amestecului heterogen în ferită. De asemenea se observă că pentru o aceeaşi temperatură a

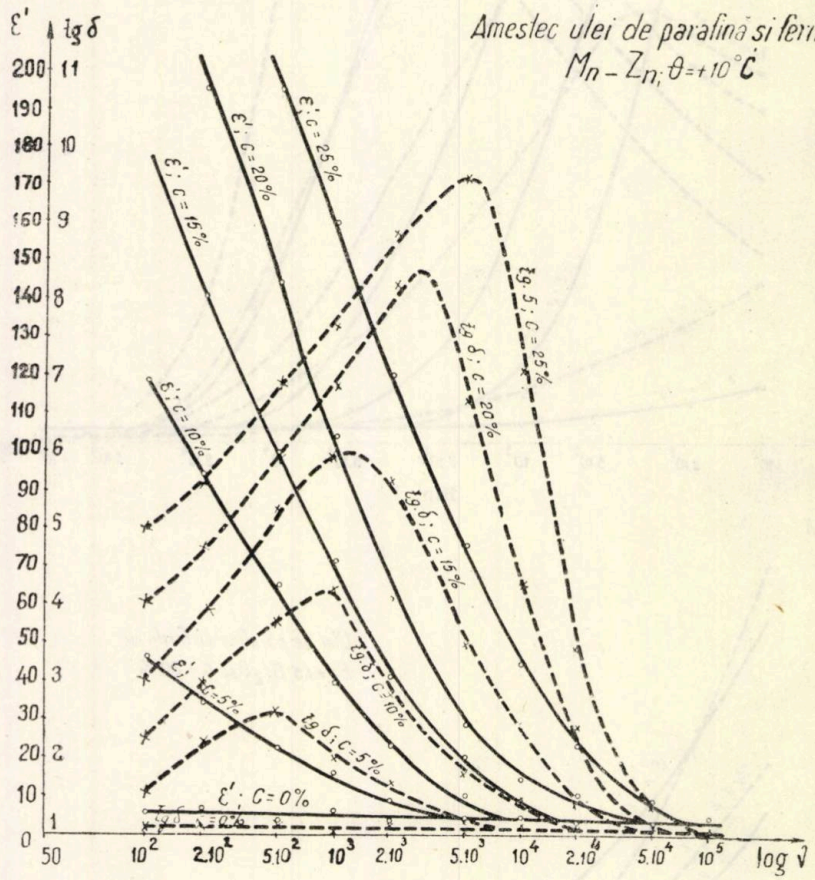


Fig. 3

amestecului, maximul lui tg δ este deplasat spre frecvenţe cu atît mai ridicate, avînd şi o valoare cu atît mai mare, cu cît concentraţia amestecului în ferită creşte.

Cu scopul de a cerceta dacă rezultatele experimentale sînt în acord cu studiile teoretice întreprinse asupra amestecurilor am utilizat formulele teoretice generalizate ale lui Wiener [7], date sub această formă de către Bruggermann [8], în care se determină, prin calcul, valoarea permitivităţii amestecului heterogen atunci cînd se cunoaşte permitivitatea celor doi constituenţi luaţi izolat, partea în volum a constituentului solid

ce intră în amestec sub formă de pudră, cît şi forma particulelor constituentului solid.

Particulele de ferită utilizate de noi în amestecurile heterogene cu uleiul de parafină se prezintă sub formă de discuri sau eventual de sfere cu dimensiuni sub 10 μ.

De oarece amestecul heterogen utilizat este format dintr-un constituent lichid — uleiul de parafină, în care sînt dispersate particulele solide ale celui de al doilea constituent — în formula lui Wiener utilizată s-a ţinut seama de indicaţiile şi simplificările aduse de către Hough şi Reynolds [9].

Factorul de formă a fost determinat prin metoda lui Loor [10].

Raportul $\varepsilon_1'/\varepsilon_0'$ în cadrul amestecului heterogen de ulei de parafină şi ferită fiind mare, astfel ca valorile experimentale să fie cît mai apropiate de cele teoretice, s-au utilizat concentraţii în ferită cuprinse între 5% şi 25%, conform valorilor indicate de către Loor [11]. Verificarea rezultatelor obţinute pe această cale a fost făcută, pentru concentraţiile de la limita superioară, cu ajutorul formulei lui Polder şi van Santen [12] care a dat aproximativ aceleaşi rezultate.

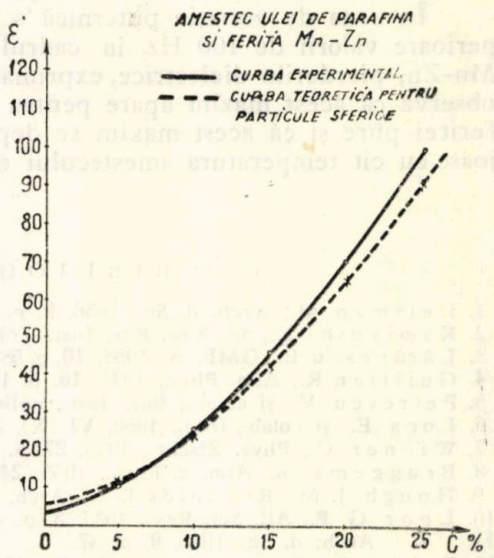


Fig. 4

În fig. 4 sînt trasate curbele de variaţie a permitivităţii amestecului heterogen de ulei de parafină şi ferită Mn-Zn, funcţie de concentraţia în ferită a acestuia, după valorile obţinute experimental şi cele rezultate din calculele teoretice. Analiza curbelor arată o concordanţă destul de apropiată între valorile obţinute pe cele două căi. Se observă că pentru valorile extreme ale concentraţiei amestecului heterogen în ferită, rezultatele experimentale se îndepărtează de cele teoretice, ceea ce ne-a determinat să lucrăm cu concentraţii cuprinse între 5% şi 25%.

4. Concluzii

1. Permitivitatea ε' şi pierderile dielectrice, exprimate prin tg δ, ale unui amestec heterogen format din ulei de parafină şi ferită în pudră, variază cu concentraţia amestecului.

Rezultatele experimentale obţinute pentru diverse concentraţii ale acestor amestecuri sînt în acord cu cele obţinute pe cale teoretică prin utilizarea formulelor teoretice generalizate ale lui Wiener, adaptate pentru diverse amestecuri de către Bruggemann sau Hough şi Reynolds, sau utilizînd formula lui Polder şi van Santen.

2. Curbele de variaţie a lui ε' cît şi a lui tg δ, atît pentru amestecul heterogen din ulei de parafină şi ferită Mn-Zn, cît şi pentru amestecul

heterogen de ulei de parafină şi ferită de Ba cu 1,5% adaus de Bi_2O_3, respectă în general alura curbelor obţinute pentru feritele pure şi anume ε' şi $\operatorname{tg}\delta$ cresc cu temperatura în cadrul aceleiaşi frecvenţe şi scad cu frecvenţa în cadrul aceleiaşi temperaturi.

3. În domeniul audibil al frecvenţelor se observă o variaţie puternică a lui ε' iar pentru frecvenţe mai mari se tinde apoi spre o valoare limită apropiată de valoarea permitivităţii uleiului de parafină. Această limită este atinsă cu atît mai repede cu cît temperatura amestecului este mai coborîtă.

În zona de variaţie puternică a permitivităţii, pentru frecvenţe superioare valorii de 100 Hz, în cadrul amestecului ce conţine ferită de Mn-Zn, pierderile dielectrice, exprimate prin $\operatorname{tg}\delta$, prezintă un maxim. Se observă că acest maxim apare pentru frecvenţe mai mici decît în cazul feritei pure şi că acest maxim se deplasează spre frecvenţe cu atît mai joase cu cît temperatura amestecului este mai coborîtă.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Leisman M., Arch. d. Sc., 1956, **9**, p. 23.
2. Kamiyoshi K., Sc. Rep. Res. Inst. Tok. Un. An., 1949, *1*, p. 305.
3. Lăzărescu E., GMF, A, 1958, **10**, p. 581.
4. Guillien R., Ann Phys., 1941, **16**, p. 14.
5. Petrescu V. şi colab., Bul. Inst., polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 212.
6. Luca E. şi colab., Ibid., 1960, **VI (X)**, *3—4*, p. 239.
7. Wiener O., Phys. Ztschr., 1926, **27**, S. 115.
8. Bruggemann, Ann. d. Phys., 1935, **24**, S. 636.
9. Hough J. M., Reynolds J. A., Arch. d. Sc., 1956, **9**, p. 34
10. Loor G. P., All. Sci. Rev., 1953, **3**, p. 479.
11. — Arch. d. Sc., 1956, **9**, p. 37.
12. Polder D., Santen J. M., Physica, 1946, **12**, p. 257.

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕКОТОРЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СМЕСЕЙ ФЕРРИТОВ И ПАРАФИНОВОГО МАСЛА

(Резюме)

Определяются диэлектрические свойства некоторых гетерогенных смесей парафина и ферритов в порошке. Используя смеси феррита Mn-Zn или феррита Ba с добавкой 1,5% Bi_2O_3, были получены экспериментально кривые изменения электрической проницаемости ε' и тангенса угла потерь $\operatorname{tg}\delta$ в области частот в 100 Hz...10 MHz, интервал температур находясь между — 30° C и + 15° C.

Концентрации в твердом составе смеси для которой были призведены эти экспериментальные исследования заключались между 5%...25%.

LES PROPRIÉTÉS DIÉLECTRIQUES DE QUELQUES MÉLANGES HÉTÉROGÈNES DE FERRITES ET D'HUILE DE PARAFFINE

(Résumé)

On détermine les propriétés diélectriques de quelques mélanges hétérogènes de paraffine et de ferrites sous forme de poudre. En utilisant des mélanges constitués avec une ferrite à Mn-Zn ou bien avec une ferrite à Ba, contenant 1,5% Bi_2O_3, on a relevé par voie expérimentale les courbes de variation de la constante diélectrique ε' et de la tangente de l'angle de pertes $\operatorname{tg}\delta$, dans la gamme de fréquences 100 Hz...10 MHz, dans un intervalle de températures comprises entre —30° C et +15° C.

Les concentrations quant au composant solide du mélange, pour lesquelles on a effectué les déterminations expérimentales, ont été comprises entre 5% et 25%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 621.3.016.35

СТАБИЛИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО МАГНИТНОГО УСИЛИТЕЛЯ ПРИ ПОМОЩИ ДВУХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ

А. Г. ИВАХНЕНКО

Схемы дифференциального управления, в которых на вход усилителя одновременно подаются как отрицательная, так и положительная обратные связи, находят все большее применение при решении разнообразных задач регулирования. В последнее время рядом авторов установлено, что теория систем дифференциального управления тесно связана с общей теорией инвариантности [1]...[5], на основе которой могут быть созданы наиболее совершенные системы управления. В частности, показано, что дифференциальные системы управления нечувствительны (инвариантны) к изменению нелинейностей или значений параметров ряда их звеньев [9], [10].

В данной работе мы ограничимся рассмотрением дифференциальных систем, структурная схема которых может быть представлена схемой, изображенной на рис. 1. Здесь Ψ — входной сигнал, M — регулирующее воздействие, Φ — выходная величина, $Y_1(p)$ и $Y_2(p)$ — операторы усилителей, $n_1(p)$ и $n_2(p)$ — операторы внутренних обратных связей, $m(p)$ — оператор внешней обратной связи.

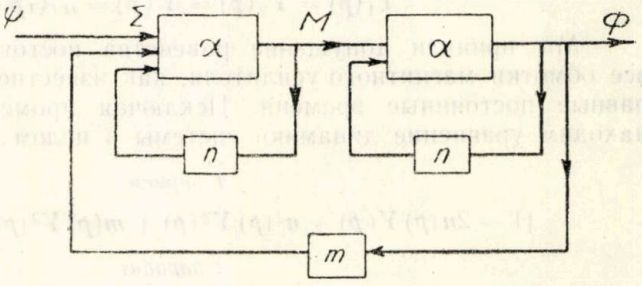


Рис. 1. — Структурная схема дифференциального усилителя, в котором применены одновременно положительная и отрицательная обратные связи.

Примером системы, относящейся к интересующему нас типу систем, может быть двухкаскадный магнитный измерительный усилитель, предназначенный для записи напряжения термопары при помощи самопишущего вольтметра с потреблением мощности порядка нескольких ватт. Один из первых измерительных усилителей такого рода был разработан И. К. Паррой [6], [7] в Институте электротехники АН УССР.

Другой описан в [8]. Дифференциальные обратные связи применяются в этих усилителях для стабилизации характеристики. Чем больше коэффициенты связей, включенных дифференциально (то-есть навстречу друг другу), тем больше стабильность (жесткость) системы. Однако при слишком большом увеличении жесткости система теряет устойчивость (например, возникают колебания).

Нашей задачей будет сравнение двух вариантов включения связей:

1 вариант: внутренние связи положительны, а внешняя связь — отрицательна;

2 вариант: внутренние связи отрицательны, а внешняя связь — положительна.

В каком из этих вариантов мы можем достичь более высокой жесткости без потери устойчивости?

Составим уравнения элементов системы:

1 вариант

$$\Sigma_1 = \Psi + n_1(p) M - m(p) \Phi,$$
$$M = Y_1(p) \Sigma_1,$$
$$\Sigma_2 = M + n_2(p) \Phi,$$
$$\Phi = Y_2(p) \Sigma_2;$$

2 вариант

$$\Sigma_1 = \Psi - n_1(p) M + m(p) \Phi,$$
$$M = Y_1(p) \Sigma_1,$$
$$\Sigma_2 = M - n_2(p) \Phi,$$
$$\Phi = Y_2(p) \Sigma_2.$$

Для упрощения задачи примем:

$$n_1(p) = n_2(p) = n(p) = n/(\tau p + 1), \qquad m_1(p) = m_2(p) = m(p) = m/(\tau p + 1),$$
$$Y_1(p) = Y_2(p) = Y(p) = \alpha/(\tau p + 1).$$

Мы приняли допущение равенства постоянных времени, так как все обмотки магнитного усилителя, как известно, действительно имеют равные постоянные времени. Исключая промежуточные переменные, находим уравнение динамики системы в целом:

1 вариант

$$[1 - 2n(p) Y(p) + n^2(p) Y^2(p) + m(p) Y^2(p)] \Phi = Y^2(p) \Psi;$$

2 вариант

$$[1 + 2n(p) Y(p) + n^2(p) Y^2(p) - m(p) Y^2(p)] \Phi = Y^2(p) \Psi.$$

Характеристическое уравнение

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0$$

где

для 1 варианта

$$a_0 = \tau^4, \quad a_1 = 4\tau^3,$$
$$a_2 = (6 - 2n\alpha)\tau^2,$$
$$a_3 = (4 - 4n\alpha + m\alpha^2)\tau,$$
$$a_4 = 1 - 2n\alpha + n^2\alpha^2 + m\alpha^2;$$

для 2 варианта

$$a_0 = \tau^4, \quad a_1 = 4\tau^3,$$
$$a_2 = (6 + 2n\alpha)\tau^2,$$
$$a_3 = (4 + 4n\alpha - m\alpha^2)\tau,$$
$$a_4 = 1 + 2n\alpha + n^2\alpha^2 - m\alpha^2.$$

Устойчивость системы определяется по условию Гурвица

$$a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 \geqslant 0$$

или:

для 1 варианта $64 - 64n\alpha - m^2\alpha^4 \geqslant 0$;

для 2 варианта $64 + 64n\alpha - m^2\alpha^4 \geqslant 0$.

Жесткость системы (стабильность ее характеристик) определяется последним членом характеристического уравнения. Она равна:

для 1 варианта $S_1 = a_4 = 1 - 2\alpha n + \alpha^2 n^2 + \alpha^2 m$;

для 2 варианта $S_2 = a_4 = 1 + 2\alpha n + \alpha^2 n^2 - \alpha^2 m$.

Для того, чтобы исключить из рассмотрения коэффициент усиления α, общий для обеих настроек, введем две переменные:

$$\mu = \alpha^2 m, \quad \eta = \alpha n.$$

Тогда получим условие устойчивости:

для 1 варианта $64 - 64\eta - \mu^2 \geqslant 0$;

для 2 варианта $64 + 64\eta - \mu^2 \geqslant 0$.

Выражения для жесткости:

для 1 варианта $S_1 = 1 - 2\eta + \eta^2 + \mu$;

для 2 варианта $S_2 = 1 + 2\eta + \eta^2 - \mu$.

Переходим к анализу полученных выражений. Напомним, что в них величины n, m, α, μ, η есть действительные положительные числа. Рассмотрим плоскость μ-η (рис. 1). Кривая *1'* на этой плоскости отвечает границе устойчивости при 1-ой настройке. Слева от нее настройка устойчива. Кривая *2'* отвечает границе устойчивости 2-ой настройки. Слева от нее

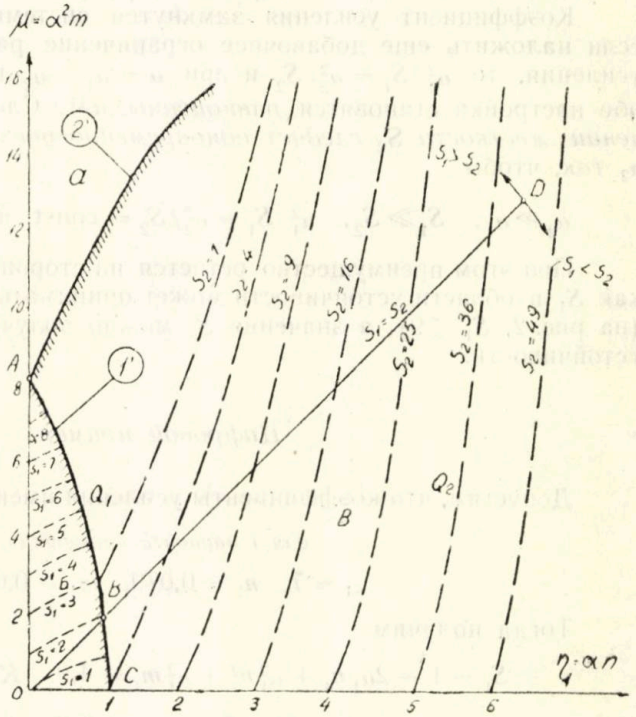


Рис. 2. — Области устойчивости и граница равной жесткости сравниваемых настроек дифференциальной системы.

а — обе настройки неустойчивы; *б* — обе настройки устойчивы; *в* — область, в которой 1-ая настройка неустойчива, 2-ая настройка устойчива.

все настройки неустойчивы. Проведем прямую $S_1 = S_2$ или $2\eta = \mu$. Выше нее $S_1 > S_2$, а ниже — наоборот, $S_1 < S_2$. Область значений μ и η, где 1-ая настройка устойчива и имеет преимущества в смысле жесткости, заключена внутри трехугольной фигуры OAB. Область значений, где 2-ая настройка устойчива и дает большую жесткость, лежит справа от линии CBD. Остается сравнить абсолютные значения жесткости, которые можно достичь внутри той и другой области. Проводим линии равной жесткости $S_1 = \text{const}$. и $S_2 = \text{const}$. (см. рис. 2).

Сравнение значений жесткости показывает, что настройка с отрицательными внутренними связями и с положительной внешней связью (второй вариант) позволяет большую и теоретически *неограниченную* жесткость без потери устойчивости; при $n \to \infty$, $S \to \infty$ и ошибки системы стремятся к нулю (неабсолютная инвариантность). Указанные на рис. 2 значения жесткости относятся, как указывалось, к случаю равных постоянных времени усилителей, наиболее опасному в смысле потери устойчивости. Чем больше отличаются постоянные времени друг от друга, тем выше запас устойчивости и тем выше потенциальная жесткость для обеих схем. Однако это качественно не изменяет вывода о преимуществе второй настройки дифференциальной системы.

Коэффициент усиления замкнутой системы равен a^2/S. Поэтому, если наложить еще добавочнее ограничение равенства коэффициентов усиления, то $a_1^2/S_1 = a_2^2/S_2$ и при $a = a_1 = a_2$ получим $S = S_1 = S_2$, и обе настройки становятся *равноценными*[1]. Следовательно, *при увеличении жесткости* S_2 *следует одновременно увеличивать и коэффициент* a_2 *так*, чтобы

$$a_2 \gg a_1, \quad S_1 \gg S_2, \quad a_1^2/S_1 = a_2^2/S_2 = \text{const}. \text{ или } S_1/S_2 = a_1^2/a_2^2.$$

При этом преимущество остается на стороне второй настройки, так как S_1 в области устойчивости может принимать ограниченное значение (на рис. 2, $S_1 \leqslant 9$), а значения S_2 можно получить любые, не нарушая устойчивости.

Цифровой пример

Допустим, что коэффициенты усиления имеют следующие значения:

для 1 варианта настройки

$$a_1 = 7, \quad n_1 = 0{,}079, \quad m_1 = 0{,}096.$$

Тогда получим

$$S_1 = 1 - 2a_1 n_1 + a_1^2 n_1^2 + a_1^2 m_1 = 4{,}9, \quad K_1 = a_1^2/S_1 = 10,$$

$$\Delta_1 = 64 - 64 n_1 a_1 - m_1^2 a_1^4 = 6{,}5;$$

---

[1] Буквой a мы обозначаем коэффициент усиления каждого из усилителей без обратных связей. Через a_1 обозначено значение a при первой настройке, а a_2 — значение a при второй настройке.

для 2 варианта настройки

$$a_2 = 13, \quad n_2 = 0{,}388, \quad m_2 = 0{,}1155, \quad S_2 = 1 + 2a_2 n_2 + a_2^2 n_2^2 - a_2^2 m_2 = 17,$$

$$K_2 = a_2^2 / S_2 = 10, \quad \Delta_2 = 64 + 64 a_2 n_2 - a_2^4 m_2^2 = 6{,}5.$$

Мы убеждаемся, что при равных коэффициентах усиления в замкнутом состоянии K и при равной устойчивости Δ при втором варианте настройки достигается более высокая жесткость, $S = 17$. Такое значение жесткости нельзя получить при первой настройке из-за неустойчивости.

Поступила 10 IV 1961 г.

Академия Наук УССР,
Киев, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. * * * *Теория инвариантности и ее применение в автоматических системах*, Труды Киевского совещания по теории инвариантности, М., 1959.
2. Кулебакин В. С., *Труды 1 международного конгресса международной федерации по автоматическому управлению*, Изд. АН, М., 1961, стр. 247—258.
3. Петров Б. Н., Ibid., стр. 259—292.
4. Беля К. К., Автоматика, 1961, *2*.
5. Ивахненко А. Г., Ibid., 1961, *1*.
6. Парра И. К., *Исследование магнитных усилителей с обратными связями, применяемых в схемах измерении*. Канд. диссертация, Инст. эл.-техн., АН УССР, Киев, 1954.
7. — Сб. Тр. Инст. эл.-техн. АН УССР, 1952, *9*.
8. Бутлер Ф. П., Виллгейм Р., Вестн. инф., 1952, *14*.
9. Костюк О. М., Автоматика, 1960, *3*.
10. — Ibid., 1960, *1*.

THE STABILIZATION OF MEASURING MAGNETIC AMPLIFIER PERFORMANCE BY TWO DIFFERENTIAL FEEDBACKS

(Summary)

The amplifier having one external and two internal feedbaks (Fig. 1) is considered. By the first setting which is used often the external feedback is negative and the internal ones are positive. By the second variant on contrary external feedback is positive and internal ones are negative It is proved that the second variant of setting gives us bigger stiffness S by the same closed loog gain K and stability. The increase of the stiffness is not limited by the stability loss when using the second setting.

Explanation of Figures

Fig. 1. — The block-diagram of differential amplifier having positive and negative feedbacks simultaneously.
Fig. 2. — The stability regions and the equal stiffnes border of the compared settings of the differential system. *а* — both settings are unstable; *б* — both settings are stable; *в* — the region where the first setting is unstable and the second one — stable.

STABILIZAREA CARACTERISTICILOR AMPLIFICATORULUI MAGNETIC DE MĂSURĂ CU AJUTORUL A DOUĂ REACŢII INVERSE DIFERENŢIALE

(Rezumat)

Se consideră un amplificator magnetic avînd o reacţie inversă externă şi două reacţii inverse interne (fig. 1). În cazul primei variante reacţia inversă externă este negativă, pe cînd reacţiile inverse interne sînt pozitive. În a doua variantă, dimpotrivă, reacţia

inversă externă este pozitivă, în timp ce cele două reacţii inverse interne sînt negative. Se demonstrează că în a doua variantă se obţine o rigiditate S sporită la un acelaşi coeficient de amplificare K şi la o aceeaşi stabilitate. Creşterea rigidităţii nu este limitată de pierderea stabilităţii în cea de a doua variantă.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema-bloc a amplificatorului magnetic diferenţial avînd reacţii inverse pozitive şi negative simultan.

Fig. 2. — Regiunile de stabilitate şi curba de egală rigiditate în cele două variante ale sistemului diferenţial. *а* — ambele variante sînt instabile; *б* — ambele variante sînt stabile; *в* — regiunea în care prima variantă este instabilă, iar a doua variantă este stabilă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

MŰSZAKI EGYETEM 1848

C. Z. 621.313.361 ; 621.313.362

STUDIU COMPARATIV AL FUNCŢIONĂRII MOTOARELOR TRIFAZATE CU COLECTOR ALIMENTATE PRIN STATOR, CU TREI PERII PE PERECHEA DE POLI, DE TIP SERIE ŞI DERIVAŢIE

DE

IOSIF BERGMAN, P. LEONTE şi V. CORLĂŢEANU

1. Consideraţii generale

În diferite ramuri industriale ca : industria textilă, a hîrtiei, poligrafică etc., găsesc multiple aplicaţii motoarele trifazate cu colector de tip serie şi derivaţie. Aceste motoare prezintă avantaje deosebite faţă de motoarele asincrone fără colector deoarece cu ele se obţine cu uşurinţă reglajul vitezei în limite largi şi factori de putere convenabili. Acest reglaj se realizează, în general, prin modificarea poziţiei periilor pe colector, prin modificarea valorii şi fazei tensiunii aplicate la colector sau prin combinarea ambelor procedee. Pentru adaptarea mai uşoară la diversele situaţii practice s-au construit şi se construiesc diverse tipuri de asemenea motoare.

Se cunosc motoare trifazate cu colector de tip serie cu transformator intermediar, cu trei sau cu şase perii pe perechea de poli.

Motoarele trifazate cu colector de tip derivaţie sînt de asemenea cu trei sau cu şase perii pe perechea de poli. Motoarele trifazate cu colector pot fi alimentate prin stator sau prin rotor. La motoarele care au înfăşurarea primară pe stator, periile se alimentează de la un transformator, de la un regulator de inducţie simplu sau dublu, de la prize luate de pe înfăşurarea statorului sau de la înfăşurări auxiliare speciale.

În execuţia cea mai simplă motoarele serie şi derivaţie trifazate cu colector au pe stator înfăşurarea primară trifazată dimensionată pentru tensiunea reţelei, şi pe rotor o înfăşurare de curent continuu conectată la colector. În ambele cazuri, afară de puterea ce se transmite rotorului prin întrefier, pe cale electromagnetică, mai are loc un schimb suplimentar de putere prin sistemul perii-colector.

La proiectarea motorului trifazat serie cu colector statorul se calculează în acelaşi mod ca şi înfăşurarea primară a motorului derivaţie [1], iar rotoarele ambelor tipuri de motoare se calculează după aceleaşi principii.

În lucrarea de faţă se prezintă studiul experimental comparativ al funcţionării aceluiaşi motor trifazat cu colector, alimentat prin stator, cu trei perii pe perechea de poli, în regim de motor serie şi în regim de motor derivaţie. Motorul trifazat serie cu colector studiat are, pentru alimentarea rotorului, un transformator intermediar construit cu mai multe prize la secundar. În cazul funcţionării ca motor trifazat derivaţie cu colector alimentarea se face de la aceleaşi transformator.

Reglajul normal de viteză al motorului serie se face prin decalarea periilor pe colector, iar reglajul de viteză al motorului derivaţie alimentat prin stator se obţine prin comutarea prizelor de pe secundarul transformatorului. Motorul trifazat cu colector derivaţie funcţionează la viteze suprasincrone sau subsincrone după cum tensiunile la perii şi la bornele secundarului transformatorului intermediar sînt în fază sau în opoziţie de fază.

Transformatorul intermediar al motorului serie are raportul de transformare rigid şi acesta depinde de raportul de transformare al motorului, astfel ca raportul global de transformare al motorului să fie cuprins între limitele 1,06...1,14 [2]. Se adoptă valorile mai mari dacă se urmăreşte un factor de putere apropiat de 1.

Transformatorul de alimentare a periilor motorului derivaţie se proiectează astfel încît tensiunea la bornele secundarului său să fie aproximativ 50% din tensiunea dintre periile motorului la mers la gol. Astfel reglajul vitezei rezultă în raportul 1 : 3, raportul global de transformare al motorului fiind de 0,5 [1].

Studiul comparativ din prezenta lucrare se face alimentînd motorul atît în regim serie cît şi în regim derivaţie de la aceeaşi reţea. În completarea studiului se va examina comparativ funcţionarea aceleiaşi maşini ca motor asincron fără colector, deci cu periile scurtcircuitate.

Acest studiu este util din următoarele motive:

a) Se întîlnesc deseori motoare trifazate serie cu colector care prezintă pe lîngă avantaje şi dezavantaje. Studiul de faţă pune problema funcţionării acestor motoare în regim derivaţie sau ca motoare asincrone normale.

b) Este posibil ca în anumite acţionări industriale sau în diverse încercări să fie avantajoasă obţinerea, cu acelaşi motor electric, a caracteristicii $n=f(C_u)$ atît de tip serie cît şi de tip derivaţie.

2. Încercările experimentale

Încercările experimentale s-au efectuat pe un motor trifazat cu colector de tip serie cu: puterea nominală 1/1,5/3,1 kw. viteza de rotaţie 1750/1500/800 rot./min., tensiunea de alimentare 380 V, curentul nominal în stator 9,5 A, numărul polilor $2p = 4$, numărul crestăturilor : la stator 48, la rotor 60, numărul de conductoare : la stator $N_1 = 1\,440$, la rotor $N_2 = 720$. Raportul de transformare al motorului cu trei perii, fără transformator intermediar a fost calculat cu relaţia [3] : $K_m = (N_2/N_1) \cdot [a_1/(2a_2)] \times (1/k_{y_1}) = 0{,}142$.

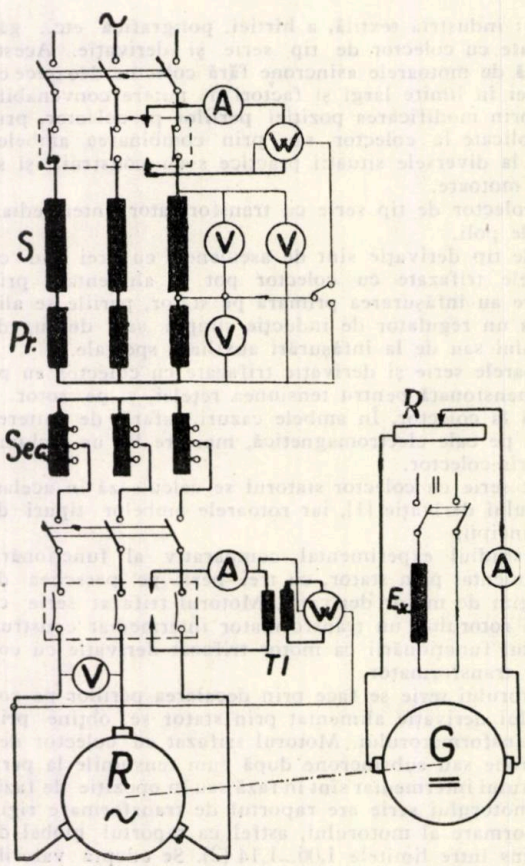


Fig. 1

În această relaţie a_1 şi a_2 reprezintă numerele de căi de curent în paralel la stator ($a_1 = 1$) şi la rotor ($a_2 = 2$, înfăşurarea fiind paralelă simplă) iar k_{y_1} este coeficientul de scurtare a pasului înfăşurării statorului (în cazul nostru înfăşurarea este în două straturi cu pas scurtat cu $y = 0{,}75\tau$),

Schemele experimentale sînt date în fig. 1 pentru funcţionarea motorului în regim serie şi în fig. 2 pentru funcţionarea motorului în regim derivaţie.

În scheme sînt reprezentate statorul S şi rotorul R al motorului trifazat cu colector, primarul (Pr) şi secundarul (Sec) al transformatorului intermediar, iar prin G s-a notat dinamul frînă cuplat mecanic cu motorul. Dinamul frînă serveşte drept sarcină pentru motor şi permite determinarea cuplului şi puterii utile a motorului studiat.

În scheme sînt indicate întrerupătoare în circuitul secundar pentru fixarea corectă a periilor pe colector. La montajul ca motor serie circuitul

primar poate fi alimentat la tensiunea nominală cînd circuitul secundar este întrerupt. La motorul derivaţie aranjarea colierului de perii trebuie făcută alimentînd motorul la tensiune redusă pentru a nu depăşi valoarea admisibilă a tensiunii între lamele de colector în repaus.

La motorul serie singura poziţie a colierului de perii la care curenţii din circuitul secundar ating valori inadmisibil de mari este la $\alpha = 180^0$ (poziţia de scurtcircuit). În ipoteza existenţei blocajelor pentru poziţiile de scurtcircuit, la acest motor calajul periilor se poate face şi după pornirea maşinii.

În cazul motorului derivaţie există numai o gamă mică de calaj al periilor pe colector în care curenţii din rotor nu iau valori inadmisibil de mari. La motorul derivaţie nu este permisă punerea în funcţiune fără o verificare a calajului periilor.

Ordinea fazelor secundarului transformatorului trebuie să fie aceeaşi cu ordinea fazelor rotorului.

Pornirea motorului serie se face prin cuplare directă la tensiunea nominală.

Motorul derivaţie porneşte la tensiunea nominală numai cînd acesta este reglat spre a funcţiona la viteze subsincrone. Cuplul de pornire este cu atît mai mare şi curentul de pornire cu atît mai mic cu cît motorul este reglat pentru o viteză mai mică [4].

Dacă motorul derivaţie este reglat pentru a funcţiona la viteze suprasincrone atunci pornirea prin cuplarea directă la reţea nu este posibilă din cauza curenţilor de pornire exagerat de mari şi a comutaţiei dificile. Motorul trebuie să pornească cu controlerul pe poziţia corespunzătoare vitezei minime. Motorul poate fi pornit direct dacă este reglat la viteza suprasincronă numai în cazul alimentării cu tensiune redusă.

Pentru a obţine caracteristici apropiate de realitate încercările experimentale s-au efectuat numai după ce temperatura periilor a atins o valoare stabilizată, comutaţia fiind satisfăcătoare şi corespunzătoare unei funcţionări de lungă durată.

Rezultatele experimentale obţinute cu cele două montaje (fig. 1 şi 2) se vor prezenta comparativ din următoarele puncte de vedere:

a) Funcţionarea motorului trifazat cu colector în regim de motor serie şi derivaţie, la cuplu constant pe arbore.

b) Funcţionarea motorului trifazat cu colector în regim de motor serie şi derivaţie, la putere utilă constantă.

c) Condiţiile de obţinere a puterii nominale maxime.

d) Funcţionarea motorului trifazat cu colector în regim de motor serie şi de motor derivaţie, în aceeaşi gamă de viteză.

e) Îmbunătăţirea factorului de putere la motorul trifazat cu colector în regim de motor serie şi derivaţie.

f) Comparaţia între cele două regimuri (serie şi derivaţie) şi regimul de motor asincron normal.

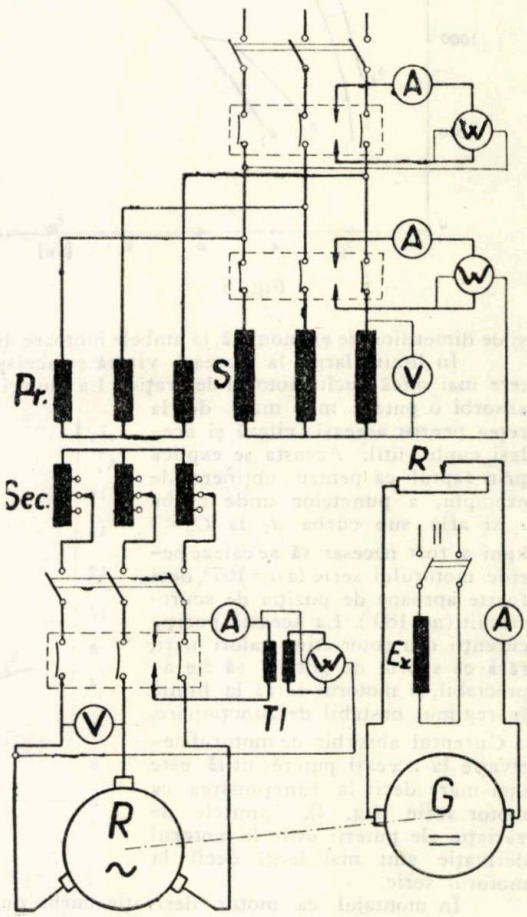


Fig. 2

3. Funcţionarea motorului trifazat cu colector în regim de motor serie şi derivaţie, la cuplu constant pe arbore

S-au făcut mai multe încercări la cuplu constant, atît pentru funcţionarea în regim serie cît şi pentru funcţionarea în regim derivaţie a motorului trifazat cu colector alimentat prin stator. În cele ce urmează se prezintă caracteristicile numai pentru două cupluri utile pe arbore şi anume la 1,2 kgm (curbele notate cu s_1 şi d_1) şi la 3 kgm (curbele notate cu s_2 şi d_2), motorul funcţionînd în regim necompensat.

În cazul funcţionării ca motor serie raportul de transformare global la care se prezintă rezultatele este $K_s = K_m w_{1t}/w_{2t} = 0{,}142.150/20 = 1{,}06$.

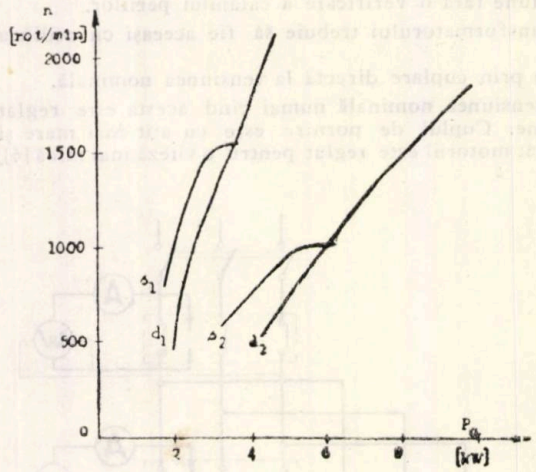


Fig. 3

La funcţionarea ca motor derivaţie s-a păstrat fixă poziţia colierului de perii la unghiul de calaj $\alpha = 0$.

S-au notat cu s_1 şi s_2 curbele caracteristice pentru motorul serie şi cu d_1 şi d_2, cele pentru motorul derivaţie.

În fig. 3 s-au reprezentat curbele de variaţie ale vitezei în funcţie de puterea absorbită ($n = f(P_a)$). Se observă că gama de viteze ce se poate obţine la motorul serie este mai mică decît la motorul derivaţie, la cuplu constant. Această gamă scade la ambele maşini cu creşterea cuplului pe arbore.

Funcţionarea motorului serie este limitată teoretic pentru unghiuri de calaj al periilor în intervalul $\alpha = 100...170^0$ [2], dar la $\alpha = 100^0$ cuplul obţinut la arbore este foarte mic. La motorul derivaţie, dacă raportul global de transformare al motorului poate varia de la $+1$ la -1 se obţin viteze cuprinse între 0 şi dublul vitezei de sincronism. În practică, din condiţii de comutaţie şi de dimensionare economică, la ambele motoare limitele de reglaj ale vitezei sînt 1 : 3 [5].

În limite largi, la aceeaşi viteză şi acelaşi cuplu, motorul serie absoarbe o putere mai mică decît motorul derivaţie. La puteri absorbite mai mari motorul serie va absorbi o putere mai mare de la reţea pentru aceeaşi viteză şi acelaşi cuplu util. Aceasta se explică prin faptul că pentru obţinerea de exemplu, a punctelor unde curba s_2 se află sub curba d_2 la $C_u = 3$ kgm a fost necesar să se caleze periile motorului serie la $\alpha = 167^0$, deci foarte aproape de poziţia de scurt-circuit ($\alpha = 180^0$). La această poziţie curenţii din rotor ating valori mari, fără ca sporul de putere să fie apreciabil, şi motorul intră la limită în regimul nestabil de funcţionare.

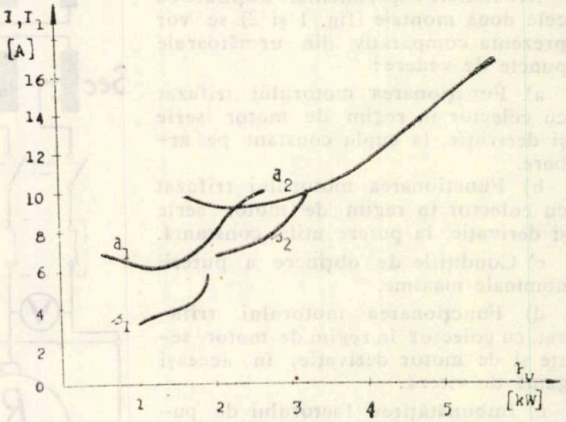


Fig. 4

Curentul absorbit de motorul derivaţie la aceeaşi putere utilă este mai mare decît la funcţionarea ca motor serie (fig. 4). Limitele de variaţie ale puterii utile la motorul derivaţie sînt mai largi decît la motorul serie.

În montajul ca motor derivaţie curba curentului absorbit, în funcţie de puterea utilă, trece printr-un minim, care corespunde puterilor utile ce se obţin la viteze apropiate de viteza de sincronism, datorită faptului că transferul de putere prin transformator este şi el minim la această viteză.

Factorul de putere este mai mic la motorul derivaţie decît la motorul serie, la aceeaşi putere utilă (fig. 5). La puteri utile care nu au putut fi atinse în montajul ca motor serie s-au obţinut pentru montajul ca motor derivaţie, unele valori ale factorului de putere apropiate de 1.

Pentru cupluri mari factorul de putere trece printr-un maxim în ambele montaje. Valorile factorului de putere la cupluri utile mari sînt destul de apropiate pentru ambele regimuri (fig. 5). La cupluri mici pe arbore factorul de putere al motorului derivaţie este foarte scăzut în raport cu cel al motorului serie (0,41 ... 0,69 faţă de 0,76 ... 0,95).

Randamentul motorului în cazul montajului serie este mai mare decît în cazul montajului derivaţie, pentru puteri utile mai mici, excepţie făcînd cazul puterilor utile mari (fig. 6).

Din fig. 7 se constată că, în general, curentul din circuitul secundar este mai mare la motorul serie decît la motorul derivaţie. Numai la viteze mici acest curent este mai mic decît în secundarul motorului derivaţie.

Rezultă că circuitul secundar al motorului trebuie supradimensionat în raport cu cel al motorului derivaţie. Curba curentului secundar la motorul derivaţie trece printr-un minim ca şi în cazul curentului din primar.

În fig. 8 s-a reprezentat variaţia puterii în circuitul secundar în funcţie de viteză.

S-au considerat aici negative puterile ce sînt injectate în rotor prin sistemul perii-colector la viteze suprasincrone, şi pozitive puterile pe care rotorul le restituie reţelei la viteze subsincrone. Se observă că în cazul motorului derivaţie curba de variaţie a puterii secundare trece prin zero pentru viteze cu atît mai mici cu cît cuplul este mai mare. Aceasta se explică prin faptul că alunecarea motorului asincron este cu atît mai mare cu cît cuplul pe arbore este mai mare şi deci puterea necesară a fi injectată în rotor, pentru a obţine chiar anumite viteze subsincrone, va fi cu atît mai mare cu cît cuplul util va fi mai mare.

Din punctul de vedere al transferului puterii în secundar se constată că este convenabil ca motorul să funcţioneze la viteze mari în ambele montaje.

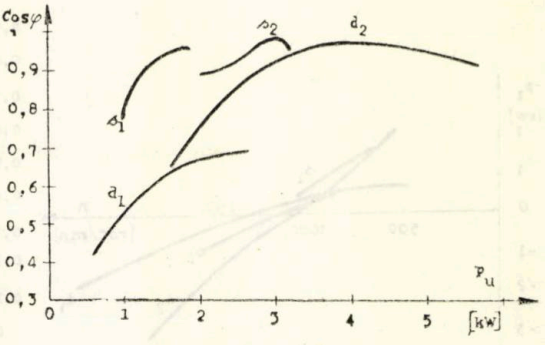


Fig. 5

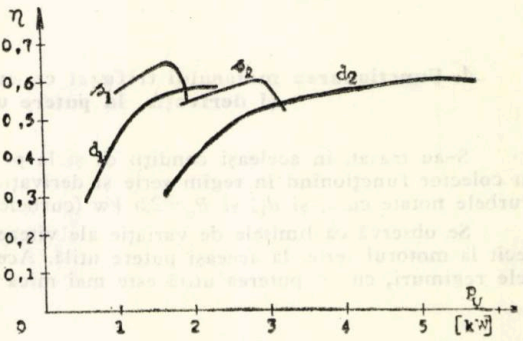


Fig. 6

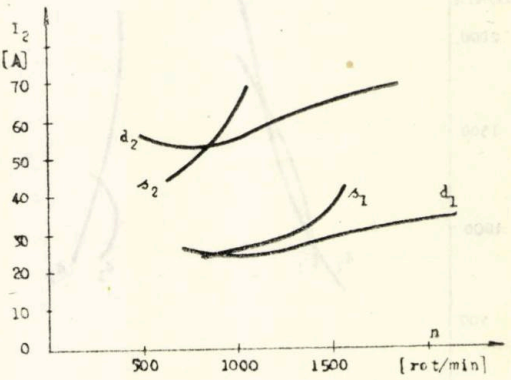


Fig. 7

La motorul derivaţie factorul de putere secundar în funcţie de viteză ($\cos \varphi_2 = f(n)$), la cuplu constant, este foarte apropiat de 1 pentru o gamă mare de viteze şi are un maxim. La viteze obţinute cu raportul global de transformare $K_d \geqslant 0{,}5$ sau $K_d \leqslant -0{,}5$, $\cos \varphi_2$ scade mult (fig. 9), ceea ce corespunde existenţei unui minim pentru curentul secundar.

Factorul de putere secundar la motorul serie trece printr-un minim deoarece atît puterea cît şi tensiunea la bornele secundarului trec de asemenea prin minim. În cazul cuplului C_u=3 kgm, nu s-a mai obţinut porţiunea ascendentă a curbei deoarece α ar fi depăşit 167°.

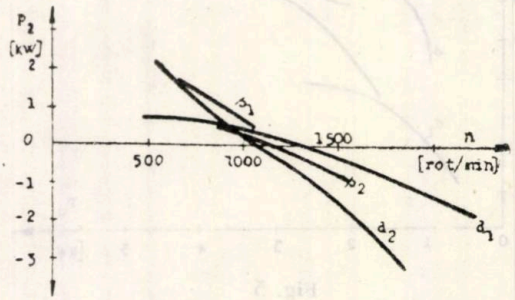


Fig. 8

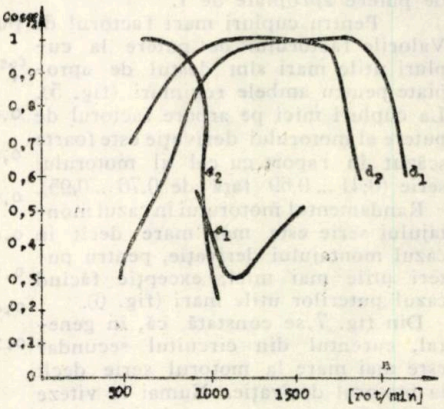


Fig. 9

4. Funcţionarea motorului trifazat cu colector în regim de motor serie şi derivaţie, la putere utilă constantă

S-au trasat, în aceleaşi condiţii ca şi la pct. 3, caracteristicile motorului trifazat cu colector funcţionînd în regim serie şi derivaţie la putere utilă constantă, P_u=1 kw (curbele notate cu s_1 şi d_1) şi P_u=2,5 kw (curbele notate cu s_2 şi d_2).

Se observă că limitele de variaţie ale vitezei la motorul derivaţie sînt mai largi decît la motorul serie, la aceeaşi putere utilă. Aceste limite sînt cu atît mai largi, la ambele regimuri, cu cît puterea utilă este mai mică (fig. 10). La aceeaşi putere utilă, într-o gamă largă de viteze, puterea absorbită în cazul funcţionării ca motor serie este mai mică decît la montajul ca motor derivaţie; acest aspect este mai accentuat pentru puteri utile mai mari.

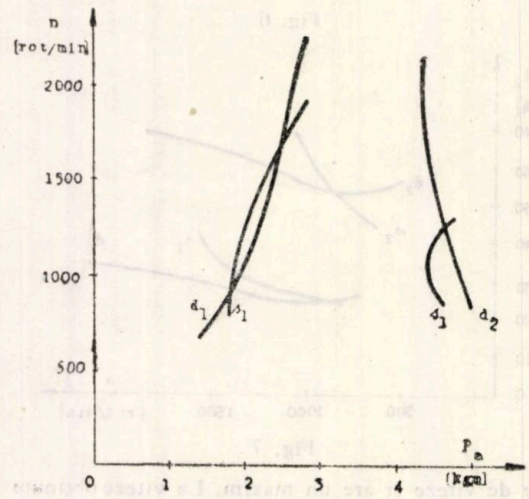


Fig. 10

Curentul absorbit de la reţea în funcţie de cuplu, la aceeaşi putere utilă (fig. 11), este mai mic la motorul serie decît la motorul derivaţie. În ambele cazuri curbele curentului prezintă cîte un minim. Explicaţia este direct legată de transferul puterilor în funcţie de viteză şi este dată la pct. 5.

Randamentul la acelaşi cuplu util (fig. 12) este mai mare în cazul motorului serie.

Factorul de putere este mai bun la motorul serie decît la motorul derivaţie (fig. 13), diferenţa crescînd cu cît puterea utilă este mai mică.

Din punct de vedere calitativ la funcţionarea la cuplu constant concluziile cu privire la parametrii circuitului secundar sînt valabile şi la funcţionarea la putere utilă constantă (fig. 14, 15, 16).

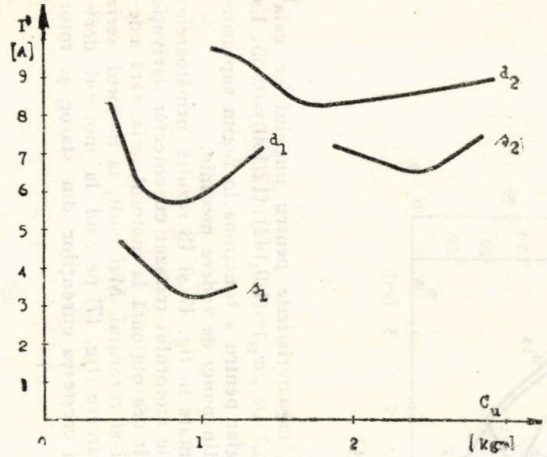


Fig. 11

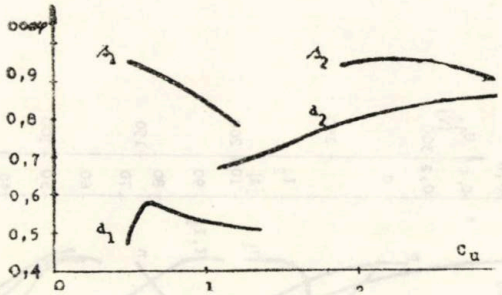


Fig. 13

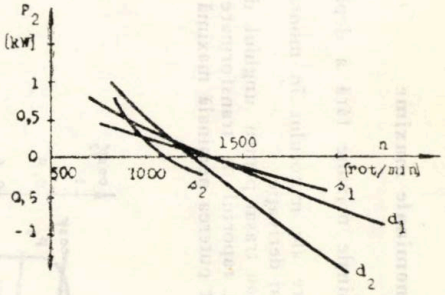


Fig. 15

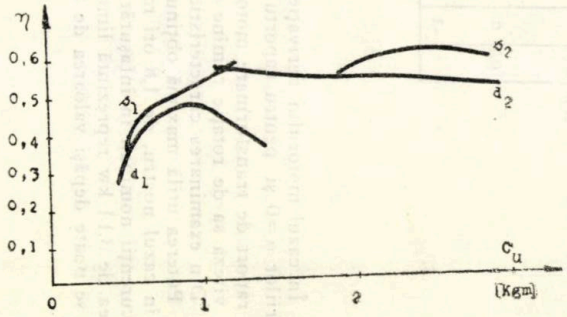


Fig. 12

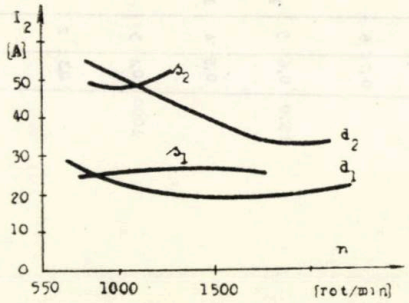


Fig. 14

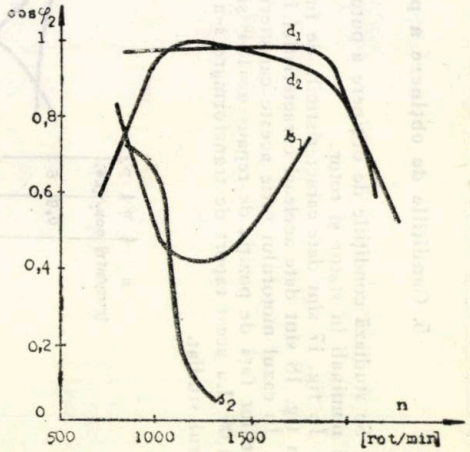


Fig. 16

5. Condiţiile de obţinere a puterii nominale maxime

Se studiază condiţiile de obţinere a puterii nominale maxime fără a depăşi curenţii nominali în stator şi rotor.

În fig. 17 sînt date caracteristicile de funcţionare ale motorului în montaj serie, iar în fig. 18 sînt date aceleaşi caracteristici în montaj derivaţie.

În cazul motorului serie aceste caracteristici s-au trasat pentru unghiul de calaj al periilor faţă de poziţia de repaus $\alpha=154^0$ şi pentru raportul de transformare global $K_s=1{,}06$. La acest raport de transformare s-a obţinut puterea nominală maximă pentru motorul studiat.

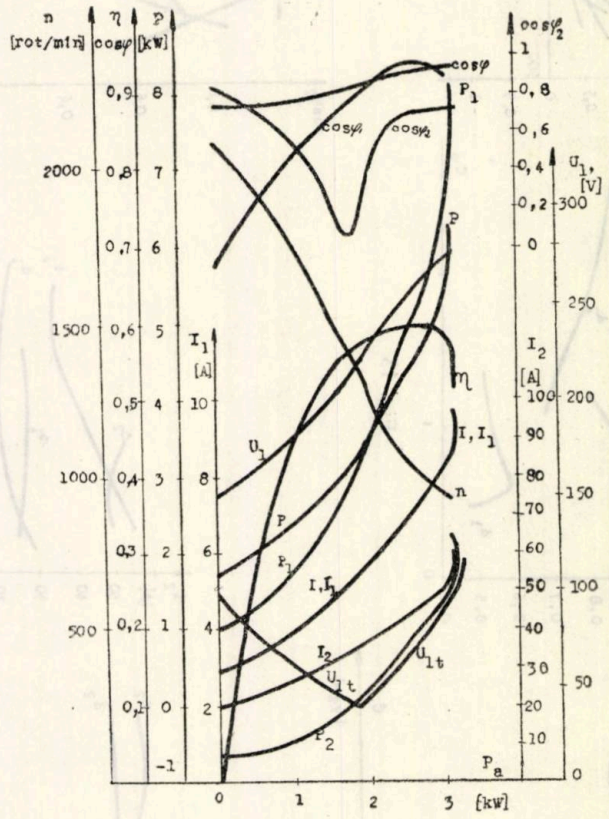


Fig. 17

În cazul motorului derivaţie s-au trasat caracteristicile pentru unghiul de calaj al periilor $\alpha=0$ şi pentru raportul $K_d=(1/K_{1m}).(w_{2t}/w_{1t})=(1/0{,}142).(12/150)=0{,}565$. La acest raport de transformare motorul fiind reglat pentru a funcţiona în regim suprasincron, viteza sa de rotaţie rămîne acceptabilă din punct de vedere mecanic.

Din examinarea caracteristicilor reprezentate în fig. 17 şi 18 rezultă următoarele:

Puterea utilă maximă obţinută la arborele motorului trifazat cu colector derivaţie este, în cazul nostru, de 1,8 ori mai mare decît cea obţinută la motorul serie, fără a depăşi curenţii nominali în înfăşurările statorului şi rotorului. Mai mult, la motorul serie puterea de 3,14 kw reprezintă limita sa de încărcare (fig. 17) pe cînd la motorul derivaţie se poate depăşi valoarea de 5,73 kw prin creşterea curenţilor din stator şi rotor

peste curentul nominal. În cazul motorului serie puterea totală trece prin înfăşurare statorului, parte din aceasta fiind transmisă rotorului pe cale electromagnetică şi parţ prin transformatorul intermediar, perii şi colector.

În fig. 17 s-au reprezentat curbele puterii totale absorbite ($P_a=f(P_u)$), ale puterii la bornele statorului ($P_1=f(P_u)$) şi ale puterii ce trece prin perii ($P_2=f(P_u)$). Se observă că la viteze suprasincrone ($n_s = 1500$ rot/min) puterea transmisă rotorului (notată aici cu semnul —) se adună cu puterea la bornele statorului P_1 pentru a da puterea totală absorbită P_a, abstracţie făcînd de randamentul transformatorului intermediar. La aceleaşi viteze puterea la arbore provine deci din puterea transmisă rotorului pe cale electromagnetică şi din puterea transmisă rotorului prin perii şi colector. La viteze subsincrone puterea absorbită de la reţea (P_a) reprezintă diferenţa dintre puterea la bornele

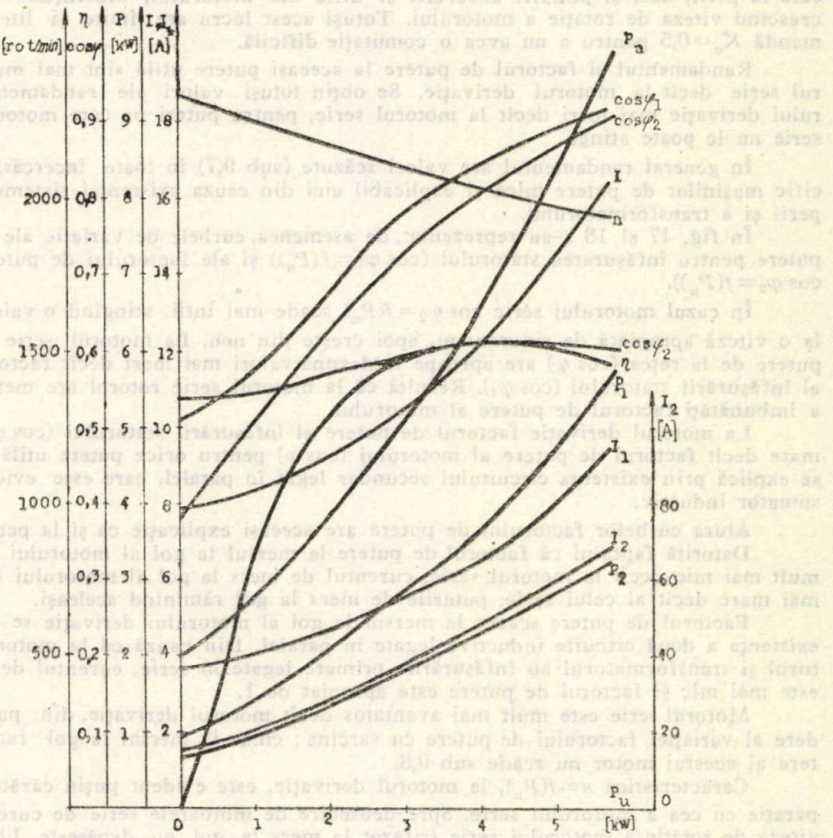


Fig. 18

statorului şi cea transmisă prin sistemul perii-colector. La aceste viteze, prin întrefierul motorului se transmite puterea electromagnetică care se compune din puterea utilă P_u şi puterea P_2 pe care motorul o restituie reţelei prin sistemul colector-perii.

Rezultă că la orice viteză curentul ce dă puterea totală absorbită trece prin înfăşurarea statorului. Încercarea de a obţine viteze mai mari prin creşterea mai departe a valorii unghiului α nu dă rezultate, α ales fiind apropiat de cel corespunzător vitezei maxime. De asemenea apropierea lui α de 180° duce la creşterea neadmisibilă a curentului din rotor şi în final la funcţionarea nestabilă.

La $\alpha=167°$ puterea utilă maximă este de 3,23 kw la 1 050 rot/min la curentul $I_2=63,6$ A, ceea ce reprezintă un spor de numai 100 w la creşterea curentului din rotor cu 15 A (circa 27%) faţă de cazul cînd $\alpha=154°$.

În cazul motorului derivaţie funcţionînd la viteze suprasincrone, puterea utilă la arborele motorului se compune (abstracţie făcînd de randament), ca şi la motorul seriei, din puterea transmisă rotorului pe cale electromagnetică şi din cea transmisă rotorului prin perii şi colector. Dar spre deosebire de motorul serie puterea transmisă prin peri şi colector, necesară creşterii vitezei de sincronism, este absorbită de la reţea prin circuitul independent format din transformator, perii şi colector. Deci statorul motorului va fi solicitat numai de puterea corespunzătoare cuplului util.

Prin urmare puterea pe care o poate absorbi motorul derivaţie de la reţea, funcţionînd în regim suprasincron, deci şi puterea utilă pe care o poate furniza, este mai mare decît la funcţionarea ca motor serie, fără a se solicita în plus maşina. Este evident că din punct de vedere electromagnetic poate fi crescută încă mult tensiunea aplicată la perii, deci şi puterile absorbite şi utile ale motorului, bineînţeles prin aceasta crescînd viteza de rotaţie a motorului. Totuşi acest lucru are limite şi literatura recomandă $K_d=0{,}5$ pentru a nu avea o comutaţie dificilă.

Randamentul şi factorul de putere la aceeaşi putere utilă sînt mai mari la motorul serie decît la motorul derivaţie. Se obţin totuşi valori ale randamentului motorului derivaţie mai mari decît la motorul serie, pentru puteri pe care motorul în montaj serie nu le poate atinge.

În general randamentul are valori scăzute (sub 0,7) în toate încercările, fapt specific maşinilor de putere mică şi explicabil aici din cauza existenţei sistemului colector-perii şi a transformatorului.

În fig. 17 şi 18 s-au reprezentat, de asemenea, curbele de variaţie ale factorului de putere pentru înfăşurarea statorului ($\cos\varphi_1=f(P_u)$) şi ale factorului de putere a rotorului $\cos\varphi_2=f(P_u)$).

În cazul motorului serie $\cos\varphi_2=f(P_u)$ scade mai întîi, atingînd o valoare minimă la o viteză apropiată de sincronism, apoi creşte din nou. La motorul serie factorul de putere de la reţea ($\cos\varphi$) are aproape totdeauna valori mai mari decît factorul de putere al înfăşurării statorului ($\cos\varphi_1$). Rezultă că la motorul serie rotorul are mereu rolul de a îmbunătăţi factorul de putere al motorului.

La motorul derivaţie factorul de putere al înfăşurării statorului ($\cos\varphi_1$) este mai mare decît factorul de putere al motorului ($\cos\varphi$) pentru orice putere utilă. Acest lucru se explică prin existenţa circuitului secundar legat în paralel, care este evident un consumator inductiv.

Alura curbelor factorului de putere are aceeaşi explicaţie ca şi la pct. 3.

Datorită faptului că factorul de putere la mersul la gol al motorului derivaţie este mult mai mic decît la motorul serie, curentul de mers la gol al motorului derivaţie este mai mare decît al celui serie, puterile de mers la gol rămînînd aceleaşi.

Factorul de putere scăzut la mersul la gol al motorului derivaţie se explică prin existenţa a două circuite inductive legate în paralel. Din cauză că la motorul serie motorul şi transformatorul au înfăşurările primare legate în serie, curentul de mers la gol este mai mic şi factorul de putere este apropiat de 1.

Motorul serie este mult mai avantajos decît motorul derivaţie, din punctul de vedere al variaţiei factorului de putere cu sarcina ; chiar la mersul la gol factorul de putere al acestui motor nu scade sub 0,8.

Caracteristica $n=f(P_u)$, la motorul derivaţie, este evident puţin căzătoare în comparaţie cu cea a motorului serie. Spre deosebire de motoarele serie de curent continuu, viteza de rotaţie a motorului serie trifazat la mers la gol nu depăşeşte 1,8...2 ori viteza de sincronism [2].

Avînd în vedere forma curbelor $\cos\varphi=f(P_u)$ la motorul serie se vede că acesta poate fi recomandat la acele acţionări unde în ciclul de lucru există perioade de mers la gol mai lungi.

În fig. 17 mai sînt reprezentate curbele de variaţie ale tensiunii la bornele unei faze a înfăşurării statorului motorului serie ($U_1=f(P_u)$) şi la bornele unei faze a primarului transformatorului intermediar ($U_{1t}=f(P_u)$).

Forma de variaţie a puterilor şi modul de transfer al lor depinde în mare măsură de modul de variaţie al tensiunilor U_1 şi U_{1t} funcţie de viteza de rotaţie a maşinii. Se observă că tensiunea de la bornele statorului motorului serie variază între limitele 150...280 V (adică, în procente din tensiunea nominală, de la 68% la 127%) cînd puterea utilă variază de la 0 la puterea maximă. Acest lucru justifică considerarea, în calculul

înfăşurării statorului motorului serie, a tensiunii de alimentare a motorului drept tensiune de calcul a acestei înfăşurări [1]. De asemenea acest fapt ne-a permis să încercăm folosirea motorului serie în montaj derivaţie.

6. Funcţionarea motorului trifazat cu colector în regim de motor serie şi de motor derivaţie, la aceeaşi gamă de viteze

Se tratează aici funcţionarea motorului în cele două regimuri, la viteze subsincrone. Ca exemplu se dau caracteristicile motorului serie la $\alpha=128^0$ şi cele ale motorului derivaţie la $K_d=0{,}33$; în acest caz se obţine la puterea utilă de 1,25 kw aceeaşi viteză în ambele regimuri şi anume, $n=700$ rot/min.

În fig. 19 s-au reprezentat cu linii pline caracteristicile motorului în montaj serie şi cu linii punctate caracteristicile motorului în montaj derivaţie. Se observă că curentul absorbit de la reţea este mai mare iar randamentul este mai mic în cazul funcţionării motorului în regim derivaţie decît în cazul funcţionării în regim serie.

Factorul de putere al motorului serie este cuprins în acest caz între 0,81...0,88, iar la motorul derivaţie nu depăşeşte 0,65. În [6] se explică motivul pentru care este scăzut factorul de putere al motorului derivaţie în regim subsincron.

Puterea absorbită de rotor prin perii este mai mare în cazul montajului derivaţie decît în cazul montajului serie.

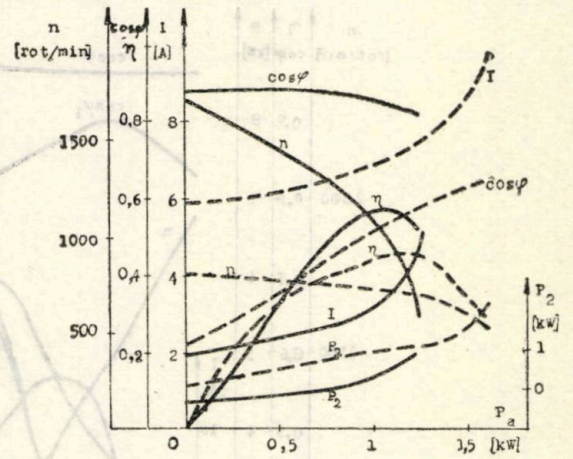


Fig. 19

La viteze subsincrone este mai avantajos să se folosească motorul serie dacă se face abstracţie de forma curbei $n=f(P_u)$. Avantajul se accentuează dacă se are în vedere şi faptul că prin simpla deplasare a colierului poate fi variată viteza motorului serie deci şi puterea sa utilă.

7. Îmbunătăţirea factorului de putere la motorul trifazat cu colector în cazul montajului serie şi în cazul montajului derivaţie

Pentru îmbunătăţirea factorului de putere al motorului trifazat serie se alege pentru raportul global de transformare al acestuia o valoare supraunitară [2].

În fig. 20 sînt reprezentate aceleaşi caracteristici ale motorului serie ca şi în fig. 17 însă pentru $K_s=1{,}33$, unghiul de calaj al periilor rămînînd acelaşi ($\alpha=154^0$). Se ştie că mărirea lui K_s mult peste unitate duce la înrăutăţirea tuturor caracteristicilor motorului. Din examinarea comparativă a curbelor din fig. 20 şi 17 rezultă următoarele: factorul de putere de la reţea a crescut şi randamentul a scăzut; vitezele de rotaţie sînt mai mici pentru $K_s=1{,}33$; curentul din circuitul secundar al motorului a crescut cu circa 25%, fapt de care trebuie să se ţină seama în proiectarea circuitului secundar al motorului. Avînd în vedere faptul că factorul de putere al motorului serie este foarte bun şi fără compensare, aplicarea procedeului de îmbunătăţire a factorului de putere prin creşterea lui K_s nu trebuie folosit decît în cazuri economic justificate pentru că aceasta duce pe de altă parte la mărirea dimensiunilor maşinii datorită creşterii curentului secundar.

Pentru îmbunătăţirea factorului de putere al motorului derivaţie trifazat alimentat prin stator există mai multe procedee:

a) Alimentarea rotorului prin perii şi colector cu o tensiune avînd un defazaj anumit faţă de f. e. m. secundară a motorului. Acest procedeu este costisitor pentru că solicită o maşină electrică suplimentară.

b) Deplasarea colierului de perii.

Motoarele trifazate derivaţie cu colector, cu alimentarea prin stator, se construiesc cu colierul de perii fix. Avînd în vedere faptul că motorul trifazat serie cu colector are în mod obligator colierul de perii decalabil în anumite limite sau chiar pe toată circumferinţa colectorului, transformarea motorului serie în motor derivaţie va permite şi aplicarea acestui procedeu de îmbunătăţire a factorului de putere.

Aplicarea procedeelor de îmbunătăţire a factorului de putere la motorul derivaţie este justificată şi din punct de vedere economic deoarece acest motor are un factor de putere mai scăzut decît motorul serie, iar la gol factorul său de putere trece rareori de 0,5.

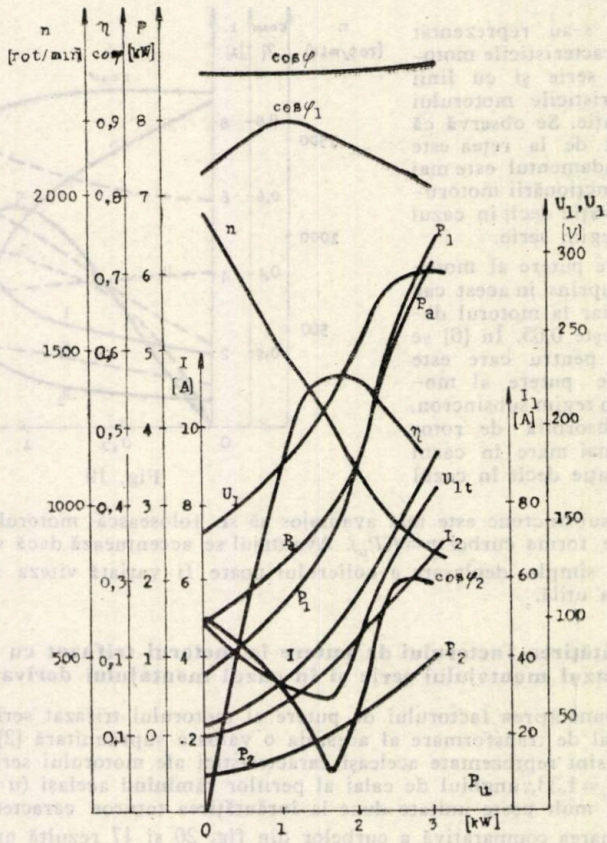


Fig. 20

Dacă motorul serie ce se transformă în motor derivaţie are colierul de perii decalabil numai în limite restrînse atunci atît pentru obţinerea funcţionării acestui motor în regim derivaţie ca motor necompensat ($\alpha = 0$) cît şi ca motor compensat se poate obţine decalajul dorit şi prin modificarea grupei de conexiuni (deplasări unghiulare) a transformatorului de alimentare a circuitului rotorului.

Îmbunătăţirea factorului de putere la motorul derivaţie se obţine la viteze suprasincrone prin decalarea colierului de perii, în sensul de rotaţie al motorului, din poziţia $\alpha = 0$, iar la viteze subsincrone, prin decalarea periilor în sens invers.

Dacă se deplasează colierele de perii în sens invers sensurilor indicate mai sus, pe lîngă înrăutăţirea în continuare a factorului de putere curentul din secundar creşte mult.

Unghiul de decalaj al periilor la motorul derivaţie, pentru obţinerea unei anumite îmbunătăţiri a factorului de putere, este cu atît mai mic cu cît este mai mare tensiunea secundară a transformatorului, adică cu cît este mai mare raportul de transformare K_d.

În fig. 21 s-au reprezentat caracteristicile motorului derivaţie trifazat funcţionînd la viteză suprasincronă pentru $K_d = 0{,}565$ şi cu colierul de perii decalat în sensul de rotaţie cu $\alpha = 23^0$. Dacă se compară aceste caracteristici cu cele reprezentate în fig. 18 se constată următoarele: de la funcţionarea la gol pînă la puterea utilă maximă factorul de putere ($\cos\varphi$) are valori capacitive. Caracteristica $\cos\varphi_1 = f(P_u)$ are

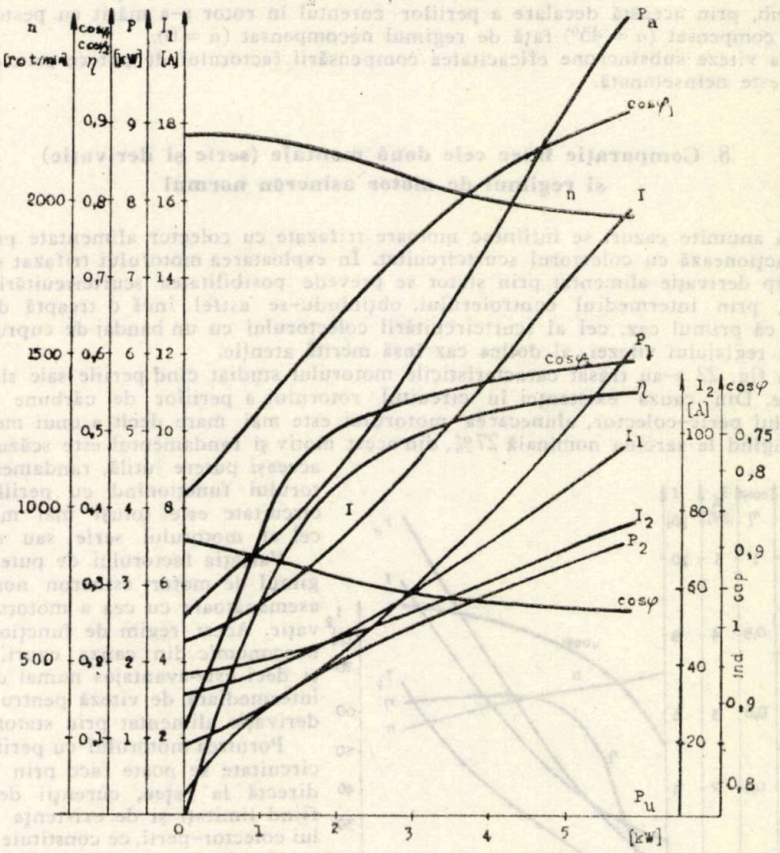


Fig. 21

aproximativ aceeaşi formă ca şi în cazul reprezentat în fig. 18. Curba factorului de putere a rotorului ($\cos\varphi_2 = f(P_u)$) are forma corespunzătoare, însă $\cos\varphi_2$ variază între limite mult mai largi decît în cazul reprezentat în fig. 18. Viteza de funcţionare la gol a motorului derivaţie compensat este ceva mai mică decît a motorului necompensat şi căderea procentuală de viteză în raport cu viteza de funcţionare la gol este mai mică. Randamentul motorului compensat este mai scăzut decît cel al motorului necompensat. Curentul este mai mic la motorul compensat. Curentul (I_2) din secundarul motorului compensat este mult mai mare decît la motorul necompensat.

La sarcina maximă curentul secundar în regim compensat este cu 11,8% mai mare decît în regim necompensat, iar la funcţionarea la gol chiar cu 137% mai mare. Prin urmare şi la motorul derivaţie, dacă se prevede compensarea factorului de putere, va

trebui să se dimensioneze corespunzător circuitul secundar. Puterea utilă a motorului compensat nu este mult diferită de cea a motorului necompensat. În cazul motorului derivaţie compensarea factorului de putere prin deplasarea colierului de perii nu are aceeaşi eficacitate la diverse viteze. Factorul de putere este cu atît mai bun, chiar la motorul necompensat, cu cît este mai mare viteza de rotaţie. Se observă că şi efectul compensării factorului de putere este cu atît mai mare cu cît K_d este mai mare, motorul funcţionînd bineînţeles la o viteză suprasincronă. Astfel, motorul funcţionînd la o viteză suprasincronă cu raportul de transformare $K_d = 0{,}14$ la decalarea colierului de perii în sensul de rotaţie al motorului, factorul de putere la gol creşte de la 0,40 ($\alpha = 0$) la 0,45 ($\alpha = 45^0$) iar la sarcina maximă factorul de putere rămîne practic nemodificat. În schimb, prin această decalare a periilor curentul în rotor s-a mărit cu peste 33% în regimul compensat ($\alpha = 45^0$) faţă de regimul necompensat ($\alpha = 0$).

La viteze subsincrone eficacitatea compensării factorului de putere prin decalarea periilor este neînsemnată.

8. Comparaţie între cele două montaje (serie şi derivaţie) şi regimul de motor asincron normal

În anumite cazuri se întîlnesc motoare trifazate cu colector alimentate prin stator care funcţionează cu colectorul scurtcircuitat. În exploatarea motorului trifazat cu colector de tip derivaţie alimentat prin stator se prevede posibilitatea scurtcircuitării periilor acestuia, prin intermediul controlerului, obţinîndu-se astfel încă o treaptă de viteză. Evident că primul caz, cel al scurtcircuitării colectorului cu un bandaj de cupru, exclude folosirea reglajului vitezei, al doilea caz însă merită atenţie.

În fig. 22 s-au trasat caracteristicile motorului studiat cînd periile sale sînt scurtcircuitate. Din cauza existenţei în circuitul rotorului a periilor de cărbune şi deci a contactului perie-colector, alunecarea motorului este mai mare decît a unui motor normal, atingînd la sarcina nominală 27%, din acest motiv şi randamentul este scăzut. Pentru aceeaşi putere utilă, randamentul motorului funcţionînd cu periile scurtcircuitate este totuşi mai mare decît cel al motorului serie sau derivaţie.

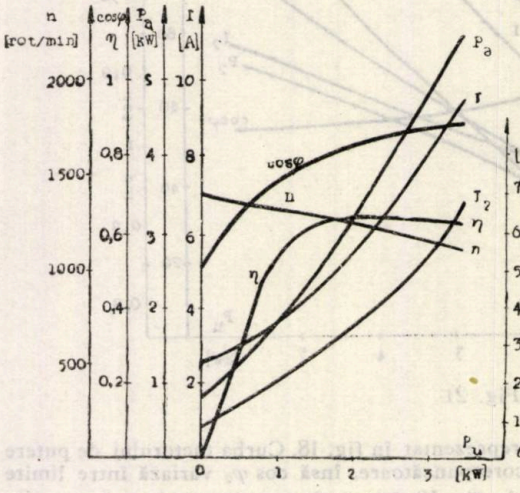


Fig. 22

Variaţia factorului de putere în regimul de motor asincron normal este asemănătoare cu cea a motorului derivaţie. Acest regim de funcţionare este neeconomic din cauza uzurii periilor şi deci este avantajos numai ca treaptă intermediară de viteză pentru motorul derivaţie alimentat prin stator.

Pornirea motorului cu periile scurtcircuitate se poate face prin cuplarea directă la reţea, curenţii de pornire fiind limitaţi şi de existenţa sistemului colector-perii, ce constituie o rezistenţă ohmică introdusă în circuitul rotorului.

Analizind caracteristicile din fig. 17, 18, 19 şi 22 rezultă că:

a) Puterea utilă ce o poate furniza motorul serie la calajul optim al periilor este mai mică decît cea dată de motorul funcţionînd în montaj derivaţie, la viteze suprasincrone şi la funcţionarea în regim de motor asincron normal.

b) Pentru viteze subsincrone se obţin puteri utile mai mari de la motorul serie de cît de la cel derivaţie, în condiţiile de calaj optim a periilor motorului serie.

c) Motorul funcţionînd în montaj serie, la viteze subsincrone, deci la diferite calaje ale periilor, este cu atît mai avantajos şi din punctul de vedere al puterii utile, cu cît viteza de rotaţie este mai mică.

9. Concluzii

Din studiul experimental comparativ al funcţionării aceluiaşi motor trifazat cu colector, cu trei perii pe perechea de poli, în regim de motor serie şi de motor derivaţie, se desprind următoarele concluzii:

a) Este posibilă, iar în unele cazuri este şi avantajoasă, transformarea motoarelor trifazate cu colector serie în motoare trifazate cu colector derivaţie, alimentate prin stator.

b) Se poate obţine mărirea puterii nominale pînă la circa de două ori, dacă se transformă un motor serie în motor derivaţie funcţionînd la viteze suprasincrone.

La viteze subsincrone motorul funcţionînd în regim serie poate furniza o putere utilă mai mare decît motorul funcţionînd în regim derivaţie, diferenţa crescînd cu micşorarea vitezei.

c) La acelaşi cuplu pe arbore şi la aceeaşi putere utilă randamentul motorului serie este mai mare decît cel al motorului derivaţie.

d) La funcţionarea motorului în regim derivaţie, la cuplu constant şi putere utilă variabilă, curentul absorbit de la reţea prezintă un minim.

e) La putere utilă constantă şi cuplu variabil curentul absorbit de la reţea, la funcţionare în ambele regimuri, trece printr-un minim.

f) Factorul de putere al motorului trifazat cu colector în montaj serie este mai bun decît în montaj derivaţie. La sarcini mici diferenţa, din punctul de vedere al factorului de putere, între cele două situaţii, este importantă.

g) Factorul de putere al circuitului secundar în cazul funcţionării în montaj serie are un minim iar în cazul funcţionării în montaj derivaţie este apropiat de unitate atît la funcţionarea la cuplu constant cît şi la putere utilă constantă.

h) Dacă se prevede aplicarea unui procedeu de îmbunătăţire a factorului de putere pentru ambele montaje, rotorul motorului trebuie dimensionat în mod corespunzător.

i) La viteze subsincrone este mai avantajoasă, din toate punctele de vedere, funcţionarea în montaj serie decît în montaj derivaţie. La viteze suprasincrone motorul derivaţie este mai avantajos decît cel serie

j) Motorul trifazat cu colector, alimentat prin stator şi dimensionat corespunzător, poate fi folosit în montajul cel mai favorabil, serie sau derivaţie, după necesităţile mecanismului acţionat.

k) Ulterior se va prezenta un studiu comparativ între funcţionarea motorului trifazat cu colector cu 6 perii pe perechea de poli, de tip serie şi derivaţie.

f

Primit la 18 IV 1961

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice,
Laboratorul de maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Liwschitz M., *Die elektrischen Maschinen*, Bd. **III**, Verlag B. G. Teubner, Leipzig u. Berlin, 1934.
2. Nürnberg W., *Die Prüfung elektrischer Maschinen*, Springer Verlag, Berlin, 1940.
3. * * * *Manualul inginerului electrician* vol. **II**, Ed. tehn., Buc., 1954.
4. Piotrovski L. M., *Maşini electrice*, EES, Buc., 1953, (trad. din l. rusă).
5. Richter R., *Elektrische Maschinen*, Bd. V, Springer Verlag, Berlin, 1950.
6. Kostenko M. P., *Maşini electrice speciale*, EES, Buc., 1955, (trad. din l. rusă).

СРАВНИТЕЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕЙСТВИЯ ТРЕХФАЗНЫХ СЕРИЙСНЫХ И ШУНТОВЫХ КОЛЛЕКТОРНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПИТАЕМЫЕ ЧЕРЕЗ СТАТОР, С ТРЕМЯ ЩЕТКАМИ НА ПАРЕ ПОЛЮСОВ

(Резюме)

В настоящей работе приведено экспериментальное сравнительное исследование трехфазного коллекторного двигателя с тремя щетками на паре полюсов, в режиме серийсного и шунтового двигателя.

Исследуется действие одного и того же двигателя в обоих режимах, при постоянном моменте на валу и при постоянной полезной мощности. Также анализируется вопрос достижения максимальной номинальной мощности, вопрос улучшения коэффициента мощности и действие двигателя в упомянутых режимах при одном и том же масштабе скоростей.

Авторы приходят к следующим более ценным выводам:

Возможно получить более высокую полезную мощность при действии двигателя в шунтовом режиме и при сверхсинхронной скорости чем при действии двигателя в серийсном режиме.

При скоростях менее синхронной скорости серийсный двигатель более выгодный со всех точек зрения. При сверхсинхронных скоростях более выгодным оказывается двигатель действующий в шунтовом режиме.

Коэффициент мощности и коэффициент полезного действия, при одной и той же полезной мощности оказываются более высокими при серийсном чем при шунтовом двигателе.

Если имеется в виду исспользование какого либо метода для улучшения коэффициента мощности то якорь двигателя должен быть соответственно расчитан для обоих режимов действия.

VERGLEICHENDES STUDIUM DER DREIPHASENSTÄNDERGESPEISTENSTROMWENDERMOTOREN, MIT DREI BÜRSTEN JE POLPAAR IM REIHEN- UND NEBENSCHLUSSBETRIEB

(Zusammenfassung)

Es wird ein erfahrungsmässig vergleichender Studium eines Dreiphasenständergespeistenstromwendermotors mit drei Bürsten je Polpaar im Reihen- und Nebenschlussbetrieb durchgeführt.

Der Vergleich der Arbeitsweise desselben Motors in den beiden Arbeitsregimen wurde bei konstantem Drehmoment an der Welle und bzw. bei konstanter Nutzleistung gemacht. Es werden gleichzeitig die Fragen der Erhaltung von maximaler Nennleistung, der Leistungsfaktorverbesserung und des Motorbetriebes in den beiden Arbeitsregimen im selben Drehzahlbereich erforscht.

Es werden die folgenden wichtigsten Schlussfolgerungen gezogen:

Man kann eine viel grössere Nutzleistung im Nebenschluss- bei übersynchroner Drehzahl wie im Reihenschlussmotorbetrieb erreichen.

Von allen Gesichtspunkten verhält sich der Reihenschlussmotor bei untersynchronen Drehzahlen günstiger, doch bei übersynchronen Drehzahlen ist der Motor im Nebenschlussbetrieb besser.

Der Leistungsfaktor und der Wirkungsgrad des Motors im Reihenschlussbetrieb sind bei derselben Nutzleistung grösser als im Nebenschlussbetrieb.

Wenn man Leistungsfaktorverbesserungsmittel anwenden will so muss man den Läufer, in beiden Betriebsregimen dem gemäss berechnen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 621.397.5

ОБ ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ ОБЪЕКТИВА ПЕРЕДАЮЩЕЙ КАМЕРЫ НА КАЧЕСТВО ТЕЛЕВИЗИОННОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ (I)

ЭМИЛ ДАМАКИ

1. *Введение*

Передача телевизионного изображения осуществляется, прежде всего, путем преобразования световых потоков, соответствующих различным распределениям яркости на объективе, в электрические сигналы. Важную роль в осуществлении этого преобразования играет объектив передающей камеры. С его помощью изображение пространственных объективов проектируется на плоскость преобразователя световой информации в электрическую.

Основное требование к объективу состоит в том, чтобы правильно передавать информации о яркости деталей передаваемой сцены.

При оценке влияния различных звеньев телевизионной системы на качество изображения обычно считается, что объектив передающей камеры является идеальным, то-есть не вносит *искажений*. Это предположение оправдывается тем, что разрешающая способность объективов, используемых в телевидении, намного выше разрешающей способности остальных звеньев телевизионной системы.

Проведенные в последние годы экспериментальные исследования, показали, что объектив влияет на качество телевизионного изображения и, что оценка этого влияния только по критерию «разрещающая способность» является недостаточной.

О влиянии различных звеньев телевизионной системы на качество изображения обычно судят по изображению на экране приемной трубки. В таких условиях, было бы естественно применять те же критерия для оценки искажений, вносимых объективом, что и для оценки качества работы остальных звеньев системы.

Частотный метод анализа и метод переходных характеристик, широко применяемые для оценки искажений, вносимых передающей и приемной трубками или каналом связи, легко распространяются и в случае объектива телевизионной камеры.

В статье делается попытка применить эти методы для оценки качества оптического изображения и влияние объекта на качество телевизионного изображения.

2. *Осовенности работы объективов телевизионных камер*

Условия работы объективов телевизионных камер отличаются от условий в которых работают обычные кинопроекционные или фотографические объективы.

Во-первых, оптическое изображение образуется не в плоскости киноэкрана или импульсионного слоя, а на внутренней поверхности передней планшайбы передающей трубки, имеющей толщину около 4 мм. Иногда за объективом располагается нейтральный светофильтр толщиной также около 4 мм. Эти стеклянные пластины могут существенно снизить «разрешающую способность» и резкость изображения, если применяются обычные фото- или кинопроекционные объективы. Их влияние особенно сказывается при объективах с фокусным расстоянием $f \leqslant 135$ мм, когда поле зрения достаточно велико и снижение качества изображения наиболее заметно по краям.

Даже применением специальных объективов МИР-2Т, МИР-11Т и др. не удается полностью устранить неблагоприятное влияние этих стеклянных пластин [1].

Во-вторых, оптическое изображение воспринимается в данном случае не глазом или фотопленкой, а фоточувствительным слоем передающей трубки, спектральная характеристика которого, вообще, отличается от кривой «видности» и спектральной характеристики фотопленки. Известно, что при воспроизведении цветные объектов в черном-белом телевидении могут иметь место «контрастные» искажения, различно окрашенных, участков изображения. При линейной амплитудной характеристике телевизионной системы неискаженное воспроизведение цветных объектов обеспечивается путем приведения результирующей спектральной характеристики передающей камеры к кривой «видности» глаза [2].

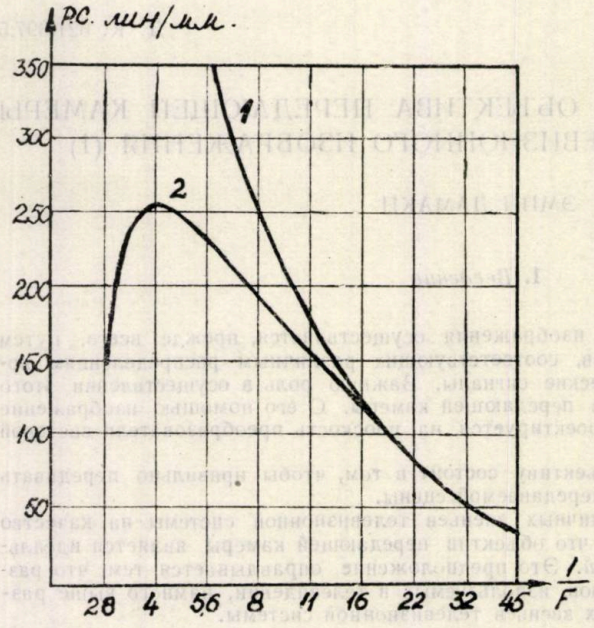


Рис. 1. — Разрешающая способность объективов в зависимости от относительного отверстия F.
1 — безаберрационный объектив ; *2* — хорошокорригированный объектив.

Результирующая спектральная характеристика передающей камеры определяется спектральными характеристиками фоточувствительного слоя передающей трубки, источника света и объектива. Как показал А. П. Чуев [3], характеристики спектральной «прозрачности» объективов с просветленной оптикой (применяемых в телевидении для повышения контраста изображения) равномерны только в среднем участке «видимого спектра». В «красном» и «синем» участках спектра наблюдается уменьшение «прозрачности». Таким образом, объектив влияет на форму результирующей спектральной характеристики передающей камеры.

В-третьих, известно, что для увеличения чувствительности передающей камеры (которая возрастает пропорционально квадрату относительного отверстия объектива) применяются объективы с большими относительными отверстиями. При этом необходимо учитывать, что увеличение относительного отверстия приводит к изменению других характеристик объектива, тесно связанных с качеством изображения.

С одной стороны, увеличение относительного отверстия объектива с достаточно большим углом зрения сопровождается уменьшением разрешающей способности, из-за влияния остаточных аберраций. Ход изменения разрешающей способности безаберрационного объектива (кривая *1*) и хорошо корригированного объектива (кривая *2*) в зависимости от относительного отверстия показан на рис. 1 [4].

Из рис. 1 видно, что реальные объективы при больших относительных отверстиях обладают разрешающей способностью в несколько раз меньше теоретической возможной.

С другой стороны, параметры объективов связываются между ними «эмпирическим» [5]:

$$F_1 \operatorname{tg} \omega_1 \sqrt{f_1 / 100} = F_2 \operatorname{tg} \omega_2 \sqrt{f_2 / 100} = \cdots = C_m , \quad (1)$$

где: $F = D/f$ — относительное отверстие, ω — угол поля зрения, f — фокусное расстояние, C_m — постоянная величина, значение которой колеблется в пределах 0,22...0,24 (для большой группы современных фотографических объективов), D — диаметр входного зрачка.

Выражение (1) показывает, что повышение одних характеристик объектива вызывает необходимость понижения других. Например, увеличение F требует уменьшение ω или f. В противном случае, это может привести к понижению качества коррекции данного объекта, или ограничению размеров передаваемых сцен.

Увеличение относительного отверстия объектива за счет увеличения диаметра входного зрачка D, приводит к уменьшению глубины резко изображенного пространства, что существенно сказывается при передаче пространственных объектов. В литературе [6] указано на необходимость применения объективов с высокой «решающей способностью» для обеспечения неизменности четкости телевизионного изображения при передаче сцен, в которых объект может приближаться к камере или удаляться от нее. Разрешающая способность объектива должна быть *тем выше,* чем большую часть пространства в глубину необходимо передать с одинаковой четкостью.

Все это свидетельствует о больших трудностях, возникающих при выборе объектива, удовлетворяющего по возможности всем требованиям телевизионной передачи.

В свете вышесказанного соображения, возникает необходимость установления некоторого критерия оценки влияния объектива на качество телевизионного изображения. Ниже будет показано, что до настоящего времени не существует единного критерия для оценки качества оптического изображения. Это еще больше затрудняет решение вопроса влияния объектива на качество телевизионного изображения.

3. *Недостаточность критерия «разрешающая способность» для оценки качества оптического изображения*

Несмотря на то, что в течении многих лет критерий «разрешающая способность» является единым способом для оценки качества оптического изображения, в последнее время возникли сомнения: является ли этот критерий всегда правильным при оценке работы объективов?

Известно, что критерий «разрешающая способность» был принят для оценки качества работы оптических приборов, применяемых для визуальных наблюдений, особенно в астрономии. Способность оптического прибора «разделять» точечные изображения «звезд» получила название «разрешающей способности». Критерий Релея, связанный с известным математическим выражением этой способности, относится к случаю когда качество изображения определяется одной диффракцией. С тех пор, как объективы стали быть применяемы для работы и с другими приемниками световой энергии (фотографические эмульсии, фотоэлементы и т. д.), требования к F и ω расширились. При увеличении этих характеристик, аберрации сказываются сильнее чем диффракции. Кроме того, распределение световой энергии в изображении зависит и от свойств источника света. В этих условиях, критерий «разрешающая способность» — основанный только на теории диффракции — не может дать исчерпывающую информацию о качестве работы объектива. Но оптики не обратили внимания на необходимость пересмотра и проверки старого критерия, полностью оправдавшего себя лишь при расчете астрономических приборов[1]).

Экспериментальные исследования В. Ронки [7] доказали, что разрешающая способность является чисто теоретическим критерием, который проверяется в практике только в редких случаях. Им было установлено, что при измерении «разрешающей способности» любого оптического прибора с помощью глаза, в действительности, мы не получаем полных сведений о качестве прибора; вернее всего измеряем разрешающую силу глаза наблюдателя, вооруженного этим прибором.

Другие исследования фотографических объективов показали, что плоскость изображения, в которой получается наиболее качественный снимок, является не плоскостью максимальной разрешающей способности, а плоскостью максимального контраста [8].

Этот вывод заставил оптиков расширить исследования влияния контраста на качество оптического изображения. По мнению некоторых авторов улучшение качества оптического изображения сводится к повышению его контраста, а падения контраста

---

[1]) По аналогии с оптикой, критерий «разрешающая способность» был принят и для оценки четкости телевизионного изображения.

в зависимости от размеров изображаемых деталей может дать большую информацию о качестве работы объектива. Критерий «разрешающая способность» не удовлетворяет этому условию. Он может дать некоторую информацию о контрасте только тех деталей изображения, размеры которых соответствуют пределу разрешения. Результаты экспериментального определения разрешающей способности в значительной мере зависят от типа используемого тест-объекта. Тот факт, что разрешающая способность является пороговой величиной, приводит к низкой точности ее определения и к тому, что она меняется от наблюдателя к наблюдателю. Некоторые исследователи считают что между разрешающей способностью и субъективным ощущением резкости оптического изображения вовсе не существует той тесной связи, о которой предполагали раньше [8].

Именно этими обстоятельствами объясняется почему в последнее десятилетие ведутся в различных лабораториях работы по созданию новых методов испытания объективов, которые давали бы возможность получить более полную информацию о их работе.

Излагать все эти методы здесь мы не будем. Они полностью рассмотрены в литературе [8], [9]. Надо однако заметить, что наиболее подходящие из них для оценки влияния объектива на качество телевизионного изображения следует считать два метода: первый, основан на снятии так называемой «контрастной» характеристики; второй — на знании переходной характеристики объектива.

4. *«Контрастная» характерисика объектива*

При испытании объективов, обычно, используются специальные миры (тест-таблицы) с чередующимися параллельными темными и светлыми полосами (решетки), яркость которых в направлении поперек полос меняется по синусоидальному или прямоугольному закону.

При образовании изображения такой миры под влиянием дифракции, аберраций и рассеянного света часть световой энергии распространяется за пределы светлых полос, увеличивая яркость темных интервалов. Когда угловая ширина полосок уменьшается, свет начинает заполнять все пространства темного интервала и контраст оптического изображения постепенно уменьшается.

Уменьшение контраста изображения в зависимости от частоты полос характеризуется в фототехнике функцией контрастности объектива. В этом случае, контрастность оптического изображения определяется выражением

$$k' = (B_{\max} - B_{\min}) / B_{\max}, \tag{2}$$

где $B_{\max}$ — яркость светлых полос, $B_{\min}$ — яркость темных полос.

В странах западной Европы больше пользуются понятием «глубина модуляции яркости» (**Modulationsgrad**) или «коэффициента передачи контраста» (**Kontrastübertragunsfaktor [10], coefficient de transmission des contrastes**), которые определяются выражением

$$k = (B_{\max} - B_{\min}) / (B_{\max} + B_{\min}). \tag{3}$$

Глубина модуляции яркости k связана с контрастностью оптического изображения соотношением

$$k = [(B_{\max} - B_{\min}) / B_{\max}] / \{[2B_{\max} - (B_{\max} - B_{\min})] / B_{\max}\} = k'/(2-k'). \tag{4}$$

Применение функции уменьшения контраста в зависимости от частоты полос для оценки качества оптического изображения предложено

рядом авторов. Например О. Х. Шаде [8] предложил характеризовать качество работы объектива следующим образом:

а) При использовании миры, распределение яркости в которой следует синусоидальному закону, за меру качества принимается отношение контраста изображения миры к контрасту самой миры. Это соотношение, обозначенное через $r_{\psi}^{\sim}$, зависит от частоты полос N и не зависит от контраста миры. Функция $r_{\psi}^{\sim}(N)$ напоминает, так называемую, апертурно-частотную характеристику телевизионной системы и изменяется с увеличением частоты решетки так, как показано на рис. 2, кривой *1*.

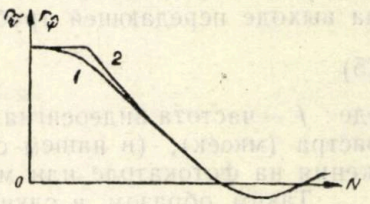


Рис. 2. — Апертурно-частотные характеристики объектива.

б) Если применяется мира с прямоугольным распределением яркости, отношение контраста изображения к контрасту миры обозначается через $r_{\psi}^{\wedge}$ и зависимость этой функции от частоты показана на рис. 2, кривой *2*. В отличие от предыдущего случая функция $r_{\psi}^{\wedge}(N)$ равна единице не только при $N = 0$ но и в некотором интервале частот. По форме эта функция напоминает импульсную апертурно-частотную характеристику.

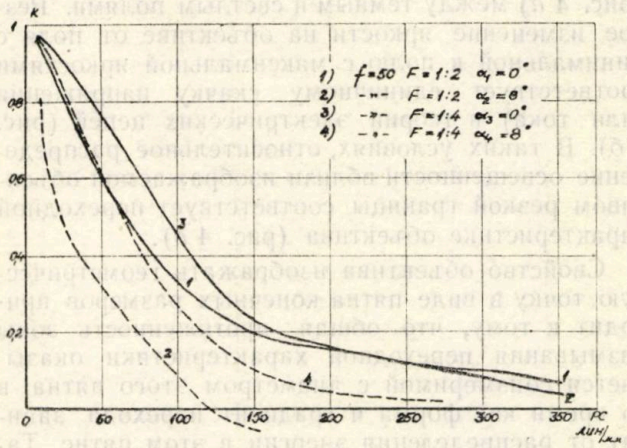


Рис. 3. — «Контрастные» характеристики одного малоформатного объектива [11].

Розенхауер и Розенбрук [11], Ламбер [12] и другие предлагают оценивать качество объектива двумя характеристиками: контрастно-частотной характеристикой и характеристикой смещения фазы. Последнее они наблюдали и измеряли в случае изображения вне оси объектива, когда распределение освещенности в изображении точки оказывается несимметричным. Экспериментальные исследования, проведенные Розенхауером и Розенбруком, показали что знание смещения фазы в зависимости от частоты решетки приобретает особое значение при оценке влияния комы и дисторсии на качество оптического изображения, но это необходимо только для тех частот, при которых величина контраста изображения меньше чем 0,2.

На рис. 3 изображены «контрастные» характеристики одного малоформатного фотографического объектива при различных F и углах глав-

ных лучей к оптической оси a, полученных экспериментально Розенхауером и Розенбруком.

На оси абсцисс отложена частота полос в лин/мм, а на оси ординат глубина модуляции яркости k.

Интересно отметить, что число линий/мм, в случае синусоидальной решетки, связывается с частотой соответствующего видеосигнала на выходе передающей трубки соотношением

$$\text{лин/мм} = ft/b\,, \tag{5}$$

где: f — частота видеосигнала (мгц), t — время передачи одной строки растра (мксек), (в нашем случае $t = 64$ мксек), b — ширина изображения на фотокатоде или мозаике передающей трубки (мм).

Таким образом, в случае синусоидальной решетки «контрастная» характеристика объектива соответствует частотной характеристике из теории электрических цепей.

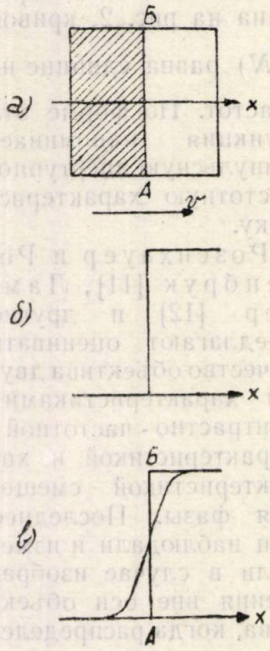


Рис. 4. — a — Резкая граница между темным и светлым полями; $б$ — Изменение яркости на объективе; $в$ — Изменение яркости и изображении резкой границы.

5. *Переходная характеристика объектива*

Другой метод оценки качества оптического изображения состоит в отыскании распределения освещенности в изображении резкой границы $АБ$ (рис. 4 $а$) между темным и светлым полями. Резкое изменение яркости на объективе от поля с минимальной к полю с максимальной яркостями соответствует единичному скачку напряжения (или тока) в теории электрических цепей (рис. 4 $б$). В таких условиях, относительное распределение освещенности вблизи изображаемой объективом резкой границы соответствует переходной характеристике объектива (рис. 4 $в$).

Свойство объектива изображать геометрическую точку в виде пятна конечных размеров приводит к тому, что общая протяженность зоны размывания переходной характеристики оказывается соизмеримой с диаметром этого пятна, в то время как форма и градиент перехода зависят от распределения энергии в этом пятне. Таким образом, переходная характеристика, легко получаемая на практике [2]), является вполне удобной мерой оценки качества работы объектива, обуславливаемой эффективным распределением освещенности в кружке рассеяния (рис. 5)

$$\varrho(x', y') = E_N(x', y')/E_0. \tag{6}$$

Расчет переходной характеристики, в случае

[2]) Экспериментальные методы для получения переходной характеристики находятся в [11], [18].

когда известно распределение (6), сводится к случаю «скандирования» резкой границы «пятном» (кружком рассеяния) объектива и определяется формулой

$$h(x) = \frac{1}{2}\left\{1 + \left[2\int_0^x R(x')\,dx'\right] \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} R(x')\,dx'\right\}, \tag{7}$$

где $R(x') = \int_a^b \varrho(x', y')\,dy'$ — суммарная освещенность в сечении $аб$, параллельном границе $АБ$ и удаленном от нее на $x+x'$ (рис. 5).

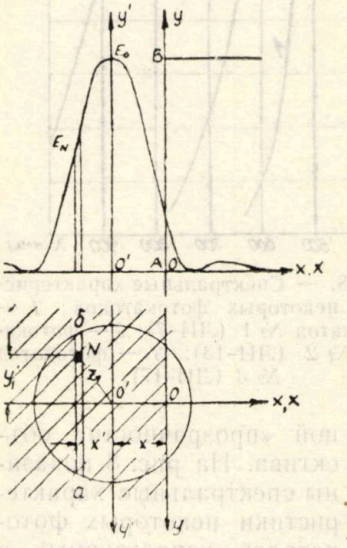


Рис. 5. — Скандирование резкой границы «пятном» объектива.

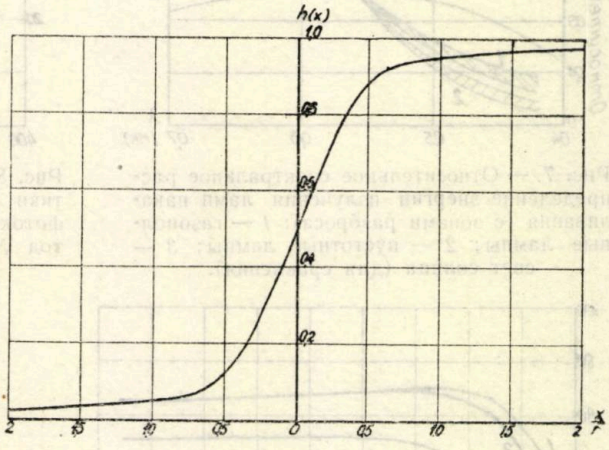


Рис. 6. — Переходная характеристика безаберрационного объектива при монохроматическом свете.

Результаты вычисления переходной характеристики объектива с учетом только диффракции при монохроматическом источнике света указаны в литературе [13], [14]. Форма такой переходной характеристики изображена на рис. 6, для случая когда расстояние от резкой границы выражается в относительных единицах x/r, где $r \cong 1{,}22\,\lambda/F$ — радиус первого темного кольца диффракционного пятна, зависящий F и от длины волн источника света λ.

Сложнее оказывается вопрос вычисления распределения освещенности в диффракционном пятне в случае источников белого света, имеющих различные спектральные характеристики.

В таком случае, распределение (6) вычисляется приближенным методом, путем складывания диффракционных пятен при различных длинах спектрального состава источника.

Вообще, источники света обладают неравномерными спектральными характеристиками. На рис. 7 изображены спектральные характеристики некоторых источников света, используемых в телевидении. При преобразовании световой энергии в электрический сигнал, величина фототока зависит от спектральной характеристики фотокатода и от спектральной «прозрачности» объектива. На рис. 8 показаны спектральные характеристики некоторых фотокатодов используемых в передающих трубках, а на рис. 9, спектральные «прозрачности» некоторых объективов [3].

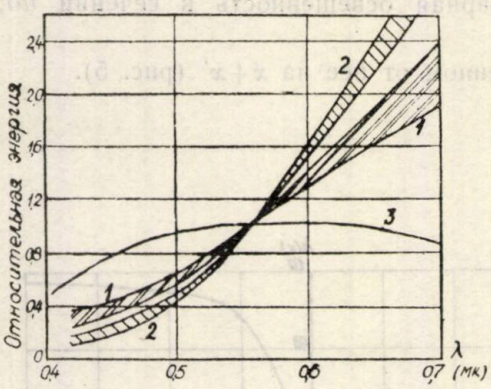


Рис. 7. — Относительное спектральное распределение энергии излучения ламп накаливания (с зонами разброса): *1* — газополные лампы; *2* — пустотные лампы; *3* — свет солнца (для сравнения).

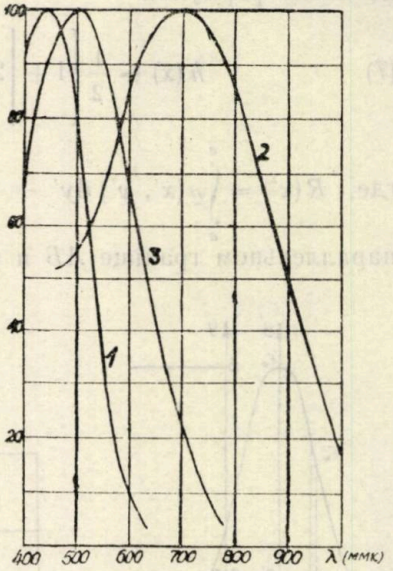


Рис. 8. — Спектральные характеристики некоторых фотокатодов: *1* — фотокатод № 1 (ЛИ-7); *2* — фотокатод № 2 (ЛИ-13); *3* — фотокатод № 3 (ЛИ-17).

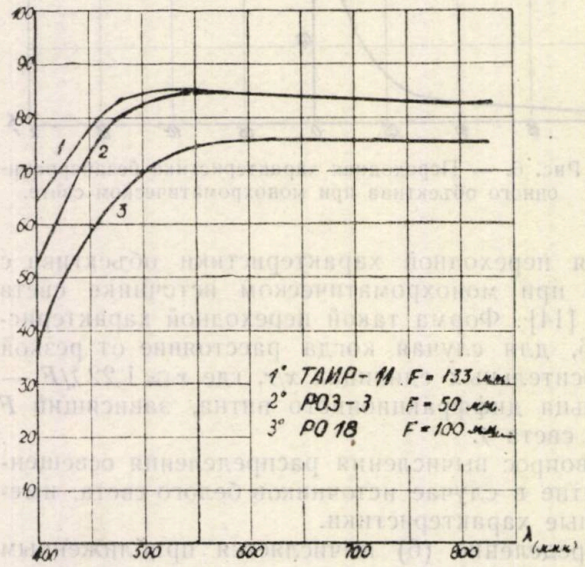


Рис. 9. — Спектральные «прозрачности» некоторых объективов.

Результирующая спектральная характеристика системы — источник света-объектив-фотокатод — получается умножением ординат данных спектральных характеристик.

Результирующие спектральные характеристики некоторых телевизионных камер, при различных источниках света и различ-

ных фотокатодах, работающих с объективом ТАИР-11 ($f = 133$ мм), показаны на рис. 10.

Распределение энергии в изображении точки, даваемом преобразователем свет-электрический сигнал в телевидении, с учетом только

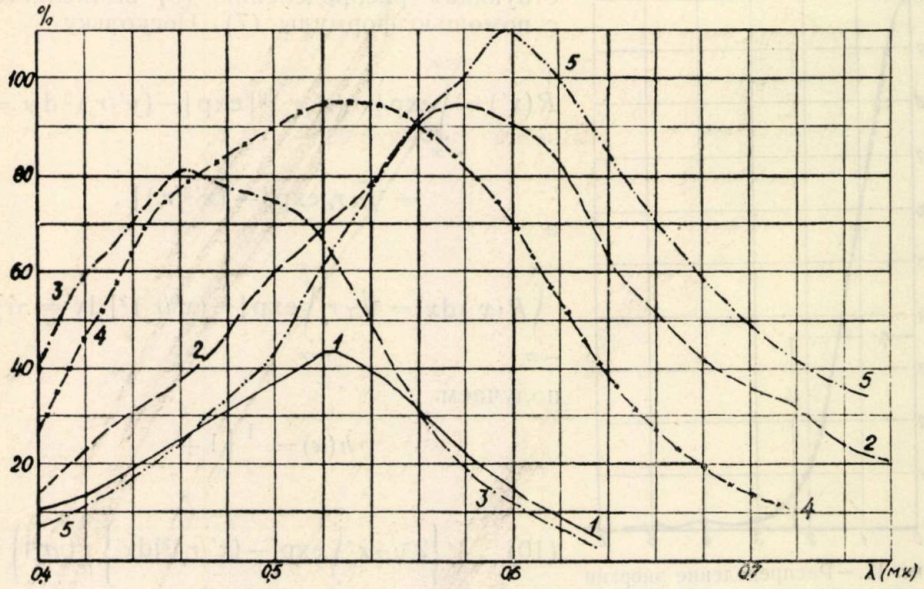


Рис. 10. — Результирующие спектральные характеристики некоторых камер работающих с объективом ТАИР-11 при использовании: *1* — газополной лампы накаливания и фотокатода № 1; *2* — газополной лампы накаливания и фотокатода № 3; *3* — дневного света и фотокатода № 1; *4* — дневного света и фотокатода № 3; *5* — пустотной лампы накаливания и фотокатода № 3.

диффракции для случая результирующей спектральной характеристики *2* (рис. 10) и объектива с $F = 1:4$, полученное путем коаксиальной суперпозиции диффракционных пятен при различных длинах волн λ, показано на рис. 11.

Как видно из рис. 11, можно считать с достаточный точностью, что относительное распределение фототока, соответствующее изображению точки, меняется с расстоянием r от центра диффракционного пятна по экспоненциальному закону

$$i/i_0 = \exp[-(pr)^2], \tag{8}$$

или вводя в (8), «условный» радиус пятна r_e (отсчитываемый на уравне $1/e = 0{,}363$ из максимального значения i/i_0 [15], получаем

$$i/i_0 = \exp[-(r/r_e)^2] = \exp\{-[(x'/r_e)^2 + (y'/r_e)^2]\}. \tag{9}$$

В нашем случае $r_e = 1{,}4$ мк.

Кривая распределения энергии (9) для случая $r_e = 1{,}4$ мк изображена пунктируемыми линиями на рис. 11. Из сравнения кривых рис. 11 видно, что распределение энергии в центральной части пятна хорошо

апроксимируется выражением (9). Некоторое отступление от (9) наблюдается на краях пятна, но это не имеет существенного значения для определения зоны размытости переходной характеристики.

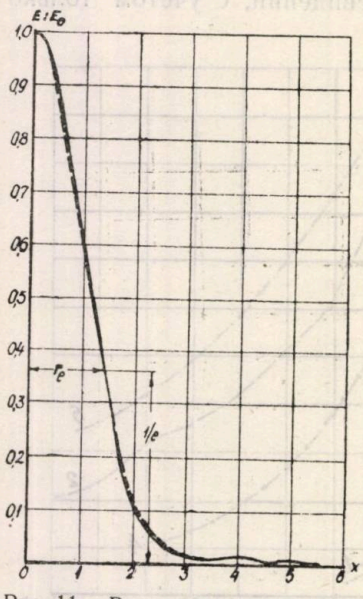


Рис. 11.—Распределение энергии в кружке рассеяния безаберрационного объектива при белом свете ($F = 1:4$).

Переходная характеристика, соответствующая распределению (9) вычисляется с помощью формулы (7). Поскольку

$$R(x') = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-(x'/r_e)^2\right] \exp\left[-(y'/r_e)^2\right] dy' =$$

$$= \sqrt{\pi}\, r_e \exp\left[-(x'^2/r_e)\right],$$

а

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x')\, dx' = \sqrt{\pi}\, r_e \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-(x'/r_e)^2\right] dx' = \pi r_e^2$$

получаем

$$h(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \right.$$

$$(10) \quad \left. + \left\{2\sqrt{\pi}\, r_e \int_0^x \exp\left[-(x'/r_e)^2\right] dx'\right\} \Big/ (\pi r_e^2)\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left[1 + \Phi(x/r_e)\right],$$

где $\Phi(u) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp\left(-u'^2\right) du'$ — интеграл вероятности, а $u = x/r_e$.

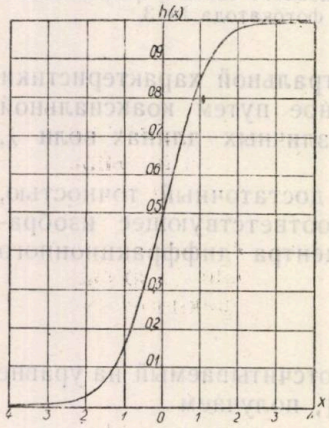


Рис. 12. — Переходная характеристика безаберрационного объектива при белом свете.

Переходная характеристика (10) изображена на рис. 12 (для случая $r_e = 1{,}4$ мк.).

Вычисление переходной характеристики объектива с остаточными аберрациями весьма затруднительно вследствие сложности нахождения распределения энергии в изображении точки, в особенности при наличии лучей с большими углами к оси объектива.

Приближенные данные о переходной характеристики объектива с остаточными аберрациями можно получить экспериментальным путем, измеряя для каждого случая распределение энергии в изображении резкой границы фотоэлектрическим методом. На основании теоретического материала [16], [17]

можно сделать следующие предположения относительно переходной характеристики объектива с остаточными аберрациями:

1. Из-за перераспределения энергии к краям кружка рассеяния, зона размытости должна быть больше чем у безаберрационного объектива.

2. При построении периферийных частей изображения (вне оси объектива) переходная характеристика должна быть несимметричной,

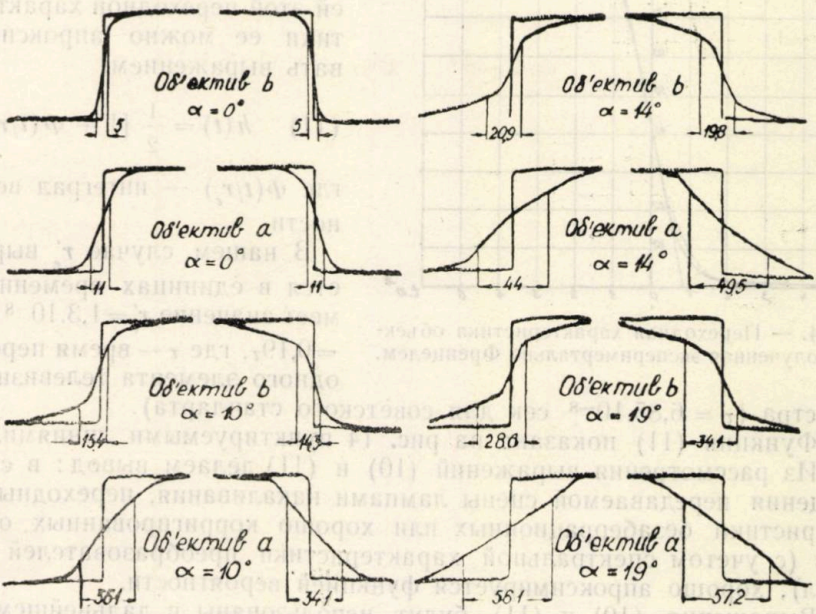


Рис. 13. — Переходная характеристика двух фотографических объективов, получено экспериментально Розенхауером и Розенбруком.

из-за влияния комы, астигматизма и кривизны поля изображения. Эти предположения хорошо подтверждаются экспериментами. На рис. 13 изображены переходные характеристики двух объективов с $f = 50$ мм, но с разными относительными отверстиями $F_1 = 1:1{,}1$ и $F_2 = 1:2$, при различных углах наклонения главных лучей к оптической оси: $\alpha_1 = 0°$, $\alpha_2 = 10°$, $\alpha_3 = 14°$ и $\alpha_4 = 19°$. Эти кривые получены Розенхауером и Розенбруком (*op. cit.*) при монохроматическом свете ($\lambda = 556$ ммк). Объектив имеет больше остаточных аберрацией.

Из графиков видно, что «условная» зона размытости (указанная на рис. 13 в мк) увеличивается с ростом угла: она может быть больше шага разложения телевизионной системы, что должно приводить к существенному падению разрешающей способности и контраста мелких деталей на краях поля изображения.

Переходная характеристика одного из применяемых в телевидении объективов ($f = 50$ мм, $F = 1:2$) при угле $\alpha = 5°$ и рабочей диафрагме 1:4 (полученная фотоэлектрическим методом, Френцелем [18]) изображена на рис. 14. Источником света при получении этой характеристики служила лампа накаливания. Максимальная крутизна харак-

теристики и зона размытости (измеряемой на уровне 0,1...0,9 установившегося значения) существенно отличаются от значений, полученных нами для объектива с тем же относительным отверстием при учете только диффракции (рис. 12).

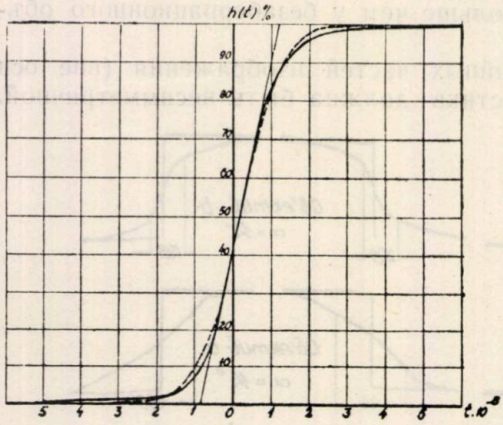


Рис. 14. — Переходная характеристика объектива полученная эксперимертально Френцелем.

Если пренебречь асимметрией этой переходной характеристики ее можно апроксимировать выражением

$$(11) \quad h(t) = \frac{1}{2}\left[1 + \Phi(t/r_e')\right],$$

где $\Phi(t/r_e)$ — интеграл вероятности.

В нашем случае r_e' выражается в единицах времени и имеет значение $r_e' = 1{,}3.10^{-8}$ сек $= 0{,}19\tau$, где τ — время передачи одного элемента телевизионного растра ($\tau = 6{,}85.10^{-8}$ сек для советского стандарта).

Функция (11) показана на рис. 14 пунктируемыми линиями.

Из рассмотрения выражений (10) и (11) делаем вывод: в слулае освещения передаваемой сцены лампами накаливания, переходные характеристики безаберрационных или хорошо корригированных объективов (с учетом спектральной характеристики преобразователей свет-сигнал), хорошо апроксимируется функцией вероятности.

Выражения (10) и (11) будут использованы в дальнейшем для нахождения результирующей переходной характеристики телевизионной системы и для оценки влияния объектива на качество телевизионного изображения.

Поступила 10 III 1961 г.

Ленинградский электротехнический институт им. Ульянова (Ленина), СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев М. Д., Техника кино и телевидения, 1958, *12*, стр. 59—60.
2. Гуревич С. Б., *Физические процессы в передающих телевизионных трубках*, физматгиз, М., 1958, стр. 199.
3. Чуев А. П., Техника телевидения, 1955, *7* (*13*), стр. 22—32.
4. Лапаури А. А., *Фотографическая оптика*, Искусство, М., 1955.
5. Волосов Д. С., *Методы расчета сложных фотографических систем*, ОГИЗ, Л.-М., 1948, стр. 14.
6 Александров О. А., *О влиянии расфокусировок на четкость телевизионного изображения*, Диссертация, ЛЭТИ, Л., 1956.
7. **Ronchi V., Optica Acta, 1958, 5, Hors série, pp. 37—43.**
8. * * * *Оценка качества, оптического изображения*, Изд. геод. лит. М., 1959, (перевод с английского).
9. Ашеулов А. Т., Павличук Т. А., Хухруна М. Д., Оптико механическая промышленность, 1958, *3*, стр. 3—8; **Ibid., 1958, *5*, стр. 12—15.**
10. **Grabke H., Below F., Rundfunktechnische Mitteilungen, 1959, III, *3*, S. 145—152.**
11. **Rosenhauer K., Rosenbruck K. T. Optica Acta, 1957, 4, *1*, S. 21—28; Ibid., 1959, 6, *3*, S. 232—251.**

12. Lamberts R., JOSA, 1958, **48**, 7, pp. 490—495.
13. Маскутов Д. Д., *Астрономическая оптика*, ОГИЗ, М.-Л., 1946.
14. Toraldo di Francia G., *La diffrazione della luce*, Torino, 1958.
15. Рыфтин Я. А., ЖТФ, 1953, **23**, 7, стр. 1239—1246.
16. Тудоровский А. И., *Теория оптических приборов*, т. **I**, **II**, Изд. АН, М., 1948.
17. Слюсарев Г. Г., Ежова-Гагенторн Е. И., Труды ГОИ, Л., 1935, *100*.
18. Frenzel D., Rundfunktechnische Mitteilungen, 1958, **2**, *1*, S. 20—28.

SUR L'ÉVALUATION DE L'INFLUENCE DE L'OBJECTIF DE LA CHAMBRE VIDÉOCAPTRICE SUR LA QUALITÉ DE L'IMAGE EN TÉLÉVISION

(Résumé)

On analyse quelques aspects concernant la caractérisation de la qualité de l'image donnée par des objectifs. On expose les insuffisances du critérium „puissance de résolution" et on aboutit à la conclusion que ce critérium n'est pas capable de caractériser d'une manière acceptable la qualité des objectifs utilisés en présent, en technique.

Une information plus riche quant à la qualité de l'image optique, surtout dans le cas de l'appréciation de l'influence de l'objectif sur la qualité de l'image en télévision, nous fournit les caractéristiques de transmission du contrast $r_{\psi}^{\sim} = f(N)$, $r_{\psi}^{\wedge} = f(N)$, (correspondantes aux caractéristiques de fréquence) et les caractéristiques transitoires $h = f(x)$, (7). La forme de ces caractéristiques est déterminée par la loi de la répartition de l'énergie dans l'image du point lumineux créée par les objectifs.

On détermine par calcul la forme de la caractéristique transitoire de l'objectif sans aberrations, en tenant compte de la caractéristique spectrale résultante d'une chambre radiocaptrice à tube LI-17.

Compte tenu des calculs effectués et des informations fournies par la littérature on aboutit à la conclusion que dans le cas des chambres de télévision utilisant des lampes à incandescence et pour des valeurs petites de l'angle d'inclinaison des rayons principales ($\alpha < 5°$), on peut approximer les courbes transitoires des objectifs par la fonction des probabilités (v. les relations (10) et (11)).

Explication des figures

Fig. 1. — La puissance de résolution des objectifs en fonction de l'ouverture relative *F*. *1* — objectif sans aberrations ; *2* — objectif bien corrigé.
Fig. 2. — Les caractéristiques de fréquence de l'objectif.
Fig. 3. — Les caractéristiques de transmission du contrast par un objectif de dimensions réduites [11].
Fig. 4. — *a* — le saut brusque d'éclat à la limite de séparation d'un champ obscure et d'un champ lumineux ; *b* — la modification de l'éclat de l'objectif ; *c* — la modification de l'éclat de l'image.
Fig. 5. — Exploration de la limite de séparation des champs à l'aide du spot créé par l'objectif.
Fig. 6. — La caractéristique transitoire d'un objectif, en considérant seulement le phénomène de diffraction, pour une source de lumière monochromatique.
Fig. 7. — La répartition relative de l'énergie dans le spectre de radiation des lampes à incandescence. *1* — lampes à gaz ; *2* — lampes à vide (vacuum) ; *3* — lumière solaire (pour comparaison).
Fig. 8. — Les caractéristiques spectrales de quelques photocathodes. *1* — photocathode nr. 1 (tube vidéocapteur LI-7) ; *2* — photocathode nr. 2 (tube vidéocapteur LI-13) ; *3* — photocathode nr. 3 (tube vidéocapteur LI-17).
Fig. 9. — La transparence spectrale de quelques objectifs.
Fig. 10. — Les caractéristiques spectrales résultantes de quelques chambres vidéocaptrices à objectif TAIR-11, utilisant : *1* — une lampe à gaz, photocathode nr. 1 ; *2* — une lampe à gaz, photocathode nr. 3 ; *3* — la lumière solaire, photocathode nr. 1 ; *4* — la lumière solaire, photocathode nr. 3 ; *5* — une lampe à vide, photocathode nr. 3.
Fig. 11. — La répartition de l'énergie dans le spot de diffraction d'un objectif sans aberrations, en lumière blanche ($F = 1:4$).
Fig. 12. — La caractéristique transitoire de l'objectif sans aberrations, en lumière blanche ($F = 1:4$).

Fig. 13. — Les caractéristiques transitoires des deux objectifs photographiques, obtenues par voie expérimentale par Rosenhauer et Rosenbruck.
Fig. 14. — La caractéristique transitoire d'un objectif, obtenue par voie expérimentale par Frenzel.

DESPRE APRECIEREA INFLUENȚEI OBIECTIVULUI CAMEREI VIDEOCAPTOARE ASUPRA CALITĂȚII IMAGINII ÎN TELEVIZIUNE (I)

(Rezumat)

Se analizează cîteva aspecte legate de aprecierea calității imaginii date de obiective. Se expun principalele lipsuri ale criteriului „puterea de rezoluție" și se trage concluzia că acest criteriu este insuficient pentru a caracteriza calitatea obiectivelor aplicate în prezent în tehnică.

O informație mai bogată asupra calității imaginii optice, în special în cazul aprecierii influenței obiectivului asupra calității imaginii în televiziune, o furnizează caracteristicile de transmitere a contrastului $r_{\sim}^{\psi} = f(N)$, $r_{\wedge}^{\psi} = f(N)$, (corespunzătoare caracteristicilor de frecvență) și caracteristicile tranzitorii $h = f(x)$, (7). Forma acestor caracteristici este determinată de legea de răspîndire a energiei în imaginea punctului luminos creată de obiective.

Se determină prin calcul forma caracteristicii tranzitorii a obiectivului fără aberații, cu considerarea caracteristicii spectrale rezultante a unei camere radiocaptoare cu tub LI-17

Pe baza calculului și a materialului expus în literatură se trage concluzia că în cazul camerelor de televiziune ce lucrează cu lămpi cu incandescență și la unghiuri mici de înclinație ale razelor principale ($\alpha < 5°$), curbele tranzitorii ale obiectivelor se aproximează cu ajutorul funcției probabilităților, prin relații de forma (10) și (11).

Explicația figurilor

Fig. 1. — Puterea de rezoluție a obiectivelor în funcție de deschiderea relativă F. *1* — obiectiv fără aberații; *2* — obiectiv bine corectat.
Fig. 2. — Caracteristicile de frecvență ale obiectivului.
Fig 3. — Caracteristicile de transmitere a contrastului de către un obiectiv de format mic [11].
Fig. 4. — *a* — saltul brusc de strălucire la limita de separație între un cîmp întunecat și unul luminos; *b* — schimbarea strălucirii obiectivului; *c* — schimbarea strălucirii imaginii.
Fig. 5. — Explorarea limitei de separare între cîmpuri cu ajutorul spotului creat de obiectiv.
Fig. 6. — Caracteristica tranzitorie a unui obiectiv cu considerarea numai a fenomenului de difracție, pentru o sursă de lumină monocromatică.
Fig. 7. — Răspîndirea relativă a energiei în spectrul radiat de lămpile cu incandescență. *1* — lămpi cu gaz; *2* — lămpi cu vid (vacuum); *3* — lumină solară (pentru comparație).
Fig. 8. — Caracteristicile spectrale ale cîtorva fotocatode: *1* — fotocatod nr. 1 (tub videocaptor LI-7), *2* — fotocatod nr. 2 (tub videocaptor LI-13), *3* — fotocatod nr. 3 (tub videocaptor LI-17).
Fig. 9. — Transparența spectrală a cîtorva obiective.
Fig. 10. — Caracteristicile spectrale rezultante ale unor camere videocaptoare cu obiectiv TAIR-11, lucrînd cu : *1* — lampă cu gaz, fotocatod nr. 1; *2* — lampă cu gaz, fotocatod nr. 3; *3* — lumină solară, fotocatod nr. 1; *4* — lumină solară, fotocatod 3; *5* — lampă cu vid, fotocatod nr. 3.
Fig. 11. — Răspîndirea energiei în spotul de difracție al unui obiectiv lipsit de aberații în lumină albă ($F = 1:4$).
Fig. 12. — Caracteristica tranzitorie a obiectivului lipsit de aberații, în lumină albă ($F = 1:4$).
Fig. 13. — Caracteristicile tranzitorii a două obiective fotografice, obținute experimental de Rosenhauer și Rosenbruck.
Fig. 14. — Caracteristica tranzitorie a unui obiectiv, obținută experimental de Fenzel.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 538.65 ; 512.975

REPREZENTARE SIMBOLICĂ A IMPULSULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CÎMPURI ELECTROMAGNETICE, ÎN REGIM PERMANENT PERIODIC, NEARMONIC

DE

HUGO ROSMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Într-o Notă anterioară [1] am expus, în amănunt, o metodă simbolică de reprezentare a puterilor în circuitele electrice funcţionînd în regim permanent periodic, nearmonic. Aceeaşi metodă este susceptibilă de a fi utilizată la stabilirea bilanţului energetic, sub formă diferenţială sau integrală, într-un cîmp electromagnetic, în regim permanent periodic, nearmonic, după cum s-a arătat în Nota citată. În esenţă, metoda preconizată se bazează pe o idee datorată lui B. A. Rozenfeld [2] de a studia circuitele electrice, în regim permanent periodic, nearmonic, cu ajutorul unei algebre hipercomplexe.

Scopul acestei Note este de a extinde metoda simbolică dată în [1], la determinarea impulsului electromagnetic în cîmpuri electromagnetice, în regim permanent periodic, nearmonic.

2. Fie:

$$(1)\quad \begin{cases} \mathbf{E}=\sum\limits_{k=0}^{\infty}(\mathbf{E}'_k\cos k\omega t+\mathbf{E}''_k\sin k\omega t),\quad \mathbf{H}=\sum\limits_{k=0}^{\infty}(\mathbf{H}'_k\cos k\omega t+\mathbf{H}''_k\sin k\omega t), \\ \mathbf{J}=\sum\limits_{k=0}^{\infty}(\mathbf{J}'_k\cos k\omega t+\mathbf{J}''_k\sin k\omega t),\quad \varrho=\sum\limits_{k=0}^{\infty}(\varrho'_k\cos k\omega t+\varrho''_k\sin k\omega t), \end{cases}$$

valorile instantanee ale: intensităţii cîmpului electric, intensităţii cîmpului magnetic, densităţii curentului de conducţie şi densităţii volumetrice a sarcinii electrice libere.

Considerînd că mediul în care se manifestă cîmpul este omogen, izotrop şi lipsit atît de viscozitate electromagnetică cît şi de fenomene ereditare, sînt satisfăcute ecuaţiile de material:

$$(2)\quad \mathbf{D}=\varepsilon\mathbf{E}=\sum_{k=0}^{\infty}(\mathbf{D}'_k\cos k\omega t+\mathbf{D}''_k\sin k\omega t),\quad \mathbf{B}=\mu\mathbf{H}=\sum_{k=0}^{\infty}(\mathbf{B}'_k\cos k\omega t+\mathbf{B}''_k\sin k\omega t),$$

unde: $\mathbf{D}$—valoarea instantanee a inducţiei electrice, $\mathbf{B}$—valoarea instantanee a inducţiei magnetice, ε—permitivitatea, μ—permeabilitatea magnetică a mediului; în acest caz ε şi μ sînt mărimi scalare constante.

Ataşăm funcţiilor periodice (1) mărimile hipercomplexe [2], [1]:

$$(3)\quad \begin{cases} \hat{\mathbf{E}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{E}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{E}''_k), \quad \hat{\mathbf{H}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{H}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{H}''_k), \\ \hat{\mathbf{J}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{J}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{J}''_k), \quad \hat{\varrho} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \varrho'_k + \mathrm{j}_k \varrho''_k) \end{cases}$$

şi fie:

$$(4)\quad \begin{cases} \hat{\mathbf{E}}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{E}'_k - \mathrm{j}_k \mathbf{E}''_k), \quad \hat{\mathbf{H}}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{H}'_k - \mathrm{j}_k \mathbf{H}''_k), \\ \hat{\mathbf{J}}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{J}'_k - \mathrm{j}_k \mathbf{J}''_k), \quad \hat{\varrho}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \varrho'_k - \mathrm{j}_k \varrho''_k) \end{cases}$$

conjugatele lor [1].

Evident

$$(5)\quad \begin{cases} \hat{\mathbf{D}} = \varepsilon \hat{\mathbf{E}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{D}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{D}''_k), \quad \hat{\mathbf{D}}^* = \varepsilon \hat{\mathbf{E}}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{D}'_k - \mathrm{j}_k \mathbf{D}''_k), \\ \hat{\mathbf{B}} = \mu \hat{\mathbf{H}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{B}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{B}''_k), \quad \hat{\mathbf{B}}^* = \mu \hat{\mathbf{H}}^* = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{B}'_k - \mathrm{j}_k \mathbf{B}''_k). \end{cases}$$

Funcţiile 1_k, j_k sînt ortonormate [2]; elementul unitate al algebrei hipercomplexe astfel introdusă este:

$$(6)\quad \sum_{k=0}^{\infty} 1_k = 1,$$

iar

$$(7)\quad 1_k^2 = 1_k,\ \mathrm{j}_k^2 = -1_k,\ 1_k \mathrm{j}_k = \mathrm{j}_k 1_k = \mathrm{j}_k,\ 1_k \mathrm{j}_l = \mathrm{j}_k 1_l = 1_k 1_l = \mathrm{j}_k \mathrm{j}_l = 0, \quad (k \neq l).$$

Ecuaţiile de evoluţie ale cîmpului electromagnetic:

$$(8)\quad \mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \varkappa \mathbf{J} + \partial \mathbf{D}/\partial t,\ \mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\partial \mathbf{B}/\partial t,\ (\varkappa\text{—constanta de raţionalizare}),$$

se pot scrie sub formă simbolică; anume, ţinînd seama de (3) ... (5) şi de identitatea:

$$(9)\quad \partial^m/\partial t^m \equiv \sum_{k=0}^{\infty} (\mathrm{j}_k k\omega)^m,$$

m fiind un întreg pozitiv sau negativ, ecuaţiile (8) devin:

$$(10)\quad \mathrm{rot}\,\hat{\mathbf{H}} = \varkappa \hat{\mathbf{J}} + \omega \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k k \hat{\mathbf{D}}, \quad \mathrm{rot}\,\hat{\mathbf{E}} = -\omega \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k k \hat{\mathbf{B}}.$$

3. Prin analogie cu noţiunea de putere aparentă hipercomplexă $\hat{S} = \hat{U}\hat{I}^*$ din cazul circuitelor electrice funcţionînd în regim permanent

periodic, nearmonic [1], introducem noţiunile de *exţresii hipercomplexe ale tensorilor tensiunilor magnetice şi electrice.* Pentru obţinerea lor se înmulţeşte vectorial, la dreapta [3], prima din ecuaţiile (10) cu $\hat{\mathbf{B}}^*/\varkappa$ şi a doua ecuaţie cu $\hat{\mathbf{D}}^*/\varkappa$; se obţine, în definitiv:

$$(11)\qquad \begin{cases} \operatorname{div} {}^2\hat{\mathbf{T}}^{(m)} = \dfrac{\omega}{\varkappa}\sum\limits_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k(\hat{\mathbf{D}}\times\hat{\mathbf{B}}^*) + \hat{\mathbf{J}}\times\hat{\mathbf{B}}^*, \\ \operatorname{div} {}^2\hat{\mathbf{T}}^{(e)} = \dfrac{\omega}{\varkappa}\sum\limits_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k(\hat{\mathbf{D}}^*\times\hat{\mathbf{B}}) + \hat{\varrho}^*\hat{\mathbf{E}}, \end{cases}$$

unde: ${}^2\hat{\mathbf{T}}^{(m)}$ — expresia hipercomplexă a tensorului tensiunilor magnetice iar ${}^2\hat{\mathbf{T}}^{(e)}$ — expresia hipercomplexă a tensorului tensiunilor electrice.

La stabilirea relaţiilor (11) s-a avut în vedere ecuaţia de stare a cîmpului:

$$(12)\qquad \operatorname{div}\mathbf{D} = \varkappa\varrho,$$

sau sub formă simbolică (hipercomplexă):

$$(13)\qquad \operatorname{div}\hat{\mathbf{D}} = \varkappa\hat{\varrho}\ (\text{şi deci } \operatorname{div}\hat{\mathbf{D}}^* = \varkappa\hat{\varrho}^*).$$

Aşadar:

$$(14)\qquad \operatorname{div}{}^2\hat{\mathbf{T}} = \operatorname{div}{}^2\hat{\mathbf{T}}^{(m)} + \operatorname{div}{}^2\hat{\mathbf{T}}^{(e)} = \hat{\mathbf{f}}_e + \hat{\mathbf{f}}_m + \omega\sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{j}_k\hat{\mathbf{g}}$$

unde:

$$(15)\qquad \hat{\mathbf{f}}_e = \hat{\varrho}^*\hat{\mathbf{E}}$$

reprezintă *expresia hipercomplexă a densităţii volumetrice a forţei ponderomotoare electrice,* care se exercită de către cîmpul electric asupra distribuţiei de sarcini electrice,

$$(16)\qquad \hat{\mathbf{f}}_m = \hat{\mathbf{J}}\times\hat{\mathbf{B}}^*$$

reprezintă *expresia hipercomplexă a densităţii volumetrice a forţei ponderomotoare magnetice* exercitată de către cîmpul magnetic asupra distribuţiei de curenţi, iar

$$(17)\qquad \hat{\mathbf{g}} = (\hat{\mathbf{D}}\times\hat{\mathbf{B}}^*)/\varkappa$$

reprezintă *expresia hipercomplexă a densităţii volumetrice a impulsului electromagnetic* al cîmpului.

Ţinînd seama de relaţiile (3) şi (4), expresiile (15)...(17) devin:

$$(18)\qquad \begin{aligned} \hat{\mathbf{f}}_e &= \sum_{k=0}^{\infty}(1_k\mathbf{f}'_{e_k} + \mathrm{j}_k\mathbf{f}''_{e_k}) = \left[\sum_{k=0}^{\infty}(1_k\varrho'_k - \mathrm{j}_k\varrho''_k)\right]\left[\sum_{k=0}^{\infty}(1_k\mathbf{E}'_k + \mathrm{j}_k\mathbf{E}''_k)\right] = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty}1_k(\varrho'_k\mathbf{E}'_k + \varrho''_k\mathbf{E}''_k) + \sum_{k=0}^{\infty}\mathrm{j}_k(\varrho'_k\mathbf{E}''_k - \varrho''_k\mathbf{E}'_k), \end{aligned}$$

$$\hat{\mathbf{f}}_m = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{f}'_{m_k} + \mathrm{j}_k \mathbf{f}''_{m_k}) = \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{J}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{J}''_k)\right] \times$$

$$\times \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{B}'_k - \mathrm{j}_k \mathbf{B}''_k)\right] = \sum_{k=0}^{\infty} 1_k (\mathbf{J}'_k \times \mathbf{B}'_k + \mathbf{J}''_k \times \mathbf{B}''_k) + \tag{19}$$

$$+ \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k (\mathbf{J}''_k \times \mathbf{B}'_k - \mathbf{J}'_k \times \mathbf{B}''_k),$$

$$\hat{\mathbf{g}} = \sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{g}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{g}''_k) = \frac{1}{\varkappa} \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{D}'_k + \mathrm{j}_k \mathbf{D}''_k)\right] \times$$

$$\times \left[\sum_{k=0}^{\infty} (1_k \mathbf{B}'_k - \mathrm{j}_k \mathbf{B}''_k)\right] = \frac{1}{\varkappa} \sum_{k=0}^{\infty} 1_k (\mathbf{D}'_k \times \mathbf{B}'_k + \mathbf{D}''_k \times \mathbf{B}''_k) + \tag{20}$$

$$+ \frac{1}{\varkappa} \sum_{k=0}^{\infty} \mathrm{j}_k (\mathbf{D}''_k \times \mathbf{B}'_k - \mathbf{D}'_k \times \mathbf{B}''_k),$$

unde s-au avut în vedere relaţiile (7).

Separînd componentele active şi reactive se obţine, analog ca-n [1]:

$$\mathbf{f}_{e_a} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}'_{e_k} = \sum_{k=0}^{\infty} (\varrho'_k \mathbf{E}'_k + \varrho''_k \mathbf{E}''_k), \quad \mathbf{f}_{e_r} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}''_{e_k} = \sum_{k=0}^{\infty} (\varrho'_k \mathbf{E}''_k - \varrho''_k \mathbf{E}'_k), \tag{21}$$

$$\begin{cases} \mathbf{f}_{m_a} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}'_{m_k} = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{J}'_k \times \mathbf{B}'_k + \mathbf{J}''_k \times \mathbf{B}''_k), \\ \mathbf{f}_{m_r} = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{f}''_{m_k} = \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{J}''_k \times \mathbf{B}'_k - \mathbf{J}'_k \times \mathbf{B}''_k), \end{cases} \tag{22}$$

$$\begin{cases} \mathbf{g}_a = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{g}'_k = \frac{1}{\varkappa} \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{D}'_k \times \mathbf{B}'_k + \mathbf{D}''_k \times \mathbf{B}''_k), \\ \mathbf{g}_r = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{g}''_k = \frac{1}{\varkappa} \sum_{k=0}^{\infty} (\mathbf{D}''_k \times \mathbf{B}'_k - \mathbf{D}'_k \times \mathbf{B}''_k). \end{cases} \tag{23}$$

Se regăsesc astfel expresiile obţinute pe altă cale şi scrise sub altă formă în [4], pentru componentele active şi reactive ale densităţilor volumetrice ale forţelor ponderomotoare electrice şi magnetice şi a impulsului electromagnetic.

Se constată cu uşurinţă că expresiile hipercomplexe ale densităţilor volumetrice ale forţelor ponderomotoare electrice şi magnetice şi a impulsului electromagnetic, satisfac legi de conservare.

4. În [4] am arătat că în cazul unui cîmp electromagnetic, în regim permanent periodic, nearmonic:

$$\begin{cases} \mathbf{f}_e = \varrho \mathbf{E} = \sqrt{\mathbf{f}_{e_a}^2 + \mathbf{f}_{e_r}^2 + \mathbf{f}_{e_d}^2}, \quad \mathbf{f}_m = \mathbf{J} \times \mathbf{B} = \sqrt{\mathbf{f}_{m_a}^2 + \mathbf{f}_{m_r}^2 + \mathbf{f}_{m_d}^2}, \\ \mathbf{g} = (\mathbf{D} \times \mathbf{B})/\varkappa = \sqrt{\mathbf{g}_a^2 + \mathbf{g}_r^2 + \mathbf{g}_d^2}, \end{cases} \tag{24}$$

unde: $\mathbf{f}_{e_d}$ — componenta deformantă a densităţii volumetrice a forţei ponderomotoare electrice, $\mathbf{f}_{m_d}$ — componenta deformantă a densităţii volumetrice a forţei ponderomotoare magnetice, $\mathbf{g}_d$ — componenta deformantă a densităţii volumetrice a impulsului electromagnetic. Or, se poate arăta cu uşurinţă că:

$$\mathbf{f}_{e_a} = \frac{1}{2}\left|\hat{\mathbf{f}}_e + \hat{\mathbf{f}}_e^*\right|, \quad \mathbf{f}_{e_r} = \frac{1}{2}\left|\hat{\mathbf{f}}_e - \hat{\mathbf{f}}_e^*\right|, \tag{25}$$

$$\mathbf{f}_{m_a} = \frac{1}{2}\left|\hat{\mathbf{f}}_m + \hat{\mathbf{f}}_m^*\right|, \quad \mathbf{f}_{m_r} = \frac{1}{2}\left|\hat{\mathbf{f}}_m - \hat{\mathbf{f}}_m^*\right|, \tag{26}$$

$$\mathbf{g}_a = \frac{1}{2}\left|\hat{\mathbf{g}} + \hat{\mathbf{g}}^*\right|, \quad \mathbf{g}_r = \frac{1}{2}\left|\hat{\mathbf{g}} - \hat{\mathbf{g}}^*\right|, \tag{27}$$

cantităţile dintre bare avînd semnificaţia de moduli în spaţiul Hilbert al algebrei hipercomplexe considerate (dar de vectori în spaţiul fizic studiat).

Din relaţiile (24)...(27) rezultă pentru componentele deformante ale densităţilor volumetrice ale forţelor ponderomotoare electrice şi magnetice şi a impulsului electromagnetic, expresiile:

$$\mathbf{f}_{e_d} = \sqrt{\mathbf{f}_e^2 - \frac{1}{4}\left(\left|\hat{\mathbf{f}}_e + \hat{\mathbf{f}}_e^*\right|^2 + \left|\hat{\mathbf{f}}_e - \hat{\mathbf{f}}_e^*\right|^2\right)}, \tag{28}$$

$$\mathbf{f}_{m_d} = \sqrt{\mathbf{f}_m^2 - \frac{1}{4}\left(\left|\hat{\mathbf{f}}_m + \hat{\mathbf{f}}_m^*\right|^2 + \left|\hat{\mathbf{f}}_m - \hat{\mathbf{f}}_m^*\right|^2\right)}, \tag{29}$$

$$\mathbf{g}_d = \sqrt{\mathbf{g}^2 - \frac{1}{4}\left(\left|\hat{\mathbf{g}} + \hat{\mathbf{g}}^*\right|^2 + \left|\hat{\mathbf{g}} - \hat{\mathbf{g}}^*\right|^2\right)}. \tag{30}$$

5. Folosind procedeul indicat de R. Vallée [5] se pot obţine expresiile densităţilor volumetrice ale forţelor ponderomotoare complexe totale, electrice şi magnetice şi a impulsului electromagnetic complex total. În acest scop se consideră armonicile vectorilor cîmpului electromagnetic şi a densităţii volumetrice a sarcinii electrice libere drept componente complexe ale unor vectori într-un spaţiu Hilbert.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Rosman H., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *3—4*, pp. 261—270.
2. Розенфельд Б. А., Тр. сем. вект. и тенз. ан., 1949, **7**, стр. 381—387.
3. Stratton J. A., *Electromagnetic Theory*, Mc Graw Hill, N. Y., 1941.
4. Rosman H., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Fizică şi şt. tehn., 1958, **9**, *1*, pp. 71—91.
5. Vallée R., Ann. de Télécom., 1951, **6**, *3*, pp. 61—66.

СИМБОЛИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ В УСТАНОВИВШЕМСЯ, ПЕРИОДИЧЕСКОМ, НЕГАРМОНИЧНОМ РЕЖИМЕ

(Резюме)

Распространяется символический метод, данный в [1], [2], определения пондеромоторных электрических и магнитных сил, и электромагнитного импульса, в экектромагнитных полях в установившемся, периодическом, негармоничном режиме.

Вводится понятие выражений гиперкомплексные: объемные плотности пондеромоторной электрической силы (15), объемные плотности пондеромоторной магнитной силы (16) и объемной плотности электромагнитного импульса (17) в подобном поле. Определяются также их активные, реактивные и искажающие компоненты.

REPRÉSENTATION SYMBOLIQUE DE L'IMPULSION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LES CHAMPS ÉLECTROMAGNÉTIQUES, EN RÉGIME PERMANENT, PÉRIODIQUE, NONHARMONIQUE

(Résumé)

On présente une extension de la méthode symbolique donnée en [1], [2], à la détermination des forces pondéromotrices électriques et magnétiques et de l'impulsion électromagnétique, dans les champs électromagnétiques, en régime permanent périodique, nonharmonique.

On introduit les notions d'expressions hypercomplexes de la densité volumétrique de la force pondéromotrice électrique (15), la densité volumétrique de la force pondéromotrice magnétique (16) et la densité volumétrique de l'impulsion électromagnetique (17) dans un tel champ. Enfin, on détermine leurs composantes actives, réactives et déformantes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 531.1

НЕКОТОРЫЕ ТЕОРЕМЫ КАСАЮЩИЕСЯ ТЕОРИИ ПРИВЕДЕННЫХ УСКОРЕНИЙ

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН

1. Академик И. И. Артоболевский установил [1], в рамках обширного доклада представленного на пленарном заседании Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам Теории машин и механизмов (Москва, 24...28 марта 1958 г.), в своем глубоком исследовании посвященном анализу современного состояния ТММ и исследованию подходов к решениям важнейших задач в области механики машин обеспечивающих быстрый прогресс комплексной проблемы автоматизации производственных процессов, главнейшие направления развития ТММ.

Одно из наиболее важных направлений этого развития выкристаллизовалось в последние годы в повсемерное углубленне теории пространственных механизмов для изучения которых привлекаются, параллельно с их последующим уточнением, разнообразные новые методы анализа этих механизмов.

Используя развитую А. П. Котельниковым [1, стр. 12] стройную теорию винтового исчисления, методы комплексной алгебры винтов, изложенные в сочинении Д. Н. Зейлигера [1, стр. 12] и приложение этих методов к задачам о положениях в механизмах, сделаные Ф. М. Диментбергом [2], С. Г. Кислициным [3] и Ю. Ф. Морошкиным [4], были рассмотрены наиболее трудные задачи кинематики пространственных механизмов, а именно, задачи о положении звеньев. Ю. Ф. Морошкиным была изложена общая идея метода и показана возможность решения с помощью этого метода задач кинематического и динамического анализа механизмов.

С. Г. Кислициным [3] был развит аналитический метод винтов аффиноров и на ряде конкретных примеров показана плодотворность метода в задачах определения положения звеньев пространственных механизмов.

На заседениях секции вышеупомянутого Совещания по анализу и синтезу механизмов [5], обзору основных работ по применению винтового исчисления был посвящен доклад Ф. М. Диментберга и С. Г. Кислицина [6]. Сюда относится и введение пространственного метода приведенных ускорений различных порядков как обобщения развитой в [7], [8], [9] теории приведенных ускорений и ряд указаний возможных путеи изучения плоских и пространственных механизмов, уже примененных некоторыми авторами [10], [11], [12] к анализу и синтезу механизмов.

Ниже приводятся некоторые теоремы касающиеся теории приведенных ускорений и интересующие как плоские [13], так и пространственные механизмы [14].

2. Теорема 1. *Совокупность прямых* (D_i), $(i = 1, 2, \ldots, n)$, *принадлежащих некоторому твердому жесткому телу в плоско-параллельном движении, определяемых параметрическими уравнениями*

$$(1) \qquad x_1 - x_0 = a_i(x_1 - x_0) + a'_i, \quad y_i - y_0 = b_i(x_1 - x_0) + b'_i,$$

где коэффициенты a_i, a'_i, b_i, b'_i *связаны между собой рекуррентным соотношением, выписанным в матричных обозначениях,*

$$(2)\qquad \begin{Vmatrix} a_{i+1} & b_{i+1} \\ a'_{i+1} & b'_{i+1} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ \lambda x_0^{(n)} & \lambda y_0^{(n)} \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} a_i & b_i \\ a'_i & b'_i \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 1-\lambda A_n & \lambda B_n \\ -\lambda B_n & 1-\lambda A_n \end{Vmatrix},$$

а

$$A_{n+1} = \dot{A}_n + \omega B_n, \quad B_{n+1} = \dot{B}_n - \omega A_n, \quad (\cdot \equiv \mathrm{d}/\mathrm{d}t),$$

$$(3)\qquad \begin{cases} \omega = \dot{\theta}(t), \quad A_1 = \omega^2, \quad B_1 = \varepsilon = \dot{\omega}, \quad a_1 = 1, \quad a'_1 = 0, \\ x_0^{(n)} = \mathrm{d}x_0^{(n-1)}/\mathrm{d}t, \quad y_0^{(n)} = \mathrm{d}y_0^{(n-1)}/\mathrm{d}t, \\ b_1 = -\operatorname{ctg}(\theta+\alpha), \quad b_2 = p\operatorname{cosec}(\theta+\alpha), \quad \alpha = \text{const.}, \quad (\theta = \theta(t)), \end{cases}$$

λ — *параметр, определяет, для каждого* t *и* λ, *семейство изоклиных крестов* (D_i, D_{i+1}) (обобщение понятия креста векторов введенного известным советским математиком и механиком А. П. Котельниковым [18]).

Теорема 2. *Отношение длин двух последующих сторон определяемых точками пересечения прямых* D_i *и* D_{i+1}, D_{i+1} *и* D_{i+2}, *принадлежащих изоклинным крестам* (D_i, D_{i+1}), (D_{i+1}, D_{i+2}) *теоремы 1 — постоянно.*

Введенные конфигурации, а также и некоторые другие, о которых было доложено одним из авторов [15] на юбилейной научной сессии Ясского университета им. „Ал. И. Кузы", приводят к различным экстремальным свойствам. Как например,

Теорема 3. *Тригонометрический тангенс угла образованного прямыми* D_i *и* D_{i+1} *некоторого креста* (D_i, D_{i+1}) *экстремален для* $\lambda = A_n^{-1}$, A_n *будучи определяемо* (3) *теоремы 1.*

Теорема 4. *Квадратичный комплекс* C_n^2 *прямых* (D_{M_n}), *принадлежащих некоторому твердому жесткому телу в сложном пространственном движении, определяемый уравнением*

$$(4)\qquad A_n(\vec{u}) = 0, \quad \vec{u}^2 = 1,$$

где $\vec{u}$ *— верзор прямой* (D_{M_n}), *а* $A_n(\vec{u})$ *определяется „поляризированием по* $\vec{u}$" A_n:

$$(5)\qquad \begin{cases} A_1(\vec{u}) = (\vec{\omega}.\vec{u})(\vec{\omega}.\vec{u}) \text{ для } A_1 = (\vec{\omega}.\vec{\omega}), \\ A_2(\vec{u}) = 3(\vec{\omega}^{(2)}.\vec{u})(\vec{\omega}.\vec{u}) \text{ для } A_2 = 3(\vec{\omega}^{(2)}.\vec{\omega}) \text{ и т. д.}, \end{cases}$$

$$(6)\qquad \begin{cases} A_{n+1} = \mathrm{d}A_n/\mathrm{d}t + \vec{\omega}.\vec{B}_n, \quad \vec{B}_{n+1} = \mathrm{d}\vec{B}_n/\mathrm{d}t - \vec{\omega}.A_n, \\ A_1 = \vec{\omega}.\vec{\omega}, \quad \vec{B}_1 = \vec{\omega}^{(2)}, \quad (n = 1, 2, \ldots), \end{cases}$$

обладает свойством того, что геометрическое место концов пространственных ускорений первого рода любого порядка

(7) $\vec{a}^{(n)}_{M_r} = \vec{a}^{(n)}_{M} / [A_n - A_n(\vec{u})]$, $\vec{a}^{(1)}_{M_r} = \vec{a}^{(1)}_{M} / [A_1 - A_1(\vec{u})] \equiv \vec{a}_M / [A_1 - A_1(\vec{u})]$,

точек M_n — *квадратичный комплекс* C^2_n *прямых* $(D^*_{M_n})$ *ассоциированных прямым* (D_{M_n}), *причем имеет место изогональность, а именно* $(D^*_{M_n})$ *и* (D_{M_n}) *образуют угол* γ_n *независящий от* $\vec{u}$.

Приведенные теоремы и ряд других применяются в [16], [19] для исследования различных семейств плоских и пространственных механизмов, изученных с различных важных точек зрения одним из авторов в [17].

Поступила 15 XI 1960 г.

Грузинская с/х Академия Наук,
Тбилиси, СССР
и
Ясский политехнический институт,
Яссы, РНР

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И., *Современное состояние теории машин и механизмов.* В сборнике *Труды Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам Теории машин и механизмов, Анализ и синтез механизмов,* Машгиз, 1960, М., стр. 7—23, 196—206.
2. Дименгберг Ф. М., *Определение положений пространственных механизмов,* АН СССР, М., 1950, 142 стр.
3. Кислицин С. Г., Тр. Сем. ТММ, 1954, **14**, *54*, стр. 51—75.
4. Морошкин Ю. Ф., ДАН СССР, 1958, **119**, *1*, стр. 38—41.
5. Левитский Н. И., *Итоги работы секций по анализу и синтезу механизмов.* В сборнике *Итоги Второго Всесоюзного Совещания по основным проблемам Теории машин и механизмов,* Ин-т Машиноведения АН СССР, 1958, стр. 24—29.
6. Дименгберг Ф. М., Кислицин С. Г., *Приложение метода винтов к исследованию пространственных механизмов.* В сборнике цитированном в [1], стр. 55—66, 206—207.
7. Манжерон Д., Дрэган К., *Исследование механизмов методом приведенных ускорений.* В сборнике цитированном в [1], стр. 111—122, 209—210.
8. Манжерон Д., Изв. АН СССР, ОТН. Механика и машиностроение, 1960, *1*, стр. 168—169.
9. Тавхелидзе Д. С., Манжерон Д., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, **5(9)**, *1—2*, стр. 303—306.
10. Mangeron D., Drăgan C., Svijevschi V., Rev. méc. appl., 1957, **2**, *1*, pp. 145—156.
11. Iasiulionis A. I., Lietuvos Zemes Ukio Academijos Moskliniai Darbai, 1958, **V**, pp. 253—260.
12. Drăgan C., *Două noi metode de studiu a mecanismelor şi maşinilor.* Disertaţie de candidat în ştiinţe fizico-matematice, Univ. „Al. I. Cuza", Iaşi, 1961.
13. Mangeron D., Drăgan C., Munteanu O., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **3 (7)**, *3—4*, pp. 161—174.
14. Mangeron D., Drăgan C., St. şi cercet. de mec. apl., 1961, (в печати).
15. Mangeron D., *Asupra unor proprietăţi ale crucilor lui Kotelnikov generalizate.* В сборнике *Sesiunea Ştiinţifică Jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi,* (в печати).
16. Mangeron D., Drăgan C., Irimiciuc N., St. şi cerc. Matem., Acad. R.P.R., filiala Cluj, 1961, (в печати).
17. Тавхелидзе Д. С., *Четырехзвенные пространственные механизмы,* Изд. Цодна, Тбилиси, 1960, 128 стр.

18. Котельников А. П., Тр. Моск. высш. техн. уч. им. Н. Э. Баумана, 1937, *29—30*, стр. 3—37.
19. Mangeron D., Drăgan C., St. şi cerc. mec. apl., 1961, **XII**, *5*, (в печати).

SUR QUELQUES THÉORÈMES CONCERNANT LA THÉORIE DES ACCÉLÉRATIONS RÉDUITES

(Résumé)

On expose quelques théorèmes concernant les configurations des sous-espaces linéaires liés à la théorie des accélérations réduites planes et de l'espace, d'ordre quelconque, qu'on a introduit dans une série de Notes insérées en 1955 par l'un des Auteurs dans les Доклады Академии Наук СССР.

ASUPRA UNOR TEOREME RELATIVE LA TEORIA ACCELERAŢIILOR REDUSE

(Rezumat)

Autorii, urmînd ordinea de idei legată de elaborarea teoriei acceleraţiilor reduse începută de unul dintre autori printr-o serie de Note înserate în Доклады Академии Наук СССР, stabilesc unele teoreme interesînd diferite configuraţii de subspaţii liniare ataşate acceleraţiilor reduse de ordin oarecare, plane sau spaţiale, de prima specie Se introduc astfel, în particular, familii de cruci generalizate izocline în sensul lui Kotelnikov [18].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 531.25

METODA COORDONATELOR VECTORIALE CILINDRICE ÎN STATICA GRAFICĂ SPAŢIALĂ

DE

N. IRIMICIUC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Ecuaţiile de echilibru pentru un solid rigid supus la legături, scrise în coordonate vectoriale cilindrice, au forma:

$$(I)\quad \begin{cases} \sum\limits_{\mu} \bar{F}_{\mu a} + \sum\limits_{\nu} \bar{R}_{\nu a} = 0, \quad \sum\limits_{\mu} \bar{F}_{\mu c} + \sum\limits_{\nu} \bar{R}_{\nu c} = 0, \\ \sum\limits_{\mu} \overline{\mathfrak{M}}_{\mu c} + \sum\limits_{\nu} \overline{\mathfrak{M}}_{\nu c}(\bar{R}_{\nu}) = 0, \quad \sum\limits_{\mu} \overline{\mathfrak{M}}_{\mu a} + \sum\limits_{\nu} \overline{\mathfrak{M}}_{\nu a}(\bar{R}_{\nu}) = 0, \end{cases}$$

$\bar{F}_{\mu}$ fiind forţele exterioare ce acţionează asupra solidului, $\bar{R}_{\nu}$—forţele de legătură, iar $\overline{\mathfrak{M}}_{\mu c}$ şi $\overline{\mathfrak{M}}_{\nu c}(\bar{R}_{\nu})$, respectiv $\overline{\mathfrak{M}}_{\mu a}$ şi $\overline{\mathfrak{M}}_{\nu a}(\bar{R}_{\nu})$, momentele coplanare, respectiv axiale, ale acestor forţe, şi se traduc grafic prin condiţiile: a) închiderea poligonului componentelor coplanare ale tuturor forţelor; b) închiderea poligonului funicular corespunzător acestor componente; c) închiderea poligonului momentelor coplanare; d) închiderea liniei componentelor axiale ale forţelor.

În cele ce urmează se studiază, pe baza acestor condiţii grafice de echilibru, rezolvarea cîtorva cazuri, static determinate, de echilibru, pentru solidul supus la legături.

2. Determinarea rezultantei şi a momentului rezultant în raport cu un centru de reducere oarecare, ale reacţiunilor elementare în cazul solidului încastrat

Componenta coplanară a rezultantelor reacţiunilor va fi obţinută impunînd condiţia ca atît poligonul forţelor coplanare cît şi poligonul funicular corespunzător să se închidă. Impunîndu-se şi condiţia de închidere a liniei forţelor axiale se obţine şi componenta axială a reacţiunii rezultante. În fine, condiţia de închidere a poligonului momentelor coplanare permite să se determine şi momentul coplanar rezultant al

reacţiunilor şi cu aceasta sînt determinate, complet, coordonatele vectoriale cilindrice ale torsorului reacţiunilor încastrării, corespunzător centrului de reducere ales.

3. Echilibrul solidului avînd o articulaţie spaţială fixă, un reazem cu posibilităţi de deplasare bilaterală şi un reazem cu posibilităţi de deplasare multilaterală (sau fir)

Trebuie determinate următoarele elemente: a) mărimea şi orientarea reacţiunii $\bar{N}_1$ din articulaţia fixă P_1; b) mărimea şi orientarea reacţiunii $\bar{N}_2$ din reazemul P_2 cu posibilităţi de deplasare bilaterală, care, trebuind să se găsească în planul perpendicular pe direcţia deplasării, poate fi scrisă sub forma $\bar{N}_2 = \lambda_1 \bar{v}_1 + \lambda_2 \bar{v}_2$, λ_1 şi λ_2 fiind doi scalari ce vor trebui determinaţi, iar $\bar{v}_1$ şi $\bar{v}_2$ — doi vectori arbitrari, situaţi în planul perpendicular pe direcţia deplasării punctului P_2; c) mărimea reacţiunii $\bar{N}_3$ în reazemul P_3 cu posibilităţi de deplasare multiplă (respectiv tensiunea în fir), expresia acesteia fiind $\bar{N}_3 = N_3 \bar{\nu}_3$ unde $\bar{\nu}_3 = \cos \psi'_{\nu_3} \bar{u}^{\nu}_{\theta_3} + \sin \psi'_{\nu_3} \bar{n}$ este versorul, cunoscut, al normalei la planul tangent la suprafaţa de sprijin a punctului P_3.

Scriind condiţia de echilibru de momente faţă de dreapta $P_1 P_2$, se obţine mărimea lui $\bar{N}_3$ dată de relaţia:

$$N_3 = \frac{\cos \psi_{12} \left[\left(\sum_{\mu} \bar{\mathfrak{M}}_{\mu c} \right) \bar{u}_{\theta^r_{12}} \right] + \sin \psi_{12} \left(\sum_{\nu} \mathfrak{M}_{\nu a} \right)}{\cos \psi_{12} \left[r_{13c} \sin \psi'_{\nu_3} \bar{u}_{\theta^r_{13} - \pi/2} + r_{13a} \cos \psi'_{\nu_3} \bar{u}_{\theta^r_{13} + \pi/2} \right] \bar{u}_{\theta^r_{13}} + \sin \psi_{12} \left[r_{13c} \cos \psi'_{\nu_3} \sin (\theta^{\nu}_3 - \theta^r_{13}) \right]}$$

cu observaţia că termenii ce apar în membrul drept pot fi determinaţi grafic cu foarte multă uşurinţă, prin proiecţii şi construcţia unui poligon funicular.

Parametrii λ_1 şi λ_2, care vor permite apoi să se determine $\bar{N}_2$, vor fi obţinuţi în baza ecuaţiei vectoriale:

$$\bar{\mathfrak{M}}_c (\bar{N}_2) + \lambda_1 \left(v_{1a} r_{12c} \bar{u}_{\theta^r_{12} + \pi/2} + v_{1c} r_{12a} \bar{u}_{\theta^v_1 - \pi/2} \right) +$$

$$+ \lambda_2 \left(v_{2a} r_{12c} \bar{u}_{\theta^r_{12} + \pi/2} + v_{2c} r_{12} \bar{u}_{\theta^v_2 - \pi/2} \right) = 0,$$

reprezentînd expresia vectorială a momentului coplanar $\bar{\mathfrak{M}}_c (\bar{N}_2)$, acest moment determinîndu-se, pe de altă parte, prin închiderea poligonului vectorilor momente coplanare ale tuturor forţelor, luate în raport cu articulaţia fixă P_1.

În fine, componentele cilindrice ale reacţiunii N_1, vor fi obţinute prin închiderea poligonului forţelor coplanare şi a liniei forţelor axiale.

4. Echilibrul solidului avînd o articulaţie spaţială fixă şi trei reazeme cu posibilităţi de deplasare multilaterală (sau trei legături prin fire)

Se va nota cu $\bar{N}_1$ reacţiunea necunoscută ca mărime şi orientare în articulaţia fixă P_1, reacţiunile din reazemele P_σ cu $\bar{N}_\sigma = N_\sigma \bar{\nu}_\sigma$, unde $\bar{\nu}_\sigma = \cos \psi_{\nu_\sigma} \bar{u}_{\theta_\sigma^\nu} + \sin \psi_{\nu_\sigma} \bar{n}$, $(\sigma = 2, 3, 4)$, sînt versorii cunoscuţi ai normalelor la planele tangente la suprafeţele de sprijin în punctele P_σ.

Se determină mai întîi mărimea reacţiunii $\bar{N}_4$, scriind ecuaţia de momente faţă de o dreaptă ce taie suporturile lui $\bar{N}_1, \bar{N}_2$ şi $\bar{N}_3$ — dreapta de intersecţie a planului determinat de punctul P_1 cu versorul $\bar{\nu}_2$, plan dat de ecuaţia $\bar{r} = \lambda_{12} \bar{r}_{12} + \lambda_2 \bar{\nu}_2$, cu planul determinat de punctul P_1 cu versorul $\bar{\nu}_3$, avînd ecuaţia $\bar{r} = \lambda_{13} \bar{r}_{13} + \lambda_3 \bar{\nu}_3$.

Scriind ecuaţiile de mai sus în coordonate vectoriale cilindrice, punînd condiţia de intersecţie şi eliminînd între ecuaţiile obţinute pe λ_3, se ajunge la relaţia vectorială:

$$[\bar{r}_{12c} - r_{12} \operatorname{cotg} \psi_{\nu_3} \bar{u}_{\theta_3^\nu}] + (\lambda_{13}/\lambda_{12})[r_{13a} \operatorname{cotg} \psi_{\nu_3} \bar{u}_{\theta_3^\nu} - \bar{r}_{13c}] +$$

$$+ (\lambda_2/\lambda_{12})[\cos \psi_{\nu_2} \bar{u}_{\theta_2^\nu} - \sin \psi_{\nu_2} \operatorname{cotg} \psi_{\nu_3} \bar{u}_{\theta_3^\nu}] = 0,$$

care, prin închiderea poligonului, permite să se determine rapoartele $\lambda_{13}/\lambda_{12} = b$ şi $\lambda_2/\lambda_{12} = c$, obţinîndu-se astfel ecuaţia proiecţiei dreptei în planul reprezentării, sub forma $\bar{r}_c = \lambda_{12}[\bar{r}_{12c} + c \cos \psi_{\nu_2} \bar{u}_{\theta_2^\nu}]$.

Ecuaţia de momente faţă de această dreaptă, scrisă aşa cum s-a arătat la problema precedentă, şi care va conţine ca element necunoscut numai pe N_4, va permite prin construcţiile grafice corespunzătoare să se determine această mărime.

Pentru determinarea mărimii reacţiunii $\bar{N}_3$ se va folosi ecuaţia de momente faţă de dreapta $P_1 P_2$.

Închiderea poligonului momentelor coplanare, luate în raport cu punctul P_1, va permite determinarea momentului coplanar al lui $\bar{N}_2$, din expresia vectorială a căruia,

$$\bar{\mathfrak{M}}_c(\bar{N}_2) = N_2(\bar{r}_{12c} \sin \psi_{\nu_2} \bar{u}_{\theta_{12}^r - \pi/2} + r_{12a} \cos \psi_{\nu_2} \bar{u}_{\theta_2^\nu + \pi/2}]$$

va putea fi obţinut cu uşurinţă şi N_2.

În fine, închiderea poligonului forţelor coplanare, precum şi a liniei forţelor axiale, va permite determinarea celor două componente cilindrice şi ale reacţiunii $\bar{N}_1$.

5. Echilibrul solidului avînd şase reazeme cu posibilităţi de deplasare multilaterală, sau şase legături prin fire

Cele şase reacţiuni $\bar{N}_\sigma$, din reazemele simple P_σ, $\bar{N}_\sigma = N_\sigma \bar{\nu}_\sigma$, unde $\bar{\nu}_\sigma = \cos \psi_{\nu_\sigma} \bar{u}_{\theta_\sigma^\nu} + \sin \psi_{\nu_\sigma} \bar{n}$, $(\sigma = 1, 2, \ldots, 6)$, sînt versorii normalelor la planele

tangente în punctele P_σ la suprafeţele de sprijin, vor putea fi determinate dacă vor putea fi găsite cu uşurinţă două drepte Δ_1 şi Δ_2, care să intersecteze suporţii a patru din reacţiuni (de exemplu $\overline{N}_1, \overline{N}_2, \overline{N}_3$ şi $\overline{N}_4$).

Ecuaţiile de momente în raport cu cele două drepte vor forma un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute (N_5 şi N_6), care va putea fi rezolvat grafic cu uşurinţă.

Ecuaţia de momente faţă de o axă intersectînd suporţii lui $\overline{N}_1, \overline{N}_2$ şi $\overline{N}_3$, va permite să se găsească, aşa cum s-a arătat în problema precedentă, pe N_4.

Închiderea poligonului momentelor coplanare faţă de punctul P_1 va permite determinarea mărimilor N_2 şi N_3.

În fine, închiderea poligonului forţelor coplanare va permite şi determinarea lui N_1.

6. Determinarea eforturilor în barele grinzilor cu zăbrele spaţiale

Considerînd mai întîi grinda ca un solid rigid vor fi determinate grafic, în primul rînd, reacţiunile legăturilor.

Determinarea eforturilor în bare se va face fie prin descompunerea grafică, aşa cum s-a arătat într-o altă lucrare, a rezultantei forţelor exterioare şi de legătură ce acţionează în fiecare nod, după direcţiile barelor ce se întîlnesc în fiecare nod, — alegîndu-se ordinea nodurilor astfel, ca direcţiile de descompunere să fie totdeauna în număr de trei, — fie prin secţionarea grinzii în secţiunea unde se cere să se determine eforturile, secţionarea făcîndu-se astfel încît să fie tăiate şase bare, problema rezolvîndu-se mai departe ca la punctul precedent.

Problema determinării eforturilor în barele unei secţiuni se simplifică în cazurile de concurenţă sau de coplanaritate a unui număr de suporţi ai reacţiunilor.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini

МЕТОД ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВЕКТОРНЫХ КООРДИНАТ В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ГРАФИЧЕСКОЙ СТАТИКЕ

(Резюме)

Дается применение метода цилиндрических векторных координат в пространственной графической статике.

Изучаются пять типов задач пространственной статики, представляющие интерес в технике.

LA MÉTHODE DES COORDONNÉES VECTORIELLES CYLINDRIQUES DANS LA STATIQUE GRAPHIQUE SPATIALE

(Résumé)

On expose nombre d'applications de la méthode des coordonnées vectorielles cylindriques élaborée par l'Auteur, dans la statique graphique spatiale. Les équations d'équilibre, ayant la forme (I), sont traduites graphiquement par les conditions de fermeture des polygones des composantes coplanaires et axiales des forces actives et des réactions qui sollicitent le solide tant que par les conditions de fermeture semblables relatives aux moments par rapport au pôle choisi des composantes considérées. Sont étudiés ensuite cinq types de problèmes de statique spatiale, intéressant la technique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 621-231 ; 512.93

UNELE PROBLEME DE GEOMETRIA PLANULUI COMPLEX ŞI APLICAREA LOR LA STUDIUL MECANISMELOR ŞI A MAŞINILOR

DE

OCTAVIAN MUNTEANU, GH. TUDOR, LUCREŢIA CONSTANTINESCU, ARSENIE OPREA, MALCA BERCOVICI şi ANA TRIANDAF

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Într-o lucrare recentă [1] D. Mangeron a stabilit un şir de rezultate interesînd cinematica sistemelor materiale, dintre care citäm formulele:

$$(1)\qquad \begin{Bmatrix} x_1^{(n+1)} \\ x_2^{(n+1)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{10}^{(n+1)} \\ x_{20}^{(n+1)} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -A_n & -B_n \\ B_n & -A_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \end{Bmatrix},$$

transcrise în notaţii matriciale, în care $A_n = A_n(t)$ şi $B_n = B_n(t)$ sînt date prin formulele de recurenţă

$$A_{n+1} = \dot{A}_n + \dot{\theta} B_n,\ B_{n+1} = \dot{B}_n - \dot{\theta} A_n,\ A_1 = \dot{\theta}^2,\ B_1 = \ddot{\theta},$$

$$(2)\qquad (\cdot \equiv \mathrm{d}/\mathrm{d}t),\ x_k^{(j+1)} = \mathrm{d}x_k^{(j)}/\mathrm{d}t,\ (k = 1,2;\ j = 1,2,\ldots,n,\ldots),$$

x_1, x_2 sînt coordonatele unui punct M situat pe un organ rigid în mişcare paralelă cu un plan fix, x_{10}, x_{20} — coordonatele originii sistemului ataşat organului mobil, $\bar{a}_M^{(n)}$ — acceleraţia de ordin n a punctului M, iar $\theta = \theta\ (t)$ — unghiul de rotaţie al organului considerat.

Într-o altă lucrare, D. Mangeron şi A. Braier [2] au expus o metodă simplă care permite reprezentarea cîmpurilor plane de acceleraţii de ordin oarecare printr-o transformare complexă, precum şi găsirea prin calcul numeric, pe o cale nouă, a distribuţiei şi a polurilor acceleraţiilor de ordin superior.

În cele ce urmează se tratează, folosind sistematic geometria planului complex, o serie de probleme menite a constitui, împreună cu numeroase rezultate deja cunoscute [3], [4], materialul unei monografii, al cărei conţinut este deosebit de util în studiile de cercetare şi de proiectare a mecanismelor, [5] ... [10], precum şi în procesul de învăţămînt al Mecanicii teoretice şi al Teoriei mecanismelor şi maşinilor.

2. *Utilizarea geometriei planului complex în studiul acceleraţiilor de ordin oarecare, pentru punctele unui mecanism cu culisă oscilantă* (fig. 1). În ipoteza că se cunosc θ_2 θ_4, r_2, r_B, $\theta_2^{(j)}$, $(j = 1,2,\ldots,n,\ldots)$, se cere determinarea ecuaţiei din care se deduc acceleraţiile de ordin oarecare ale punctului B (θ_4 şi r_4 se pot calcula fără greutate prin metodele geometrice obişnuite).

Din ecuaţia

$$\bar{r}_B = r_B e^{i\theta_4} = (O_4O_2)\, e^{i\pi/2} + r_2 e^{i\theta_2} + (r_B - r_4) e^{i\theta_4}, \tag{3}$$

se obţine următoarea ecuaţie fundamentală de distribuţie a acceleraţiilor de orice ordin pentru punctul B:

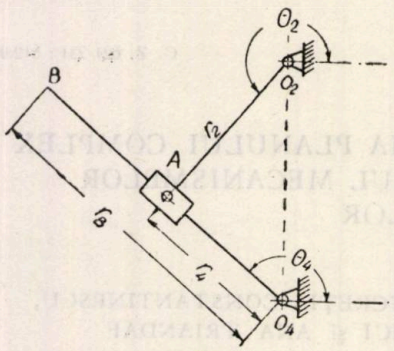


Fig. 1

$$\bar{a}_B^{(n)} = r_B (i B_{n,4} - A_{n,4}) e^{i\theta_4} =$$

$$= r_2 (i B_{n,2} - A_{n,2}) e^{i\theta_2} -$$

$$- \sum_{j=n+1}^{1} C_{n+1}^{j} (i B_{n-j,4} - A_{n-j,4}) r_4^{(j)} e^{i\theta_4} + \tag{4}$$

$$+ (r_B - r_4)(i B_{n,4} - A_{n,4}) e^{i\theta_4},$$

în care, în afară de notaţii cu semnificaţiile clasice (de ex. i, C_m^n,...) în corespondenţă cu formulele (2), $B_{n-j,k}$, $A_{n-j,k}$ sînt, respectiv, B_{n-j}, A_{n-j} relative la $\theta = \theta_2$ sau θ_4, $(j = 1,2,...,n;$ $k = 2,4)$, iar $B_{-1,k} = 0$, $A_{-1,k} = -1$.

Separînd în ecuaţia (4) părţile reală şi imaginară, rezolvînd în raport cu $\theta_4^{(n+1)}$ şi înlocuind această valoare în (4), se obţine o nouă expresie pentru a_B care constituie o generalizare a cunoscutei expresii a acceleraţiei punctului B, dată de F. H. Raven [11]

3. *Utilizarea geometriei planului complex în studiul acceleraţiilor de ordin oarecare pentru punctele mecanismelor cu contacte directe* (fig. 2). Ţinînd seama de notaţiile introduse pentru patrulaterul articulat echivalent mecanismului considerat în figură şi presupunînd că θ_2, $\dot{\theta}_2$, $\ddot{\theta}_2$,.... O_2O_3 precum şi razele vectoare r_2, r_{2c}, r_3, r_{3c} sînt cunoscute, din ecuaţiile

$$\bar{r}_P = \bar{r}_P e^{i\theta_P} \quad \text{şi} \quad r_2 e^{i\theta_2} + r_{2c} e^{i\theta_{2c}} = O_2O_3 + r_3 e^{i\theta_3} - r_{3c} e^{i\theta_{2c}} \tag{5, 6}$$

se obţin următoarele ecuaţii fundamentale de distribuţie a acceleraţiilor de orice ordin pentru punctul P:

$$\bar{a}_P^{(n)} = r_P (i B_{n,3} - A_{n,3}) e^{i\theta_P}, \tag{7}$$

$$r_2 e^{i\theta_2} (i B_{n,2} - A_{n,2}) +$$

$$+ (r_{2c} + r_{3c})(i B_{n,2c} - A_{n,2c}) e_i^{\theta_{2c}} = \tag{8}$$

$$= r_3 e^{i\theta_3} (i B_{n,3} - A_{n,3}),$$

în care, în afară de notaţii cu semnificaţii evidente, în corespondenţă cu formulele (2), $B_{n,k}$ şi $A_{n,k}$ sînt respectiv, B_n, A_n relative la $\theta = \theta_2$ sau θ_{2c} sau θ_3, $(k = 2,3;\ n = 1,2,...)$.

Separînd în ecuaţia (8) părţile reală şi imaginară, rezolvînd în raport cu $B_{n,3}$ şi $B_{n,2c}$, se obţin expresiile ce pot fi folosite pentru a căpăta diferite formule pentru acceleraţia de ordin oarecare a punctului P.

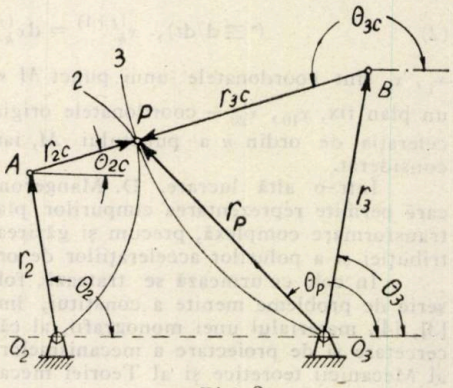


Fig. 2

4. *Utilizarea geometriei planului complex în studiul acceleraţiilor de ordin oarecare pentru punctele camelor cu tachete oscilante cu role* (fig. 3). În ipoteza că se cunosc valorile lui r_2, r_{2c}, r_{3c}, r_3, θ_2, θ_{2c}, θ_3, $\dot{\theta}_2$, $\ddot{\theta}_2$,.., problema de determinare a acceleră-

ţiilor de ordin oarecare a punctului B, centrul rolei tachetului, se rezolvă pornind de la ecuaţia

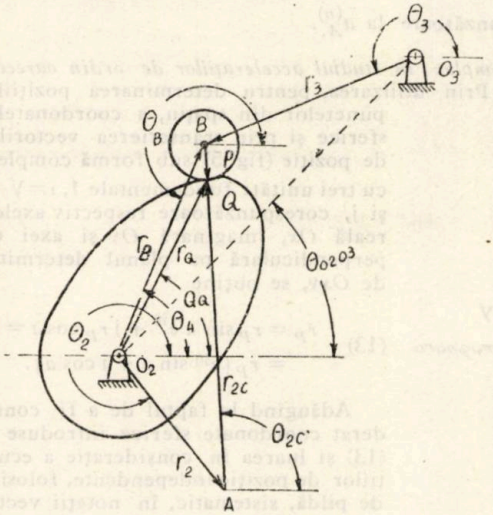


Fig. 3

$$\bar{r}_B = r_2 e^{i\theta_2} + (r_{2c} + r_{3c}) e^{i_2\theta_c} = \\ = O_2 O_3^{i\theta_{0203}} + r_3 e^{i\theta_3}. \tag{9}$$

Diferite expresii ale acceleraţiei de ordin oarecare a punctului B au la bază următoarea formulă fundamentală:

$$a_B^{(n)} = r_2 (i B_{n,2} - A_{n,2}) e^{i\theta_2} + \\ + (r_{2c} + r_{3c}) (i B_{n,2c} - A_{n,2c}) e^{i\theta_{2c}} = \\ = r_3 (i B_{n,3} - A_{n,3}) e^{i\theta_3}, \tag{10}$$

în care, în afară de notaţii cu semnificaţii evidente, avem în corespondenţă cu formulele (2), pentru $B_{n,k}$ şi $A_{n,k}$, $k = 2, 3, 2_c$, notaţii analoge acelora introduse cu prilejul stabilirii formulei (8).

5. *Utilizarea geometriei planului complex pentru determinarea acceleraţiilor de ordin oarecare pentru punctele organelor mecanismelor plane mai complicate* (fig. 4). În ipoteza studiului acceleraţiilor de ordin oarecare a punctului A (fig. 4), cunoscîndu-se $\dot{\theta}_6$, $\ddot{\theta}_6$,..., precum şi diferite unghiuri şi lungimi, pornind de la ecuaţiile de poziţie independente, folosite sistematic în teza de doctorat [11], relaţiile de bază sînt date prin

$$\begin{cases} r_2 e^{i\theta_2} + r_3 e^{i\theta_3} + r_5^{i\theta_5} = \\ \quad = O_2 O_6 + r_6 e^{i\theta_6}, \\ r_2 e^{i\theta_2} + r_3' e^{i\theta_3'} + r_4 e^{i\theta_4} = \\ \quad = O_2 O_6 + r_6' e^{i\theta_6'}, \end{cases} \tag{11}$$

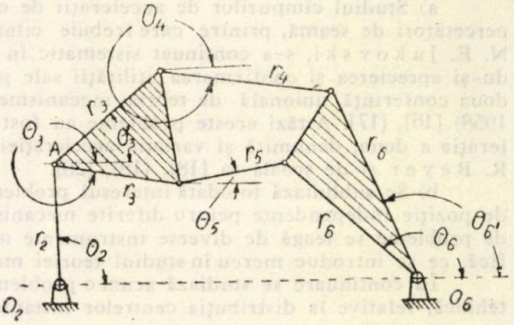


Fig. 4

iar ecuaţiile fundamentale care determină acceleraţiile de ordin oarecare dorite sînt

$$\begin{cases} r_2 (i B_{n,2} - A_{n,2}) e^{i\theta_2} + r_3 (i B_{n,3} - A_{n,3}) + r_5 (i B_{n,5} - A_{n,5}) e^{i\theta_5} = \\ \quad = r_6 (i B_{n,6} - A_{n,6}) e^{i\theta_6}, \\ r_2 (i B_{n,2} - A_{n,2}) e^{i\theta_2} + r_3' (i B_{n,3'} - A_{n,3'}) e^{i\theta_3'} + r_4 (i B_{n,4} - A_{n,4}) e^{i\theta_4} = \\ \quad = r_6' (i B_{n,6'} - A_{n,6'}) e^{i\theta_6'}, \end{cases} \tag{12}$$

în care, în afară de notaţii cu semnificaţii evidente, în corespondenţă cu formulele (2), $B_{n,k}$ şi $A_{n,k}$, sînt, respectiv, B_n, A_n relative la unghiurile $\theta = \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_{6'}$, ($k = 2,..., 5, 6, 6', 3'$).

De oarece orice pereche de ecuaţii complexe (12) nu conţine pentru fiecare n decît patru unghiuri diferite în mod esenţial (în afară de 0_6), acest fapt permite calculul derivatelor lor de acelaşi ordin, corespunzătoare la $\bar{a}_A^{(n)}$.

6. *Utilizarea geometriei planului complex în studiul acceleraţiilor de ordin oarecare pentru punctele unor mecanisme spaţiale.* Prin utilizarea, pentru determinarea poziţiilor punctelor din spaţiu, a coordonatelor sferice şi prin transcrierea vectorilor de poziţie (fig. 5) sub formă complexă cu trei unităţi fundamentale 1, $i=\sqrt{-1}$ şi j, corespunzătoare respectiv axelor: reală Ox, imaginară Oy şi axei Oz perpendiculară pe planul determinat de Oxy, se obţine

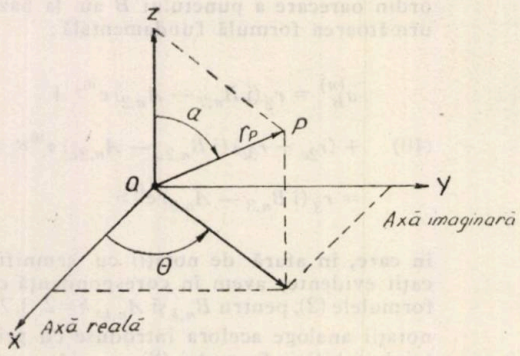


Fig. 5

$$\bar{r}_P = r_P \sin a\, e^{i\theta} + j\, r_P \cos a = r_P\left(e^{i\theta}\sin a + j\cos a\right). \tag{13}$$

Adăugînd la faptul de a fi considerat coordonate sferice introduse în (13) şi luarea în consideraţie a ecuaţiilor de poziţie independente, folosite, de pildă, sistematic, în notaţii vectoriale în [12], se poate face analiza mecanismelor spaţiale.

Ca aplicaţie, studiul nostru conţine, în această ordine de idei, rezolvarea problemei de distribuţie a acceleraţiilor de ordin oarecare interesînd acest mecanism important în tehnică.

7. Înainte de a trece la studiul contribuţiilor ulterioare elaborate de colectivul nostru, este cazul să se facă unele observaţiuni.

a) Studiul cîmpurilor de acceleraţii de ordin superior, abordat sporadic de diferiţi cercetători de seamă, printre care trebuie citat în primul rînd „părintele aviaţiei ruse" N. E. Jukovski, s-a continuat sistematic în ultimii ani la Iaşi, [13], [14], [15], găsindu-şi aprecierea şi confirmarea utilităţii sale prin glasuri autorizate ridicate la cea de a doua conferinţă unională de teoria mecanismelor şi maşinilor (Moscova, 24...28 martie 1958) [16], [17]. Astăzi aceste probleme au fost reluate, cel puţin în ceea ce priveşte acceleraţia a doua, denumită şi variaţia acceleraţiei, pe cale analitică, de cunoscutul specialist R. Beyer şi de şcoala sa [18], [19], [20].

b) Se subliniază totodată interesul problemei de determinare a numărului ecuaţiilor de poziţie independente pentru diferite mecanisme (şi diferite puncte ale acestora). Astfel de probleme se leagă de diverse instrumente matematice de puternică investigaţie ştiinţifică, ce se introduc mereu în studiul teoriei mecanismelor, de pildă, teoria grupurilor [21].

În continuare se studiază acum o problemă interesînd unele aplicaţii nemijlocite în tehnică, relative la distribuţia centrelor instantanee de ordin oarecare.

8. Utilizînd formula [2] ce se referă la distribuţia unor astfel de centre

$$\begin{Bmatrix} x_{1P_n} \\ x_{2P_n} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{Bmatrix} + \frac{1}{A_n^2 + B_n^2} \begin{Bmatrix} A_n & -B_n \\ B_n & A_n \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x^*_{1P_n} \\ x^*_{2P_n} \end{Bmatrix}, \tag{14}$$

pentru $n = 0, 1, 2$ se determină ecuaţiile parametrice ale centroidelor de ordin 0, 1 şi 2 ale mecanismului bielă manivelă axială (fig. 6), respectiv, ale mecanismului bielă manivelă simetrică (fig. 7).

Ultimele ecuaţii parametrice au fost obţinute pe cale directă din relaţia (14) şi apoi prin particularizarea ecuaţiilor parametrice ale mecanismului bielă manivelă axială

$$\begin{cases} x^*_{1P_0} = \sin\omega t\,(b^2 - r^2\sin^2\omega t + r\cos\omega t\sqrt{b^2 - r^2\sin^2\omega t})\,/\,(b\cos\omega t), \\ x^*_{2P_0} = r\sin^2\omega t\,(\sqrt{b^2 - r^2\sin^2\omega t} + r\cos\omega t)\,/\,(b\cos\omega t), \end{cases} \tag{15}$$

(15′) $x_{1P_0} = r\cos\omega t + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\omega t}$, $x_{2P_0} = \operatorname{tg}\omega t\left(r\cos\omega t + \sqrt{b^2 - r^2\sin^2\omega t}\right)$,

care pentru cazul $b = r$ şi $n = 0$ devin

(16) $$x^{\star}_{1P_0} = r\sin 2\omega t, \quad x^{\star}_{2P_0} = 2r\sin^2\omega t,$$

adică cercul $x^{\star 2}_{1P_0} + x^{\star 2}_{2P_0} - 2rx^{\star}_{2P_0} = 0$;

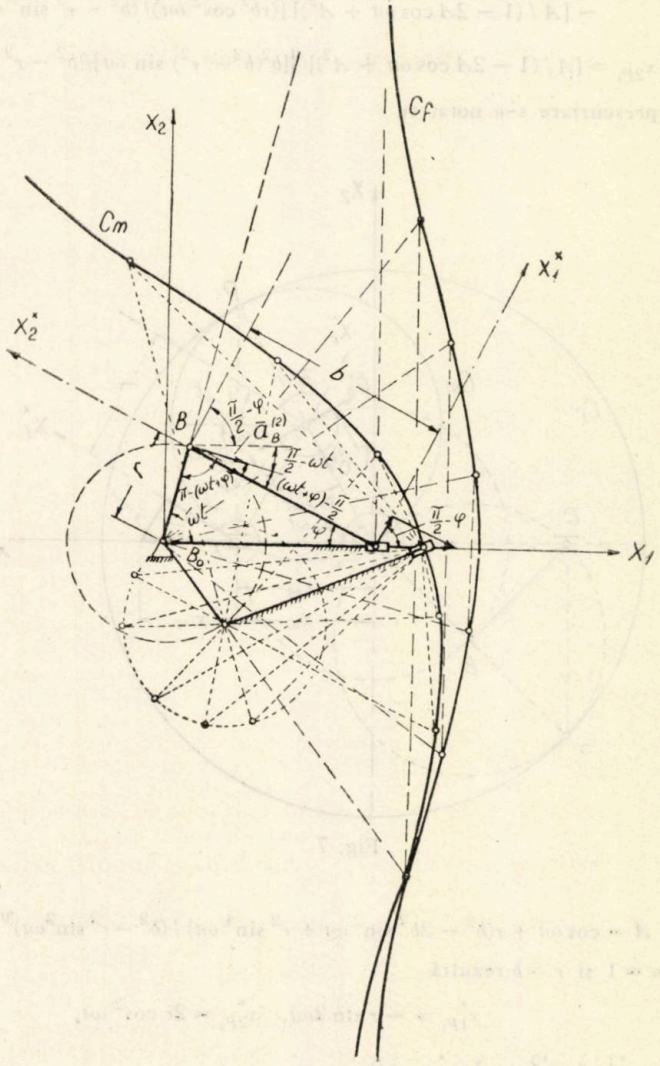


Fig. 6

(16′) $$x_{1P_0} = 2r\cos\omega t, \quad x_{2P_0} = 2r\sin\omega t,$$

adică cercul $x^2_{1P_0} + x^2_{2P_0} = 4r^2$ de rază $2r$.

Pentru aceleaşi mecanisme, în cazul cînd $n = 1$ şi $r \neq b$ se obţine

$$(17)\qquad \begin{cases} x^{*}_{1P_1} = -(bA \sin \omega t)/(1 - 2A \cos \omega t + A^2), \\ x^{*}_{2P_1} = -bA(\cos \omega t - A)/(1 - 2A \cos \omega t + A^2), \end{cases}$$

$$(17')\qquad \begin{cases} x_{1P_1} = r \cos \omega t + \sqrt{b^2 - r^2 \sin^2 \omega t} - \\ \qquad - [A/(1 - 2A \cos \omega t + A^2)]\,[(rb^2 \cos^2 \omega t)/(b^2 - r^2 \sin^2 \omega t)], \\ x_{2P_1} = [A/(1 - 2A \cos \omega t + A^2)]\,\{[b^2(b^2 - r^2) \sin \omega t]/(b^2 - r^2 \sin^2 \omega t)^{3/2}\}, \end{cases}$$

unde pentru prescurtare s-a notat cu

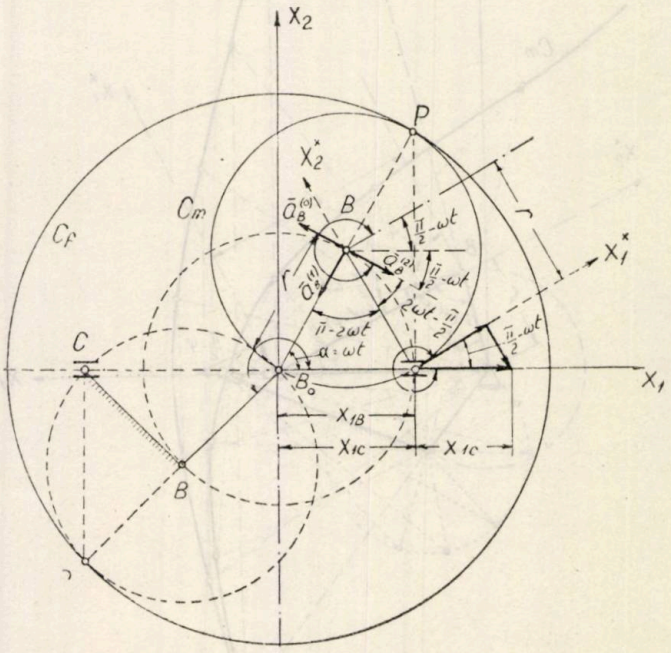


Fig. 7

$$A = \cos \omega t + r(b^2 - 2b^2 \sin^2 \omega t + r^2 \sin^4 \omega t)/(b^2 - r^2 \sin^2 \omega t)^{3/2}.$$

Cînd $n = 1$ şi $r = b$ rezultă

$$(18)\qquad x^{*}_{1P_1} = -r \sin 2\omega t, \quad x^{*}_{2P_1} = 2r \cos^2 \omega t,$$

adică cercul $x^{*2}_{1P_1} + x^{*2}_{2P_1} - 2r\, x^{*}_{2P_1} = 0$;

$$(18')\qquad x_{1P_1} = 0, \quad x_{2P_1} = 0,$$

adică cercul de rază $r = 0$, (originea sistemului fix).

În cazul $n = 2$ şi $r \neq b$ se obţine

$$(19)\qquad \begin{cases} x^{*}_{1P_2} = (bA_1 \cos \omega t) / (1 - 2A_1 \sin \omega t + A_1^2), \\ x^{*}_{2P_2} = bA_1 (A_1 - \sin \omega t) / (1 - 2A_1 \sin \omega t + A_1^2), \end{cases}$$

$$(19')\qquad \begin{cases} x_{1P_2} = r \cos \omega t + \sqrt{b^2 - r^2 \sin^2 \omega t} - [A_1 / (1 - 2A_1 \sin \omega t + \\ \qquad + A_1^2)] \{[3rb\,(b^2 - r^2) \sin \omega t \cos \omega t] / (b^2 - r^2 \sin^2 \omega t)^2\}, \\ x_{2P_2} = \dfrac{bA_1 \cos \omega t}{1 - 2A_1 \sin \omega t + A_1^2} \cdot \dfrac{b^4 + r^2(b^2 - 3r^2) \sin^2 \omega t + r^4 \sin^4 \omega t}{(b^2 - r^2 \sin^2 \omega t)^{5/2}}, \end{cases}$$

unde

$$A_1 = \sin \omega t + \cos \omega t\,[r^5 \sin^5 \omega t - 2r^3 b^2 \sin^3 \omega t + (4rb^4 - 3r^3 b^2) \sin \omega t] / (b^2 - r^2 \sin^2 \omega t)^{5/2}$$

iar prin particularizare pentru $n = 2$ şi $r = b$ se obţine

$$(20)\qquad x^{*}_{1P_2} = r \sin 2\omega t, \quad x^{*}_{2P_2} = 2r \sin^2 \omega t,$$

adică cercul $x^{*2}_{1P_2} + x^{*2}_{2P_2} - 2r\, x^{*}_{2P_2} = 0$;

$$(20')\qquad x_{1P_2} = 2r \cos \omega t, \quad x_{2P_2} = 2r \sin \omega t,$$

adică cercul $x^2_{1P_2} + x^2_{2P_2} = 4r^2$ de rază $2r$.

9. Lucrarea se încheie cu studiul problemei de rostogolire fără alunecare a centroidelor de un ordin oarecare.

Pentru ca centroida mobilă de ordin n să se rostogolească fără alunecare pe centroidă fixă de ordin n, este necesar ca cele două centroide să aibă pentru fiecare poziţie un contact de ordinul I (tangenta comună în acel punct) şi elementele de arce corespunzătoare celor două centroide să fie egale; adică

$$(21)\qquad dx_2 / dx_1 = dx^{*}_2 / dx^{*}_1, \qquad dx_1^2 + dx_2^2 = dx_1^{*2} + dx_2^{*2},$$

condiţii care în cazurile studiate se exprimă prin relaţiile

$$(22)\qquad dx_2 / dx_1 = (dx^{*}_1 \cos \varphi + dx^{*}_2 \sin \varphi) / (dx^{*}_1 \sin \varphi - dx^{*}_2 \cos \varphi),$$

$$(23)\qquad \begin{aligned} dx_{10}^2 + d\varphi^2 (x_1^{*2} + x_2^{*2}) + 2dx_{10} [d\varphi\,(x^{*}_1 \cos \varphi + x^{*}_2 \sin \varphi) + \\ + dx^{*}_1 \sin \varphi - dx^{*}_2 \cos \varphi] + 2d\varphi\,(x^{*}_2\, dx^{*}_1 - x^{*}_1\, dx^{*}_2) = 0. \end{aligned}$$

Cu ajutorul relaţiilor (22) şi (23) se poate verifica uşor că centroidele mobile şi fixe sînt curbe reciproce conjugate pentru cazul $n = 0$ şi $n = 2$, dar nu şi pentru cazul $n = 1$.

Rezultatele obţinute pot fi folosite pentru rezolvarea numeroaselor probleme de sinteză şi analiză a mecanismelor plane şi spaţiale, de fundamentală importanţă în rezolvarea cu succes a sarcinii de introducere a automatizării în ansamblul proceselor de producţie.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini,
Catedra de matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Манжерон Д., ДАН СССР, 1955, **102**, 5, стр. 897—898.
2. Mangeron D., Braier A., GMF A, 1955, **7**, pp. 535—540.

3. Blaschke W., Müller R, *Ebene Kinematik*, Oldenbourg, München, 1959, 269 S.
4. Бюшгенс С., *Метод комплексного переменного в кинематике плоских механизмов*, Инст. Машинов. АН СССР, М.-Л., 1939, 72 стр.
5. Артоболевский И. И., *Современное состояние теории машин и механизмов* In vol. *Интоги Второго Всесоюзного Совещания по основым проблемам Теории машин и механизмов*, Инст. Машинов. АН СССР, М., 1958, стр. 6—23.
6. Hartenberg R. S., *Complex numbers and four-bar lincages.* În vol *Transactions of the Fourth Conference on Mechanisms*, Purdue University, 1958, pp. 43—51.
7. Mangeron D., Bogdan R., St. şi cerc. Mec. apl., 1958, **9**, *4*, pp. 1093—1098.
8. Mangeron D., Drăgan C., Munteanu O., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **3**, (**7**), *3—4*, pp. 161—174.
9. Hain K., *Mechanism design in Germany.* În vol. *Transactions of the Fourth Conference on Mechanisms*, Purdue University, 1958.
10. Freudenstein F., Appl. Mech. Rev., 1959, **12**, *9*, pp. 1—4.
11. Raven F. H., J. Appl. Mechanics, 1958, **25**, *1*, pp. 1—6.
12. * * * *Getriebetechnik und ihre praktische Anwendung*, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1958, 161 S.
13. Геронимус Я. Л., *Очерки о работах корифеев русской механики*, ГИТТЛ, М., 1952, 519 стр.
14. Mangeron D., Drăgan C., Svijevschi V., Rev. Méc. appl., 1957, **2**, *1*, pp. 145—156.
15. Mangeron D., Drăgan C., St. şi cerc. şt., Fizică şi şt. tehn., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1958, **9**, *1*, pp. 23—58.
16. Артоболевский И. И., Бессонов А. П. *Интоги Второго Всесоюзного Совещания по основным Теории машин и механизмов*, Инст. Машинов. АН СССР, М., 1958, стр. 2 ; 7 - 8.
17. Левитский Н. И., *Интоги работы секции анализа и синтеза механизмов.* In vol. citat la [5], стр. 24—25.
18. Meyer zur Capellen W., Ing.-Archiv, 1959, **27**, *1*, S. 1.
19. — Ibid., 1959, **27**, *2*, S. 73—87.
20. Геронимус Я. Л., РЖ Мех., 1960, **3**, *15*, No. 2961.
21. Kalitzin G., Acta technica Acad. scient. Hung , 1955, **XI**, *3—4*, pp. 441—448.
22. Артоболевский И. И., Ливитский Н. И., Черкудинов С. А., *Синтез плоских механизмов*, Физматгиз, М , 1959, 1093 стр.
23. Байер Р., *Кинематический анализ механизмов*, Изд. ИЛ. М., 1959, (пер. с немецкого).
24. * * * *Structura şi cinematica mecanismelor*, Ed. Tehn., Buc., 1959.
25. Bogdan R., Pelecudi C., St. şi cerc. Mec. apl., 1959, **10**, *4*, pp. 113—1124.

НЕСКОЛЬКО ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЛОСКОСТИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ В ИЗУЧЕНИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

(Резюме)

Авторы, взяв как начало их исследований работы [1] и [2], применяют их в решении задачи распределения ускорений высшего порядка для наиболее важных плоских механизмов, а именно: механизмы с колеблющейся кулисой (рис. 1), кулачковые механизмы (рис. 2), кулачковые механизмы с колеблющейся собачкой (рис. 3) и другие. Расматривается также несколько центроид высшего порядка.

QUELQUES PROBLÈMES DE GÉOMÉTRIE DU PLAN COMPLEXE ET LEUR APPLICATIONS À L'ÉTUDE DES MÉCANISMES ET DES MACHINES

(Résumé)

Les Auteurs, après avoir pris comme point de départ de leurs recherches les travaux [1] et [2], les appliquent à la résolution du problème de la distribution des accélérations d'ordre supérieur pour les mécanismes plans des plus importants. L'article se conclut par la détermination des équations paramétriques des centroïdes d'ordres supérieur pour les mécanismes de biele-manivelle axiale et symétrique (fig. 6 et 7).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. K. 621 - 231

GETRIEBEANALYTISCHE UND GETRIEBESYNTHETISCHE UNTERLAGEN FÜR DEN ENTWURF ZWANGLÄUFIGER UND ÜBERGESCHLOSSENER VIERGELENKIGER RAUMKURBELGETRIEBE (II) [1]

VON

H. WÖRLE

Teil B

Übergeschlossene Bauformen viergelenkiger Raumkurbelgetriebe

a) *Reduktion der Drehschubgelenke auf Drehgelenke*

Im technischen Schrifttum sind einige viergliedrige und viergelenkige Raumkurbelgetriebe bekannt, bei denen infolge speziell gewählter Abmessungen ein oder auch mehrere Drehschubgelenke in Drehgelenke entarten können. Als Beispiel sei hier das Bennett-Getriebe angeführt, das nur Drehgelenke enthält [1], [2].

Ein Drehschubgelenk des z. B. in [8], Abb. 1 dargestellten Getriebes wird sicher dann in ein Drehgelenk entarten, wenn der formelmässig durch die Gleichungen [8], (28), (31) oder (32) erfasste relative Schubweg längs der betreffenden Achse vom Kurbelwinkel des Antriebsgliedes unabhängig wird, d. h. konstant bleibt. Es ist somit die Frage zu klären, welche Beziehungen zwischen den Kreuzungswinkeln und Kreuzungsabständen bestehen müssen, damit in den Hubgleichungen der Kurbelwinkel φ nicht mehr auftritt.

Unter der Voraussetzung, dass keine zwei benachbarten Achsen parallel sind, ist dies sicher nur dann möglich, wenn keine irrationalen Ausdrücke für die Funktionen $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$ vorhanden sind. Damit dies zutrifft, muss die Diskriminante D_1 ([8], Gleichung (7)) ein volles Quadrat sein, was durch die einschränkenden Bedingungen

$$(1\,a)\qquad \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{41} = \sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{34}\,, \qquad (1\,b)\qquad \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{41} = \cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34}\,,$$

erreicht wird. Damit vereinfachen sich alle Hubformeln auf ganze rationale Funktionen in $\sin\varphi$ und $\cos\varphi$, die bei konstantem λ_i identisch erfüllt sein müssen. Dies ist sicher nur möglich, wenn die Faktoren der Potenzen von $\sin\varphi$, $\cos\varphi$ und die von φ unabhängigen Ausdrücke jeweils für sich identisch verschwinden. In Verbindung mit den für Reduktion eines jeden Drehschubgelenkes auf ein Drehgelenk notwendigen Bedingungen (1) ergeben sich daraus mehrere, für die einzelnen Achsen charakteristische Forderungen.

Umfangreiche Untersuchungen [7, S. 46—58] liefern, unter der Voraussetzung, dass keine zwei benachbarten Achsen parallel sind, die nachstehenden notwendigen und hinreichenden Bedingungen für das Entarten der Drehschubgelenke des Getriebes nach [8] Abb. 1 oder 2 in Drehgelenke.

---

[1]) Die Bezeichnungen sind die in [8] benützten.

Achse *3*:

(2) $$\vartheta_{12} = \vartheta_{34}, \quad \vartheta_{23} = \vartheta_{41}, \quad e_{12} = e_{34}, \quad e_{23} = e_{41},$$

oder

(3) $$\vartheta_{12} = \vartheta_{23}, \quad \vartheta_{34} = \vartheta_{41}, \quad e_{12} = e_{23}, \quad e_{34} = e_{41}.$$

Es wird in beiden Fällen

(4) $$\lambda_3 = \pm \lambda_1,$$

wobei die doppelten Vorzeichen wie bisher den beiden möglichen Getriebebauformen zugeordnet sind.

Ein viergliedriges und viergelenkiges räumliches Kurbelgetriebe kann somit nur dann zwei diametral angeordnete Drehgelenke besitzen, wenn entweder jeweils diametrale Kreuzungswinkel und Kreuzungsabstände gleichgross sind (Abb. 1 a) oder jeweils zwei benachbarte Kreuzungswinkel und Kreuzungsabstände gleiche Grösse besitzen (Abb. 1 b). In beiden Fällen liegen dann an den Drehgelenken immer ungleich grosse Kreuzungswinkel bzw. Kreuzungsabstände an. Die absoluten Beträge der axialen Abstände längs der Achsen mit Drehgelenken müssen ebenfalls gleich sein.

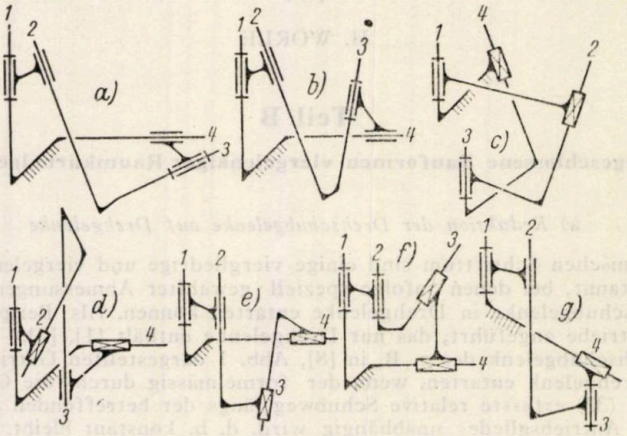


Abb. 1. — Bauformen übergeschlossener viergliedriger Raumkurbelgetriebe.

Achse *4* und Achse *2*:

(5) $$\vartheta_{12} \quad \vartheta_{34}, \quad \vartheta_{23} = \vartheta_{41}, \quad e_{12} = e_{34}, \quad e_{23} = e_{41}, \quad \lambda_1 = 0,$$

(6) $$e_{12} / \sin \vartheta_{12} = \mp e_{23} / \sin \vartheta_{23}.$$

Der axiale Abstand längs der Achse *4* wie auch der Achse *2* wird zu Null, also $\lambda_4 = \lambda_2 = 0$.

Die Reduktion eines dem Antriebsdrehgelenk benachbarten Drehschubgelenkes auf ein Drehgelenk zieht somit auch die Entartung des anderen noch anliegenden Drehschubgelenkes auf ein Drehgelenk nach sich.

Hierzu müssen jeweils diametrale Kreuzungswinkel und Kreuzungsabstände gleich sein und der axiale Abstand längs der Antriebsachse verschwinden. Ferner muss nach Gleichung (6) der Quotient aus zwei benachbarten Kreuzungsabständen gleich dem absoluten Betrag aus dem Quotienten der Sinusfunktionen der zugehörigen Kreuzungswinkel sein.

Da die Forderungen (2) für Ausbildung des Drehschubgelenkes in der dem Antrieb gegenüberliegenden Achse als ein Drehgelenk in den Bedingungen (5) mitenthalten sind, kann somit kein viergliedriges räumliches Kurbelgetriebe mit drei Drehgelenken und einem Drehschubgelenk angegeben werden. Dagegen ist es möglich, ein viergliedrig-

riges Raumgetriebe mit vier Drehgelenken zu bauen. Die Abmessungen dieses Getriebes müssen den Forderungen (5) und (6) genügen. Die beiden, durch das doppelte Vorzeichen in (6) bestimmten Bauformen sind in diesem Sonderfall identisch und stellen das im Schrifttum vielseitig behandelte Bennett-Getriebe dar [1], [2], [5].

Die Untersuchungen haben aber weiterhin die Unmöglichkeit nachgewiesen, viergliedrige Raumkurbelgetriebe mit vier Drehgelenken und nicht sämtlich verschwindenden axialen Abständen zu bauen.

b) *Reduktion der Drehschubgelenke auf Schubgelenke*

Die Beantwortung der Frage, unter welchen Bedingungen eines der drei im Getriebe nach [8], Abb. 1 oder 2, vorkommenden Drehschubgelenke in ein Schubgelenk entarten wird, ist gleichbedeutend mit der Erfüllung der Forderung, dass der relative Drehwinkel um die betreffende Achse während des ganzen Arbeitsganges konstant bleibt. In diesem Fall ist dann die relative Winkelgeschwindigkeit zwischen den beiden an dieser Achse anliegenden Gliederndauernd Null. Mit dieser Überlegung können aus den Formeln für die relativen Winkelgeschwindigkeiten ([8], Gleichungen (57)...(59)), unmittelbar die Bedingungen für die Reduktion der Drehschubgelenke auf Schubgelenke erkannt werden. Es muss erfüllt sein für Schubgelenk längs

(7) der Achse *2*, $\sin \vartheta_{41} = 0$, (8) der Achse *3*, $\sin \vartheta_{12} = 0$ oder $\sin \vartheta_{41} = 0$,

(9) der Achse *4*, $\sin \vartheta_{12} = 0$.

Die Parallelität zweier benachbarter Achsen in einem viergliedrigen Raumkurbelgetriebe erzwingt somit immer die Entartung der Drehschubgelenke in den beiden anderen Achsen auf Schubgelenke (Abb. 1 e, 1 f).

Die Winkelgeschwindigkeiten ω_{ba} und ω_{cd} um die Achsen *2* und *4* können aber auch dann konstant Null werden, wenn entweder $\sin \psi_{cd}$ oder $\sin \psi_{ab}$ identisch verschwindet.

Eine genaue Untersuchung [7, S. 59—65] lässt für gleichzeitige Reduktion der Drehschubgelenke in den Achsen *2* und *4* auf Schubgelenke als notwendige und hinreichende Bedingung erkennen:

(10) $$\vartheta_{12} = \vartheta_{23} \quad \text{und} \quad \vartheta_{34} = \vartheta_{41}\,.$$

Während durch das Erfülltsein der Gleichungen (7), (8) oder (9) die Entartung auf Schubgelenke immer in beiden möglichen Getriebebauformen erzwungen wird, kann diese durch die Forderungen (10) nur in der durch das untere Vorzeichen in [8], Gleichung (5), erfassten Ausführung eintreten. Es liegt in diesem 2. Fall ein Analogon zum gleichschenkligen Schubkurbelgetriebe der ebenen Kinematik vor (Abb. 1 c, 1 d). Bei Auftreten von Verzweigungslagen kann daher die Bewegung des Abtriebsgliedes von einer Schubbewegung in eine Drehschubbewegung und umgekehrt übergehen.

Schliesslich lässt sich noch ein Sonderfall anführen, bei dem in der durch das obere Vorzeichen in [8], Gleichung (5), festgelegten Getriebebauform sich nur ein Drehschubgelenk auf ein Schubgelenk vereinfacht. Hierzu muss erfüllt sein Parallelität dreier Achsen und gleiche Grösse der diese Achsen verbindenden Kreuzungsabstände. Werden die beiden anderen Kreuzungsabstände einander ebenfalls gleich gemacht, so vereinfacht sich das von ihnen eingeschlossene Drehschubgelenk zum Schubgelenk (Abb. 1 g).

c) *Getriebe mit diametralen gleichgrossen Kreuzungswinkeln und Kreuzungsabständen*

Bei Verwendung der in [8], Abb. 2, gewählten Bezeichnungsweise gelten für Getriebe mit paarweise gleichgrossen einander gegenüberliegenden Kreuzungswinkeln die Bedingungen $\vartheta_{12} = \vartheta_{34}$ und $\vartheta_{23} = \vartheta_{41}$. Die den beiden möglichen Bauformen zugeordneten sphärischen Getriebe sind in Abb. 2 dargestellt. Hierbei sei in Analogie zu den Bewegungsverhältnissen beim Viergelenkgetriebe der ebenen Kinematik die Be-

wegungsform nach. Abb. 2 a als Isosphärogrammgetriebe, die gemäss Abb. 2 b als Anti-Isosphärogrammgetriebe, bezeichnet [2]). Die Bewegungsabläufe der beiden Bauformen können, wie aus den Abb. 5 und 6 [8] für die Koppelkurven derartiger Getriebe erkennbar ist, in Verzweigungslagen ineinander übergeführt werden.

Die alleinige Voraussetzung gleigrosser diametraler Kreuzungswinkel ergibt aber noch keine übergeschlossenen Getriebe. Nach b) müssen ausserdem die Kreuzungsabstände und der konstante axiale Abstand λ_1 einschränkenden Bedingungen unterworfen werden.

Mit der Voraussetzung

$$\vartheta_{12} = \vartheta_{34}, \quad \vartheta_{23} = \vartheta_{41},$$
$$e_{12} = e_{34}, \quad e_{23} = e_{41},$$

folgt für die *erste Bauform* (oberes Vorzeichen in [8], Gleichung (5)) folgt:

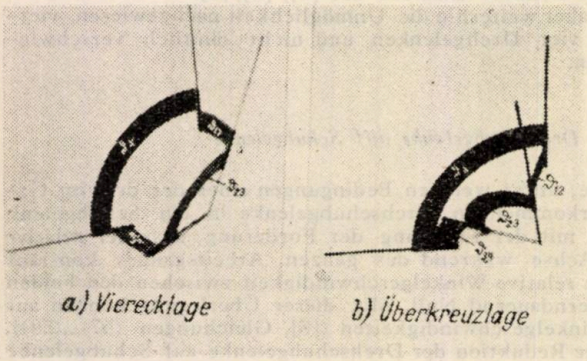


Abb. 2. — Sphärisches Viergelenkgetriebe mit diametralen gleichgrossen Kreuzungswinkeln. $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 30°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$.

$$\cos\psi = -[\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23} - (1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})\cos\varphi] / [\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi - (1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})], \tag{11}$$

$$\sin\psi = -(\cos\vartheta_{12} + \cos\vartheta_{23})\sin\varphi / [\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi - (1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})], \tag{12}$$

$$\cos\psi_{ab} = \cos\psi, \tag{13}$$

$$\sin\psi_{ab} = \sin\psi, \tag{14}$$

$$\cos\psi_{bc} = \cos\varphi, \tag{15}$$

$$\sin\psi_{bc} = \sin\varphi, \tag{16}$$

$$\lambda_4 = [-(\cos\vartheta_{12}+\cos\vartheta_{23})\lambda_1 + (e_{12}\sin\vartheta_{23} + e_{23}\sin\vartheta_{12})\sin\varphi] / (1 + \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi), \tag{17}$$

$$\lambda_3 = \lambda_1 = \text{konstant}, \tag{18}$$

$$\lambda_2 = \lambda_4. \tag{19}$$

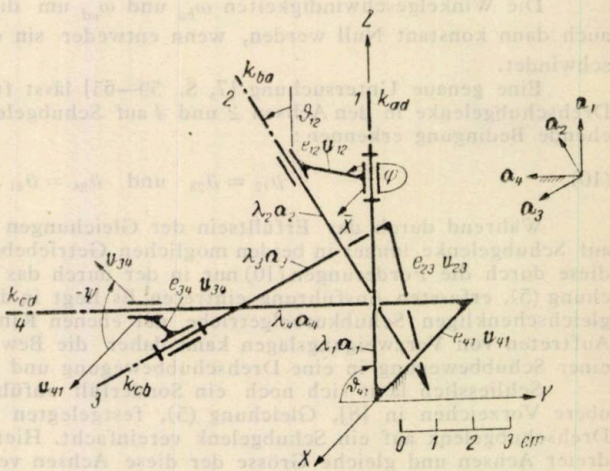


Abb. 3. — Räumliches viergliedriges Getriebe mit zwei Drehgelenken und zwei Drehschubgelenken, dem sphärischen Getriebe von Abb. 2 a zugeordnet. Getriebestellung für $\varphi = 240°$, $M_z = 150$ cm/m. Abmessungen: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 30°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = e_{34} = 20$ mm, $e_{23} = e_{41} = 50$ mm, $\lambda_1 = 40$ mm.

Die Auswertung der ermittelten Drehwinkel- und Hubbeziehungen für das in Abb. 3 dargestellte Getriebe ergibt (s. Tafel 1):

[2]) Unter einem Isosphärogramm wird ein aus vier Grosskreis-Teilbögen gebildetes sphärisches Viereck verstanden, in dem je zwei gegenüberliegende Seiten gleich gross sind. Ein Anti-Isosphärogramm ist ein Isosphärogramm in Überkreuzlage.

Tafel 1

φ	$\psi = \psi_{cd}$	ψ_{ab}	ψ_{bc}	λ_4 (mm)	λ_2 (mm)
0°	180°	180°	0°	— 69,3	— 69,3
30°	130°20′	130°20′	30°	— 21,5	— 21,5
60°	90°	90°	60°	5,8	5,8
90°	60°	60°	90°	10,4	10,4
120°	37°	37°	120°	3,6	3,6
150°	17°40′	17°40′	150°	— 8,5	— 8,5
180°	0°	0°	180°	— 23,1	— 23,1
210°	— 17°40′	— 17°40′	210°	— 40,0	— 40,0
240°	— 37°	— 37°	240°	— 58,9	— 58,9
270°	— 60°	— 60°	270°	— 79,7	— 79,7
300°	— 90°	— 90°	300°	— 98,2	— 98,2
330°	—130°20′	—130°20′	330°	—100,8	—100,8
360°	—180°	—180°	360°	— 69,3	— 69,3

Zur weiteren Erläuterung der Bewegung des Abtriebsgliedes gegenüber dem Gestell seien die Abb. 4 und 5 beigefügt.

Für die *zweite Bauform* (unteres Vorzeichen in [8], Gleichung (5)) folgt:

$$\cos\psi = -[\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23} + (1 - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})\cos\varphi] / [\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi + (1 - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})], \tag{20}$$

$$\sin\psi = -[(\cos\vartheta_{12} - \cos\vartheta_{23})\sin\varphi] / [\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi + (1 - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})], \tag{21}$$

$$\cos\psi_{ab} = \cos\psi, \tag{22}$$

$$\sin\psi_{ab} = -\sin\psi, \tag{23}$$

$$\cos\psi_{bc} = \cos\varphi, \tag{24}$$

$$\sin\psi_{bc} = -\sin\varphi, \tag{25}$$

$$\lambda_4 = [(\cos\vartheta_{12} - \cos\vartheta_{23})\lambda_1 + (e_{12}\sin\vartheta_{23} - e_{23}\sin\vartheta_{12})\sin\varphi] / (1 - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi), \tag{26}$$

$$\lambda_3 = -\lambda_1 = \text{konstant}, \tag{27}$$

$$\lambda_2 = -\lambda_4. \tag{28}$$

Der Bewegungsverlauf des Getriebes nach Abb. 6 genügt den Formeln (20)...(28). Zu Vergleichszwecken wurden dieselben Abmessungen wie für die erste Bauform verwandt, womit sich nachstehende Zahlentafel ergibt (s. Tafel 2):

Tafel 2

φ	$\psi = \psi_{cd}$	ψ_{ab}	ψ_{bc}	λ_4 (mm)	λ_2 (mm)
0°	180°	180°	360°	23,1	—23,1
30°	197°40′	162°20′	330°	22,5	—22,5
60°	216°50′	143°10′	300°	24,2	—24,2
90°	240°	120°	270°	29,7	—29,7
120°	270°	90°	240°	40,5	—40,5
150°	311°50′	48°10′	210°	56,8	—56,8
180°	360°	0°	180°	69,3	—69,3
210°	408°10′	— 48°10′	150°	65,6	—65,6
240°	450°	— 90°	120°	51,9	—51,9
270°	480°	—120°	90°	39,7	—39,7
300°	503°10′	—143°10′	60°	31,2	—31,2
330°	522°20′	—162°20′	30°	25,9	—25,9
360°	540°	—180°	0°	23,1	—23,1

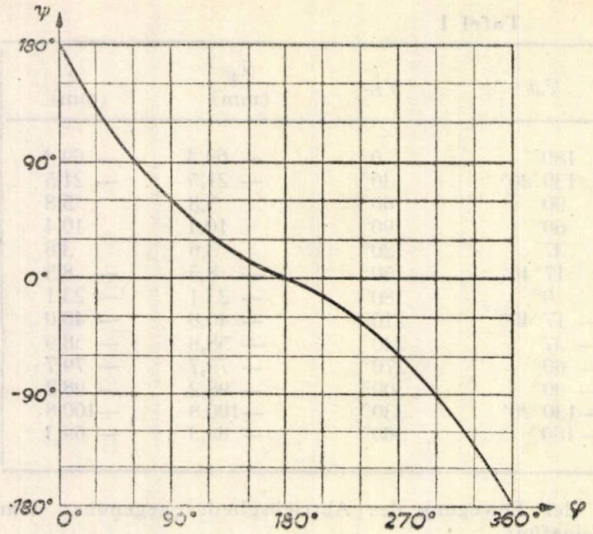


Abb. 4. — $\psi(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 3.

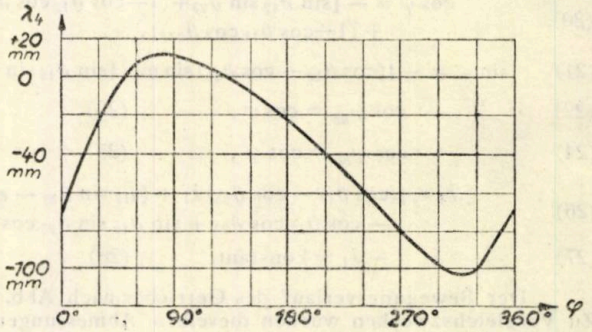


Abb. 5. — $\lambda_4(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 3.

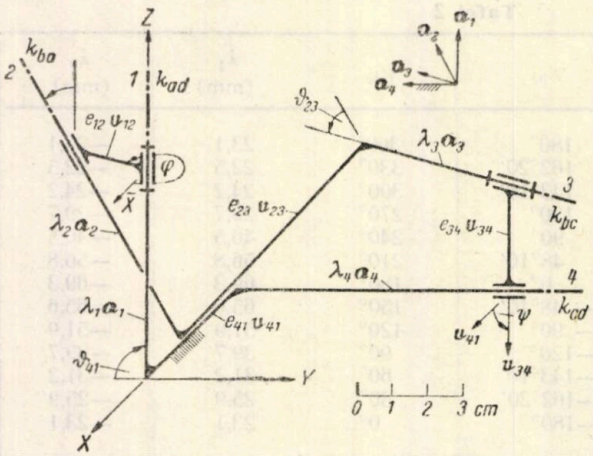


Abb. 6. — Räumliches viergliedriges Getriebe mit zwei Drehgelenken und zwei Drehschubgelenken, dem sphärischen Getriebe von Abb. 2 b zugeordnet. Getriebestellung für $\varphi = 240°$, $M_z = 150$ cm/m.

Abmessungen: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 30°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = e_{34} = 20$ mm, $e_{23} = e_{41} = 50$ mm, $\lambda_1 = 40$ mm.

Die Drehschubbewegung im Abtrieb ist ausserdem noch durch die Abb. 7 und 8 veranschaulicht.

Zur Klärung der Umlaufverhältnisse für Antriebs- und Abtriebsglied jeweils gegenüber dem Gestell werden die Gleichungen [8] (20) und (21) herangezogen, die sich für beide Bauformen auf

$$1 \geqslant \cos^2 \varphi \,. \tag{29}$$

$$1 \geqslant \cos^2 \psi \,, \tag{30}$$

vereinfachen. Da die Forderungen für jeden Wert von φ bzw. ψ erfüllt sind, können beide getriebliche Ausführungsformen sowohl im Antrieb wie auch im Abtrieb umlaufen.

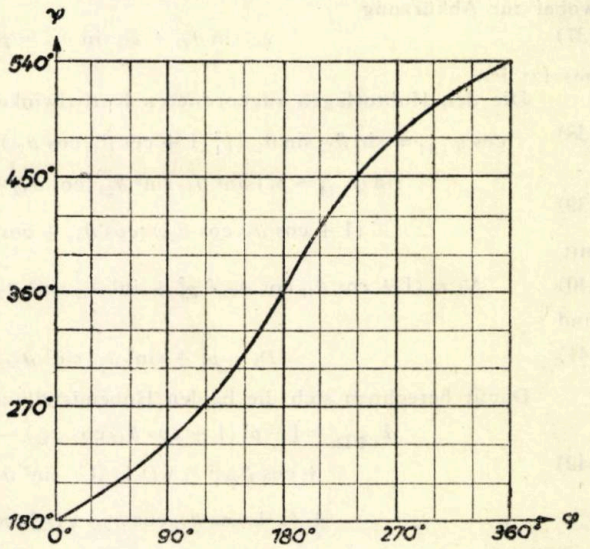


Abb. 7. — $\psi(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 6.

Von den für das Auftreten von Verzweigungslagen notwendigen Bedingungen [8] (25) genügen [8] (26 a) und (26 c) den gegebenen Kreuzungswinkeln. Die beiden Bewegungsabläufe der *zugeordneten sphärischen Getriebe* können somit sowohl für $\varphi = 0°$ als auch für $\varphi = 180°$ ineinander übergeführt werden. Nach den Tafeln 1 und 2 sind aber die relativen Hubwege der eigentlichen Getriebe in den Kurbelstellungen $\varphi = 0°$ bzw. $\varphi = 180°$ von einander verschieden; die *eigentlichen Getriebe* nach den Abb. 3 und 6 sind deshalb nicht ineinander überführbar.

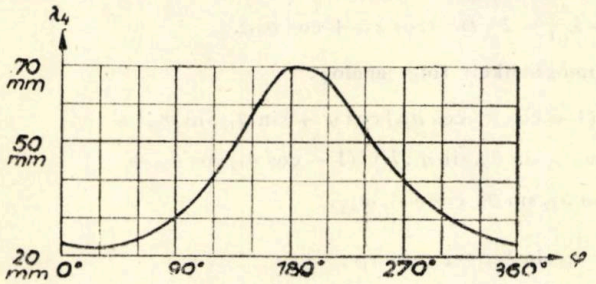


Abb. 8. — $\lambda_4(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 6.

Die relativen Winkelgeschwindigkeiten um die einzelnen Achsen genügen den Formeln

$$\omega_{ba} = -[(\cos\vartheta_{12} \pm \pm \cos\vartheta_{23})/(1 \pm \pm \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} \mp \mp \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi)]\omega_{ad} \,, \tag{31}$$

$$\omega_{bd} = [\pm \sin\vartheta_{12}\sqrt{(\cos\vartheta_{12} \pm \cos\vartheta_{23})^2 + (\sin\vartheta_{12} \mp \sin\vartheta_{23}\cos\varphi)^2}/(1 \pm \pm \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} \mp \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi)]\,\omega_{ad} \,, \tag{32}$$

$$\omega_{bc} = \pm\,\omega_{ad} \,, \tag{33}$$

$$\omega_{cd} = \pm\,\omega_{ba} \,, \tag{34}$$

$$\omega_{ca} = [\mp \sin\vartheta_{23}\sqrt{(\cos\vartheta_{12} \pm \cos\vartheta_{23})^2 + (\sin\vartheta_{23} \mp \sin\vartheta_{12}\cos\varphi)^2}/(1 \pm \pm \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} \mp \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi)]\,\omega_{ad} \,, \tag{35}$$

wobei von den auftretenden doppelten Vorzeichen jeweils das obere der ersten Bauform, das untere der anderen entspricht.

Die Hubgeschwindigkeiten im Abtrieb ergeben sich für die *erste Getriebebauform* durch Differentiation von Gl. (17) zu

(36) $$\tau_4 = \lambda_4' = \mathrm{d}\lambda_4/\mathrm{d}t = \left(\{p_1[(1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})\cos\varphi - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}] + (\cos\vartheta_{12} + \right.$$
$$\left. + \cos\vartheta_{23})\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\sin\varphi \,.\, \lambda_1\}/(1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} - \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi)^2\right)\omega_{ad},$$

wobei zur Abkürzung

(37) $$e_{12}\sin\vartheta_{23} + e_{23}\sin\vartheta_{12} = p_1$$

gesetzt ist.

Die den Hubtotlagen zugeordneten Kurbelwinkel φ_I und φ_{II} sind bestimmt durch

(38) $$\cos\varphi_{I/II} = \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}[p_1^2(1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}) \pm (\cos\vartheta_{12}+\cos\vartheta_{23})^2\lambda_1\sqrt{D_5}]/N_1,$$

(39) $$\sin\varphi_{I/II} = p_1[\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}(\cos\vartheta_{12}+\cos\vartheta_{23})\lambda_1 \mp$$
$$\mp(1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})(\cos\vartheta_{12}+\cos\vartheta_{23})\sqrt{D_5}]/N_1,$$

mit

(40) $$N_1 = (1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})^2 p_1^2 + \sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}\cdot\lambda_1^2(\cos\vartheta_{12}+\cos\vartheta_{23})^2$$

und

(41) $$D_5 = p_1^2 + \sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}\,.\,\lambda_1^2.$$

Damit berechnen sich die beiden Hubendstellungen zu

(42) $$\lambda_{4,I/II} = [\mp p_1^2(1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}) - (\cos\vartheta_{12} +$$
$$+\cos\vartheta_{23})^2\lambda_1\sqrt{D_5}]/\{[\mp\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}\lambda_1 +$$
$$+(1+\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})\sqrt{D_5}](\cos\vartheta_{12}+\cos\vartheta_{23})\},$$

wobei die doppelten Vorzeichen so zu verstehen sind, dass der Totlage I beim Kurbelwinkel φ_I das obere Vorzeichen, der Endstellung II beim Kurbelwinkel φ_{II} das untere Vorzeichen entspricht.

Der maximale Hub im Abtrieb S_{cd} ergibt sich schliesslich mit

(43) $$S_{cd} = \lambda_{4,II} - \lambda_{4,I} = 2\sqrt{D_5}/(\cos\vartheta_{12}+\cos\vartheta_{23}).$$

Fur die zweite Getriebebaumöglichkeit folgt analog:

(44) $$\tau_4 = \lambda_4' = \mathrm{d}\lambda_4/\mathrm{d}t = \left(\{p_2[(1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})\cos\varphi + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}] +\right.$$
$$+(\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23})\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\sin\varphi\,.\,\lambda_1\}/(1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23} +$$
$$\left.+\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi)^2\right)\omega_{ad},$$

mit

(45) $$p_2 = e_{12}\sin\vartheta_{23} - e_{23}\sin\vartheta_{12},$$

(46) $$\cos\varphi_{I/II} = \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}[-p_2^2(1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}) \mp (\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23})^2\lambda_1\sqrt{D_6}]/N_2,$$

(47) $$\sin\varphi_{I/II} = p_2[-\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}(\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23})\lambda_1 \pm$$
$$\pm(1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})(\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23})\sqrt{D_6}]/N_2,$$

mit

(48) $$N_2 = (1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})^2 p_2^2 + \sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}\,.\,\lambda_1^2(\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23})^2$$

und

(49) $$D_6 = p_2^2 + \sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}\,.\,\lambda_1^2.$$

(50) $$\lambda_{4,I/II} = [\pm p_2^2(1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}) + (\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23})^2\lambda_1\sqrt{D_6}]/\{[\mp\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{23}\,.\,\lambda_1 +$$
$$+(1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23})\sqrt{D_6}](\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23})\},$$

sowie

(51) $$S_{cd} = \lambda_{4,II} - \lambda_{4,I} = -2\sqrt{D_6}/(\cos\vartheta_{12}-\cos\vartheta_{23}).$$

Schliesst man die Sonderfälle benachbarter paralleler Achsen aus, so gilt nachstehende *Zusammenfassung:*

Sämtliche viergliedrigen zwangläufigen räumlichen Kurbelgetriebe, bestehend aus einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken, werden bei der Wahl gleich grosser diametraler Kreuzungswinkel und Kreuzungsabstände sowie eines von Null verschiedenen axialen Abstandes des Antriebsdrehgelenkes, auf Getriebe mit Summe 6 der Freiheitsgrade ihrer Gelenke reduziert. Getriebe solcher Art besitzen zwei Dreh- und zwei Drehschubgelenke, wobei die Drehgelenke und die Drehschubgelenke in abwechselnder Reihenfolge angeordnet sind.

Sämtliche benachbarten Glieder können gegeneinander umlaufen. Die absoluten Beträge der relativen Hubwege bei beiden einander gegenüberliegenden Drehschubgelenken, sowie die axialen Abstände der diametralen Drehgelenke sind gleich gross. Verzweigungslagen treten nicht auf. Die absoluten Beträge der relativen Winkelgeschwindigkeiten sind für die jeweils nicht anliegenden Achsen ebenfalls gleich.

Derartige Getriebe können zur Umformung einer Drehbewegung in eine Drehschubbewegung um sich kreuzende Achsen dienen, wobei der Bewegungsverlauf durch spezielle Wahl der noch verfügbaren Grössen weitgehend beeinflusst werden kann.

d) *Sonderfälle der Getriebe nach c)*

In den unter c) behandelten Getrieben mit gleichgrossen diametralen Kreuzungswinkeln und Kreuzungsabständen bleibt für den Entwurf noch die freie Verfügbarkeit über die Grössen der Kreuzungswinkel ϑ_{12} und ϑ_{23}, der Kreuzungsabstände e_{12} und e_{23} und des konstanten axialen Abstandes λ_1. Durch zusätzliche Annahmen hierüber entstehen weitere beachtenswerte Sonderfälle.

Beispiel 1:

Setzt man

$$p_1 = e_{12} \sin \vartheta_{23} + e_{23} \sin \vartheta_{12} = 0, \tag{52}$$

so ergibt sich für Getriebe mit

$$\vartheta_{12} = \vartheta_{34}, \quad \vartheta_{23} = \vartheta_{41}, \quad e_{12} = e_{34}, \quad e_{23} = e_{41} = -(\sin \vartheta_{23} / \sin \vartheta_{12})\, e_{12}$$

für die durch das obere Vorzeichen in [8], Gleichung (5), bestimmte *erste Getriebebauform*

$$\lambda_4 = -(\cos \vartheta_{12} + \cos \vartheta_{23})\, \lambda_1 / (1 + \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} - \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \cos \varphi), \tag{53}$$

$$\lambda_3 = \lambda_1 = \text{konstant}, \tag{54}$$

$$\lambda_2 = \lambda_4. \tag{55}$$

Die relativen Drehbewegungen genügen den Gleichungen (11)...(16).

Bemerkenswert ist, dass die Bewegungsverhältnisse im Abtrieb unabhängig von den Kreuzugsabständen sind.

In Abb. 9 ist ein derartiges Getriebe dargestellt. Die zugehörigen Bewegungsdiagramme können aus den Abb. 10 und 11 entnommen werden.

Die Hubgeschwindigkeit im Abtrieb bestimmt sich zu

$$\tau_4 = \mathrm{d}\lambda_4 / \mathrm{d}t = \{[(\cos \vartheta_{12} + \cos \vartheta_{23}) \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \sin \varphi \,.\, \lambda_1]/(1 + \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} - \\ - \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \cos \varphi)^2\}\, \omega_{ad}. \tag{56}$$

Die Hubendstellungen treten bei $\varphi_I = 0°$ und $\varphi_{II} = 180°$ auf und betragen

$$\lambda_{4,I/II} = -(\cos \vartheta_{12} + \cos \vartheta_{23})\lambda_1 / [\mp \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} + (1 + \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23})], \tag{57}$$

wobei das obere Vorzeichen der Stellung I, das untere der Stellung II entspricht.

Für die maximale Hublänge im Abtrieb gilt die Formel

$$S_{cd} = [(2 \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23}) / (\cos \vartheta_{12} + \cos \vartheta_{23})]\, \lambda_1. \tag{58}$$

Dem Bewegungsablauf in der *zweiten Getriebebauform* genügen die Hubgleichungen

$$\lambda_4 = [(\cos \vartheta_{12} - \cos \vartheta_{23})\, \lambda_1 + 2e_{12} \sin \vartheta_{23} \sin \varphi] / (1 - \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} + \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \cos \varphi), \tag{59}$$

$$\lambda_3 = -\lambda_1 = \text{konstant}, \tag{60}$$

$$\lambda_2 = -\lambda_4. \tag{61}$$

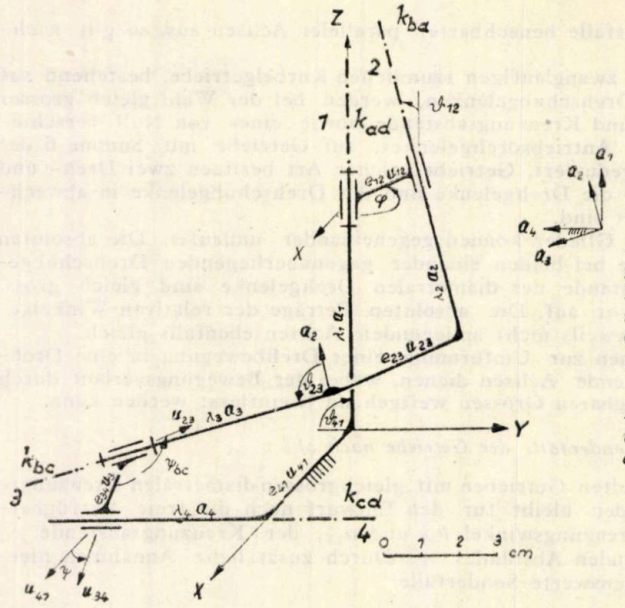


Abb. 9. — Räumliches viergliedriges Getriebe mit zwei Drehgelenken und zwei Drehschubgelenken, dem sphärischen Getriebe von Abb. 2 a zugeordnet. Kurbelstellung $\varphi = 150°$, $M_z = 150$ cm/m.

Abmessungen: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 20°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = e_{34} = 15$ mm, $e_{23} = e_{41} = -43{,}8$ mm, $\lambda_1 = 40$ mm.

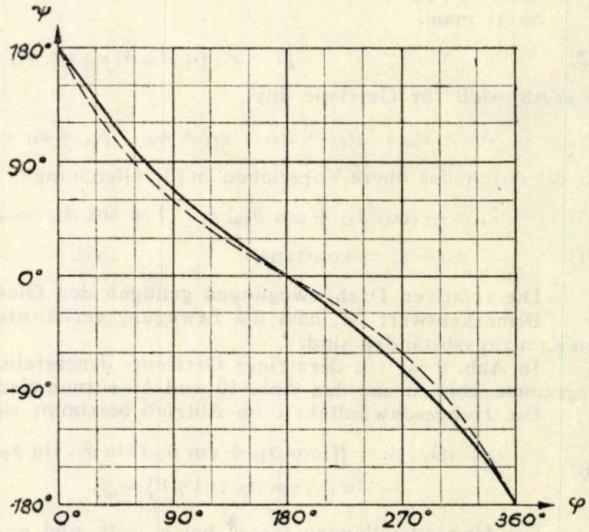


Abb. 10. — $\psi(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

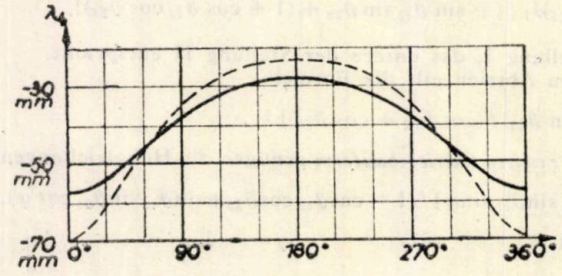


Abb. 11. — $\lambda_4(\varphi)$ Schaubild für Getriebe nach Abb. 9.
——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

Die rel tiven Drehbewegungen werden durch die Gleichungen (20)...(25) erfasst.

Die Bewegungsverhältnisse im Abtrieb sind somit in der zweiten Ausführungsform mit zugeordnetem sphärischen Getriebe gemäss Abb. 2 b nicht mehr von den Kreuzungsabständen unabhängig. In baulicher Hinsicht besteht Übereinstimmung mit dem Getriebe gemäss Abb. 6.

Beispiel 2:
Wählt man als Zusatzbedingung

$$p_2 = e_{12} \sin \vartheta_{23} - e_{23} \sin \vartheta_{12} = 0, \tag{62}$$

so folgt für die *erste Bauform*

$$\lambda_4 = [-(\cos \vartheta_{12} + \cos \vartheta_{23}) \lambda_1 + 2 e_{12} \sin \vartheta_{23} \sin \varphi] / (1 + \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} - \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \cos \varphi), \tag{63}$$

$$\lambda_3 = \lambda_1 = \text{konstant}, \tag{64}$$

$$\lambda_2 = \lambda_4 . \tag{65}$$

Für die relativen Drehbewegungen gelten die Gleichungen (11)...(16), für die Totlagen der Hubbewegung im Abtrieb die Gleichungen (57), (58). Es liegt im Grundsätzlichen der selbe Getriebetyp mit diametral angeordneten Dreh- und Drehschubgelenken vor, wie er bereits durch die Gleichungen (11)...(19) erfasst ist.

Die *zweite Bauform* dagegen liefert wiederum ein Getriebe, bei dem die relativen Bewegungsverhältnisse unabhängig von den Kreuzungsabständen sind.

Man erhält für die relativen Vorschübe:

$$\lambda_4 = (\cos \vartheta_{12} - \cos \vartheta_{23}) \lambda_1 / (1 - \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} + \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \cos \varphi), \tag{66}$$

$$\lambda_3 = -\lambda_1 = \text{konstant}, \quad \lambda_2 = -\lambda_4 . \tag{67}$$

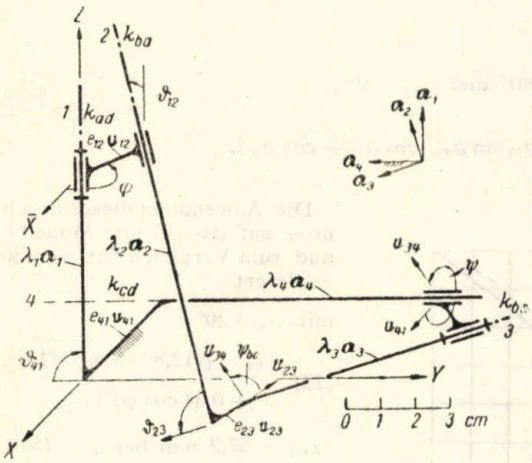


Abb. 12. —Räumliches viergliedriges Getriebe mit zwei Drehgelenken und zwei Drehschubgelenken, dem sphärisshen Getriebe von Abb. 2 b zugeordnet. Kurbelstellung $\varphi = 150°$, $M_2 = 150$ cm/m.
Abmessungen: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 20°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = e_{34} = 15$ mm, $e_{23} = e_{41} = 43{,}8$ mm, $\lambda_1 = 40$ mm.

Die relativen Drehwinkel zwischen den einzelnen Gliedern genügen den Gleichungen (20) ... (25).

In Abb. 12 ist das Kettenbild eines solchen Getriebes, in Abb. 13 ein danach gebautes Modell dargestellt.

Der Bewegungsablauf wird durch den Tafel 3 erfasst, wobei zu Vergleichszwecken auch der Kreuzungswinkel $\vartheta_{12} = 30°$ mit einbezogen ist.

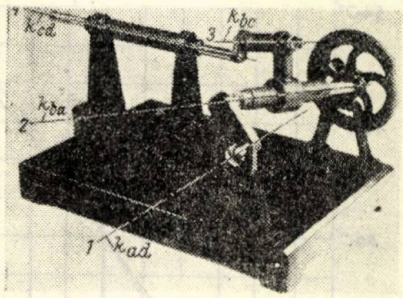


Abb. 13.— Modell des Getriebes nach Abb.12 mit den gleichen Abmessungen in der Kurbelstellung $\varphi = 200°$.

Diese Ergebnisse sind in den Abb. 14 und 15 graphisch dargestellt.
Es ergibt sich ferner:

$$\tau_4 = d\lambda_4/dt = \{[(\cos \vartheta_{12} - \cos \vartheta_{23}) \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \sin \varphi \,.\, \lambda_1]/(1 - \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} + \\ + \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \cos \varphi)^2]\} \cdot \omega_{ad}, \tag{69}$$

Tafel 3

φ	ψ_{cd}		ψ_{ab}		ψ_{bc}	$\lambda_4=-\lambda_2$ (mm)	
	$\vartheta_{12}=20°$	$\vartheta_{12}=30°$	$\vartheta_{12}=20°$	$\vartheta_{12}=30°$	20°, 30°	$\vartheta_{12}=20°$	$\vartheta_{12}=30°$
0°	180°	180°	180°	180°	360°	28,0	23,1
30°	201°15′	197°40′	158°45′	162°20′	330°	29,0	24,1
60°	224°	216°50′	136°	143°10′	300°	31,2	27,7
90°	250°	240°	110°	120°	270°	37,6	34,6
120°	280°15′	270°	79°45′	90°	240°	46,6	46,2
150°	318°05′	311°50′	41°55′	48°10′	210°	53,4	61,2
180°	360°	360°	0°	0°	180°	57,2	69,3
210°	401°55′	408°10′	— 41°55′	— 48°10′	150°	53,4	61,2
240°	439°45′	450°	— 79°45′	— 90°	120°	46,6	46,2
270°	470°	480°	—110°	—120°	90°	37,6	34,6
300°	496°	503°10′	—136°	—143°10′	60°	31,2	27,7
330°	518°45′	522°20′	—158°45′	—162°45′	30°	29,0	24,1
360°	540°	540°	—180°	—180°	0°	28,0	23,1

(70) $$\lambda_{4,\mathrm{I/II}} = (\cos\vartheta_{12} - \cos\vartheta_{23})\,\lambda_1/(\mp \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23} + 1 - \cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}),$$

für $\cos\varphi_{\mathrm{I/II}} = \mp 1$, also

(71) $$\varphi_{\mathrm{I}} = 180° \text{ und } \varphi_{\mathrm{II}} = 0°,$$

(72) $$S_{cd} = -2\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}/(\cos\vartheta_{12} - \cos\vartheta_{23}).$$

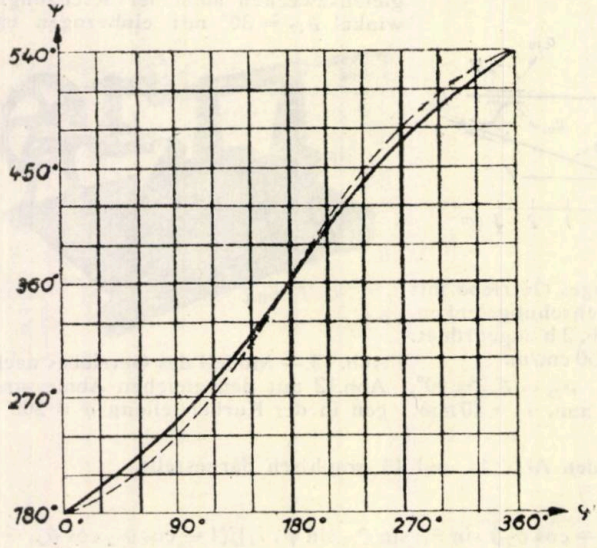


Abb. 14. — $\psi(\varphi)$ Schaubild für Getriebe gemäss Abb. 13. ——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

Die Anwendung dieser Ergebnisse auf das gebaute Modell — und zum Vergleich für $\vartheta_{12}=30°$ — liefert

mit $\vartheta_{12}=20°$

(73) $$\tau_4 = [(12{,}86\sin\varphi)/(1 + 0{,}34\cos\varphi)^2]\,\omega_{ad},$$

$\lambda_{4,\mathrm{I}} = 57{,}2$ mm bei $\varphi = 180°$,

$\lambda_{4,\mathrm{II}} = 28{,}0$ mm bei $\varphi = 0°$,

$S_{cd} = -29{,}2$ mm,

mit $\vartheta_{12} = 30°$

(74) $$\tau_4 = [(40\sqrt{3}\sin\varphi)/(2 + \cos\varphi)^2]\,\omega_{ad},$$

$\lambda_{4,\mathrm{I}} = 69{,}3$ mm bei $\varphi = 180°$,

$\lambda_{4,\mathrm{II}} = 23{,}1$ mm bei $\varphi = 0°$,

$S_{cd} = -46{,}2$ mm.

Die praktische Bedeutung dieses Getriebes, das eine Drehung in eine Hubbewegung und gleichzeitige dauernd gleichsinnige Drehung um sich kreuzende Achsen umformt, dürfte auf dem Gebiet des Werkzeugmaschinenbaus, eventuell auch bei sonstigen Arbeitsmaschinen zu suchen sein.

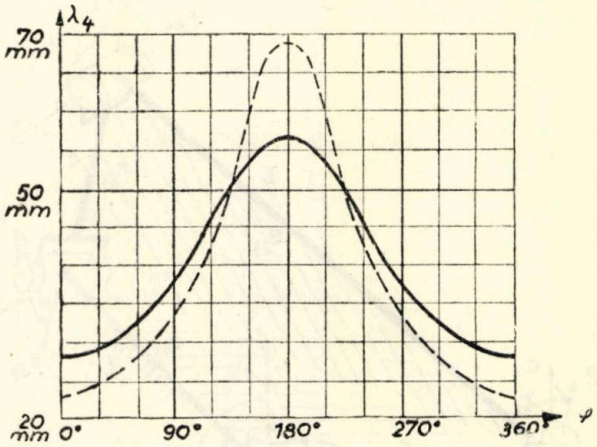


Abb. 15. — $\lambda_4(\varphi)$ Schaubild für Getriebe gemäss Abb. 13. ——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

e) Das Bennett-Getriebe als weiterer Sonderfall

Wird bei den Getrieben gemäss d) zusätzlich noch der konstante axiale Abstand λ_1 längs der Achse *1* zu Null angenommen, so ergibt sich für die *erste Bauform* mit

$$\vartheta_{12}=\vartheta_{34}\,,\quad \vartheta_{23}=\vartheta_{41}\,,\quad \lambda_1=0\,,\quad e_{12}=e_{34}\,,\quad e_{23}=e_{41}=[-(\sin\vartheta_{23})/\sin\vartheta_{12}]\,e_{12}\,,\quad \lambda_4=\lambda_3=\lambda_2=0\,, \tag{75}$$

während die relativen Drehbewegungen durch die Gleichungen (11)...(16) bestimmt sind.

Es liegt somit ein viergliedriges räumliches Getriebe mit vier Drehgelenken vor. Dieses ist im Schrifttum als Bennett-Getriebe [1], [2], [6] bekannt (Abb. 16).

Besonders beachtenswert ist, dass in der *zweiten Bauform* trotz der obigen einschränkenden Annahmen ein Getriebe mit zwei jeweils diametralen Dreh- und Drehschubgelenken vorliegt. Es wird nämlich

$$\lambda_4=(2\sin\vartheta_{23}\sin\varphi\,.\,e_{12})/(1-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{23}+\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{23}\cos\varphi)\,, \tag{76}$$

$$\lambda_3=-\lambda_1=\text{konstant}=0\,, \tag{77}$$

$$\lambda_2=-\lambda_4\,. \tag{78}$$

Für die relativen Drehungen gelten die Gleichungen (20) ... (25).

Eine Gegenüberstellung der beiden Ausführungen ist aus den Kettenbildern für die beiden Getriebe in Abb. 17 ersichtlich.

In den Kurbelstellungen $\varphi=0°$ und $\varphi=180°$ stimmen die beiden Getriebebauformen in sämtlichen relativen Drehwinkeln überein. Da in diesen Lagen auch sämtliche relativen Hübe der zweiten Bauform Null sind, können beide Getriebe ineinander übergeführt werden. Es liegen also in diesen beiden Stellungen nicht nur Verzweigunslagen der zugeordneten sphärischen Getriebe, sondern auch der eigentlichen Getriebe vor.

Eine Reduktion auf vier Drehgelenke wird aber auch in der durch das untere Vorzeichen in [8], Gleichung (5), festgelegten *zweiten Bauform* durch die Wahl von

$$\vartheta_{12}=\vartheta_{34}\,,\quad \vartheta_{23}=\vartheta_{41}\,,\quad \lambda_1=0\,,\quad e_{12}=e_{34}\,,\quad e_{23}=e_{41}=[(\sin\vartheta_{23})/\sin\vartheta_{12}]\,e_{12} \tag{79}$$

erreicht.

Es werden ebenfalls sämtliche axialen Abstände Null. Ein Vergleich mit dem in der *ersten Bauform* unter den Voraussetzungen ermittelten Bennett-Getriebe zeigt, dass beide Getriebe miteinander identisch sind.

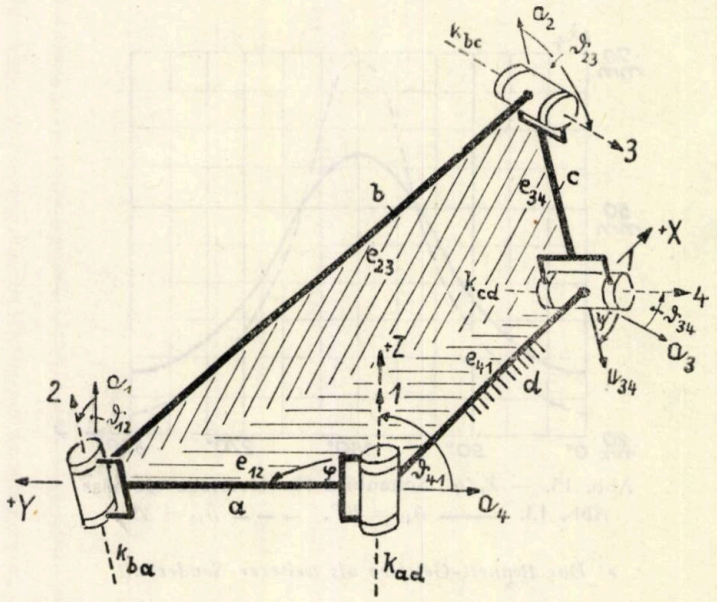


Abb. 16. — Bennett-Getriebe mit den Abmessungen: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=50$ mm, $e_{23}=e_{41}=-100$ mm, $\lambda_1=0$, in der Kurbelstellung $\varphi=90°$ bei zugrundegelegtem Isosphärogrammgetriebe; $M_z = 150$ cm/m.

Die *erste mögliche Bauform* genügt unter den Voraussetzungen (79) den Hubbeziehungen

(80) $$\lambda_4 = (2 \sin \vartheta_{23} \sin \varphi \,.\, e_{12})/(1 + \cos \vartheta_{12} \cos \vartheta_{23} - \sin \vartheta_{12} \sin \vartheta_{23} \cos \varphi),$$

(81) $$\lambda_3 = \lambda_1 = \text{konstant} = 0, \qquad (82) \qquad \lambda_2 = \lambda_4,$$

und den Winkelbeziehungen nach den Gleichungen (11) ... (16).

Beide Ausführungsmöglichkeiten besitzen für $\varphi = 0°$ und $\varphi = 180°$ ebenfalls Verzweigungslagen.

Für alle in c) ... e) behandelten Getriebe mit diametralen gleichgrossen Kreuzungswinkeln lässt sich noch die Beziehung

(83) $$\operatorname{tg}(\psi/2)\operatorname{tg}(\varphi/2) = \{\cos[(\vartheta_{12} + \vartheta_{23})/2]\}/\cos[(\vartheta_{12} - \vartheta_{23})/2]$$

im Falle eines zugeordneten Isosphärogrammgetriebes, und

(84) $$\operatorname{tg}(\psi/2)\operatorname{tg}(\varphi/2) = \{\sin[(\vartheta_{12} + \vartheta_{23})/2]\}/\sin[(\vartheta_{12} - \vartheta_{23})/2]$$

bei zugeordnetem Anti-Isosphärogrammgetriebe, aufstellen.

Die Formel (83) stimmt hierbei mit der von de Jonge richtig gestellten Beziehung für das Bennett-Getriebe

(85) $$\operatorname{tg}(\psi/2)\operatorname{tg}(\varphi/2) = \{\cos[(\vartheta_{12} - \vartheta_{23})/2]\}/\cos[(\vartheta_{12} + \vartheta_{23})/2]$$

überein, wenn in Gleichung (83) ϑ_{23} durch $-\vartheta_{23}$ ersetzt wird.

Der anscheinende Widerspruch mit der Behauptung von de Jonge, dass dem Bennett-Getriebe nur der nicht gekreuzte Typ des sphärischen Vierseits zugeordnet ist [5, Diskussion], findet seine Erklärung durch die unterschiedliche Definition des Richtungssinnes von Achsen und Kreuzungsabst nden sowie des Drehsinnes des Kreuzungswinkel.

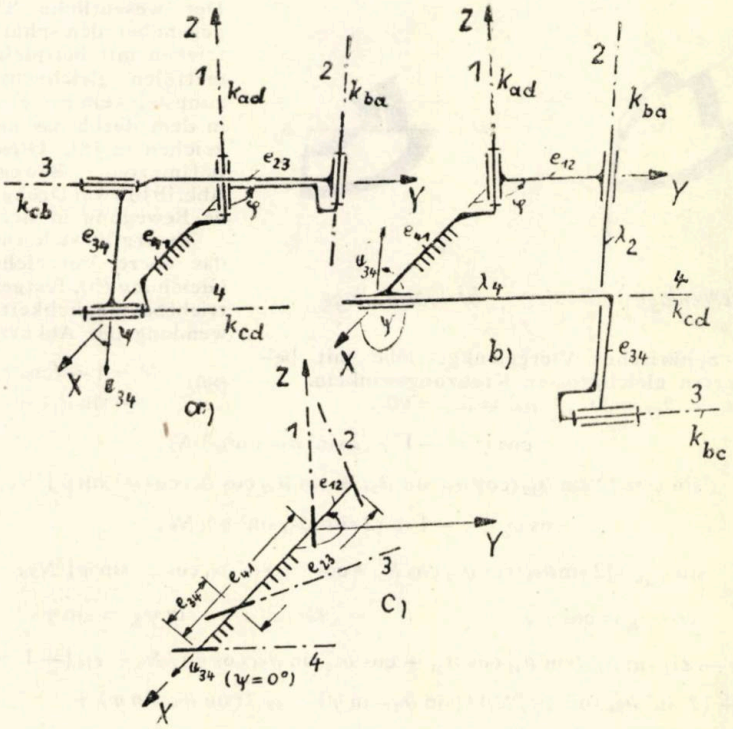


Abb. 17. — Die beiden Bauformen eines viergliedrigen räumlichen Getriebes mit den Abmessungen: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 20°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = e_{34} = 15$ mm, $e_{23} = e_{41} = -43{,}8$ mm, $\lambda_1 = 0$, $M_z = 200$ cm/m.
a — Bauform mit zugeordnetem Isosphärogrammgetriebe für $\varphi = 90°$;
b — Bauform mit zugeordnetem Anti-Isosphärogrammgetriebe für $\varphi = 90°$;
c — Verzweigungslage für $\varphi = 180°$.

Zusammenhang zwischen den Bauformen der Getriebe von c) ... e)

Ersetzt man in den Formeln für eine der beiden durch das doppelte Vorzeichen in [8], Gleichung (5), definierten Bauformen ϑ_{12} durch $\vartheta_{12} + 180°$ und wegen $\vartheta_{12} = \vartheta_{34}$ auch ϑ_{34} durch $\vartheta_{34} + 180°$, so erhält man die entsprechenden Formeln für jeweils die andere Getriebe baumöglichkeit. Hierbei ist aber der durch die Transformation geänderte Richtungssinn der Einheitsvektoren in den Achsen *2* und *3* zu beachten.

f) Getriebe mit benachbarten gleichgrossen Kreuzungswinkeln

In Analogie zur ebenen Kinematik sollen jetzt Getriebe betrachtet werden, bei denen je zwei benachbarte Kreuzungswinkel einander gleich sind. Von den bei einem viergliedrigen Raumkurbelgetriebe mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken vorhandenen zwei Möglichkeiten sei hierbei nur diejenige herausgegriffen, bei der die

beiden gleichgrossen Winkel sich nicht beide an das Drehgelenk anschliessen. Mit der in [8], Abb. 2 verwendeten Bezeichnungsweise gilt dann $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}$ und $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}$.

Den auf Grund der doppelten Vorzeichen in [8], Gleichung (5), möglichen beiden Bauformen des eigentlichen Getriebes entsprechen die in der Abb. 18 dargestellten sphärischen Getriebe. Beide sphärische Getriebe können in Verzweigungslagen ineinander übergeführt werden. Der wesentliche Unterschied gegenüber den sphärischen Getrieben mit beispielsweise diametralen gleichgrossen Kreuzungswinkeln besteht darin, dass in dem durch das untere Vorzeichen in [8], Gleichung (5), definierten Bewegungsablauf Abb. 18 b) zwei Drehgelenke keine Bewegung in sich zulassen.

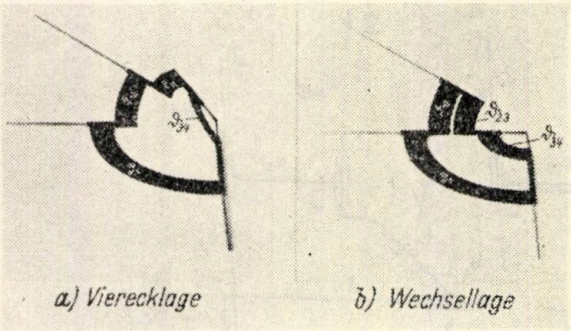


Abb. 18. — Sphärisches Viergelenkgetriebe mit benachbarten gleichgrossen Kreuzungswinkeln. $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$.

Es ergibt sich für die durch das obere Vorzeichen in [8], Gleichung (5), festgelegte 1. Getriebebaumöglichkeit unter Verwendung der Abkürzung

(86) $$N_3=1-(\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}-\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi)^2,$$

(87) $$\cos\psi=-1+(2\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\varphi)/N_3,$$

(88) $$\sin\psi=[2\sin\vartheta_{12}(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}+\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)\sin\varphi]/N_3,$$

(89) $$\cos\psi_{ab}=-1+(2\sin^2\vartheta_{34}\sin^2\varphi)/N_3,$$

(90) $$\sin\psi_{ab}=[2\sin\vartheta_{34}(\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}+\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi)\sin\varphi]/N_3,$$

(91) $$\cos\psi_{bc}=\cos\varphi,$$ (92) $$\sin\psi_{bc}=\sin\varphi,$$

(93) $$\begin{aligned}\lambda_4=&-2\lambda_1\sin\vartheta_{12}(\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}+\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi)/N_3+e_{12}[-1+\\&+(2\sin^2\vartheta_{34}\sin^2\varphi)/N_3]/(\sin\vartheta_{34}\sin\varphi)+e_{23}/(\sin\vartheta_{34}\sin\varphi)+\\&+(e_{34}\cos\varphi)/(\sin\vartheta_{34}\sin\varphi)+e_{41}[-\cos\varphi+\\&+2\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin^2\varphi(\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34})/N_3]/(\sin\vartheta_{34}\sin\varphi),\end{aligned}$$

(94) $$\begin{aligned}\lambda_3=&\lambda_1+[(\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}+\sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{12}\cos\varphi)/(e_{12}-e_{23})-\\&-(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}+\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)(e_{34}-e_{41})]/(\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin\varphi),\end{aligned}$$

(95) $$\begin{aligned}\lambda_2=&-2\lambda_1\sin\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}+\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)/N_3+e_{12}[-\cos\varphi+\\&+2\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin^2\varphi(\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34})/N_3]/(\sin\vartheta_{12}\sin\varphi)+\\&+(e_{23}\cos\varphi)/(\sin\vartheta_{12}\sin\varphi)+e_{34}/(\sin\vartheta_{12}\sin\varphi)+\\&+e_{41}[-1+(2\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\varphi)/N_3]/(\sin\vartheta_{12}\sin\varphi).\end{aligned}$$

Für die zweite Getriebebauart berechnet sich:

(96) $$\cos\psi=-1,$$ (97) $$\sin\psi=0,$$ (98) $$\cos\psi_{ab}=-1,$$

(99) $$\sin\psi_{ab}=0,$$ (100) $$\cos\psi_{bc}=\cos\varphi,$$ (101) $$\sin\psi_{bc}=-\sin\varphi,$$

(102) $$\lambda_4=[(e_{12}-e_{23})-(e_{34}-e_{41})\cos\varphi]/(\sin\vartheta_{34}\sin\varphi),$$

(103) $$\begin{aligned}\lambda_3=&-\lambda_1-[\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}+\sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{12}\cos\varphi)(e_{12}-e_{23})-\\&-(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}+\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)(e_{34}-e_{41})]/(\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin\varphi),\end{aligned}$$

(104) $$\lambda_2 = [(e_{12} - e_{23}) \cos\varphi - (e_{34} - e_{41})] / (\sin\vartheta_{12} \sin\varphi).$$

Sieht man von den Sonderfällen benachbarter paralleler Achsen *ab*, so liefert die erste Getriebebaumöglichkeit gemäss den Gleichungen (86)...(95), falls keine zusätzlichen Bedingungen erhoben werden, immer ein Getriebe, bestehend aus einem Antriebsdrehgelenk und drei Drehschubgelenken. Die zweite Ausführungsform dagegen stellt nach den Gleichungen (96)...(104) bereits ohne zusätzliche Annahmen ein Getriebe mit herabgesetzter Freiheitsgradsumme seiner Gelenke dar, nämlich ein solches mit einem Drehgelenk im Antrieb, einem diesem diametral gegenüberliegenden Drehschubgelenk, sowie zwei Schubgelenken, davon eines im Abtrieb.

Die Umlaufbedingung (20) reduziert sich für *beide* Bauformen auf

(105) $$1 \geqslant \cos^2\varphi,$$

d.h. beide Getriebe können im Antrieb bei beliebiger Grösse erfüllt der Kreuzungswinkel umlaufen.

Wird bei der ersten Bauform vom Abtriebsglied neben der Hubbewegung *umlaufende* Drehbewegung verlangt, so muss nach [8], Gleichung (22),

(106) $$\sin^2\vartheta_{12} \geqslant \sin^2\vartheta_{34}.$$

Die vorausgesetzen Bedingungen über die benachbarten gleichgrossen Kreuzungswinkel genügen den Forderungen [8], (26 a, b), für das Auftreten von Verzweigungslagen. Es können somit die den beiden Vorzeichen in [8], Gleichung (5), entsprechenden Bewegungsabläufe der sphärischen Getriebe ineinander übergeführt werden. Die eigentlichen Getriebe jedoch besitzen, von Sonderfällen abgesehen, wie ein Vergleich der Formeln (86)...(95) mit (96)...(104) zeigt, keine Verzweigungslagen.

g) Sonderfälle der Getriebe nach f)

B e i s p i e l 1:

Wird ausser der Gleichheit benachbarter Kreuzungswinkel von denen nicht beide dem Antriebsdrehgelenk anliegen zusätzlich die Forderung $e_{12}=e_{23}$ und $e_{34}=e_{41}$ erhoben, so wird in der *ersten Getriebebauform* $\lambda_3=\lambda_1=$ konstant. Es tritt also eine Reduktion des Drehschubgelenkes *3* auf ein Drehgelenk ein. Zu diesem Sonderfall gehört:

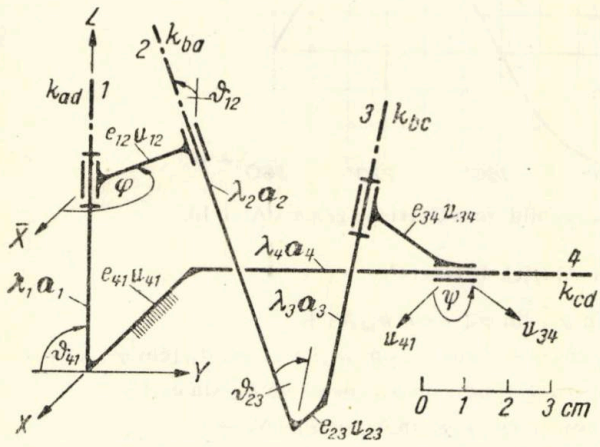


Abb. 19.— Räumliches viergliedriges Getriebe mit zwei Drehgelenken und zwei Drehschubgelenken, dem sphärischen Getriebe von Abb. 18a zugeordnet. Kurbelstellung φ 150°, $M_z = 150$ cm/m. Abmessungen: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90$, $\lambda_1=30$ mm, $e_{12}=e_{23}=20$ mm, $e_{34}=e_{41}=45$ mm.

$$\lambda_4 = -2\lambda_1 \sin\vartheta_{12} \times$$
$$\times (\sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34} +$$
$$+ \cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi)/N_3 +$$
(107) $$+2\sin\varphi\,[e_{12}\sin\vartheta_{34} +$$
$$+ e_{34}\sin\vartheta_{12}(-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34} +$$
$$+ \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi)]/N_3,$$

(108) $$\lambda_3 = \lambda_1,$$
$$\lambda_2 = -2\lambda_1 \sin\vartheta_{34} \times$$
$$\times (\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34} +$$
$$+ \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)/N_3 +$$
(109) $$+ 2\sin\varphi\,[e_{12}\sin\vartheta_{34} \times$$
$$\times(-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34} +$$
$$+ \sin\vartheta_{13}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi) +$$
$$+ e_{34}\sin\vartheta_{12}]/N_3.$$

Für die relativen Drehwinkel gelten unverändert die Gleichungen (87)...(92).

Ein derartiges Getriebe ist in Abb. 19 angegeben. Die Auswertung der Formeln ergibt für die relativen Bewegungen nachstehende Tafel 4.

Tafel 4

φ	$\psi = \psi_{cd}$	ψ_{ab}	ψ_{bc}	λ_4 (mm)	λ_2 (mm)
0°	180°	180°	0°	—34,6	— 69,2
30°	147°50′	112°40′	30°	8,9	— 25,6
60°	126°50′	53°10′	60°	33,5	— 4,6
90°	120°	0°	90°	40,0	— 7,0
120°	126°50′	— 53°10′	120°	40,4	— 23,0
150°	147°50′	—112°40′	150°	40,3	— 46,7
180°	180°	—180°	180°	34,6	— 69,2
210°	212°10′	—247°20′	210°	15,1	— 80,8
240°	223°10′	—306°50′	240°	—12,7	— 87,7
270°	240°	—360°	270°	—40,0	— 97,0
300°	223°10′	—413°10′	300°	—61,2	—106,2
330°	212°10′	—472°40′	330°	—64,2	—102,2
360°	180°	—540°	360°	—34,6	— 69,2

Graphische Darstellungen für die relativen Drehverhältnisse und die relativen Hübe können aus den Abb. 20...23 ersehen werden.

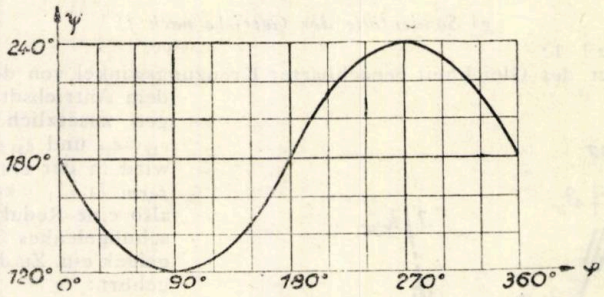


Abb. 20. — ψ (φ) Schaubild zum Getriebe gemäss Abb. 19.

Die Hubgeschwindigkeit im Abtrieb beträgt:

$$\tau_4 = \mathrm{d}\lambda_4 / \mathrm{d}t = \{2\{\lambda_1 \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin\varphi\,[-\cos\vartheta_{12}N_3 + 2\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi + 2\cos\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{34}] + e_{12}\sin\vartheta_{34}[\cos\varphi \cdot N_3 - 2\sin^2\varphi\,(-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34} + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\cos\varphi)\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}] + e_{34}\sin\vartheta_{12}[(-\cos\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi + \sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34})N_3 - 2\sin\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34}\sin^2\varphi)\}/N_3^2\}\,\omega_{ad}\,. \tag{110}$$

Für die Winkelgeschwindigkeiten folgt:

$$\omega_{ba} = [-2\sin\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)/N_3]\,\omega_{ad}\,, \tag{111}$$

$$\omega_{bd} = \{[4\sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{34}(\cos\vartheta_{12}\sin\vartheta_{34} + \sin\vartheta_{12}\cos\vartheta_{34}\cos\varphi)^2 + (\sin^2\vartheta_{12} - \sin^2\vartheta_{34} + \sin^2\vartheta_{12}\sin^2\vartheta_{34}\sin^2\varphi)^2]^{1/2}/N_3\}\,\omega_{ad}\,, \tag{112}$$

$$\omega_{bc} = \omega_{ad}\,, \tag{113}$$

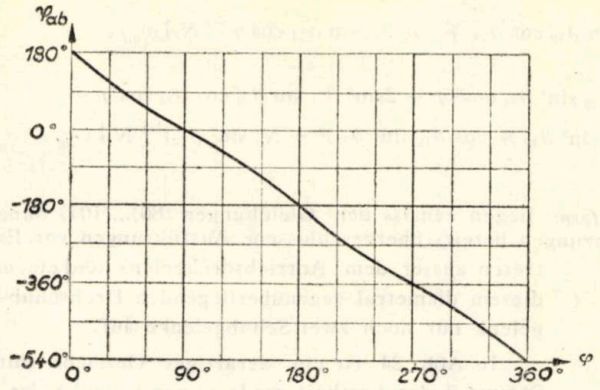


Abb. 21.— $\psi_{ab}(\varphi)$ Schaubild zum Getriebe gemäss Abb. 19.

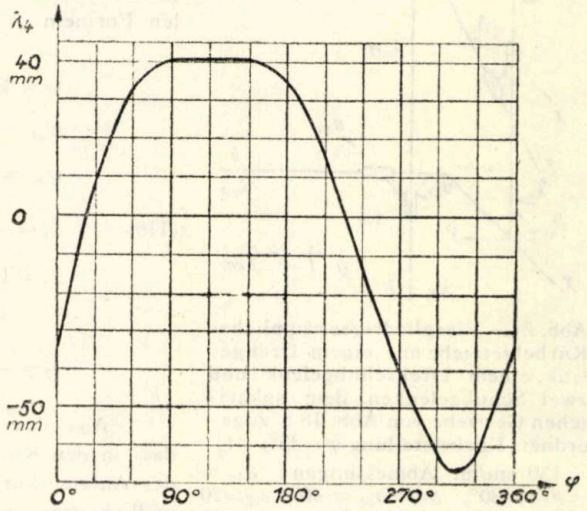


Abb. 22. — $\lambda_4(\varphi)$ Schaubild zum Getriebe gemäss Abb. 19.

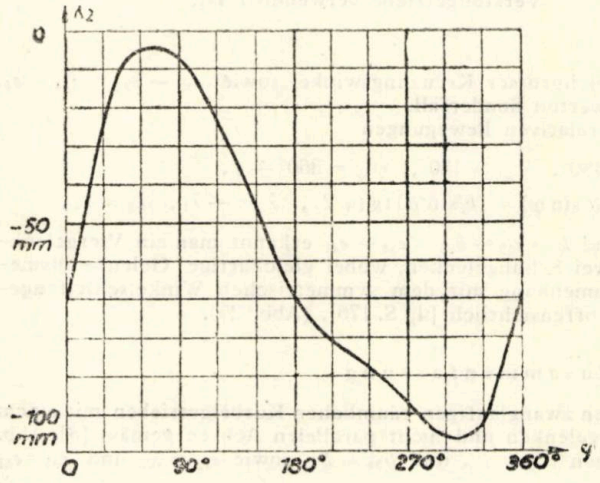


Abb. 23. — $\lambda_2(\varphi)$ Schaubild zum Getriebe gemäss Abb. 19.

$$\omega_{cd} = [-2 \sin \vartheta_{12} (\sin \vartheta_{12} \cos \vartheta_{34} + \cos \vartheta_{12} \sin \vartheta_{34} \cos \varphi) / N_3] \, \omega_{ad} , \tag{114}$$

$$\omega_{ca} = -\{[(\cos \vartheta_{12} \sin^2 \vartheta_{12} \sin^2 \vartheta_{34} \cos^2 \varphi + 2\sin^3 \vartheta_{12} \sin \vartheta_{34} \cos \vartheta_{34} \cos \varphi - \\ - \cos \vartheta_{12} \cos^2 \vartheta_{34} \sin^2 \vartheta_{12} + \cos \vartheta_{12} \sin^2 \vartheta_{34})^2 + N_3^2 \sin^2 \vartheta_{12}]^{1/2} / N_3\} \, \omega_{ad} . \tag{115}$$

Beispiel 2:

In der *zweiten Getriebebauform* liegen gemäss den Gleichungen (86)...(104) ohne weitere einschränkende Voraussetzungen bereits übergeschlossene Ausführungen vor. Es treten ausser dem Antriebsdrehgelenk und einem diesem diametral gegenüberliegenden Drehschubgelenk nur noch zwei Schubgelenke auf.

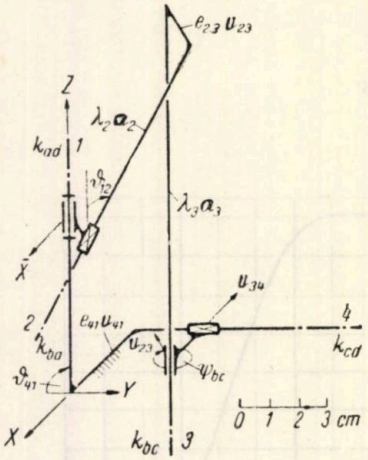


Abb. 24.—Viergliedriges räumliches Kurbelgetriebe mit einem Drehgelenk, einem Drehschubgelenk und zwei Schubgelenken, dem sphärischen Getriebe von Abb. 18 b zugeordnet. Kurbelstellung $\varphi = 35°$, $M_z = 150$ cm/m. Abmessungen: $\vartheta_{12} = \vartheta_{23} = 30°$, $\vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = 20$ mm, $e_{23} = 30$ mm, $e_{34} = 20$ mm, $e_{41} = 40$ mm, $\lambda_1 = 40$ mm.

In Abb. 24 ist ein derartiges Getriebe mit Summe 5 der Freiheitsgrade seiner Gelenke dargestellt. Der Bewegungsablauf genügt den speziellen Formeln

$$\begin{aligned} \psi &= \text{konstant} = 180° , \\ \psi_{ab} &= \text{konstant} = 180° , \\ \psi_{bc} &= 360° - \varphi , \\ \lambda_4 &= -10 \, (1 - 2 \cos \varphi) / \sin \varphi , \\ \lambda_3 &= 10 \, (\sqrt{3} \cos \varphi - 4 \sin \varphi - \\ &\quad - 2\sqrt{3}) / \sin \varphi , \\ \lambda_2 &= -20 \, (\cos \varphi - 2) / \sin \varphi . \end{aligned} \tag{116}$$

Aus den Hubgleichungen ist ersichtlich, dass in den Kurbelstellungen $\varphi = 0°$ und $\varphi = 180°$ der Antriebskurbel sämtliche relativen Hübe unendlich gross werden, das Getriebe somit nur als Versteligetriebe verwendbar ist.

Beispiel 3:

Die Annahme sämtlich gleichgrosser Kreuzungswinkel sowie $e_{12} - e_{23} = e_{34} - e_{41}$ ergibt einen weiteren beachtenswerten Sonderfall.

Aus den Formeln für die relativen Bewegungen

$$\psi = 180°, \quad \psi_{ab} = 180°, \quad \psi_{bc} = 360° - \varphi, \\ \lambda_4 = k(1 - \cos \varphi)/(\sin \vartheta \sin \varphi) = (k/\sin \vartheta) \operatorname{tg} (\varphi/2) , \quad \lambda_3 = -\lambda_1 , \quad \lambda_2 = \lambda_4 , \tag{117}$$

mit $\vartheta_{12} = \vartheta_{23} = \vartheta_{34} = \vartheta_{41} = \vartheta$ und $k = e_{12} - e_{23} = e_{34} - e_{41}$ erkennt man ein Viergelenkgetriebe mit zwei Dreh- und zwei Schubgelenken, wobei gleichartige Gelenke diametral angeordnet sind. Der Zusammenhang mit dem symmetrischen Winkelschleifengetriebe der ebenen Kinematik ist offensichtlich [4, S. 176], (Abb. 25).

Zusammenfassung

Bei sämtlichenviergliedrigen zwangläufigen räumlichen Kurbelgetrieben mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken und nicht parallelen Achsen gemäss [8], Abb. 2, wird durch die Voraussetzungen $\vartheta_{12} = \vartheta_{23}$ und $\vartheta_{34} = \vartheta_{41}$ sowie $e_{12} = e_{23}$ und $e_{34} = e_{41}$

in der durch das obere Vorzeichen in [8], Gleichung (5), definierten ersten Getriebebauform das dem Antriebsdrehgelenk diametral liegende Drehschubgelenk auf ein Drehgelenk reduziert. Während das Antriebsglied immer umlaufen kann, hängt das Umlaufvermögen des Abtriebsgliedes gegenüber dem Gestell von der Grösse der Kreuzungswinkel ab. Der axiale Abstand des Drehgelenkes in der Achse *3* ist gleich dem gewählten konstanten Abstand λ_1. Die relative Winkelgeschwindigkeit des Gliedes *b* gegen Glied *c* ist gleich der im Antrieb. Verzweigungslagen der eigentlichen Getriebe treten unter den gemachten Voraussetzungen keine auf.

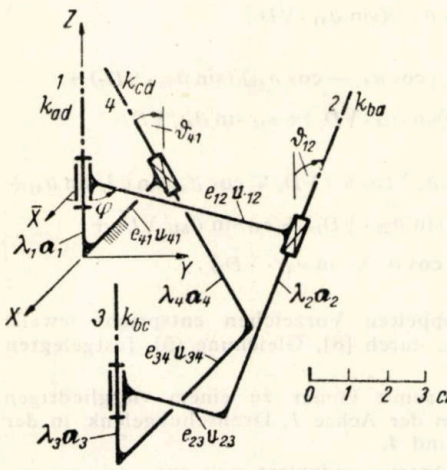


Abb. 25.— Viergliedriges Raumgetriebe mit zwei Dreh- und zwei Schubgelenken, dem sphärischen Getriebe von Abb. 18b zugeordnet. Kurbelstellung $\varphi = 60°$, $M_z = 100$ cm/m. Abmessungen: $\vartheta_{ik} = \vartheta = 30°$, $e_{12} = 80$ mm, $e_{23} = 40$ mm, $e_{34} = 100$ mm, $e_{41} = 60$ mm, $\lambda_1 = 20$ mm.

Diese Getriebe können zur Umformung einer Drehbewegung in eine Drehschubbewegung um gekreuzte Achsen dienen, wobei sich durch geeignet gewählte Abmessungen insbesondere gröbere Rastlagen der Hubbewegung im Abtrieb erreichen lassen.

In der zweiten Bauform führt die alleinige Voraussetzung von $\vartheta_{12} = \vartheta_{23}$ und $\vartheta_{34} = \vartheta_{41}$ bereits auf übergeschlossene Getriebe. Es reduzieren sich die beiden dem Antrieb benachbarten Drehschubgelenke des Grundgetriebes von Abb. 2 [8] auf Schubgelenke.

Solche Getriebe mit Summe 5 der Freiheitsgrade ihrer Gelenke können durch weitere einschränkende Bedingungen beispielsweise auf ein Getriebe mit zwei Dreh- und zwei Schubgelenken in Wechselanordnung, also auf ein Getriebe mit Summe $F = 4$ spezialisiert werden.

Alle diese Getriebe der zweiten Bauform können aber nur als Verstellgetriebe verwendet werden, da immer in einer oder auch in zwei Stellungen unendlich grosse Hübe in dem durch Schubgelenk geführten Abtriebsglied auftreten.

h) *Getriebe mit zwei oder mehreren parallelen Achsen*

Aus den Abwandlungsmöglichkeiten der räumlichen Kurbelgetriebe nach Art von Abb. 2 [8] sollen im nachfolgenden noch solche Fälle behandelt werden, bei denen zwei oder mehrere Achsen parallel sind.

Zwei parallele Achsen, z. B. $\vartheta_{12} = 0°$

Unter Verwendung der Abkürzung

$$D_7 = \sin^2\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{34} - (\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41})^2 \tag{118}$$

berechnet sich:

$$\cos\psi_{1/2} = (\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{23})/(\sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}), \tag{119}$$

$$\sin\psi_{1/2} = \pm\sqrt{D_7}/(\sin\vartheta_{34}\sin\vartheta_{41}), \tag{120}$$

$$\cos\psi_{ab\,1/2} = [(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})\cos\varphi \pm \sin\varphi\cdot\sqrt{D_7}]/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{41}), \tag{121}$$

$$\sin\psi_{ab\,1/2} = [-(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})\sin\varphi \pm \cos\varphi\cdot\sqrt{D_7}]/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{41}), \tag{122}$$

$$\cos\psi_{bc\,1/2} = (\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41})/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{34}), \tag{123}$$

$$\sin\psi_{bc\,1/2} = \pm\sqrt{D_7}/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{34}), \tag{124}$$

$$\pm\lambda_4 = e_{12}[(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})\cos\varphi/\sqrt{D_7} \pm \sin\varphi]/\sin\vartheta_{41} +$$
$$+ e_{23}\sin\vartheta_{23}/\sqrt{D_7} + e_{34}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41})/(\sin\vartheta_{34}\cdot\sqrt{D_7}) +$$
$$+ e_{41}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{41}\cdot\sqrt{D_7}), \tag{125}$$

$$\pm\lambda_3 = e_{12}\sin\vartheta_{41}\cos\varphi/\sqrt{D_7} + e_{23}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{23}\cdot\sqrt{D_7}) +$$
$$+ e_{34}(\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{23})/(\sin\vartheta_{34}\cdot\sqrt{D_7}) + e_{41}\sin\vartheta_{41}/\sqrt{D_7}, \tag{126}$$

$$\pm\lambda_2 = \mp\lambda_1 + e_{12}[(\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{23})\cos\varphi/\sqrt{D_7} \mp \cos\vartheta_{41}\sin\varphi]/\sin\vartheta_{41} +$$
$$+ e_{23}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41})/(\sin\vartheta_{23}\cdot\sqrt{D_7}) + e_{34}\sin\vartheta_{34}/\sqrt{D_7} +$$
$$+ e_{41}(\cos\vartheta_{34}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{23})/(\sin\vartheta_{41}\cdot\sqrt{D_7}). \tag{127}$$

Von den in (120)...(127) auftretenden doppelten Vorzeichen entspricht jeweils das obere der ersten, das untere der zweiten durch [8], Gleichung (5), festgelegten Getriebebaumöglichkeit.

Parallelität der Achsen *1* und *2* führt somit immer zu einem viergliedrigen räumlichen Kurbelgetriebe mit Drehgelenk in der Achse *1*, Drehschubgelenk in der Achse *2* und Schubgelenken in den Achsen *3* und *4*.

Die Umlaufbedingung (20), [8], für den Antrieb reduziert sich auf

$$\sin^2\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{34} \geqslant (\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41})^2. \tag{128}$$

Aus der Hubgeschwindigkeit

$$\tau_4 = \mathrm{d}\lambda_4/\mathrm{d}t = \pm\{e_{12}[(-\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} + \cos\vartheta_{34})\sin\varphi/\sqrt{D_7} \pm \cos\varphi]/\sin\vartheta_{41}\}\,\omega_{ad}, \tag{129}$$

ergeben sich für $\tau_4 = 0$ die Stellungen der Antriebskurbel, für die Totlagen der Hubbewegung auftreten zu

$$\cos\varphi_{\mathrm{I}} = (-\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} + \cos\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{41}), \tag{130}$$

$$\sin\varphi_{\mathrm{I}} = \mp\sqrt{D_7}/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{41}), \tag{131}$$

$$\cos\varphi_{\mathrm{II}} = (\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{41}), \tag{132}$$

$$\sin\varphi_{\mathrm{II}} = \pm\sqrt{D_7}/(\sin\vartheta_{23}\sin\vartheta_{41}). \tag{133}$$

Zu diesen gehören die extremalen Hubstellungen bei beiden durch die doppelten Vorzeichen bestimmten Bauformen

$$\lambda_{4,\mathrm{I}} = \mp e_{12}(\sin^2\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{41} + \cos^2\vartheta_{34}\sin^2\vartheta_{12} - \sin^2\vartheta_{23}\cos^2\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{41}\cdot\sqrt{D_7}) \pm$$
$$\pm e_{23}\sin\vartheta_{23}/\sqrt{D_7} \pm e_{34}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41})/(\sin\vartheta_{34}\cdot\sqrt{D_7}) \pm$$
$$\pm e_{41}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{41}\cdot\sqrt{D_7}) \tag{134}$$

und

$$\lambda_{4,\mathrm{II}} = \pm e_{12}(\sin^2\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{41} + \cos^2\vartheta_{34}\sin^2\vartheta_{12} - \sin^2\vartheta_{23}\cos^2\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{41}\cdot\sqrt{D_7}) \pm$$
$$\pm e_{23}\sin\vartheta_{23}/\sqrt{D_7} \pm e_{34}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{34} - \cos\vartheta_{41})/(\sin\vartheta_{34}\cdot\sqrt{D_7}) \pm$$
$$\pm e_{41}(\cos\vartheta_{23}\cos\vartheta_{41} - \cos\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{41}\cdot\sqrt{D_7}), \tag{135}$$

sowie der Gesamthub

$$S_{cd} = \pm 2e_{12}(\sin^2\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{41} + \cos^2\vartheta_{34}\sin^2\vartheta_{12} - \sin^2\vartheta_{23}\cos^2\vartheta_{34})/(\sin\vartheta_{23}\sin^2\vartheta_{41}\cdot\sqrt{D_7}). \tag{136}$$

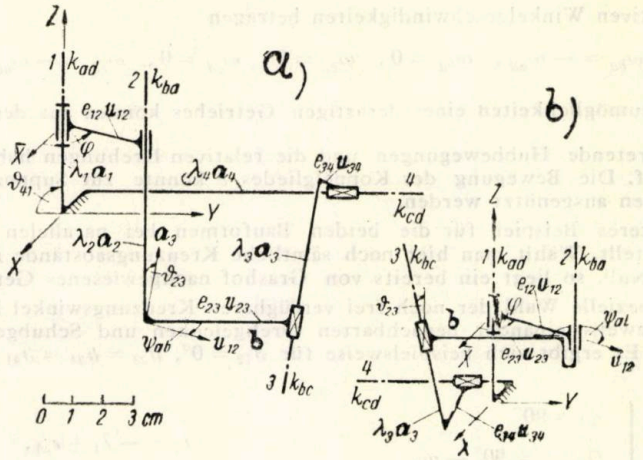


Abb. 26. — Viergliedriges räumliches Kurbelgetriebe mit einem Dreh-, einem Drehschub- und zwei Schubgelenken für die Kurbelstellung $\varphi = 60°$, $M_z = 100$ cm/m. *a* — 1. Getriebebaumöglichkeit; *b* — 2. Getriebebaumöglichkeit. Abmessungen: $\vartheta_{12} = 0°$, $\vartheta_{23} = 30°$, $\vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 90°$, $\lambda_1 = 30$ mm, $e_{12} = 40$ mm, $e_{23} = 50$ mm, $e_{34} = 20$ mm, $e_{41} = 20$ mm.

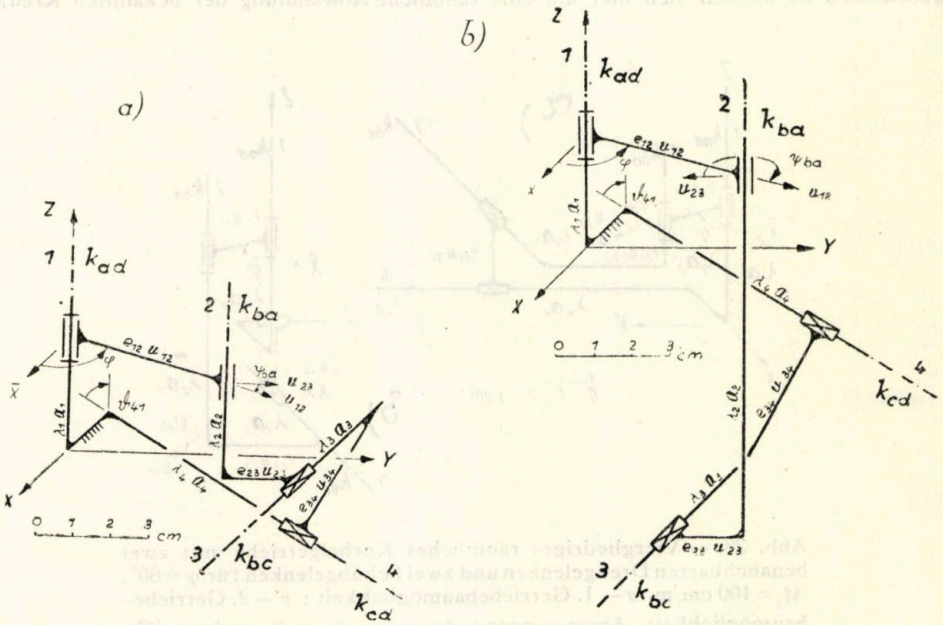


Abb. 27. — Viergliedriges Raumkurbelgetriebe mit einem Dreh-, einem Drehschub- und zwei Schubgelenken in beiden Bauformen für $\varphi = 60°$, $M_z = 100$ cm/m. *a* — 1. Getriebebaumöglichkeit; *b* — 2. Getriebebaumöglichkeit. Abmessungen: $\vartheta_{12} = 0°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{34} = 90°$, $\vartheta_{41} = 60°$, $e_{12} = 60$ mm, $e_{23} = 20$ mm, $e_{34} = 40$ mm, $e_{41} = 30$ mm, $\lambda_1 = 30$ mm.

Die relativen Winkelgeschwindigkeiten betragen

$$\omega_{ba} = -\omega_{ad}, \quad \omega_{bd} = 0, \quad \omega_{bc} = 0, \quad \omega_{cd} = 0, \quad \omega_{ca} = -\omega_{ad}. \tag{137}$$

Beide Baumöglichkeiten eines derartigen Getriebes können aus der Abb. 26 ersehen werden.

Die auftretende Hubbewegungen und die relativen Drehungen haben alle sinoidischen Verlauf. Die Bewegung des Koppelgliedes b könnte zur Supportbewegung in Arbeitsmaschinen ausgenützt werden.

Ein weiteres Beispiel für die beiden Bauformen bei parallelen Achsen ist in Abb. 27 dargestellt. Wählt man hier noch sämtliche Kreuzungsabstände mit Ausnahme von e_{12} gleich Null, so liegt ein bereits von Grashof nachgewiesenes Getriebe vor [3].

Durch spezielle Wahl der noch frei verfügbaren Kreuzungswinkel können ferner Getriebe mit jeweils einander benachbarten Drehgelenken und Schubgelenken angegeben werden. Es ergibt sich beispielsweise für $\vartheta_{12} = 0°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 90°$:

$$\left\{\begin{array}{ll} \psi_1 = 90° & \lambda_2 = -\lambda_1 \pm e_{34}, \\ (\psi_{ab})_1 = 90° - \varphi, & \psi_2 = 270°, \\ (\psi_{bc})_1 = 90°, & (\psi_{ab})_2 = 270° - \varphi, \\ \lambda_4 = e_{12} \sin\varphi \pm e_{23}, & (\psi_{bc})_2 = 270°. \\ \lambda_3 = \pm (e_{12}\cos\varphi + e_{41}), & \end{array}\right. \tag{138}$$

Die den beiden Bauformen entsprechenden Kettenbilder sind in Abb. 28 aufgezeichnet. Es handelt sich hier um eine räumliche Abwandlung der bekannten Kreuz-

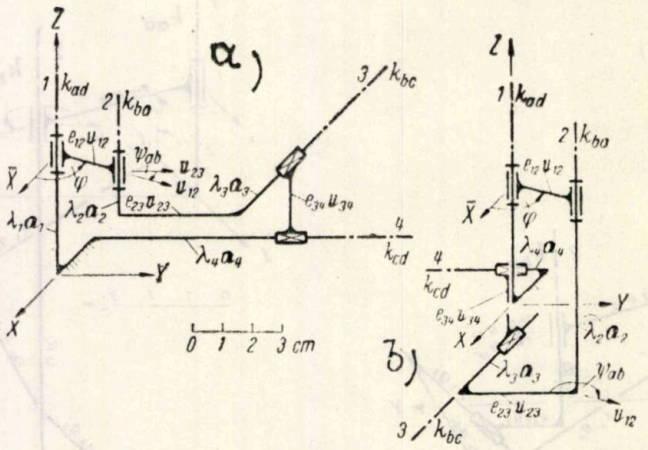


Abb. 28. — Viergliedriges räumliches Kurbelgetriebe mit zwei benanchbarten Drehgelenken und zwei Schubgelenken für $\varphi = 60°$, $M_z = 100$ cm/m. a — 1. Getriebebaumöglichkeit; b — 2. Getriebebaumöglichkeit. Abmessungen: $\vartheta_{12} = 0°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = 30$ mm, $e_{23} = 40$ mm, $e_{34} = 25$ mm, $e_{41} = 35$ mm, $\lambda_1 = 40$ mm.

schubkurbel (umlaufende Kreuzschleifenkurbel) der ebenen Kinematik, aus der durch Standwechsel die umlaufende Kreuzschleife ableitbar ist.

Drei parallele Achsen, z. B. $\vartheta_{12} = \vartheta_{23} = 0°$

Mit den weiteren Annahmen $\vartheta_{34} = \vartheta_{41}$, $e_{12} = e_{23}$, $e_{34} = e_{41} = 0$ ergibt sich für die erste Bauform:

(139) $\psi = 180°$, $\cos \psi_{ab} = -\cos 2\varphi$, $\sin \psi_{ab} = \sin 2\varphi$, $\cos \psi_{bc} = \cos \varphi$, $\sin \psi_{bc} = \sin \varphi$,

(140) $\lambda_4 = 2e_{12} \sin \psi / \sin \vartheta_{34}$, λ_3 = beliebig, $\lambda_2 = -\lambda_1 - 2e_{12} \cos \vartheta_{34} \sin \varphi - \lambda_3$.

Für die zweite Bauform folgt:

(141) $$\begin{cases} \psi = 180°, \quad \psi_{ab} = 180°, \quad \cos \psi_{bc} = \cos \varphi, \quad \sin \psi_{bc} = -\sin \varphi, \\ \lambda_4 = 0, \quad \lambda_3 = \text{beliebig}, \quad \lambda_2 = \text{beliebig}. \end{cases}$$

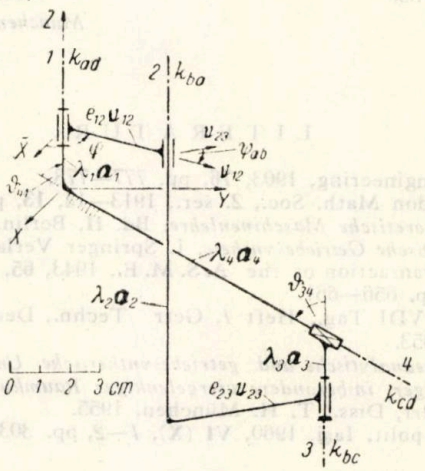


Abb. 29. —Viergliedriges räumliches Kurbelgetriebe mit drei parallelen Achsen, bestehend aus zwei Dreh-, einem Drehschub- und einem Schubgelenk, für $\varphi = 60°$, $M_z = 100$ cm/m. Abmessungen: $\vartheta_{12} = \vartheta_{23} = 0°$, $\vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 60°$, $e_{12} = e_{23} = 50$ mm, $e_{34} = e_{41} = 0$, $\lambda_1 = 20$ mm.

Währen die zweite Ausführungsmöglichkeit zwei unwirksame Gelenke längs der Achsen *2* und *4* aufweist, wird durch die Formeln (139) und (140) ein Getriebe erfasst das sich aus zwei diametralen Drehgelenken, einem Schubgelenk und einem Drehschubgelenk zusammensetzt (Abb. 29).

Man erkennt, dass für $\vartheta_{41} = 90°$ daraus die zentrische und gleichschenklige Schubkurbel der ebenen Kinematik entsteht, wobei das Drehschubgelenk in der Achse *2* als Drehgelenk ausbildbar ist.

i) *Zusammenfassung*

Die vorliegende Arbeit bezweckte die Erweiterung von Analyse und Synthese der eigentlichen viergliedrige Raumkurbelgetriebe mit einem Drehgelenk und drei Drehschubgelenken, sowie der daraus ableitbaren übergeschlossenen Bauformen.

In diesem Bestreben wurden für dieses Grundgetriebe der Raumkinematik die wichtigsten theoretischen Grundlagen in einer für den praktischen Gebrauch zweck-

mässigen Form bereitgestellt. In Verbindung damit konnten auch die wichtigsten mathematischen Zusammenhänge aufgezeigt werden, die eine Reduktion eines oder mehrerer Drehschubgelenke auf Dreh- oder Schubgelenke gestatten. Der Bewegungsablauf dieser Sonderformen genügt wesentlich einfacheren analytischen Zusammenhängen und ist deshalb im Sinne der quantitativen Getriebesynthese leichter zu erfassen. Wenn auch diese übergeschlossenen Ausführungen gegenüber Verformungen unter dem Einfluss von Kräften empfindlicher sind wie die zwangläufigen Getriebe, so dürfte insbesondere wegen der Einfachheit ihrer baulichen Anordnungen im Arbeitsmaschinenbau ein grösseres Anwendungsgebiet zu finden sein.

Die vorliegende Arbeit sollte gleichzeitig ausführlichere Unterlagen bereitstellen für die von R. Beyer und vom Verfasser veröffentlichten VDI Arbeitsblätter über räumliche Kurbelgetriebe, durch welche der Praktiker in knappester Form mit den wichtigsten Anwendungen vertraut gemacht wird.

Eingegangen am 25 VI 1959

Technische Hochschule,
München, Deutsche Bundesrepublik

LITERATUR

1. Bennett G. T., Engineering, 1903, **76**, pp. 777—778.
2. — Proc. London Math. Soc., 2. ser., 1913—14, **13**, pp. 151—173.
3. Grashof F., *Theoretische Maschinenlehre,* Bd. **II**, Berlin, 1883, S. 188.
4. Beyer R., *Kinematische Getriebesynthese*, J. Springer Verlag, Berlin, 1953.
5. Goldberg M., Transaction of the A. S. M. E., 1943, **65**, pp. 649—656 ; Ibid., Diskussion, pp. 656—661.
6. Grodzinski P., VDI Tag., Heft *1*, Getr. Techn., Deutscher Ing. Verlag, Düsseldorf, 1953.
7. Wörle H., *Getriebeanalytische und getriebesynthetische Unterlagen für den Entwurf zwangläufiger, insbesondere viergelenkiger Raumkurbelgetriebe allgemeiner und spezieller Art*, Diss., T. H. München, 1955.
8. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI** (**X**), *1—2*, pp. 303—322.

АНАЛИТИЧЕСКИЕ И СИНТЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ КРИВОШИПНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННОГО ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ (II)

(Резюме)

Данная работа имеет целью углубить анализ и синтез пространственных четырехзвенных шатунных механизмов с одной вращательной и тремя вращательно-поступательными парами, выводя одновременно и конструктивные сверхзамкнутые формы.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Конструктивные формы сверхзамкнутых четырехзвенных пространственных кривошипных механизмов.

Рис. 2. — Сферический четырехзвенный механизм с диаметральными равными перекрещивающимися углами $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$.

Рис. 4. — Пространственный четырехзвенный механизм с двумя вращательными парами и двумя вращательно-поступательными парами, соответствующий сферическому механизму рис. 2 а. Положение механизма соответствует

$\varphi=240°$, $M_z=150$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=20$ мм, $e_{23}=e_{41}=50$ мм, $\lambda_1=40$ мм.

Рис. 4. — $\psi(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 3.

Рис. 5. — $\lambda_4(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 3.

Рис. 6. — Пространственный четырехзвенный механизм с двумя вращательными парами и двумя вращательно — поступательными парами, соответствующий сферическому механизму рис. 2 b. Положение механизма соответствует $\varphi=240°$. $M_z=150$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{13}=e_{34}=30$ мм, $e_{23}=e_{41}=50$ мм, $\lambda_1=40$ мм.

Рис. 7. — $\varphi(\psi)$ — кривая для механизма рис. 6.

Рис. 8. — $\lambda_4(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 6.

Рис, 9. — Пространственный четырехзвенный механизм с двумя вращательными парами и двумя вращательно-поступательными парами, соответствующий сферическому механизму рис. 2 a. Положение кривошипа: $\varphi=150°$, $M_z=150$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=20°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=15$ мм, $e_{23}=e_{41}=-43{,}8$ мм, $\lambda_1=40$ мм.

Рис. 10. — $\psi(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 9. ——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

Рис. 11. — $\lambda_4(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 9. ——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

Рис. 12. — Пространственный четырехзвенный механизм с двумя вращательными парами и двумя вращательно-поступательными парами, соответствующий сферическому механизму рис. 2 b. Положение кривошипа: $\varphi=150°$, $M_z=150$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=20°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=15$ мм, $e_{23}=e_{41}=43{,}8$ мм, $\lambda_1=40$ мм.

Рис. 13. — Модель механизма рис. 12 с равными вымеренными данными при положении кривошипа $\varphi=200°$.

Рис. 14. — $\psi(\varphi)$ — кривая для механизма соответствующего рис. 13. ——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

Рис. 15. — $\lambda_4(\varphi)$ — кривая для механизма соответствующего рис. 13. ——— $\vartheta_{12}=20°$, — — — $\vartheta_{12}=30°$.

Рис. 16. — Механизм Беннета с вымеренными данными $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=50$ мм, $e_{23}=e_{41}=100$ мм, $\lambda_1=0$, при положении кривошипа $\varphi=90°$, $M_z=150$ см/м соответствующему положенному в основу изосферограмному механизму.

Рис. 17. — Оба конструктивных вида четырехзвенного пространственного механизма при вымеренных данных: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=20°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=15$ мм, $e_{23}=e_{41}=-43{,}8$ мм, $\lambda_1=0$, $M_z=200$ см/м. *a* — конструктивная форма с соответствующим изосферограмным механизмом для $\varphi=90°$; *b* — конструктивная форма с соответствующим антиизосферограмным механизмом для $\varphi=90°$; *c* — положение разветвления для $\varphi=180°$.

Рис. 18. — Сферический четырехзвенный механизм с соседними равными перекрещивающимися углами $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$.

Рис. 19. — Пространственный четырехзвенный механизм с двумя вращательными и двумя вращательно-поступательными парами, соответствующий сферическому механизму рис. 18 a. Положение кривошипа: $\varphi=150°$, $M_z=150$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $\lambda_1=30$ мм, $e_{12}=e_{23}=20$ мм, $e_{34}=e_{41}=45$ мм.

Рис. 20. — $\psi(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 19.

Рис. 21. — $\psi_{ab}(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 19.

Рис. 22. — $\lambda_4(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 19.

Рис. 23. — $\lambda_2(\varphi)$ — кривая для механизма рис. 19.

Рис. 24. — Четырехзвенный пространственный кривошипный механизм с одной вращательной, одной вращательно-поступательной и двумя поступательными парами, соответствующий сферическому механизму рис. 18 b. Положение кривошипа: $\varphi=35°$, $M_z=150$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=20$ мм, $e_{23}=30$ мм, $e_{34}=20$ мм, $e_{41}=40$ мм, $\lambda_1=40$ мм.

Рис. 25. — Четырехзвенный пространственный механизм с двумя вращательными и двумя поступательными парами, соответствующий сферическому рис. 18 в. Положение кривошипа: $\varphi=60°$, $M_z=100$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{ik}=\vartheta=30°$, $e_{12}=80$ мм, $e_{23}=40$ мм, $e_{34}=100$ мм, $e_{41}=60$ мм, $\lambda_1=20$ мм.

Рис. 26. — Четырехзвенный пространственный кривошипный механизм с одной вращательной, одной вращательно-поступательной и двумя поступательными парами для положения кривошипа: $\varphi=60°$, $M_z=100$ см/м. *a* — I-ая конструктивная возможность; *b* — 2-я конструктивная возможность. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=0°$, $\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $\lambda_1=30$ мм, $e_{12}=40$ мм, $e_{23}=50$ мм, $e_{34}=20$ мм, $e_{41}=20$ мм.

Рис. 27. — Четырехзвенный пространственный кривошипный механизм с одной вращательной, одной вращательно-поступательной и двумя поступательными парами для обеих конструктивных форм и при $\varphi=70°$, $M_z=100$ см/м. *a* — I-ая конструктивная возможность; *b* — II-я конструктивная возможность. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=0°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{34}=90°$, $\vartheta_{41}=60°$, $e_{12}=60$ мм, $e_{23}=20$ мм, $e_{34}=40$ мм, $e_{41}=30$ мм, $\lambda_1=30$ мм.

Рис. 28. — Четырехзвенный пространственный кривошипный механизм с двумя соседними вращательными и двумя поступательными парами для: $\varphi=60°$, $M_z=100$ см/м. *a* — I-я конструктивная возможность; *b* — 2-я конструктивная возможность. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=0°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=30$ мм, $e_{23}=40$ мм, $e_{34}=25$ мм, $e_{41}=35$ мм, $\lambda_1=40$ мм.

Рис. 29. — Четырехзвенный пространственный кривошипный механизм с двумя параллельными осями, с двумя вращательными, одной вращательно-поступательной и одной поступательной парами для: $\varphi=60°$, $M_z=100$ см/м. Вымеренные данные: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=0°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=60°$, $e_{12}=e_{23}=50$ мм, $e_{34}=e_{41}=0$, $\lambda_1=20$ мм.

FUNDAMENTELE ANALITICE ŞI SINTETICE NECESARE PROIECTĂRII MECANISMELOR SPAŢIALE CU MANIVELĂ, CU PATRU ORGANE, CU UN SINGUR GRAD DE LIBERTATE (II)

(Rezumat)

Lucrarea elaborată are ca scop să aprofundeze analiza şi sinteza mecanismelor spaţiale cu patru organe cu manivelă, avînd o cuplă rotoidă şi trei cuple rototranslatorii, deducînd de aici totodată şi formele constructive supraînchise.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Formele constructive ale mecanismelor patrulatere spaţiale supraînchise, cu manivelă.

Fig. 2. — Mecanismul sferic cu patru organe cu unghiurile de încrucişare diametrale egale $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$.

Fig. 3. — Mecanismul patrulater spaţial cu două cuple rotoide şi două cuple rototranslatorii, corespunzător mecanismului sferic din fig. 2 a. Poziţia mecanismului corespunde la: $\varphi=240°$, $M_z=150$ cm/m. Datele măsurate: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=20$ mm, $e_{23}=e_{41}=50$ mm, $\varphi_1=40$ mm.

Fig. 4. — Curba $\psi(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 3.

Fig. 5. — Curba $\lambda_4(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 3.

Fig. 6. — Mecanismul patrulater spaţial cu două cuple rotoide şi două cuple rototranslatorii, corespunzător mecanismului sferic din fig. 2 b. Poziţia mecanismului

corespunde la $\varphi=240°$, $M_z = 150$ cm/m. Datele măsurate: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 30°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=20$ mm, $e_{23}=e_{41}=50$ mm, $\lambda_1=40$ mm.

Fig. 7. — Curba $\psi(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 6.

Fig. 8. — Curba $\lambda_4(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 6.

Fig. 9. — Mecanismul spaţial cu patru organe cu două cuple rotoide şi două cuple rototranslatorii, corespunzător mecanismului sferic din fig. 2 a. Poziţia manivelei corespunde la: $\varphi=150°$, $M_z=150$ cm/m. Datele măsurate: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 20°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=15$ mm, $e_{23}=e_{41}=-43{,}8$ mm, $\lambda_1=40$ mm.

Fig. 10. — Curba $\psi(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 9. ——— $\vartheta_{12}=20°$, – – – $\vartheta_{12}=30°$.

Fig. 11. — Curba $\lambda_4(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 9. ——— $\vartheta_{12}=20°$, – – – $\vartheta_{12}=30°$.

Fig. 12. — Mecanismul spaţial patrulater cu două cuple rotoide şi două cuple rototranslatorii, corespunzător mecanismului sferic din fig. 2 b. Poziţia manivelei corespunde la: $\varphi=150°$, $M_z=150$ cm/m. Datele măsurate: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=20°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=e_{34}=15$ mm, $e_{23}=e_{41}=43{,}8$ mm, $\lambda_1=40$ mm.

Fig. 13. — Modelul mecanismului din fig. 12 cu aceleaşi date măsurate corespunzînd poziţiei manivelei pentru $\varphi=200°$.

Fig. 14. — Curba $\psi(\varphi)$ pentru mecanismul corespunzător fig. 13. ——— $\vartheta_{12} = 20°$, – – – $\vartheta_{12}=30°$.

Fig. 15. — Curba $\lambda_4(\varphi)$ pentru mecanismul corespunzător fig. 13. ——— $\vartheta_{12} = 20°$, – – – $\vartheta_{12}=30°$.

Fig. 16. — Mecanismul lui Bennet cu datele măsurate: $\vartheta_{12} = \vartheta_{34} = 30°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = e_{34} = 50$ mm, $e_{23}=e_{41}=-100$ mm, $\lambda_1 = 0$ corespunzător cu poziţia manivelei: $\varphi=90°$, $M_z=150$ cm/m care corespunde la rîndul său la mecanismul de bază izosferogram.

Fig. 17. — Cele două forme constructive ale mecanismului spaţial cu patru organe corespunzînd la datele măsurate: $\vartheta_{12}=\vartheta_{34}=20°$, $\vartheta_{23} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = e_{34} = 15$ mm, $e_{23}=e_{41}=-43{,}8$ mm, $\lambda_1=0$, $M_z=200$ cm/m. *a* — forma constructivă şi mecanismul izosferogram corespunzător pentru $\varphi=90°$; *b* — forma constructivă şi mecanismul antiizosferogram corespunzător pentru $\varphi=90°$, *c* — poziţiile de ramificaţie pentru $\varphi=180°$.

Fig. 18. — Mecanismul sferic cu patru organe cu unghiuri de încrucişare vecine egale: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$.

Fig. 19. — Mecanismul spaţial cu patru organe cu două cuple rotoide şi două cuple rototranslatorii, corespunzător la mecanismul sferic din fig. 18. Poziţia manivelei: $\varphi=150°$, $M_z=150$ cm/m. Datele măsurate: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23} = 20°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $\lambda_1=30$ mm, $e_{12}=e_{23}=20$ mm, $e_{34}=e_{41}=45$ mm.

Fig. 20. — Curba $\psi(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 19.

Fig. 21. — Curba $\psi_{ab}(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 19.

Fig. 22. — Curba $\lambda_4(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 19.

Fig. 23. — Curba $\lambda_2(\varphi)$ pentru mecanismul din fig. 19.

Fig. 24. — Mecanismul spaţial cu patru organe cu manivelă cu o cuplă rotoidă, o cuplă rototranslatorie şi două cuple de translaţie, corespunzător mecanismului sferic din fig. 18 b. Poziţia manivelei: $\varphi=35°$, $M_z=150$ cm/m. Datele măsurate: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34} = \vartheta_{41} = 90°$, $e_{12} = 20$ mm, $e_{23} = 30$ mm, $e_{34} = 20$ mm, $e_{41}=40$ mm, $\lambda_1=40$ mm.

Fig. 25. — Mecanismul spaţial cu patru organe cu două cuple rotoide şi două cuple de translaţie, corespunzător mecanismului sferic din fig. 18 b. Poziţia manivelei: $\varphi = 60°$, $M_z = 100$ cm/m. Datele măsurate: $\vartheta_{ik} = \vartheta = 30°$, $e_{12}=80$ mm, $e_{23}=40$ mm, $e_{34}=100$ mm, $e_{41}=60$ mm, $\lambda_1=20$ mm.

Fig. 26. — Mecanismul spaţial cu patru organe cu manivelă cu o cuplă rotoidă, o cuplă rototranslatorie şi două cuple de translaţie, corespunzător la poziţia manivelei: $\varphi=60°$, $M_z=150$ cm/m. *a* — prima posibilitate constructivă; *b* — a doua posibilitate constructivă. Datele măsurate: $\vartheta_{12}=60°$, $\vartheta_{23}=30°$, $\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $\lambda_1=30$ mm, $e_{12}=40$ mm, $e_{23}=50$ mm, $e_{34}=20$ mm, $e_{41}=20$ mm.

Fig. 27. — Mecanismul patrulater spațial cu manivelă cu o cuplă rototranslatorie și două cuple de translație pentru ambele forme constructive pentru: $M_z=100$ cm/m. *a* — prima formă constructivă; *b* — a doua formă constructivă. Datele măsurate sînt: $\vartheta_{12}=0°$, $\vartheta_{23}=\vartheta_{34}=90°$, $\vartheta_{41}=60°$, $e_{12}=60$ mm, $e_{23}=20$ mm, $e_{34}=40$ mm, $e_{41}=30$ mm, $\lambda_1=20$ mm.

Fig. 28. — Mecanismul spațial cu patru organe cu manivelă cu două cuple vecine rotoide și două cuple de translație pentru: $\varphi=60°$, $M_z=100$ cm/m. *a* — prima posibilitate constructivă; *b* — a doua posibilitate constructivă. Datele măsurate: $\vartheta_{12}=0°$. $\vartheta_{23}=\vartheta_{34}=\vartheta_{41}=90°$, $e_{12}=30°$, $e_{23}=40$ mm, $e_{34}=25$ mm, $e_{41}=35$ mm, $\lambda_1=40$ mm.

Fig. 29. — Mecanismul spațial cu manivelă cu patru organe cu două axe paralele, cu două cuple rotoide, o cuplă rototranslatorie și o cuplă de translație, pentru: $\varphi=60°$, $M_z=100$ cm/m. Datele măsurate sînt: $\vartheta_{12}=\vartheta_{23}=0°$, ϑ_{34} $\vartheta_{41}=60°$, $e_{12}=e_{23}=50$ mm, $e_{34}=e_{41}=0$, $\lambda_1=20$ mm.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 621.82

CALCULUL RAZELOR DE BOMBARE ALE CĂILOR SAU ALE CORPURILOR DE RULARE LA RULMENŢII CU ROLE CILINDRICE SAU CONICE

DE

N. G. POPINCEANU şi M. D. GAFIŢEANU

Comunicare prezentată la consfătuirea tehnico-ştiinţifică, Fabrica de rulmenţi, Braşov, din 7—8 octombrie 1960

1. Consideraţii generale

Una din preocupările de seamă ale întreprinderilor specializate în construcţia rulmenţilor este îmbunătăţirea calităţii rulmenţilor în scopul obţinerii unei durabilităţi sporite, fără modificări esenţiale din punct de vedere tehnologic sau constructiv şi fără o creştere remarcabilă a preţului de cost.

În această direcţie, o deosebită atenţie trebuie acordată rulmenţilor cu role cilindrice şi conice, foarte des utilizaţi în construcţia de maşini, datorită avantajelor lor în comparaţie cu rulmenţii cu bile sau cu role butoi.

Pentru rulmenţii cu role, în general, relaţia de legătură dintre durabilitatea L, forţa echivalentă P şi capacitatea dinamică de bază C are forma:

$$C = PL^{1/p}, \tag{1}$$

valorile pentru L şi p fiind date în tabelul 1.

Tabelul 1

Valorile lui L *şi* p

Metoda de calcul	L	p
Suedeză [4], [5]	$nh60/10^6$ ⋆)	3,33
Sovietică [1]	$nh = nh.60/60$	3,33

⋆) n — turaţia, (rot/min); h — durata de funcţionare, (ore).

La stabilirea capacităţii dinamice de bază C, pentru rulmenţii cu role cilindrice sau conice, s-a ţinut seama de faptul că la contactul liniar care apare între rolele şi căile de rulare de lungimi finite şi diferite iau naştere concentrări de eforturi.

Cercetările efectuate pînă în prezent, [4], [5], [8], arată că prin anumite modificări sau detalii constructive şi în anumite condiţii, fenomenul de concentrare a eforturilor poate fi atenuat; efectul acestui fenomen devine astfel neglijabil, ceea ce are ca rezultat o mărire a capacităţii dinamice de bază a acestor rulmenţi.

Ca mijloace de reducere a concentrărilor de eforturi amintite, în practică se întrebuinţează:

1. Racordarea cu o anumită rază r a suprafeţei cilindrice sau conice a rolei cu suprafeţele de capăt plane sau sferice (fig. 1); cu cît raza de racordare este mai mică cu atît şi concentrările de eforturi sînt mai pronunţate.

Alegerea mărimii razei de racordare se face ţinîndu-se seama de necesitatea de reducere a concentrărilor de eforturi, de unele considerente de ordin tehnologic, precum şi de necesitatea obţinerii unei lungimi active de contact cît mai mari.

2. Modificarea contactului liniar obişnuit, care se poate realiza prin: a) bombarea căii de rulare a inelului exterior — un contact modificat; b) bombarea căii de rulare a inelului interior — un contact modificat; c) bombarea ambelor căi de rulare — două contacte modificate; d) bombarea rolelor — două contacte modificate.

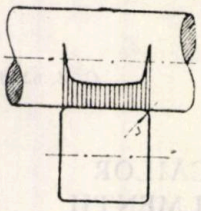


Fig. 1.—Repartiţia eforturilor pe lungimea de contact, dintre două role cilindrice, cu axele paralele, de lungimi finite şi diferite.

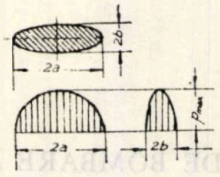


Fig. 2.—Repartiţia eforturilor de contact pe suprafaţa elipsei de contact. a — semiaxa mare a elipsei de contact; b — semiaxa mică a elipsei de contact; p_{max} — efortul maxim de contact.

În toate aceste cazuri, în anumite condiţii şi cu anumite raze de bombare, se pot obţine *contacte liniare modificate* cu atenuarea sau chiar dispariţia concentrărilor de eforturi, fapt care duce la creşterea capacităţii dinamice de bază.

Procedeele cu eficacitatea cea mai mare sînt fie bombarea căii de rulare a inelului exterior, fie bombarea rolelor.

Dacă se apasă rola pe calea de rulare bombată, apare o suprafaţă de contact eliptică, iar presiunea de contact se va distribui după un elipsoid (fig. 2).

S-a constatat că presiunea de contact este uniform distribuită pe lungimea activă de contact a rolei l_a (fig. 3 a), în cazul în care semiaxa mare a elipsei de contact este $a = 0{,}75\ l_a$. O elipsă de contact cu $2a > l_a$ este însă o elipsă *fictivă* de contact. Pentru stabilirea caracteristicilor acestei elipse fictive trebuie să se considere fie contactul dintre o rolă cilindrică sau conică, prelungită fictiv la infinit, şi calea de rulare bombată, fie contactul dintre o rolă bombată şi calea de rulare cilindrică sau conică, prelungită fictiv la infinit.

Forţa de apăsare care, în baza relaţiilor lui Hertz, pentru anumite raze de curbură în punctul de contact, determină o elipsă fictivă de contact cu $a = 0{,}75\ l_a$, poartă denumirea de *forţă critică* (F_{cr}).

În cazul în care forţa de apăsare $F < F_{cr}$, axa mare a elipsei de contact se va micşora la o valoare $2a < 1{,}5\ l_a$, adică contactul se va apropia de un contact punctual obişnuit, ca în fig. 3 b.

Dacă forţa de apăsare $F > F_{cr}$, axa mare a elipsei de contact va fi $2a > 1{,}5\ l_a$; repartiţia reală a presiunii de contact va fi caracterizată de prezenţa unor puternice concentrări de eforturi (fig. 3 c).

2. Determinarea forţei critice de apăsare

În majoritatea cazurilor rulmenţii sînt supuşi unor sarcini care presupun durabilităţi de ordinul $100.10^6 ... 10000.10^6$ rotaţii sau $L = nh60/10^6 = 100 ... 10000$ (dacă L are semnificaţia din cataloagele suedeze), (v. tabelul 1). Ţinînd seama de acest fapt, literatura de specialitate [5] recomandă pentru forţa critică de apăsare F_{cr}, acea valoare care ar corespunde unei durabilităţi a rulmentului $L = 100$, adică unui număr total de rotaţii de 100.10^6. Prin urmare se presupune că trecerea de la un contact punctual la un contact liniar, cu concentrări de eforturi, are loc pentru o forţă de apăsare care corespunde unei durabilităţi $L = 100$. Se evită astfel, în domeniul uzual de durabilităţi, prezenţa concentrărilor de eforturi.

Pentru $L < 100$ rezultă $F > F_{cr}$ şi apare un contact liniar cu concentrări de eforturi, la care $a > 0{,}75\ l_a$ (fig. 3 c); la $L = 100$ forţa de apăsare este cea critică, $F = F_{cr}$; apare astfel contactul liniar modificat,

cu atenuarea concentrărilor de eforturi şi cu $a = 0{,}75\, l_a$ (fig. 3 a), iar repartiţia eforturilor pe lungimea de contact are aproximativ acelaşi aspect ca şi repartiţia eforturilor din cazul contactului liniar teoretic; pentru $L > 100$ forţa de apăsare $F < F_{cr}$, axa mare a elipsei de contact se micşorează, adică $a < 0{,}75\, l_a$ şi se tinde astfel către un contact punctual (fig. 3 b).

Cu ajutorul relaţiei (1), în care se fixează $L = 100$, se poate determina o forţă echivalentă critică P_{cr} şi anume:

$$P_{cr} \cong C_b/100^{0,3} = 0{,}25\, C_b \quad (2)$$ [1]).

Apăsarea critică F_{cr}, corespunzătoare forţei echivalente critice P_{cr} din relaţia (2), pentru rulmenţi radiali cu role cilindrice şi radiali axiali cu role conice, este dată de următoarea relaţie generală:

$$F_{cr} = P_{cr}/(z_1 \cos\beta). \quad (3)$$

Se pot determina următoarele apăsări critice:

1. Apăsarea critică medie pe corpurile de rulare (F_{cr1}) pentru $z_1 = z\mathcal{J}_r/\mathcal{J}_{1(2)}$ [2]) astfel încît:

a) pentru rulmenţi cu un rînd de role [2]) $z_1 \cong 0{,}4z$ şi:

$$F_{cr1} = 2{,}5\, P_{cr}/(z \cos\beta); \quad (4)$$

b) pentru rulmenţi cu două rînduri de role [2]) $z_1 \cong 0{,}8z$ şi:

$$F_{cr1} = 1{,}25 P_{cr}/(z \cos\beta). \quad (5)$$

2. Apăsarea critică maximă F_{cr2}, adică forţa de apăsare considerată pe corpul de rulare cel mai solicitat, se obţine înlocuind z_1 în relaţia (3) cu următoarele valori:

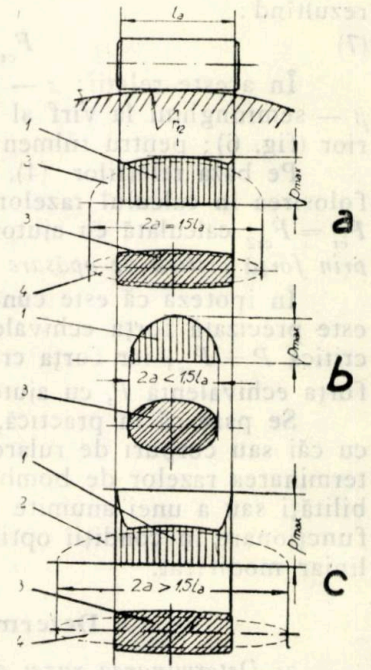


Fig. 3.—Diferite cazuri de repartiţie a eforturilor de contact.
a) $F = F_{cr}$; $2a = 1{,}5 l_a$ — contact modificat; b) $F < F_{cr}$; $2a < 1{,}5\, l_a$ — contact punctual; c) $F > F_{cr}$; $2a > 1{,}5\, l_a$ — contact liniar cu concentrări de eforturi.
1. — distribuţie reală a eforturilor de contact; *2.* — distribuţie fictivă a eforturilor de contact; *3.* — suprafaţă reală de contact; *4.* — suprafaţă fictivă de contact.

[1]) După metoda sovietică de calcul $L = nh = 1\,666\,666$ (v. tabelul 1) şi respectiv $P_{cr} = C_{bs}/1\,666\,666^{0,3} \cong 0{,}0136\, C_{bs}$.

[2]) Pentru încărcare radială şi radial axială, $F_{cr1} = F_{med\,cr} = F_{max}\, \mathcal{J}_{1(2)} = P_{cr}\, \mathcal{J}_{1(2)}/(\mathcal{J}_r\, z \cos\beta)$, în care: F_{max} — apăsarea pe corpul de rulare cel mai solicitat; în general $F_{max} = P/(\mathcal{J}_r\, z \cos\beta)$, $F_{med\,cr} = F_{cr1}$ — apăsarea critică medie pe corpurile de rulare, $\mathcal{J}_r$, $\mathcal{J}_{1(2)}$ — coeficienţi care ţin seama de repartiţia sarcinii pe corpurile de rulare [4], [5], depinzînd de natura contactului, de inelul pe care se consideră acest contact, precum şi de numărul de corpuri de rulare care sînt solicitate în raport cu numărul total, (v. tabelul 2).

a) pentru rulmenţi cu un rînd de role $z_1 = \mathcal{J}_r z = 0{,}2288\, z$ [2]), rezultînd:

$$F_{cr2} = 4{,}37\, P_{cr}/(z \cos\beta); \tag{6}$$

b) pentru rulmenţi cu două rînduri de role $z_1 = \mathcal{J}_r z = 0{,}4577\, z$ [2]), rezultînd:

$$F_{cr2} = 2{,}19\, P_{cr}/(z \cos\beta). \tag{7}$$

În aceste relaţii: z — numărul de corpuri de rulare dintr-un rînd, β — semiunghiul la vîrf al suprafeţei conice de rulare a inelului exterior (fig. 6); pentru rulmenţii radiali $\beta = 0$ deci $\cos\beta = 1$.

Pe baza relaţiilor (4), (5), (6) şi (7) se constată că este indicată folosirea în calculul razelor de bombare a forţei critice de apăsare $F_{cr} = F_{cr2}$ calculată cu ajutorul relaţiilor (6) şi (7). *În cele ce urmează prin forţă critică de apăsare* F_{cr} *se va înţelege forţa critică maximă* F_{cr2}.

În ipoteza că este cunoscută destinaţia rulmentului, cu alte cuvinte este precizată forţa echivalentă P, atunci această forţă se consideră critică $P = P_{cr}$, iar forţa critică de apăsare se determină plecînd de la forţa echivalentă P, cu ajutorul relaţiilor (6) şi (7).

Se pare că în practică, cel mai frecvent se construiesc rulmenţi cu căi sau corpuri de rulare bombate, cunoscîndu-se destinaţia lor. Determinarea razelor de bombare se face astfel, prin adaptarea unei durabilităţi sau a unei anumite forţe echivalente; se asigură în acest mod o funcţionare în condiţii optime a rulmentului, prin realizarea contactului liniar modificat.

3. Determinarea razei de bombare

a) *Determinarea razei de bombare în funcţie de forţa critică de apăsare.* Raza de bombare poate fi determinată, după cum este cazul, pentru: a) calea de rulare a inelului exterior; b) calea de rulare a inelului interior; c) ambele căi de rulare; d) corpurile de rulare.

Tabelul 2

Valori) pentru coeficienţii* $J_{1(2)}$ *şi* J_r [4], [5]

	Contact modificat inelul exterior	Contact modificat inelul interior	Contacte modificate ambele inele
Inel interior $\mathcal{J}_1$	—	0,5625	0,5625
Inel exterior $\mathcal{J}_2$	0,5875	—	0,5875
$\mathcal{J}_r$, 1 rînd role	0,2288	0,2288	0,2288
$\mathcal{J}_r$, 2 rînduri role	0,4577	0,4577	0,4577
$\mathcal{J}_r/\mathcal{J}_{1(2)}$, 1 rînd role	0,39	0,407	în medie 0,4
$\mathcal{J}_r/\mathcal{J}_{1(2)}$, 2 rînd. role	0,78	0,814	în medie 0,8

*) Valori pentru o încărcare pe jumătate din numărul total de corpuri de rulare, condiţie pentru care este calculată şi capacitatea dinamică de bază.

Din tabelul 2 rezultă: a) pentru rulmenţi cu un rînd de role, în medie $\mathcal{J}_r/\mathcal{J}_{1(2)} \cong 0{,}4$ şi $z_1 = 0{,}4\, z$; b) pentru rulmenţi cu două rînduri de role, în medie $\mathcal{J}_r/\mathcal{J}_{1(2)} \cong 0{,}8$ şi $z_1 \cong 0{,}8\, z$.

Pentru determinarea razei de bombare a căii de rulare sau a corpurilor de rulare se poate pleca de la relaţia generală a lui Hertz, care dă semiaxa mare a elipsei de contact [1], pentru contactul dintre două corpuri mărginite de suprafeţe curbe:

$$(8) \qquad a = \mu \sqrt[3]{3Q(\vartheta_1 + \vartheta_2)/[8(\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22})]},$$

în care: a — semiaxa mare a elipsei de contact, (cm), Q — forţa normală de apăsare cu care ambele corpuri sînt apăsate între ele, (kgf); în cazul de faţă $Q = F_{cr} = F_{cr2}$, ϑ_1, ϑ_2 — coeficienţi care depind de modulele de elasticitate ale materialelor în contact şi care se determină cu relaţia:

$$(9) \qquad \vartheta = 4(m^2 - 1)/(Em^2).$$

Pentru $E_1 = E_2 = E = 2{,}1 \cdot 10^6$ kgf/cm^2, $m_1 = m_2 = m = 1/0{,}3 = 3{,}33$, relaţia (9) devine $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \vartheta = 4.10{,}1/(2{,}1.10^6.11{,}1) = 1/577\,000$ cm^2/kgf.

Potrivit fig. 4, $\varrho_{11} = 1/r_{11}$, $\varrho_{12} = 1/r_{12}$, $\varrho_{21} = 1/r_{21}$, $\varrho_{22} = 1/r_{22}$.

Coeficientul μ, care este o funcţie de integrale eliptice, este tabelat şi se determină cu ajutorul mărimii:

$$(10) \qquad \tau = [(\varrho_{11} - \varrho_{12})^2 + (\varrho_{21} - \varrho_{22})^2 + 2(\varrho_{11} - \varrho_{12})(\varrho_{21} - \varrho_{22})\cos 2\omega]^{1/2}/(\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22}),$$

în care: ω — unghiul dintre planele respective ale secţiunilor principale ale ambelor corpuri în contact. În cazul de faţă, întrucît unghiul dintre planele respective este $\omega = 0$, $\cos 2\omega = 1$, şi

$$(11) \qquad \tau = (\varrho_{11} - \varrho_{12} + \varrho_{21} - \varrho_{22})/(\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22}).$$

Dependenţa dintre μ şi τ este dată parţial în tabelul 3 [1], [8].

Pentru a explicita dependenţa dintre μ şi τ s-a construit o diagramă în coordonate logaritmice avînd în abscisă mărimea $1 - \tau$ şi în ordonată μ[3] (fig. 6).

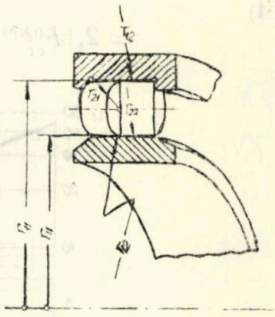


Fig. 4. — Secţiune axială printr-un rulment cu role şi căi de rulare bombate. r_{11} — r za căii de rulare a inelului interior, respectiv exterior, r_{12}—raza de bombare a căii de rulare a inelului interior, respectiv exterior, r_{21} — raza rolei, r_{22} — raza de bombare a rolei, r_{11} şi r_{21} sînt în plane perpendiculare pe axa rulmentului, r_{12} şi r_{22} sînt în planul secţiunii care trece şi prin axa rulmentului.

Tabelul 3

Valori pentru τ şi μ

τ	0,9458	0,9488	0,9517	0,9574	0,9818	0,9909
μ	3,986	4,079	4,178	4,395	6,159	8,062
τ	0,9973	0,9984	0,99901	0,99947	0,99988	1,000000
μ	12,789	$\cong$ 15,5	$\cong$ 18,5	$\cong$ 23,4	$\cong$ 40	6

[3]) Diagrama din fig. 5 este limitată la domeniul $1 - \tau = 0{,}0001...0{,}06$ deoarece acest domeniu corespunde unor rapoarte mari între semiaxa mare şi semiaxa mică a elipsei de contact (a/b). În adevăr, la rulmenţii cu contact liniar modificat, elipsele de contact fiind alungite (fig. 3), se caracterizează tocmai prin astfel de valori mari ale raportului a/b care se încadrează în domeniul menţionat.

Dreapta din fig. 5 este determinată de:

$$1 - \tau \cong 2{,}1\mu^{-2{,}63}. \tag{12}$$

Relaţia (8), cu valorile arătate pentru Q, E şi m, devine:

$$\mu = a / \sqrt[3]{F_{cr} / [770\,000\,(\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22})]}; \tag{13}$$

apoi, înlocuind în relaţia (12) mărimile μ din relaţia (13) şi τ din relaţia (11) se obţine:

$$1 - (\varrho_{11} - \varrho_{12} + \varrho_{21} - \varrho_{22}) / (\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22}) = \tag{14}$$
$$= 2{,}1 F_{cr}^{0{,}876} / \{a^{2{,}63} [770\,000\,(\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22})]^{0{,}876}\}.$$

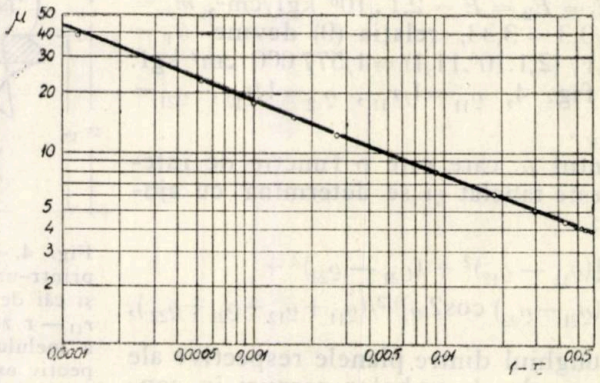


Fig. 5.—Dependenţa dintre $1-\tau$ şi μ în conformitate cu relaţia $1 - \tau \cong 2{,}1\mu^{-2{,}63}$.

Punînd condiţia ca semiaxa mare a elipsei de contact să reprezinte o anumită parte din lungimea activă a rolei:

$$a = x l_a, \tag{15}$$

se ajunge la:

$$\varrho_{12} + \varrho_{22} = 1{,}05 F_{cr}^{0{,}876} (\varrho_{11} + \varrho_{12} + \varrho_{21} + \varrho_{22})^{0{,}124} / [770\,000^{0{,}876} (x l_a)^{2{,}63}]. \tag{16}$$

De oarece în general $\varrho_{12} \ll \varrho_{21}$ şi $\varrho_{22} \ll \varrho_{21}$ rezultă, aproximativ, (prin neglijarea lui ϱ_{12} şi ϱ_{22} în membrul II al relaţiei (16)):

$$1/r_{12} + 1/r_{22} = F_{cr}^{0{,}876} (\varrho_{11} + \varrho_{21})^{0{,}124} / [136\,000\,(x l_a)^{2{,}63}]; \tag{17}$$

pentru $x = 0{,}75$ se obţine:

$$1/r_{12} + 1/r_{22} = F_{cr}^{0{,}876} (\varrho_{11} + \varrho_{21})^{0{,}124} / (64\,000\, l_a^{2{,}63}). \tag{18}$$

Pentru rulmenţii cu role cilindrice sau conice (fig. 4 şi 6) curburile ce intervin în relaţia (18) sînt indicate în tabelul 4 împreună cu relaţiile corespunzătoare de calcul.

Tabelul 4

Relaţii pentru calculul razelor de bombare

	Contact rolă-cale exterioară bombată				Contact rolă-cale interioară bombată				Role bombate			
	ϱ_{11}	ϱ_{12}	ϱ_{21}	ϱ_{22}	ϱ_{11}	ϱ_{12}	ϱ_{21}	ϱ_{22}	ϱ_{11}	ϱ_{12}	ϱ_{21}	ϱ_{22}
Rulment cu role cilindrice	$-\frac{2}{D_e}$	$\frac{1}{r_{12}}$	$\frac{2}{D_r}$	0	$\frac{2}{D_i}$	$\frac{1}{r_{12}}$	$\frac{2}{D_r}$	0	$\frac{D_e - D_i}{D_r D_i}$ [4]	0	$\frac{2}{D_e}$	$\frac{1}{r_{22}}$
Rulment cu role conice [5]	$\frac{-2\cos\beta}{D_{me}}$	$\frac{1}{r_{12}}$	$\cong\frac{2}{D_r}$	0	$\frac{2\cos\beta}{D_{mi}}$	$\frac{1}{r_{12}}$	$\cong\frac{2}{D_r}$	0	$\frac{(D_{me}-D_{mi})\cos\beta}{D_{me}D_{mi}}$	0	$\cong\frac{2}{D_r}$	$\frac{1}{r_{22}}$
Relaţii de calcul	(19) $r_{12}=\frac{64\,000\,l_a^{2,63}}{F_{cr}^{0,876}(\varrho_{11}+\varrho_{21})^{0,124}}$								(20) $r_{22}=\frac{64\,000\,l_a^{2,63}}{F_{cr}^{0,876}(\varrho_{11}+\varrho_{21})^{0,124}}$			

D_e — diametrul căii de rulare a inelului exterior pentru rulmenţii cu role cilindrice, D_i — diametrul căii de rulare a inelului interior pentru rulmenţii cu role cilindrice, D_{me} — diametrul mediu al căii de rulare a inelului exterior pentru rulmenţii cu cole conice, D_{mi} — diametrul mediu al căii de rulare a inelului interior pentru rulmenţii cu role conice, D_r — diametrul, respectiv diametrul mediu, pentru role cilindrice şi conice.

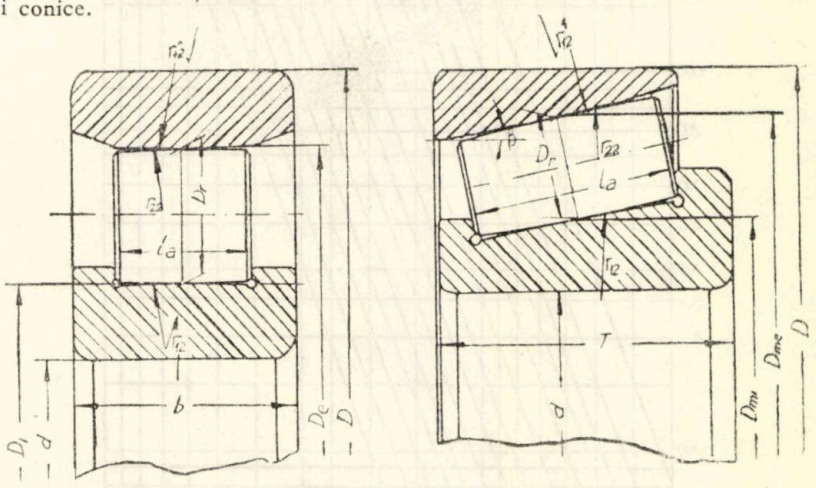


Fig. 6. — Dimensiuni constructive şi raze de bombare la rulmenţi cu căi de rulare şi role bombate. *a* — rulment cu role cilindrice; *b* — rulment cu role conice.

b) *Calculul rapid şi simplificat al razelor de bombare.* Relaţia (17) se mai poate scrie:

$$1/r_{12}+1/r_{22}=F_{cr}^{0,876}\varrho_{21}^{0,124}(\varrho_{11}/\varrho_{21}+1)^{0,124}/(64\,000 l_a^{2,63}). \quad (21)$$

[4]) Întrucît contactul modificat are loc atît pe inelul exterior cît şi pe cel interior, s-a considerat o curbură medie $\varrho_{11}=(2/D_i-2/D_e)/2$ care de altfel are mică influenţă asupra razei de bombare (v. relaţia (22)).

[5]) Pentru rulmenţii cu role conice relaţiile sînt aproximative deoarece contactul dintre cele două suprafeţe conice pe generatoare are un caracter particular, fără însă ca acest caracter să influenţeze prea mult asupra rezultatelor.

Cum însă pentru construcţiile uzuale de rulmenţi cu role cilindrice sau conice, raportul $\varrho_{11}/\varrho_{21} \cong \pm 0{,}1...0{,}3$ (cu semnificaţiile lui ϱ_{11} şi ϱ_{21} date în tabelul 4), rezultă că:

(22) $$(\varrho_{11}/\varrho_{21} + 1)^{0{,}124} \cong 0{,}97...1{,}03.$$

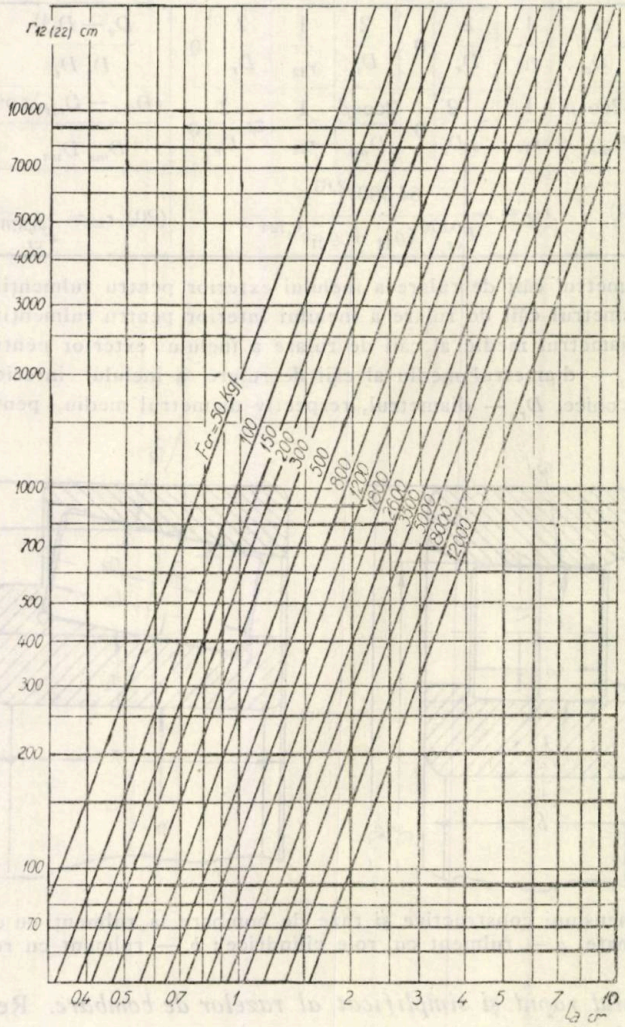


Fig. 7. — Diagramă pentru determinarea rapidă a razelor de bombare în funcţie de lungimea activă de contact a rolei l_a şi de forţa critică de apăsare F_{cr} (relaţia (27)).

Deci pentru contactul dintre rola cilindrică sau conică ($\varrho_{22} = 0$, $r_{22} = \infty$) şi o cale de rulare bombată (un contact liniar modificat) rezultă:

(23) $$r_{12} = 64\,000 l_a^{2{,}63}/(F_{cr}^{0{,}876}\,\varrho_{21}^{0{,}124}),$$

iar pentru contactul dintre rola bombată şi căile de rulare obişnuite ($\varrho_{12} = 0$, $r_{12} = \infty$) (două contacte liniare modificate: unul la contactul pe inelul interior şi altul pe inelul exterior), rezultă:

$$r_{22} \cong 64\,000 l_a^{2,63} / (F_{cr}^{0,876} \varrho_{21}^{0,124}). \tag{24}$$

Înlocuind în relaţiile (23) şi (24) $\varrho_{21} = 2/D_r$ se ajunge la:

$$r_{12(22)} = 64\,000 l_a^{2,63} / [F_{cr}^{0,876} (2/D_r)^{0,124}] = 59\,000 l_a^{2,63} D_r^{0,124} / F_{cr}^{0,876}. \tag{25}$$

Dacă se notează:

$$D_r = K l_a \tag{26}$$

relaţia (25), cu valorile pentru K şi A luate din tabelul 5 [9], devine:

$$r_{12(22)} = 59\,000 A l_a^{2,754} / F_{cr}^{0,876}. \tag{27}$$

Tabelul 5

Valori pentru coeficienţii K *şi* A

Seria rulmentului	2 200	2 300	2 400	32 600	42 600	7 200	7 300	7 500	7 600
STAS		3043-52		3042-52			3920-53		
K	1	1	1	1	0,67	1	1	0,6	0,5
A	1	1	1	1	0,95	1	1	0,94	0,92

Cu ajutorul relaţiei (27), pentru $A = 1$ se poate construi diagrama din fig. 7, care permite determinarea rapidă a razei de bombare a căilor de rulare sau a rolelor, în funcţie de forţa critică de apăsare F_{cr} şi de lungimea rolelor l_a. Pentru rulmenţii din seriile 7 500, 7 600 şi 42 600 valorile astfel obţinute pentru razele de bombare urmează a fi amplificate cu coeficientul A corespunzător.

c) *Indicaţii generale pentru calculul razelor de bombare.* Se pot ivi următoarele cazuri: a) condiţiile de funcţionare, destinaţia rulmentului nu sînt cunoscute; b) condiţiile de funcţionare, destinaţia rulmentului sînt cunoscute. Pentru fiecare din aceste cazuri în parte, razele de bombare se vor putea calcula ţinîndu-se seama de locul unde se consideră contactul modificat şi anume:

1. Contact liniar modificat numai pe calea de rulare a inelului exterior — calea de rulare a inelului exterior bombată.

2. Contact liniar modificat numai pe calea de rulare a inelului interior — calea de rulare a inelului interior bombată.

3. Contact liniar modificat pe ambele căi de rulare—ambele căi de rulare bombate şi rolele nebombate sau rolele bombate şi căile de rulare nebombate.

În toate cazurile considerate mai sus se determină mai întîi capacitatea dinamică de bază a rulmentului. Pentru aceasta se poate folosi relaţia valabilă pentru toate cataloagele:

(28) $$C_b = \lambda\nu_{\text{bombat}} / \lambda\nu,$$

în care: C_b — capacitatea dinamică de bază a rulmentului cu contact modificat, C — capacitatea dinamică de bază a rulmentului de construcţie obişnuită, luată din catalog, $\lambda\nu_{\text{bombat}} / \lambda\nu = 1{,}12$ pentru un contact modificat (calea de rulare a inelului interior [5]).

4. Concluzii

Pe baza celor tratate în prezenta lucrare se pot trage următoarele concluzii:

a) În comparaţie cu alte mijloace (calitate de suprafaţă ridicată, joc intern cît mai mic în exploatare, montare corectă etc.), bombarea căilor de rulare sau a rolelor rulmenţilor cu role cilindrice sau conice este cel mai important mijloc de a mări capacitatea dinamică de bază a acestor rulmenţi.

După unele cercetări [5] bombarea corectă numai a căii de rulare a inelului exterior — un contact liniar modificat — aduce o mărire a capacităţii dinamice de bază cu 12% (corespunde o creştere a durabilităţii cu 43%) în comparaţie cu aceiaşi rulmenţi însă de construcţie obişnuită.

b) Construcţiile de rulmenţi cu două contacte modificate, cu ambele căi de rulare bombate şi rolele cilindrice sau conice, sau rolele bombate şi căile de rulare nebombate, ar aduce din acest punct de vedere avantaje şi mai mari.

c) Literatura de specialitate precizează şi unele indicaţii asupra prelucrării suprafeţelor bombate ale căilor de rulare sau ale rolelor [2], [6]. Alegerea variantelor de execuţie a căilor sau a rolelor bombate depinde de posibilităţile locale ale întreprinderilor care fabrică rulmenţi.

d) Metoda de determinare a razelor de bombare indicată în prezenta lucrare este stabilită pe baza literaturii de specialitate şi a încercărilor făcute pînă în prezent pe astfel de rulmenţi. Recomandări de raze de bombare nejustificate teoretic şi experimental nu trebuie luate în consideraţie deoarece pot duce chiar la construcţii de rulmenţi cu capacitate dinamică de bază mai mică decît a celor de construcţie obişnuită[6]). Problema de bază nu o constituie transformarea contactului liniar în contact punctual, ci transformarea contactului liniar cu concentrări de eforturi în contact liniar „modificat" fără concentrări de eforturi.

e) Deoarece săgeţile de bombare sînt de ordinul de mărime al deformaţiilor elastice de contact, pentru măsurarea lor sînt necesare aparate de mare precizie.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini

[6]) Determinarea razelor de bombare prin adoptarea concomitentă iniţială a semiaxei mari a elipsei de contact [6] $a = (0{,}35...0{,}4)\, l_a$ şi a mărimii efortului admisibil de contact $p = 10\,000$ kgf/cm² nu duce la rezultate concludente.

BIBLIOGRAFIE

1. Beizelman R. D., Tîpkin B. V., *Rulmenţi*, Ed. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
2. Burtov A. I., *Lagăre şi rulmenţi*, 1952, *9*, p. 19, IDT, (trad. din l. rusă).
3. Lundberg G., Forsch. Geb. Ing.- wesens, 1939, *5*.
4. Lundberg G., Palmgren A., Acta Polytechnica, Mech. Eng. Ser., 1947, **1**, *3.7*.
5. — Ibid., 1952, **2**, *4.96*.
6. Митерев Г. Г., Подшипник, 1951, *3*, стр. 6.
7. Palmgren A., *Grundlagen der Wälzlagertechnik*, Franckh'sche Verlagshandlung, Stuttgart, 1954.
8. Пономарев и др., *Расчет на прочность в машиностроении*, т. **2**, Машгиз, Москва, 1958.
9. Дашкевич Б. П. и др., *Атлас деталей машин. Передачи*, Гостехиздат, Киев, 1955.

РАСЧЕТ РАДИУСОВ ВЫПУКЛОСТИ ДОРОЖЕК И ТЕЛ КАЧЕНИЯ РОЛИКОВЫХ ПОДШИПНИКОВ

(Резюме)

Один из важных способов повышения основной динамической способности цилиндрических или конических роликоподшипников состоит в создании выпуклости с определенным радиусом тел и дорожек качения.

Дается способ определения величин радиусов и, соответственно, стрел выпуклости, таким образом, что под нагрузкой обычное линейное соприкасание превращается в линейное соприкасание без концентрирования напряжений на концах тел качения.

Во второй части работы дается способ определения критического давления на наиболее подверженное нагрузке тело качения при помощи отношений (1), (6), (7) и таблиц 1 и 2 для $L = 100$, таким образом, чтобы соприкасание между телом и дорожками качения не имело бы концентраций напряжений.

В подразделении **3** a) работы, дается метод определения радиуса выпуклости на основании критического давления при помощи отношений (8)...(18), таблиц 3 и 4 и рис. 5. Далее, в подразделении **3** b), указывается упрощенный метод расчета этих величин при помощи отношений (21)...(27), таблицы 5 и рис. 7.

В случае неточного расчета радиусов выпуклости поведение в производстве может оказаться менее выгодным чем подшипников обычной конструкции.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Распределение напряжений по длине соприкасания двух цилиндров с параллельными осями разных длин.

Рис. 2. — Распределение соприкасательных напряжений на эллиптической площади соприкасания. a — большая полуось эллиптической площади соприкасания; b — малая полуоси эллиптической площади соприкасания; p_{max} — максимальная соприкасательная напряжения.

Рис. 3. — Различные случаи распределения соприкасательных напряжений: a) $F = F_{cr}$, $2a = 1{,}5\, l_a$ — измененное линейное соприкасание без концентраций напряжений, b) $F < F_{cr}$; $2a < 1{,}5\, l_a$ — точечное соприкасание, c) $F > F_{cr}$, $2a > 1{,}5\, l_a$ — линейное соприкасание с концентрациями напряжений; *1* — реальное распределение соприкасательных напряжений; *2* — фиктивное распределение соприкасательных напряжений; *3* — реальная поверхность соприкасания; *4* — фиктивная поверхность соприкасания.

Рис. 4. — Сечение по радиусу подшипника с выпуклыми дорожками и телами качения; r_{11} — радиус дорожки качения внутреннего или наружного кольца; r_{12} — радиус выпуклости дорожки качения внутреннего или наружного кольца; r_{21} — радиус ролика, r_{22} — радиус выпуклости ролика; r_{11} и r_{21} находятся в перпендикулярной плоскости на оси подшипника; r_{12} и r_{22} — в плоскости сечения проходящие и через ось подшипника.

Рис. 5. — Зависимость между $1-\tau$ и μ в соответствие с уравнением $1-\tau \cong 2{,}1\mu^{-2{,}63}$.

Рис. 6. — Конструктивные размеры и радиусы выпуклости в подшипниках с выпуклыми дорожками и телами.

Рис. 7. — Диаграмма для быстрого определения радиусов выпуклости в зависимости от активной длины соприкасания и критического давления F_{cr} (уравнение (27)).

BERECHNUNG DER WÖLBUNGSHALBMESSER DER ROLLBAHNEN UND ROLLKÖRPER BEI ZYLINDER- UND KEGELROLLENLAGER

(Zusammenfassung)

Das wichtigste Mittel zur Steigerung der dynamischen Tragzahl C der Zylinder- und Kegelrollenlager besteht in der Wölbung der Rollen oder Rollbahnen mit einem gewissen Wölbungshalbmesser.

Es wird die Bestimmungsart der Grösse der Wölbungshalbmesser gezeigt, so das, unter der Lasteinwirkung, die gewöhnliche Linienberührung sich in eine Linienberührung ohne örtliche Spannungshäufungen auf der Rollbahn an den Enden der Rollen umwandelt.

Im Abschnitt **2** wird die Bestimmungsart der kritischen Druckkraft ($F_{cr2} = F_{cr}$) auf die meist beanspruchte Rolle mit Hilfe der Beziehungen (1), (6), (7) und Tafel 1 und Tafel 2, für $L = 100$ gezeigt, so dass keine örtlichen Spannungshäufungen bei der Berührung der Rolle mit der Rollbahn erscheinen.

Im Abschnitt **3** a) wird die Bestimmungsweise der Wölbungsshalbmesser auf Grund der kritischen Druckkraft gezeigt mit Hilfe der Beziehungen (8)...(18), Tafel 3, Tafel 4 und Abb. 5; im Abschnitt **3** b) wird die vereinfachte Methode für die Berechnung dieser Grössen mit Hilfe der Beziehungen (21)...(27), Tafel 5 und Abb. 7 gezeigt.

Wenn die Wölbungshalbmesser oder die Höhe der Wölbung nicht richtig berechnet sind, so ist das Betragen dieser Wälzlager im Betriebe viel unvorteilhafter wie das der gewöhnlicher Wälzlager.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Verteilung der Spannungen auf die Berührungslänge, bei Berührung zweier Zylinderrollen von verschiedenen Längen mit paralellen Achsen.

Abb. 2. — Verteilung der Berührugsspannungen auf der Ellipsendruckfläche. a — die grosse Halbachse der Ellipsendruckfläche ; b — die kleine Halbachse der Ellipsendruckfläche ; p_{max} — maximaler Berührungsspannung.

Abb. 3. — Verschiedene Fälle für die Verteilung der Berührungsspannungen. a) $F = F_{cr}$; $2a = 1{,}5\ l_a$ — veränderte Berührung ohne örtlichen Spannungshäufungen; b) $F < F_{cr}$; $2a < 1{,}5 l_a$ — Punktberührung; c) $F > F_{cr}$; $2a > 1{,}5 l_a$ — Linienberührung mit örtlichen Spannungshäufungen ; l_a — active Berührungslänge ; *1* — reelle Verteilung der Berührungsspannungen ; *2* — fiktive Verteilung der Berührungsspannungen ; *3* — reelle Berührungfläche ; *4* — fiktive Berührungsfläche.

Abb. 4. — Achsialer Querschnitt durch einen Wälzlager mit gewölbten Rollbahnen und Rollkörpern. r_{11} — Halbmesser der Rollbahn des inneren Ringes bzw. den ausseren Ringes; r_{12} — Wölbungshalbmesser der Rollbahn des inneren Ringes bzw. des ausseren Ringes; r_{21} — Halbmesser des Rollkörpers; r_{22} — Wölbungshalbmesser der Rollkörpers; r_{11} und r_{21} befinden sich auf der an der Rollkörperachse senkrechten Ebene ; r_{12} und r_{22} befinden sich in der Querschnittsebene die durch die Rollkörperachse geht.

Abb. 5. — Abhängigkeit zwischen $1 - \tau$ und μ, gemäss der Beziehung $1 - \tau \cong 2{,}1\mu^{-2{,}63}$.

Abb. 6. — Konstruktive Abmessungen und Wölbungshalbmesser bei Wälzlagern mit gewölbten Rollen und Rollbahnen. a — Zylinderrollenlager, b — Kegelrollenlager.

Abb. 7. — Diagramme für die schnelle Bestimmung der Wölbungshalbmesser abhängend von der aktiven Länge l_a der Rolle und der kritischen Druckkraft F_{cr} (Beziehung (27)).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

D. C. 531.32

ON THE FUNDAMENTAL FREQUENCIES OF CURVED BEAMS

BY

E. VOLTERRA and J. D. MORELL

Nomenclature

The following nomenclature is used in the paper:

X, Y, Z — axes of reference;

u, v, w — components of the elastic displacement of the axes of the arc in the X, Y and Z directions;

β — cosine of the angle between the X axis (unstrained) and the strained axis of Y;

M_x, M_y, M_z — bending and twisting moments;

P_0 — point of symmetry of the arc;

R — radius of curvature of the center line of the arc;

R_0 — radius of curvature of the center line of the arc at point P_0;

s — arc length;

L — total length of the arc;

l — chord of the arc;

f — camber of the arc;

Ω — cross-section area of the arc;

I_x, I_y — moments of inertia of the cross-section of the arc with respect to the X and Y axes;

I_p — polar moment of inertia of the cross-section of the arc with respect to the Z axis (for a circular cross-section $I_x = I_y = I$, $I_p = 2I$);

$r = \sqrt{I/\Omega}$ — radius of gyration of the cross-section;

$\delta = r/L$;

2α — angular distance between points of support of the arc;

φ — angle that the normal to the central line of the arc at a generic point makes with the axis of symmetry of the arc;

U — total potential energy of the arc;

T — total kinetic energy of the arc;

ω — lowest natural frequency;

E — Young's modulus
γ — Poisson's ratio
G — shear modulus
P — density
} for the material of the arc.

1. Introduction

Problems of vibration of circular rings have been discussed by H. Lamb [1], J. H. Michell [2] and A. B. Basset [3], [4], as well as others. H. Lamb [1], [5] derived the equations of motion for an open circular ring and solved them in the case of small curvature. In 1928 J. P. Den Hartog [6] applied the Rayleigh-Ritz method in finding

the lowest natural frequency of circular arcs with hinged or clamped ends in the case of vibrations occurring in the plane of initial curvature of the arc.

J. P. Den Hartog's results are of practical importance, as he has shown, in problems connected with vibrations of frames of electric machines [7].

In the present paper Den Hartog's results are extended to elastic arcs with clamped ends having center lines in the form of cycloids, catenaries and parabolas, in the cases of vibrations occurring either in the plane of the initial curvature of the arc or outside the plane of initial curvature.

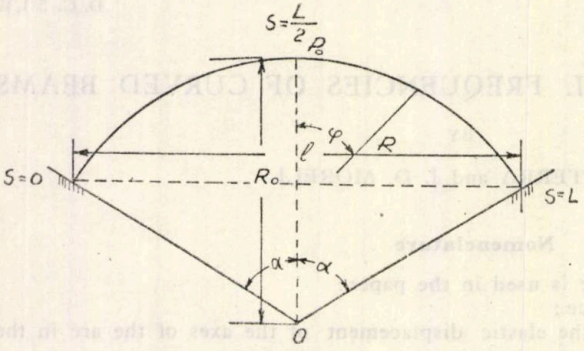


Fig. 1

The results for the lowest frequency ω, computed numerically, are presented in the form of tables and graphs for different angular distances 2α between the points of support of the arc and for different values of the ratio R_0/r (Fig. 1). In all the results presented the cross-section of the arc is circular.

Following Den Hartog, it is more convenient in the case of small angles α to express the results under the forms:

$$\omega_1 = (C_1/l^2)\sqrt{EI/(\varrho\Omega)} \quad \text{or} \quad \omega_2 = (C_2/f^2)\sqrt{EI/(\varrho\Omega)},$$

respectively for vibrations occuring in the plane of initial curvature of the arc (ω_1) or outside the plane of initial curvature of the arc (ω_2) (Fig. 1).

Calling Φ_i the quantity $\Phi_i = \sqrt{\varrho\omega_i^2 L^2/E}$, $(i=1,2)$, the following relationships are easily verified:

For the circle:

$$C_1 = [(2\sin^2\alpha)/\alpha]\,\Phi_1(R_0/r), \quad C_2 = [(1-\cos\alpha)^2/(2\alpha)]\,\Phi_2(R_0/r).$$

For the cycloid:

$$R = R_0\cos\varphi, \quad s = R_0(\sin\varphi + \sin\alpha), \quad L = 2R_0\sin\alpha,$$

$$l = R_0\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right), \qquad f = (R_0/2)\sin^2\alpha,$$

$$C_1 = \left[\left(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)^2/(2\sin\alpha)\right]\Phi_1(R_0/r), \qquad C_2 = \frac{1}{8}\sin^3\alpha\,\Phi_2(R_0/r).$$

For the catenary:

$$R = R_0/\cos^2\varphi, \quad s = R_0(\tan\varphi + \tan\alpha), \quad L = 2R_0\tan\alpha,$$

$$l = R_0\ln[(1+\sin\alpha)/(1-\sin\alpha)], \quad f = R_0(1/\cos\alpha - 1),$$

$$C_1 = (\{\ln[(1+\sin\alpha)/(1-\sin\alpha)]\}^2/(2\tan\alpha))\,\Phi_1(R_0/r),$$

$$C_2 = [(1/\cos\alpha - 1)^2/(2\tan\alpha)]\,\Phi_2(R_0/r).$$

For the parabola:

$$R = R_0/\cos^3\varphi\,, \quad S = \frac{1}{2}\,R_0\{\sin\varphi/\cos^2\varphi + \frac{1}{2}\ln[(1+\sin\varphi)/(1-\sin\varphi)] + \sin\alpha/\cos^2\alpha + \frac{1}{2}\ln[(1+\sin\alpha)/(1-\sin\alpha)]\}\,,$$

$$L = R_0\{\sin\alpha/\cos^2\alpha + \frac{1}{2}\ln[(1+\sin\alpha)/(1-\sin\alpha)]\}\,, \quad l = 2R_0\tan\alpha\,,$$

$$f = (R_0/2)(1/\cos^2\alpha - 1)\,,$$

$$C_1 = ((4\tan^2\alpha)/\{\sin\alpha/\cos^2\alpha + \frac{1}{2}\ln[(1+\sin\alpha)/(1-\sin\alpha)]\})\,\Phi_1(R_0/r)\,,$$

$$C_2 = [(1/\cos^2\alpha - 1)^2/(4\{\sin\alpha/\cos^2\alpha + \frac{1}{2}\ln[(1+\sin\alpha)/(1-\sin\alpha)]\})]\,\Phi_2(R_0/r).$$

2. Expressions for the potential and kinetic energies

The curved bar whose vibrations are to be studied is shown in Fig. 2. It is referred to a system of rectangular coordinates $OXYZ$ with the origin O at the centroid of the cross-section, the axes X and Y coinciding with the principal axes of inertia of the cross-section, and the axis Z with the tangent to the center line at O.

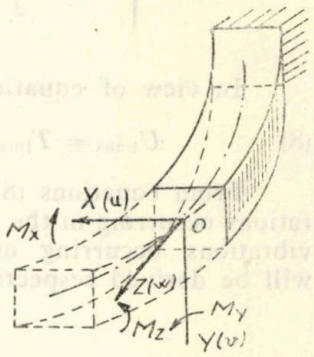


Fig. 2

The following equations will be verified [4], [8]:

$$(1)\qquad \begin{cases} M_x = EI_x(\beta/R - \partial^2 v/\partial s^2)\,, \\ M_y = EI_y[\partial^2 u/\partial s^2 + (1/R)\partial w/\partial s]\,, \\ M_z = GI_p(\partial\beta/\partial s + 1/R - \partial v/\partial s)\,. \end{cases}$$

The longitudinal strain is given by:

$$(2)\qquad \varepsilon_z = \partial w/\partial s - u/R\,.$$

In the case of a bar with a circular cross-section $I_p = 2I$, where $I = I_x = I_y$.

The total potential energy associated with the elastic deformation is:

$$(3)\qquad U = \frac{1}{2}\int_0^L \left[\frac{M_x^2}{EI} + \frac{M_y^2}{EI} + \frac{M_z^2}{GI_p} + E\,\Omega\varepsilon_z^2\right] ds\,.$$

The total kinetic energy associated with the particle motion is:

$$(4)\qquad T = \frac{1}{2}\varrho\,\Omega\int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 + \frac{I_p}{\Omega}\left(\frac{\partial\beta}{\partial t}\right)^2\right] ds\,.$$

By Rayleigh's principle one has:

$$(5)\qquad U_{\max} = T_{\max}\,.$$

By substituting equations (1) and (2) into equations (3) and (4) one obtains:

$$(6)\qquad \begin{cases} U_1 = \dfrac{EI}{2}\displaystyle\int_0^L \left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial s}\right)^2 \mathrm{d}s + \frac{E\Omega}{2}\int_0^L \left(\frac{\partial w}{\partial s} - \frac{u}{R}\right)^2 \mathrm{d}s, \\ T_1 = \dfrac{\varrho\Omega}{2}\displaystyle\int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2\right] \mathrm{d}s \end{cases}$$

and

$$(7)\qquad \begin{cases} U_2 = \dfrac{EI}{2}\displaystyle\int_0^L \left(\frac{\beta}{R} - \frac{\partial^2 v}{\partial s^2}\right)^2 \mathrm{d}s + \frac{GI_p}{2}\int_0^L \left(\frac{\partial \beta}{\partial s} + \frac{I}{R}\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 \mathrm{d}s, \\ T_2 = \dfrac{\varrho\Omega}{2}\displaystyle\int_0^L \left[\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)^2 + \frac{I_p}{\Omega}\left(\frac{\partial \beta}{\partial t}\right)^2\right] \mathrm{d}s. \end{cases}$$

In view of equations (6) and (7) equation (5) becomes respectively:

$$(8)\qquad U_{1\max} = T_{1\max}, \qquad (9)\qquad U_{2\max} = T_{2\max}.$$

From equations (8) and (9) the frequency equations for the vibrations occurring in the plane of initial curvature of the bar and for the vibrations occurring outside the plane of initial curvature of the bar will be derived respectively.

3. Vibrations in the plane of the initial curvature of the arc

The conditions which must be satisfied in this case at the extremities of the arc are:

$$(10)\qquad u = w = \partial u/\partial s = 0 \qquad \text{for} \quad s = \begin{cases} 0, \\ L. \end{cases}$$

Suitable analytical expressions for the components of the elastic displacement satisfying equations (10) are:

$$(11)\qquad u = A\,[1 - \cos(2\pi s/L)] \sin \omega t, \quad w = B \sin(2\pi s/L) \sin \omega t.$$

By inserting equations (11) into equations (6), one obtains:

$$(12)\qquad \begin{cases} U_{1\max} = (E\Omega L/4)\,(1/L^2)\,(A^2 k_1 + B^2 m_1 + 2AB n_1), \\ T_{1\max} = (\varrho\Omega L/4)\,\omega^2\,(3A^2 + B^2) \end{cases}$$

with

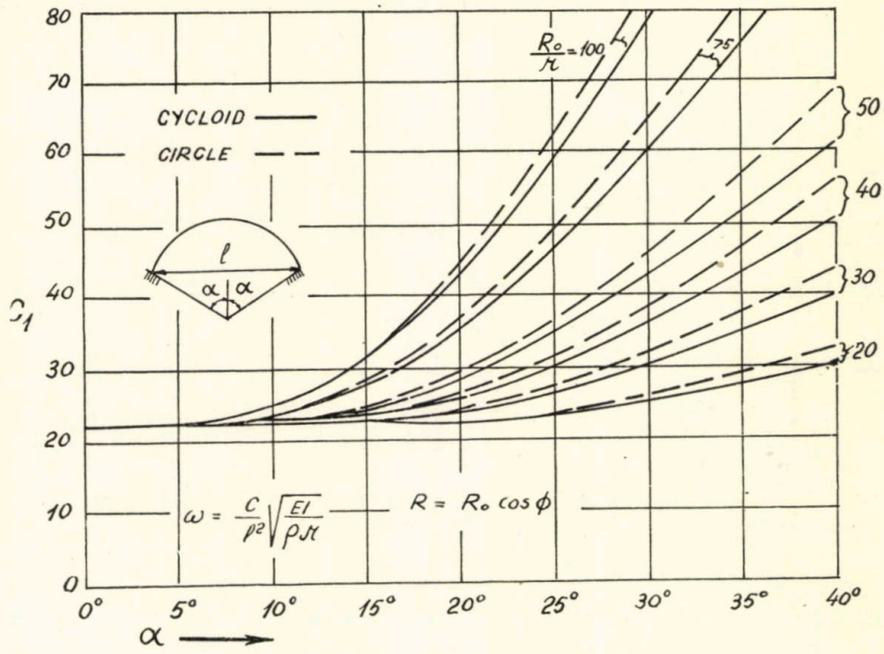


Fig. 3

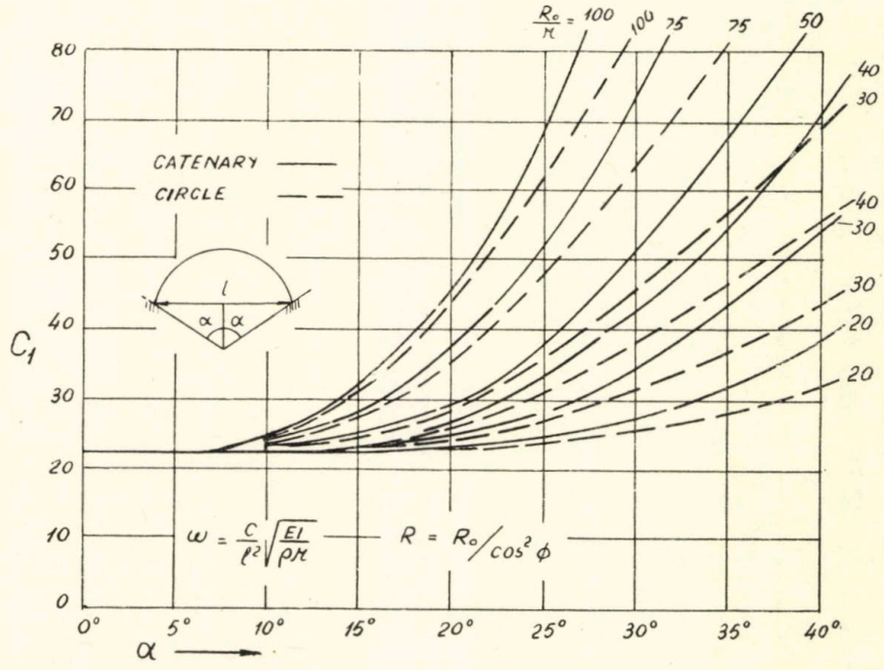


Fig. 4

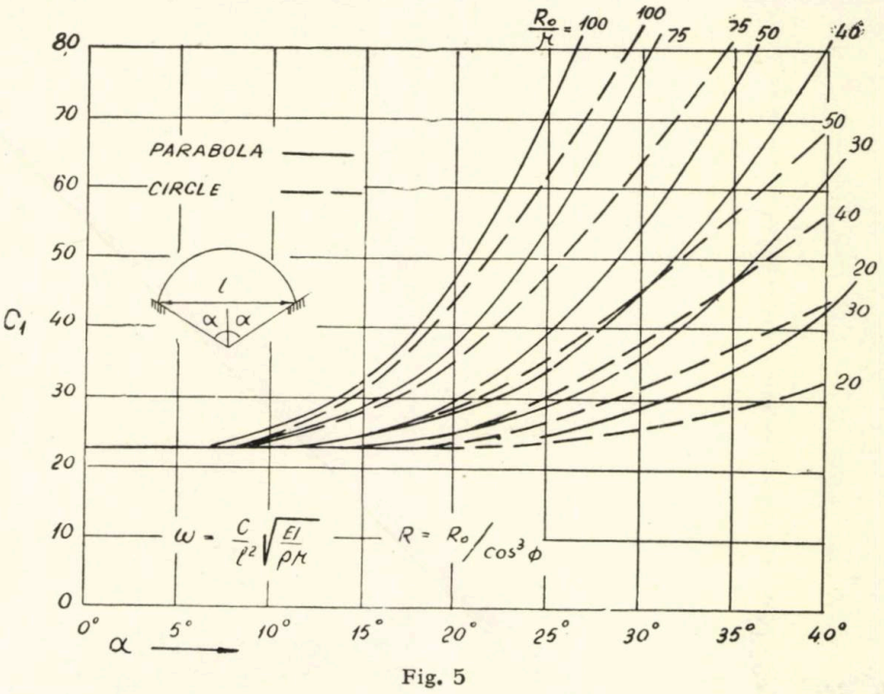
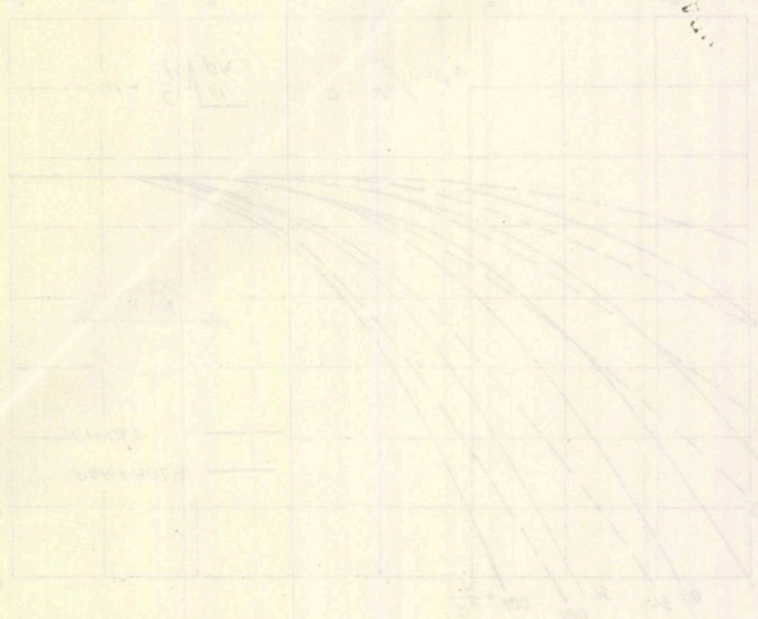
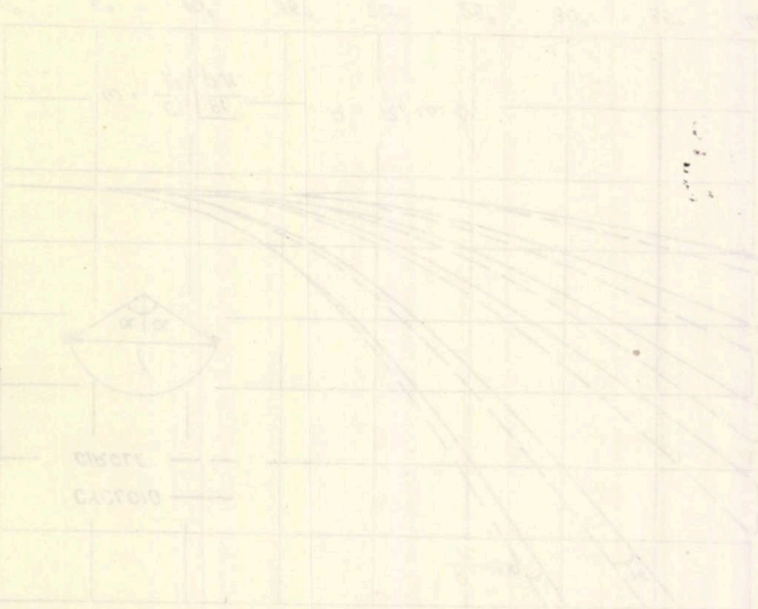


Fig. 5

BUDAPESTI MŰSZAKI EGY... KÖZPONTI ...





$$k_1 = \delta^2 (2\pi)^4 + \frac{2}{L}\int_0^L \left(\frac{L}{R}\right)^2 ds + \frac{2}{L}\int_0^L \left(\frac{L}{R}\right)^2 \left(\cos\frac{2\pi s}{L}\right)^2 ds - \frac{4}{L}\int_0^L \frac{L}{R}\cos\frac{2\pi s}{L}\, ds,$$

$$m_1 = \delta^2 (2\pi)^2 \frac{2}{L}\int_0^L \left(\frac{L}{R}\right)^2 \left(\cos\frac{2\pi s}{L}\right)^2 ds + (2\pi)^2,$$

$$n_1 = \delta^2 (2\pi)^3 \frac{2}{L}\int_0^L \frac{L}{R}\left(\cos\frac{2\pi s}{L}\right)^2 ds - (2\pi)\frac{2}{L}\int_0^L \frac{L}{R}\cos\frac{2\pi s}{L}\, ds +$$

$$+ (2\pi)\frac{2}{L}\int_0^L \frac{L}{R}\left(\cos\frac{2\pi s}{L}\right)^2 ds.$$

From equations (8) it follows that

$$\Phi^2 (3A^2 + B^2) = A^2 k_1 + B^2 m_1 + 2AB n_1, \tag{14}$$

where

$$\Phi^2 = \varrho\omega^2 L^2 / E. \tag{15}$$

By expressing that $\partial(\Phi)^2/\partial A = \partial(\Phi)^2/\partial B = 0$, the following frequency equation:

$$3\Phi^4 - \Phi^2 (k_1 + 3m_1) + (k_1 m_1 - n_1^2) = 0 \tag{16}$$

is obtained.

In Table 1 the values of the lowest root Φ_1 of equation (16) are given for the arcs of the circle, cycloid, catenary and parabola for values of the ratio R_0/r varying from 20 to 100 and the angle α varying from 5° to 40°.

Following Den Hartog, it is more convenient in the case of small angles α to express the results under the form (see Fig. 1):

$$\omega = (C_1/l^2)\sqrt{EI/(\varrho\Omega)}. \tag{17}$$

The numerical values of the constant C_1 for the cycloid, catenary and parabola, are given respectively in Fig. 3, 4 and 5. These values are compared in each figure with the corresponding values for the circle.

In the case of the circle, equations (14) become:

$$k_1 = 16\pi^4\delta^2 + 3L^2/R_0^2, \quad m_1 = 4\pi(1 + \delta^2 L^2/R_0^2), \quad n_1 = (2\pi L/R_0)(1 + 4\delta^2\pi^2). \tag{18}$$

These values for the circle are not however the same as those given by Den Hartog [6]. In fact Den Hartog assumes for the components of the elastic displacement instead of equations (12) the expressions

$$u = A[1 - \cos(2\pi s/L)]\sin\omega t, \quad w = -(a/\pi) A \sin(2\pi s/L)\sin\omega t. \tag{19}$$

Table 1

Values of the constant Φ_1

R_0/r \ α	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	
20	6.166	3.418	2.195	1.835	1.457	1.351	1.331	1.365	circle
	6.171	3.743	2.219	1.732	1.502	1.377	1.345	1.360	cycloid
	6.162	3.223	2.147	1.644	1.400	1.306	1.317	1.400	catenary
	6.160	3.206	2.124	1.617	1.374	1.291	1.321	1.432	parabola
30	4.343	2.184	1.499	1.296	1.107	1.102	1.155	1.240	circle
	4.349	2.203	1.515	1.230	1.138	1.106	1.145	1.209	cycloid
	4.332	2.159	1.469	1.180	1.084	1.099	1.186	1.319	catenary
	4.327	2.152	1.454	1.165	1.074	1.103	1.210	1.370	parabola
40	3.262	1.650	1.160	1.043	0.954	1.000	1.036	1.193	circle
	3.266	1.658	1.240	0.995	0.979	0.994	1.065	1.156	cycloid
	3.256	1.636	1.139	0.965	0.948	1.016	1.136	1.290	catenary
	3.250	1.626	1.129	0.957	0.947	1.029	1.169	1.347	parabola
50	2.612	1.331	0.963	0.897	0.874	0.951	1.053	1.171	circle
	2.615	1.337	0.970	0.864	0.896	0.937	1.026	1.124	cycloid
	2.605	1.319	0.947	0.847	0.879	0.975	1.112	1.276	catenary
	2.602	1.312	0.940	0.844	0.882	0.993	1.149	1.336	parabola
75	1.745	0.912	0.716	0.735	0.787	0.896	1.019	1.148	circle
	1.747	0.616	0.720	0.713	0.805	0.878	0.990	1.096	cycloid
	1.740	0.905	0.709	0.739	0.804	0.933	1.089	1.262	catenary
	1.738	0.901	0.706	0.714	0.812	0.956	1.129	1.326	parabola
100	1.312	0.710	0.607	0.667	0.754	0.876	1.007	1.348	circle
	1.314	0.712	0.608	0.652	0.770	0.855	0.972	1.086	cycloid
	1.309	0.574	0.604	0.658	0.776	0.918	1.080	1.257	catenary
	1.307	0.693	0.603	0.665	0.787	0.987	1.122	1.322	parabola

It follows for the constant C_1 in the Den Hartog's case the formula:

$$C_1 = 4\sqrt{(2/3)(R_0/r)^2 + (1/3)(\pi^2/\alpha^2 - 1)\sin^2\alpha}\,. \tag{20}$$

It should be pointed out that the method presented in this paper leads to lower values for the frequencies than in the Den Hartog paper.

4. Vibrations outside the plane of initial curvature of the arc

The conditions which must be satisfied in this case at the extremities of the arc are:

$$v = \partial v/\partial s = \beta = 0 \qquad \text{for} \qquad s = \begin{cases} 0, \\ L. \end{cases} \tag{21}$$

Suitable analytical expressions for the components of the elastic displacement satisfying equations (21) are:

$$v = A[1 - \cos(2\pi s/L)]\sin\omega t\,, \quad \beta = B\sin(\pi s/L)\sin\omega t\,. \tag{22}$$

By inserting equations (22) into equations (6) one obtains:

$$\begin{cases} U_{2\max} = (E\Omega L/4)\,\delta^2[(A/L)^2 k_2 + B^2 m_2 + 2(A/L)Bn_2], \\ T_{2\max} = (3\varrho\Omega L/4)\,\omega^2[(A/L)^2 + \delta^2 B^2]L^2 \end{cases} \tag{23}$$

with

$$\begin{cases} k_2 = (2\pi)^4 + \dfrac{(2\pi)^2}{1+v}\,\dfrac{2}{L}\displaystyle\int_0^L \left(\frac{L}{R}\right)^2 \sin^2\frac{2\pi s}{L}\,ds, \\ m_2 = \dfrac{\pi^2}{1+v} + \dfrac{2}{L}\displaystyle\int_0^L \left(\frac{L}{R}\right)^2 \sin^2\frac{\pi s}{L}\,ds, \\ n_2 = -\dfrac{2\pi^2}{1+v}\,\dfrac{2}{L}\displaystyle\int_0^L \frac{L}{R}\sin\frac{2\pi s}{L}\cos\frac{\pi s}{L} - (2\pi)^2\frac{2}{L}\int_0^L \frac{L}{R}\cos\frac{2\pi s}{L}\sin\frac{\pi s}{L}\,ds. \end{cases} \tag{24}$$

From equation (9) it follows that:

$$\Phi^2[3(A/L)^2 + 2\delta^2 B^2] = \delta^2[(A/L)^2 k_2 + B^2 m_2 + 2(A/L)Bn_2].$$

By expressing that $\partial(\Phi)^2/\partial A = \partial(\Phi)^2/\partial B = 0$, the following frequency equation:

$$\sigma\Phi_2^4 - \Phi_2^2(2k_2 - 3m_2/\delta^2) + (k_2 m_2 - n_2^2)/\delta^2 = 0 \tag{25}$$

is obtained.

In Table 2 the values of the lowest root Φ_2 of equation (25) are given for the circle, cycloid, catenary and parabola for values of the ratio R_0/r varying from 20 to 100 and the angle α varying from 5° to 40°.

Table 2

Values of the constant Φ_2

R_0/r \ α	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	
20	6.832	13.667	19.967	21.904	22.008	21.939	21.827	21.700	circle
	6.823	13.601	17.560	21.861	22.006	21.963	21.884	21.803	cycloid
	6.849	13.753	20.148	21.891	21.923	21.748	21.478	21.119	catenary
	6.853	13.877	20.148	22.249	21.974	21.810	21.548	21.211	parabola
30	10.246	20.214	22.391	22.359	22.249	22.113	21.965	21.815	circle
	10.233	20.125	22.384	22.362	22.268	22.153	22.041	21.934	cycloid
	10.065	16.690	22.383	22.323	22.161	21.921	21.617	21.233	catenary
	10.276	16.936	22.220	22.330	22.169	21.946	21.650	21.287	parabola
40	13.657	22.512	22.537	22.440	22.309	22.163	22.008	21.852	circle
	13.640	22.506	22.558	22.444	22.330	22.205	22.084	21.968	cycloid
	13.678	24.011	22.528	22.404	22.233	21.968	21.661	21.271	catenary
	13.694	22.520	22.397	22.402	22.222	21.987	21.683	21.313	parabola
50	17.052	21.339	22.578	22.468	22.334	22.184	22.027	21.821	circle
	17.036	22.639	22.579	22.605	22.356	22.228	22.109	21.993	cycloid
	17.082	22.644	22.570	22.433	22.299	21.995	21.681	21.290	catenary
	17.095	22.639	22.450	22.430	22.244	22.005	21.704	21.324	parabola
75	20.763	22.694	22.609	22.494	22.356	22.204	22.043	21.885	circle
	20.762	22.694	22.611	22.501	22.379	22.249	22.123	22.010	cycloid
	22.688	22.532	22.602	22.460	22.272	22.017	21.700	22.305	catenary
	22.617	22.691	22.492	22.455	22.265	22.023	21.712	21.336	parabola
100	22.753	22.706	22.619	22.502	22.264	22.211	22.051	21.890	circle
	22.753	22.673	22.620	22.510	22.387	22.256	22.130	21.016	cycloid
	22.760	22.710	22.612	22.469	22.282	22.022	21.706	21.311	catenary
	22.728	22.703	22.505	22.462	22.272	21.648	21.717	21.340	parabola

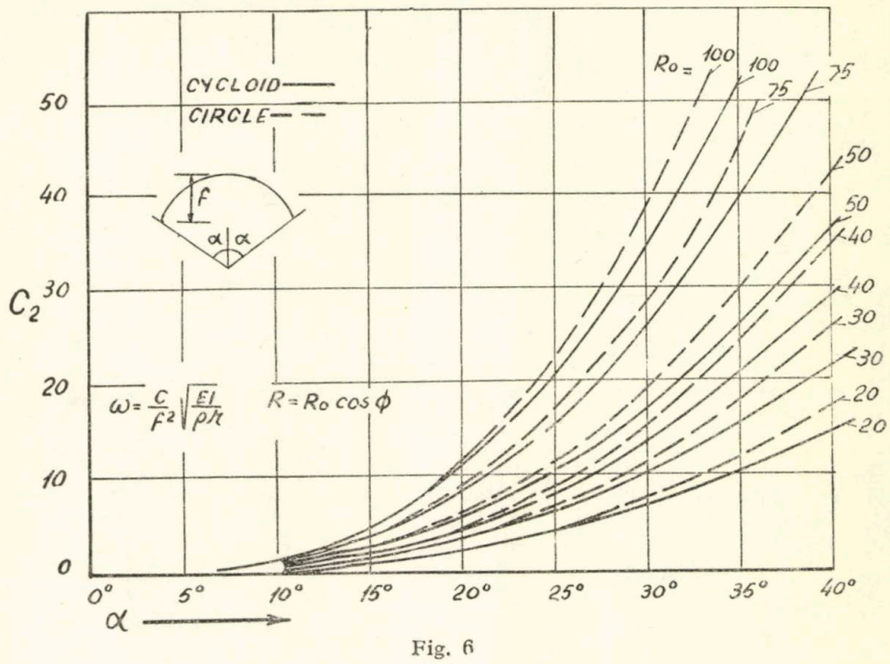


Fig. 6

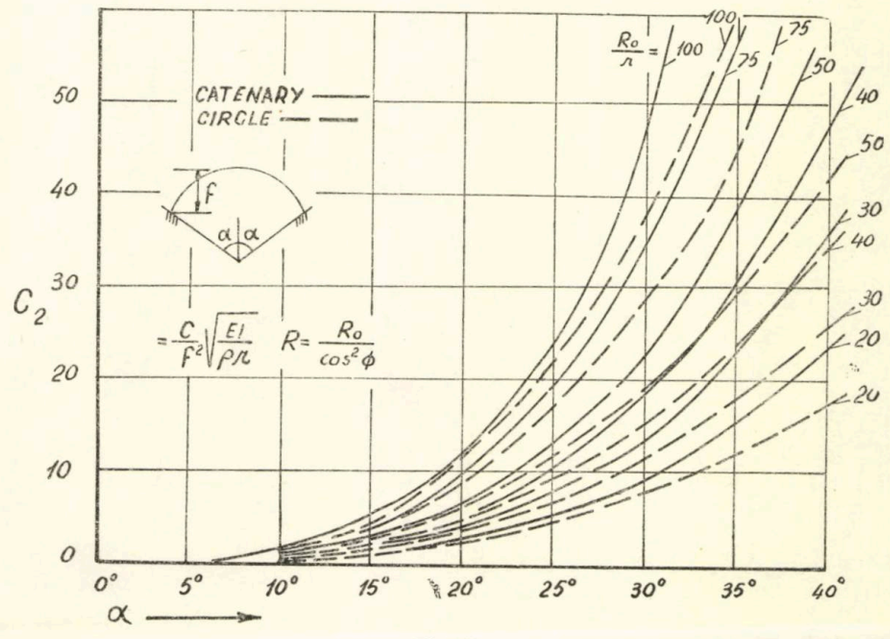


Fig. 7

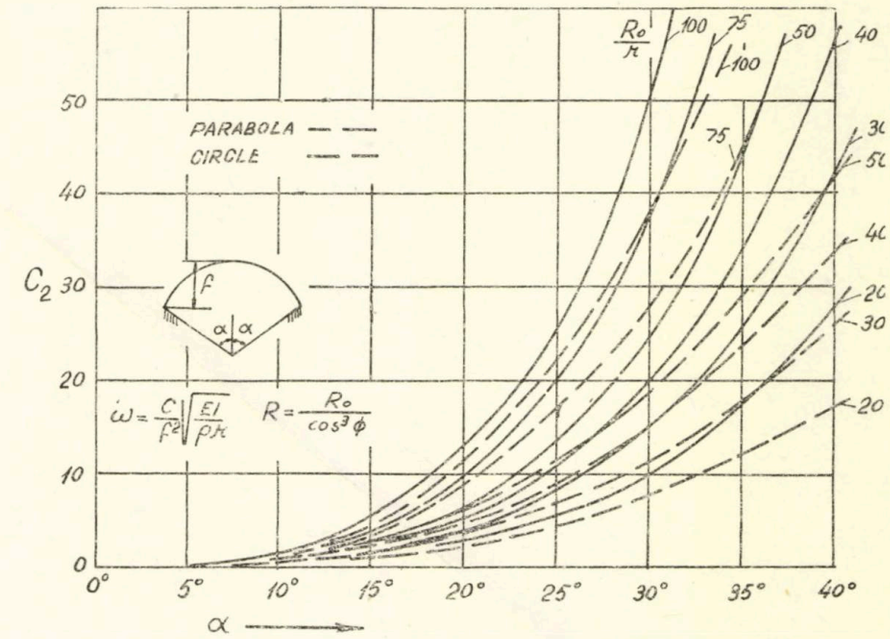
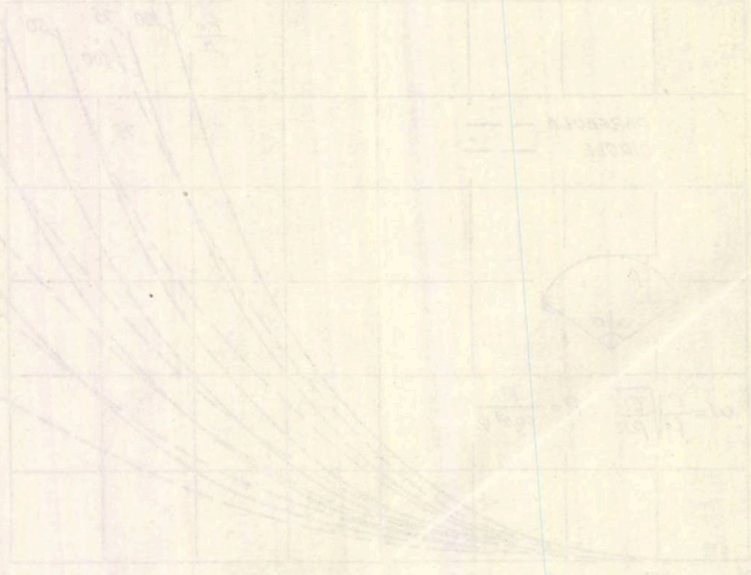


Fig. 8



In Fig. 6, 7 and 8 the numerical values of the constant C_2 according to the formula (see Fig. 1):

$$\omega = (C_2/f^2)\sqrt{EI/(\varrho\Omega)} \tag{26}$$

are given for the cycloid, catenary and parabola.

These values are compared in each figure with the corresponding values of the circle.

In the case of the circle equations (24) become:

$$\begin{cases} K_2 = (2\pi)^4 + 16a^2\pi^2/(1+v), \quad m_2 = \pi^2/(1+v) + (2a)^2, \\ n_2 = (32\pi a/3)[(2+v)/(1+v)]. \end{cases} \tag{27}$$

Received the 18 VII 1960

The University of Texas, Austin, USA

REFERENCES

1. Lamb H., Proc. London Math. Soc., 1887—1888, **XIX**, pp. 365—376.
2. Michell J. H., Mess. of. Math., 1889—1890, **XIX**, pp. 68—82.
3. Basset A. B., Proc. London Math. Soc., 1891—1892, **XXIII**, pp. 105—127.
4. Love A. E. H., *A treatise on the mathematical theory of elasticity*, 4.th ed., Cambridge Univ. Press, 1934, ch. **XXI**.
5. Lamb H, *The dynamical theory of sound*, London, Arnold, 1931, ch. **IV**.
6. Den Hartog J. P., Phil Mag. (7), 1928, **V**, pp. 400—408.
7. — Trans. Amer. Soc. Mech Eng., 1927—1928, **49—50**, Part. I, Papers No. APM. 50—and APM. 50—11.
8. Timoshenko S, *Strength of materials*, **II**, 3.rd ed., Van Nostrand, 1936, ch. **II**.

ОБ ОСНОВНЫХ ЧАСТОТАХ КРИВЫХ БАЛОК

(Резюме)

Различные задачи относительно вибраций круговых колец были частично рассмотрены и разрешены Г. Лембом [1], Дж. Г. Майчелем [2], А. Б. Бассетом [3], [4] и другими. Г. Лемб [1], [5] вывел уравнения движения кругового открытого кольца и решил их для случая малой кривизны кольца. В 1928 г. Дж. П. Ден Гартог [6] применил метод Рэлей-Рица к определению наиболее низкой собственной частоты в случае круговых дуг с одним свободным и другим защемленным или с обоими защемленными концами. Вспомогательная гипотеза в этой задаче относится к тому факту, что колебания происходят в плоскости начальной кривизны рассматриваемых дуг.

В данной статье авторы распространяют результаты Ден Гартога на гибкие дуги с защемленными концами, оси которых имеют форму циклоиды, цепной кривой и параболы. Не учитывая вышеуказанную ограничивающую гипотезу, возмущающие колебания имеют место как в плоскости начальной, так и вне этой плоскости.

Результаты, относящиеся к определению наиболее низкой частоты ω с численными вычислениями, даны в таблицах и графиках в соответствии с различными угловыми расстояниями 2α между точками опор дуг и для различных величин отношения R_0/r (рис. 1). Все полученные результаты относятся к случаю в котором нормальное сечение рассматриваемой дуги является круговым.

ASUPRA FRECVENŢELOR FUNDAMENTALE ALE GRINZILOR CURBE

(Rezumat)

Diferite probleme relative la vibraţii ale inelelor circulare au fost discutate, şi în parte şi rezolvate, de H. Lamb [1], J. H. Michell [2], A. B. Basset [3], [4] şi alţii. H. Lamb [1], [5] a dedus ecuaţiile de mişcare a unui inel circular deschis şi le-a rezolvat în cazul în care curba inelului este mică. În 1928 J. P. Den Hartog [6] a aplicat

metoda lui Rayleigh-Ritz la determinarea celei mai joase frecvenţe proprii în cazul arcelor circulare în consolă sau încastrate la extremităţi. Ipoteza suplimentară în această problemă se referea la faptul că oscilaţiile se produceau în planul curburii iniţiale a arcelor considerate.

În această lucrare autorii extind rezultatele lui Den Hartog la arce elastice cu capete încastrate avînd liniile centrelor în formă de cicloide, lănţişoare şi parabole. Fără a mai ţine seamă de ipoteza restrictivă menţionată mai sus, oscilaţiile perturbatoare au loc fie în planul curburii iniţiale, fie în afara acestui plan.

Rezultatele relative la determinarea celei mai joase frecvenţe ω, calculate numeric, sînt date sub formă de tabele şi grafice, în corespondenţă cu diferite distanţe unghiulare 2α între punctele de suport ale arcelor şi pentru valori diferite ale raportului R_0/r (fig. 1). Toate rezultatele obţinute se referă la cazul în care secţiunea dreaptă a arcului considerat este circulară.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 621.43

UN NOU CRITERIU PENTRU COMPARAREA CICLURILOR MOTOARELOR CU ARDERE INTERNĂ CU PISTON

DE

I. CURIEVICI şi ADOLF HAIMOVICI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28—30 octombrie 1960

1. Analiza ciclurilor maşinilor termice s-a limitat multă vreme la compararea randamentului termic al ciclurilor de diferite tipuri, cu randamentul ciclului Carnot care lucrează între aceleaşi limite de temperatură. Ulterior, în această analiză au pătruns tot mai mult, sub forma accesibilă calculului termodinamic, caracteristici derivate din experienţa construcţiei şi exploatării maşinilor termice, ceea ce a permis o mai mare apropiere a rezultatelor comparaţiei ciclurilor de problematica ridicată de condiţiile tehnice reale [1].

O contribuţie deosebită la progresul analizei ciclurilor în direcţia indicată a adus V. S. Martinovski [2]. Printre altele, Martinovski a propus aşa numita *caracteristică de gabarit* în compararea ciclurilor motoarelor cu ardere internă cu piston, care introduce în aprecierea acestora un element atît de important din punct de vedere tehnic şi economic, cum este volumul cilindrului. Ciclul care, pentru o putere şi o turaţie date, asigură volumul minim al agentului motor la sfîrşitul destinderii, a fost numit ciclul de gabarit minim.

În lucrarea de faţă, care se înscrie în cadrul tendinţelor de a apropia analiza ciclurilor de cerinţele tehnice şi economice, se reţine caracteristica de gabarit în aprecierea ciclurilor, dar se încearcă a se adînci latura economică a analizei, trecînd, în limitele posibilităţilor actuale, la problema costului unităţii de energie furnizate de motor şi introducerea corelativă a noţiunii de *ciclu de cost minim.*

2. În adevăr, presupunînd că un motor ideal lucrează după ciclul de gabarit minim pentru a realiza o anumită putere şi turaţie, rămîne deschisă problema economicităţii lui în ansamblu, deoarece condiţia de gabarit minim duce — final — la un ciclu cu un randament termic diferit de cel optim.

Spre a înlătura acest neajuns al criteriului lui Martinovski, formulăm problema în modul următor: *date fiind puterea unui motor, turaţia lui, temperaturile extreme între care evoluează agentul motor, şi tipul de ciclu, să se determine ciclul care realizează condiţiile de mai sus la un preţ de cost minim pe unitatea de lucru mecanic produs.*

Ca elemente ale preţului de cost alegem costul motorului pe unitatea de lucru mecanic şi costul combustibilului consumat pentru pro-

ducerea unităţii de lucru mecanic. Toate celelalte componente ale preţului de cost sînt considerate identice.

Vom nota: N — puterea motorului, (kgm/s), n — turaţia, (rot/min), V — volumul cilindrului, (m^3), L — lucrul mecanic pe ciclu, (kgm), v — volumul specific al agentului motor la sfîrşitul destinderii, (m^3/kg), G — cantitatea de agent motor pe ciclu, (kg), l — lucrul mecanic pe ciclu, pe kg agent motor, (kgm/kg).

Considerînd volumul cilindrului egal cu volumul agentului motor la sfîrşitul destinderii, rezultă $V = vG$. Pe de altă parte $N = nL / (m\,60)$, (m putînd fi 2 sau 4), iar $L = Gl$.

Prin urmare $N = nGl / (m\,60) = n(V / v)\,l / (m\,60)$ şi deci, $V = Nm\,60\,v / (n\,l)$.

Dacă q este cantitatea de căldură introdusă pe ciclu, pe kilogram de agent motor, iar costul combustibilului este direct proporţional cu cantitatea de căldură consumată, costul combustibilului pe ciclu, C_{comb}, va fi $C_{comb} = \alpha Gq$, iar costul combustibilului pe unitatea de lucru mecanic produs,

$$\bar{C}_{comb} = \alpha q / l,$$

în care α este un coeficient de proporţionalitate.

Să presupunem, pe de altă parte, că în genere, greutatea motorului, G_{mot}, este o funcţie oarecare de volumul V al cilindrului, $G_{mot} = f(V)$, iar costul motorului este direct proporţional cu greutatea lui, $C_{mot} = \beta'' f(V)$, funcţia $f(V)$ şi coeficientul de proporţionalitate β'' putînd fi diferite după tipul, puterea, turaţia motorului etc.

Durata totală de funcţionare normală a motorului, τ, la condiţii standard de funcţionare, depinde de temperaturile extreme şi de temperatura medie pe ciclu, de presiunea medie etc. În general,

$$\tau = \varphi(T_{med}, T_{max}, P_{med}, \ldots) \text{ ore.}$$

Costul motorului pe unitatea de lucru mecanic produs va fi, ţinînd seama de cele de mai sus:

$$\bar{C}_{mot} = \beta'' f(V) / [\tau\,(n / m)\,60\,L].$$

Extremizînd costul unităţii de lucru mecanic produs, respectiv suma

$$F = \bar{C}_{comb} + \bar{C}_{mot},$$

vom determina ciclul care realizează puterea şi turaţia date la un cost minim pe unitatea de lucru mecanic, adică ciclul de cost minim.

Ţinînd seama de relaţiile anterioare, în cazul general

$$F = \alpha q / l + \beta'' f(V) / (3600\,\tau N). \tag{1}$$

3. În cele ce urmează vom determina condiţia de cost minim pe exemplul unui ciclu mixt (fig. 1). Din lipsă de alte date, vom considera că greutatea motorului este direct proporţională cu V, ceea ce-i adevărat

măcar în unele cazuri (vezi de ex. [3, p. 14]). Vom mai admite că durata de funcţionare τ este funcţie numai de temperaturile extreme date şi are deci la un motor de tip, putere şi turaţie date, o valoare determinată. (Un caz analog apare de altfel la motoarele cu durată fixă de utilizare, cum sînt motoarele de avion). În aceste ipoteze, obţinem:

$$\overline{C}_{\text{mot}} = \beta' V / (3600\, \tau N) = \beta / l,$$

în care β înglobează toate mărimile constante, inclusiv v, care, în cazul ciclului mixt, este egal cu volumul specific al agentului motor în starea iniţială.

Funcţia care trebuie studiată, devine în acest caz:

$$F = aq / l + \beta / l = (aq + \beta) / l. \tag{2}$$

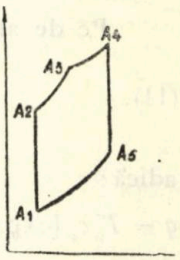


Fig. 1.

4. Presupunem că agentul motor care parcurge ciclul mixt atinge temperaturile extreme T_1 şi T_4. Fie (fig. 1):

a) A_1A_2 — porţiunea de ciclu reprezentînd compresia adiabatică, cu ecuaţia

$$S = S_1, \quad T_1 \leqslant T \leqslant T_2; \tag{3}$$

b) A_2A_3 — porţiunea de ciclu reprezentînd aportul isocor de căldură şi avînd ecuaţia

$$T = T_2' \exp (S / c_v), \quad T_2 \leqslant T \leqslant T_3; \tag{4}$$

c) A_3A_4 — porţiunea reprezentînd aportul isobar de căldură, dat prin:

$$T = T_2'' \exp (S / c_p), \quad T_3 \leqslant T \leqslant T_4; \tag{5}$$

d) A_4A_5 — porţiunea reprezentînd destinderea adiabatică, cu ecuaţia:

$$S = c_p \log (T_4 / T_0''), \quad T_5 \leqslant T \leqslant T_4; \tag{6}$$

e) în sfîrşit A_5A_1 — porţiunea care reprezintă evacuarea isocoră, cu ecuaţia

$$T = T_0''' \exp (S' / c_v), \quad T_1 \leqslant T \leqslant T_5. \tag{7}$$

Bine înţeles, valorile T_1, T_2, T_3, T_4 sînt arbitrare, cu condiţia:

$$T_1 \leqslant T_2 \leqslant T_3 \leqslant T_4; \tag{8}$$

T_5 este însă evident funcţie de T_1, T_2, T_3, T_4; expresia lui se obţine observînd, în primul rînd că:

$$\left\{\begin{array}{l} T_1 = T_0' \exp (S_1 / c_v), \quad T_2 = T_0'' \exp (S_1 / c_v), \\ T_3 = T_0'' \exp (S_2 / c_v) = T_0''' \exp (S_2 / c_p), \quad T_4 = T_0''' \exp (S_3 / c_p), \\ T_5 = T_0' \exp (S_3 / c_v), \end{array}\right. \tag{9}$$

unde cu S_1, S_2, S_3 am notat valorile lui S în punctele A_1, A_3 şi A_4 respectiv; eliminînd apoi T_0', T_0'', T_0''' şi S_1, S_2, S_3 se capătă:

$$T_5 = (T_1 T_3 / T_2)(T_4 / T_3)^k, \quad k = c_p / c_v. \tag{10}$$

Pe de altă parte, în expresia lui F, q şi l sînt daţi de

$$q = \int_{A_2 A_3 A_4} T \, dS, \quad l = \int_{A_2 A_3 A_4} T \, dS - \int_{A_1 A_5} T \, dS, \tag{11}$$

adică:

$$q = T_0'' c_v [\exp(S_2 / c_v) - \exp(-S_1 / c_v)] + T_0''' c_p [\exp(S_3 / c_p) - \exp(S_2 / c_p)] =$$
$$= c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3),$$

şi, în mod analog:

$$l = c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) - c_v (T_5 - T_1).$$

În loc să studiem variaţia lui F, o vom studia pe aceea a lui $1/F = R$, observînd în prealabil că putem scrie:

$$R = 1/F = \frac{1}{\alpha}\left[1 - \frac{c_v (T_5 - T_1) + h}{c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h}\right], \quad h = \frac{\beta}{\alpha}. \tag{12}$$

Pentru studiul pe care ni l-am propus, să calculăm $\partial R / \partial T_2$ şi $\partial R / \partial T_3$; avem:

$$\frac{\partial R}{\partial T_2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{T_5 [c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h] - T_2 [c_v (T_5 - T_1) + h]}{[c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h]^2 T_2}, \tag{13}$$

$$\frac{\partial R}{\partial T_3} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{T_5 [c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h] - T_3 [c_v (T_5 - T_1) + h]}{[c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h]^2 T_3}. \tag{14}$$

Perechile de valori (T_2, T_3) admisibile satisfac, cum am mai spus, (8); ele sînt deci reprezentabile, în planul $T_2 O T_3$ (fig. 2), prin puncte situate în triunghiul MNP sau pe frontiera lui.

Presupunînd $T_3 = \text{const.}$, derivata $\partial R / \partial T_2$ se anulează, dacă

$$[(c_v T_1 - h) T_2 T_3^{k-1} - 2 c_v T_1 T_4^k] T_2 + [h + c_p T_4 - (c_p - c_v) T_3] T_1 T_4^k = 0. \tag{15}$$

Evident, valorile lui T_2 care anulează membrul I al acestei ecuaţii, depind de T_3; curba reprezentativă a funcţiunii $T_2 = T_2(T_3)$ se descrie, observînd, în primul rînd, că nu pot exista puncte ale curbei, decît în porţiuni din plan în care cei doi termeni ai relaţiei (15) sînt de semne contrare, adică, dacă mai ţinem seama şi de (8), în porţiunea de plan (fig. 2) cuprinsă între OT_2, OT_3, dreapta

$$T_3 = (h + c_p T_4) / (c_p - c_v) \tag{D_1}$$

şi curba:

$$(C) \qquad (c_v T_1 - h)\, T_2 T_3^{k-1} - 2c_v T_1 T_4^k = 0.$$

(Curba (C) este reprezentată în ipoteza

$$(\star) \qquad c_v T_1 - h > 0,$$

ceea ce corespunde realităţii, dacă se ţine seama de valorile constantelor c_v şi h şi de valorile obişnuite între care variază T_1 la maşinile reale).

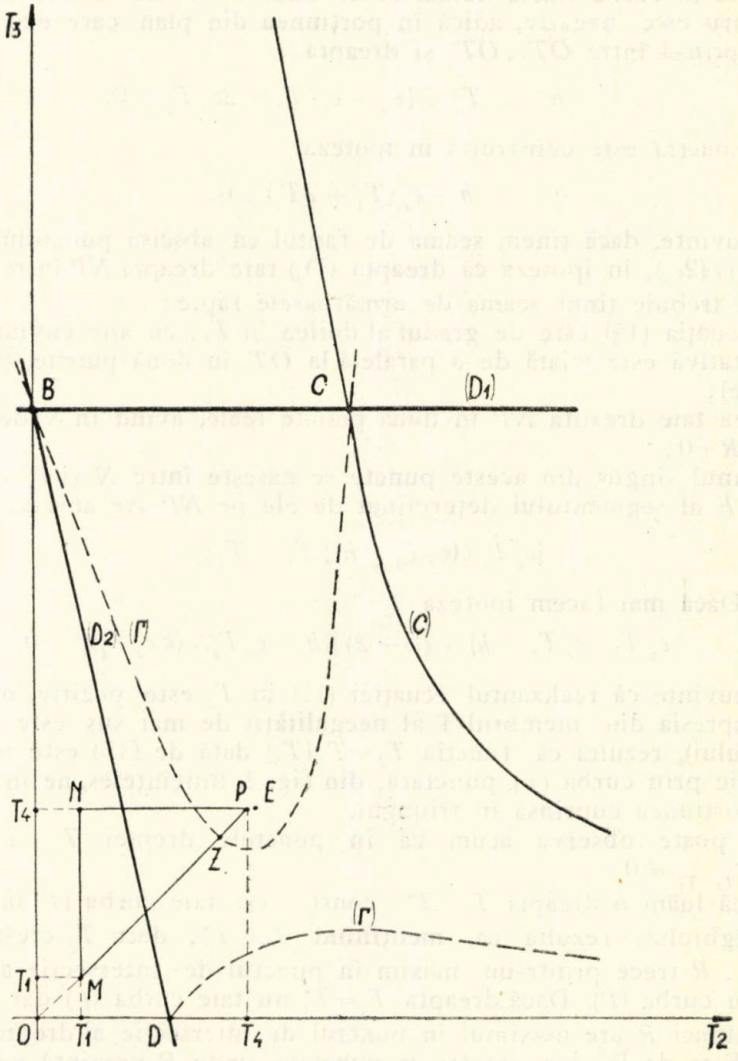


Fig. 2.

Se constată că triunghiul MNP se găseşte în întregime în această porţiune de plan; în adevăr, înlocuind coordonatele punctelor M, N, P în membrii I ai ecuaţiilor (D_1) şi (C) se capătă valori de aceleaşi semne ca

şi prin înlocuirea coordonatelor originii, ceea ce arată că aceste puncte se găsesc în aceeaşi regiune a planului determinată de (D_1) şi (C) ca şi O; se mai constată că curba noastră trece prin punctele B şi C de intersecţie a dreptei (D_1) cu OT_3 şi cu (C).

Scriind încă (13) sub forma:

$$(16) \qquad (c_v T_1 - h) T_2^2 T_3^{k-1} + [h + c_v T_4 - (c_p - c_v) T_3 - 2c_v T_2] T_1 T_4^k = 0,$$

se constată că curba există numai acolo unde al doilea termen al primului membru este negativ, adică în porţiunea din plan care exclude originea, cuprinsă între OT_2, OT_3 şi dreapta

$$(D_2) \qquad h + c_v T_4 - (c_p - c_v) T_3 - 2c_v T_2 = 0.$$

(Figura noastră este construită în ipoteza

$$(**) \qquad h + c_v (T_4 - 2T_1) > 0,$$

cu alte cuvinte, dacă ţinem seama de faptul că abscisa punctului D este $(h + c_v T_4)/(2c_v)$, în ipoteza că dreapta (D_2) taie dreapta NP între N şi P).

Mai trebuie ţinut seama de următoarele fapte:

a) ecuaţia (15) este de gradul al doilea în T_2, cu alte cuvinte, curba reprezentativă este tăiată de o paralelă la OT_2 în două puncte, (reale sau imaginare);

b) ea taie dreapta NP în două puncte reale, avînd în vedere că, în N şi P, $R=0$;

c) unul singur din aceste puncte se găseşte între N şi P, pentru că mijlocul E al segmentului determinat de ele pe NP are abscisa

$$[c_v T_1 / (c_v T_1 - h)] T_4 > T_4;$$

d) Dacă mai facem ipoteza

$$(***) \qquad c_v T_1 / (c_v T_1 - h) + (k-2) [(h + c_v T_4) / (k c_v T_4)]^k > 0,$$

cu alte cuvinte că realizantul ecuaţiei (15) în T_2 este pozitiv oricare ar fi T_3 (expresia din membrul I al neegalităţii de mai sus este minimul realizantului), rezultă că funcţia $T_2 = T_2(T_3)$ dată de (15) este reprezentată grafic prin curba (Γ), punctată, din fig. 2. Bineînţeles, ne interesează numai porţiunea cuprinsă în triunghi.

Se poate observa acum că în punctele dreptei $T_2 = T_1$, avem $(\partial R / \partial T_2)_{T_2 = T_1} = 0$.

Dacă luăm o dreaptă $T_3 = T_3^* = \text{const.}$, care taie curba (Γ) în interiorul triunghiului, rezultă că, menţinînd $T_3 = T_3^*$, dacă T_2 creşte de la T_1 la T_3, R trece printr-un maxim în punctul de intersecţie al acestei drepte cu curba (Γ). Dacă dreapta $T_3 = T_3^*$ nu taie curba (Γ) dar taie MN şi MP, atunci R are maximul în punctul de intersecţie al dreptei $T = T_3$ cu MP. Este de la sine înţeles că punctele unde R prezintă un maxim, sînt minime pentru F.

Se poate considera R şi ca funcţie de T_3 pentru $T_2 = \text{const.}$; nu ne vom mai ocupa de acest studiu, el făcîndu-se analog cu ceea ce am făcut pînă acum.

Vom observa însă că în punctele curbei (Γ) avem:

$$T_5 / T_2 = [c_v (T_5 - T_1) + h] / [c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h].$$

În consecinţă, în punctele acestei curbe avem

$$\partial R / \partial T_3 = (1 / \alpha) \cdot \{ T_5 / T_3 -$$

$$-[c_v (T_5 - T_1) + h] / [c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h] \} / [c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h],$$

adică

$$\frac{\partial R}{\partial T_3} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{c_v (T_3 - T_2) + c_p (T_4 - T_3) + h} \left(\frac{T_5}{T_3} - \frac{T_5}{T_2} \right). \tag{17}$$

Cum în cazul nostru $T_3 \geqslant T_2$, rezultă $\partial R / \partial T_3 > 0$, adică R este funcţie descrescătoare de T_3 în triunghiul MNP. Aşadar maximul lui R şi deci *minimul lui* F *este în punctul* Z *de intersecţie a curbei* (Γ) *cu latura* MP *a triunghiului*. Valoarea lui $T_2 = T_3$ în acest punct este rădăcina cuprinsă între T_1 şi T_4 a ecuaţiei

$$(c_v T_1 - h) T_2^{k+1} - (c_v + c_p) T_1 T_4^k T_2 + (h + c_p T_4) T_1 T_4^k = 0. \tag{18}$$

5. *Cazuri particulare.* a) Dacă $h = 0$, se obţine din (18) $T_2 = T_3 = T_4$; este cazul clasic al ciclului de randament maxim.

b) Dacă facem ca $h \to \infty$, se capătă ciclul de gabarit minim; pentru aflarea maximului lui R ecuaţia (18) devine:

$$T_2^{k+1} = T_1 T_4^k,$$

adică:

$$T_2 / T_1 = (T_4 / T_1)^{k/(k-1)} = (T_4 / T_3)^{k/(k-1)} (T_3 / T_2)^{k/(k-1)} (T_2 / T_1)^{k/(k-1)},$$

de unde, notînd încă ca de obicei, $\varepsilon = (T_2 / T_1)^{1/(k-1)}$, $\lambda = T_3 / T_2$, $\varrho = T_4 / T_3$, găsim:

$$\varepsilon = (\varrho \lambda)^{k/(k-1)}. \tag{19}$$

c) Dacă se consideră numai puncte de pe dreapta NP, aceasta revine la a studia ciclurile Otto $(T_3 = T_4)$. În acest caz ecuaţia (15) dă valoarea lui T_2 pentru care F este minim. Dacă mai facem atunci $h \to \infty$,

$$T_2^2 = T_1 T_4; \tag{20}$$

se recapătă astfel rezultatul lui Martinovski (*op. cit.*). În acest caz se mai constată

$$T_5 = T_2 = \sqrt{T_1 T_4}. \tag{21}$$

6. Din analiza expusă mai sus rezultă că, în condiţiile problemei, ciclul de cost minim este un ciclu cu aport de căldură la $p = \text{const}$.

Este desigur posibil ca acest rezultat să se datorească presupunerilor făcute şi anume: a) costul motorului pe unitatea de lucru mecanic este o funcţie liniară de V; b) durata de funcţionare este o funcţie numai de temperaturile extreme; c) ipotezelor (*), (**), (***), care derivă toate din ipoteza făcută asupra ordinului de mărime a raportului $h = \beta / \alpha$.

Indiferent de valabilitatea acestor ipoteze, se poate spera că pe baza cunoaşterii precise a dependenţelor funcţionale menţionate, este posibil să se aprecieze ciclurile reale prin compararea lor cu ciclul de cost minim corespunzător puterii, turaţiei şi temperaturilor extreme între care evoluează agentul de lucru.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de termotehnică,
Universitatea „Al. I. Cuza", Iaşi,
Seminarul matematic „A. Myller"

BIBLIOGRAFIE

1. Vukalovici M. P., Novikov I. I., *Termodinamica tehnică*, vol. **II**, Ed. Tehn. Buc., 1956, p. 577, (trad. din l. rusă).
2. Мартыновский В. С., *Термодинамические характеристики циклов тепловых холодильных машин*, ГЭИ, М.-Л., 1959.
3. Vanşeitd V. A. (red.), *Motoare Diesel*, Ed. Tehn., Buc., 1959, (trad. din l. rusă).

НОВЫЙ КРИТЕРИЙ СРАВНЕНИЯ ЦИКЛОВ ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ

(Резюме)

Замечая, что цикл минимального габарита, предложенный Мартыновским [2] как критерий сравнения циклов, имеет к. п. д. меньше максимального для цикла данного типа, вводится понятие цикла минимальной стоимости которое принимает во внимание помимо габарита и количество тепла, употребляемого для осуществления единицы работы. Как элементы стоимости единицы работы двигателя данной мощности, с данным числом оборотов и с данным пределом температур были взяты стоимость двигателя и стоимость горючего для единицы работы. Таким образом, проблема сводится к изучению минимума функции (1), которая после упростительных гипотез превращается в функцию F из (2). Исследование было сделано на примере смешанного цикла (рис. 1). Минимум функции F показан на рис. 2 точкой Z пересечения прямой $T_2 = T_3$ с кривой $\partial(1/F)/\partial T_2 = 0$. Выводится, что цикл минимальной стоимости в данном случае есть цикл ввода тепла при $p = \text{const}$. Авторы считают, что если даже упростительные гипотезы не всегда оправданы, сравнение циклов поршневых двигателей внутреннего сгорания, употребляя понятие цикла минимальной стоимости, представляется возможным и полезным с технической и экономической точек зрения.

UN NOUVEAU CRITÉRIUM POUR LA COMPARAISON DES CYCLES DES MOTEURS À COMBUSTION INTERNE À PISTON

(Résumé)

En partant de l'observation que le cycle à gabarit minimum proposé par V. S. Martinovski [2] comme un critérium pour la comparaison des cycles, a un rendement termique inférieur au maximum correspondant au cycle du type considéré, on introduit la notion de cycle de coût minimum qui prend en considération le gabarit, de même que la chaleur consommée par unité de travail produit. On a pris comme éléments du coût par unité de travail, pour un moteur à puissance, nombre de tours, et limites de température données, le coût du moteur et le coût du combustible par unité de travail. Le problème est ainsi ramené à l'étude du minimum de la fonction donnée par (1), qui, par suite de certaines hypothèses simplificatrices, se réduit à la fonction F de (2). Cette étude a été effectuée sur l'exemple du cycle mixte (fig. 1). Le minimum de F est représenté dans la fig. 2, par le point Z d'intersection de la droite $T_2 = T_3$ avec la courbe $\partial(1/F)/\partial T_2 = 0$. On aboutit à la conclusion que le cycle de coût minimum, dans le cas considéré, est un cycle à apport de chaleur à $p = \text{const}$. Les Auteurs considèrent que, même si l'utilisation des hypothèses simplificatrices n'est pas toujours justifiée, la comparaison des cycles des moteurs à combustion interne à piston avec le cycle de coût minimum s'avère possible et utile au point de vue technique et économique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 621.43.03

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA PERFECŢIONĂRII METODELOR DIRECTE DE DETERMINARE A CARACTERISTICILOR DE PULVERIZARE [1])

DE

MIRCEA ZUGRĂVEL

După cum se ştie, calitatea unei pulverizări depinde, în primul rînd, de finețea picăturilor pe care le conține. Trebuie avut însă în vedere faptul că picăturile dintr-o pulverizare diferă mult, ca mărime, între ele, de aceea aprecierea calităţii pulverizării se face ţinînd seama, pe lîngă finețe, şi de omogenitatea picăturilor din punct de vedere al dimensiunilor.

Pentru a ilustra calitatea unei pulverizări se utilizează curbele numite „caracteristici de pulverizare", trasate în funcție de numărul şi dimensiunile picăturilor de combustibil. Aceste caracteristici se determină pe cale experimentală, sau utilizînd anumite relaţii cu caracter semiempiric. Aceste relaţii, însă, datorită complexităţii procesului, nu pot lua în consideraţie toţi factorii care determină şi influenţează pulverizarea combustibilului, din care cauză măsurătorile experimentale, cu toate dificultăţile pe care le comportă, sînt preferate.

Determinarea pe cale experimentală a caracteristicilor de pulverizare nu se poate face direct pe motor, în timpul funcţionării acestuia, din cauză că picăturile încep să ardă chiar în timpul procesului de injecţie. Pentru aceasta, măsurătorile se fac pe instalaţii experimentale, cu ajutorul cărora se creează, artificial, condiţii de injecţie cît mai apropiate de acelea din timpul funcţionării normale a motorului.

În lucrările lor, Fr. Sass [5, pp. 41—49], T. M. Melkumov [3, pp. 188—218] şi E. Giffen [2], fac o trecere în revistă a metodelor experimentale utilizate pentru determinarea caracteristicilor de pulverizare, din care rezultă că principiul metodelor directe constă în aceea că picăturile de combustibil pulverizat se captează pe un mediu potrivit, după care se face numărătoarea şi măsurarea lor. În acest scop injecţia se face către o cuvă plină cu un lichid anumit, sau către o placă de sticlă acoperită cu un strat subţire dintr-o substanţă care reţine picăturile de combustibil. În unele cazuri, pentru a evita suprapunerea picăturilor captate, numărul lor se limitează cu ajutorul unui sistem de diafragmare, intercalat între pulverizator şi mediul de captare. Determinarea numărului şi dimensiunilor picăturilor captate se face, în general, cu ajutorul microscopului înzestrat cu ocular cu scală micrometrică.

Deoarece aceste metode presupun observarea directă a picăturilor de combustibil, eficienţa lor este influenţată, în mod hotărîtor, de calitatea mediului de captare. Pentru a fi indicat pentru lucru, un asemenea mediu trebuie să posede o serie de calităţi şi anume: a) să fie elastic, pentru a amortiza şocul din momentul contactului cu picătura; b) să împiedece aglomerarea picăturilor depuse şi să le menţină nedeformate un timp cel puţin egal cu durata determinării; c) să fie transparent în cazul în care observarea la microscop se face cu iluminare inferioară; d) să nu-şi modifice aceste proprietăţi în condiţiile în care se face determinarea.

---

1) Extras din dizertaţia *Influenţa uzurii asupra caracteristicilor de pulverizare ale sistemului de injecţie al motorului de tractor KD-35; mijloace pentru mărirea rezistenţei la uzură a elementului de pompă de injecţie*, susţinută la Institutul politehnic din Iaşi, la 30 iunie 1957, în vederea obţinerii titlului de candidat în ştiinţe tehnice.

Din lucrările menţionate mai sus se vede că drept medii de captare au fost utilizate fie substanţe solide, ca sticla afumată (Kuehn, Strazhewschi, Lee), hîrtia de sugativă (Bird) şi oxidul de magneziu (I. V. Astahov, I. F. Diteakin, I. I. Bogdanovici), fie substanţe lichide ca glicerina (Häuser şi Strobl, Heubner, Sass) şi soluţia apoasă 30% de Queol D (Wöltjen). În sfîrşit, Retel [4, p. 3] a folosit pentru captarea picăturilor un mediu preparat din 0,8 g gelatină, 20 cm^3 apă distilată şi 6 cm^3 soluţie apoasă 2,5% de bi-borat de sodiu.

În lucrarea de faţă s-a urmărit determinarea compoziţiei chimice a unui mediu de captare care să întrunească toate calităţile cerute. S-a stabilit astfel, după migăloase şi îndelungate cercetări, modul de preparare a unui asemenea mediu, care a dat foarte bune rezultate în practică.

Într-o eprubetă ce conţine 5 cm^3 de apă distilată, se introduc 0,75 g gelatină pură. Amestecul se încălzeşte în „bain-marie" la o temperatură de cc. 75°C şi se agită pînă la solvirea completă a gelatinei. Se adaugă apoi 0,25 cm^3 glicerină şi se agită în continuare, menţinîndu-se la aceeaşi temperatură, timp de 30 sec.

Separat se solvă 0,04 g oleat de sodiu pur în 1 cm^3 apă distilată. Această soluţie se toarnă în prima. Preparatul astfel obţinut are un aspect uşor lăptos, însă este perfect transparent în strat subţire. Nu trebuie păstrat însă prea mult timp, deoarece după cîteva zile îşi pierde proprietăţile.

Pentru utilizare, preparatul încălzit la cca. 50°C se toarnă într-un strat subţire, cu ajutorul unei pipete, pe o placă de sticlă foarte curată. Pentru ca stratul de gelatină să capete consistenţa necesară, placa se menţine timp de 10 min la o temperatură de cca. 15°C, într-un răcitor cu circulaţie de apă.

Datorită proprietăţilor suportului, picăturile captate nu se aglomerează şi se menţin pe placă, fără să se deformeze, timp de mai multe ore. Aceeaşi persistenţă se observă şi la picăturile fine, cu diametrul sub 5 μ, care devin chiar mai vizibile după trecerea unui timp oarecare de la captare.

Pentru captarea picăturilor placa se aşează în spaţiul închis în care se face injecţia.

Modul de amplasare a plăcii în raport cu pulverizatorul are o mare importanţă şi experienţa a dovedit [4, p. 4] că cele mai bune rezultate se obţin atunci cînd injecţia se face indirect. Pentru aceasta (fig. 1) placa, pe care se află stratul de gelatină *1*, este prevăzută cu o gaură centrală şi se aşează la acelaşi nivel cu orificiul pulverizatorului *2*. Picăturile de combustibil sînt captate pe măsura căderii lor, după ce trec prin găurile diafragmei *3*. Viteza de cădere fiind mică, deformarea şi pătrunderea picăturilor în stratul de gelatină sînt mici.

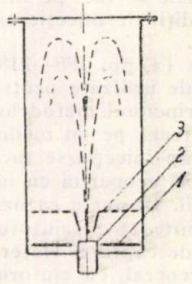


Fig. 1

Dacă întreaga cantitate de picături ar cădea pe placă, suprafaţa mediului de captare s-ar acoperi cu o peliculă continuă de combustibil deoarece picăturile s-ar suprapune şi s-ar aglomera. De aceea, în mod obişnuit, se utilizează un dispozitiv care să limiteze numărul picăturilor care se captează.

În cazul de faţă, în acest scop s-a folosit o diafragmă care să oprească cea mai mare parte a picăturilor care cad. Astfel, fenomenul real nu a fost denaturat deoarece s-au captat picături formate în toată perioada injecţiei.

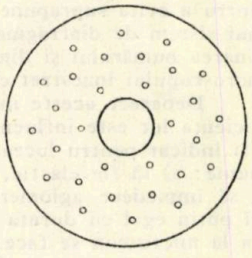


Fig. 2

Ca diafragmă s-a folosit un disc perforat din tablă, (fig. 2), găurile avînd un diametru de 3,5 mm. Diametrul găurilor, numărul şi aşezarea lor, au fost stabilite prin încercări, în aşa fel încît repartiţia picăturilor să fie uniformă, dacă diafragma se găseşte la o distanţă de 75 mm de suprafaţa mediului de captare.

Determinarea dimensiunilor şi a numărului picăturilor s-a făcut cu ajutorul microscopului înzestrat cu ocular cu scală micrometrică. Optica cea mai potrivită s-a dovedit a fi: a) obiectiv 10× cu luminozitate 0,15, b) ocular 15×. Lungimea tubului microscopului s-a ales în aşa fel încît, pentru optica de mai sus, o diviziune din scala micrometrică să reprezinte 10 μ.

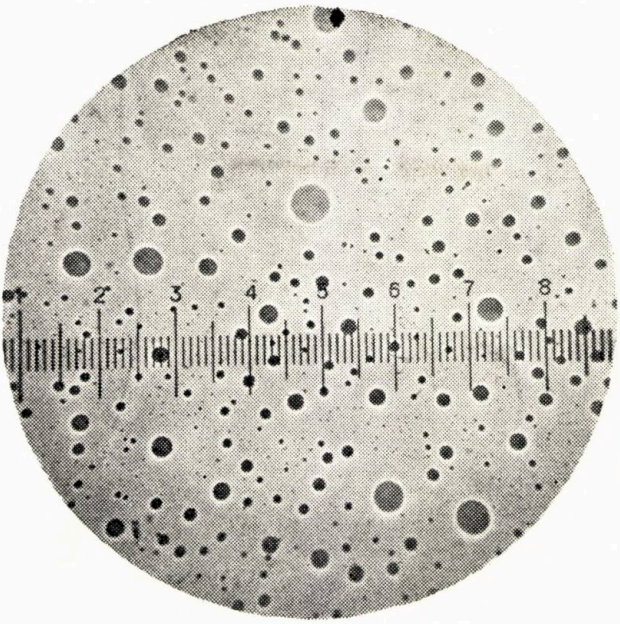


Fig. 3 a

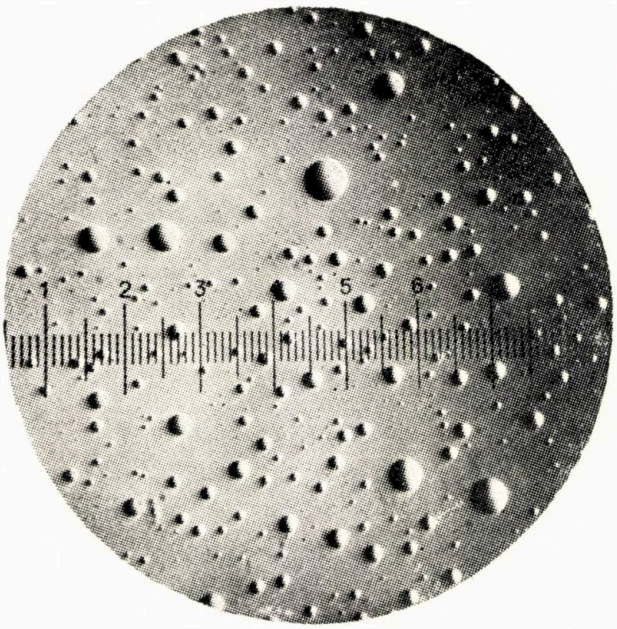


Fig. 3 b

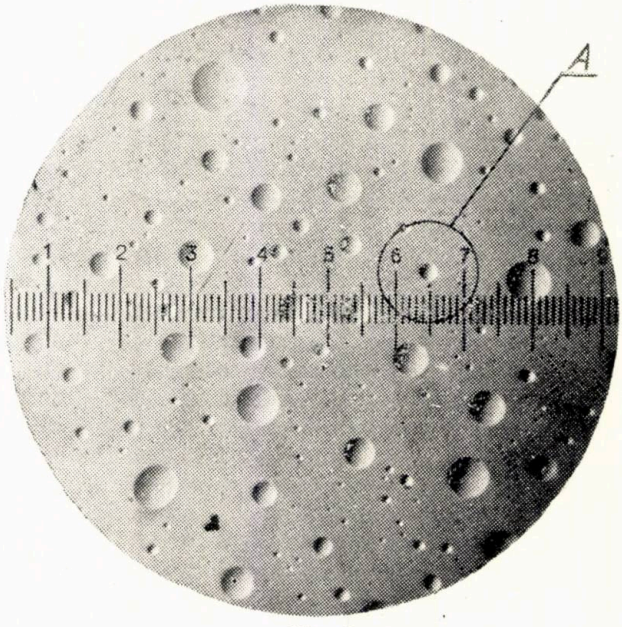


Fig. 5 a

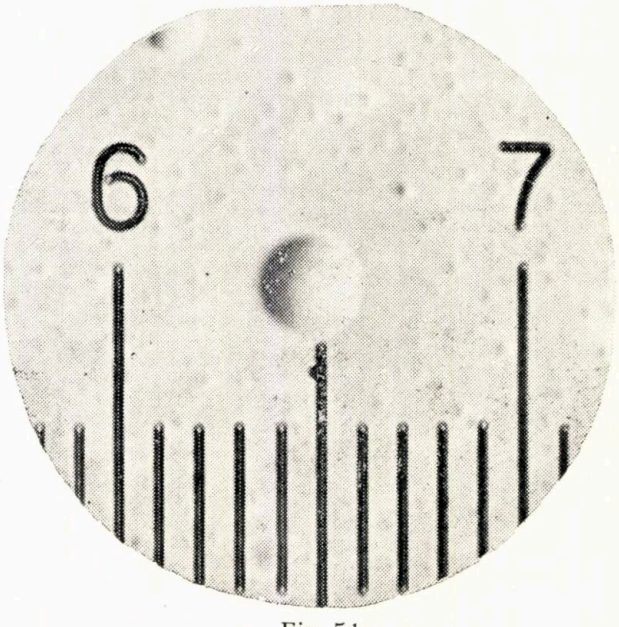


Fig. 5 b

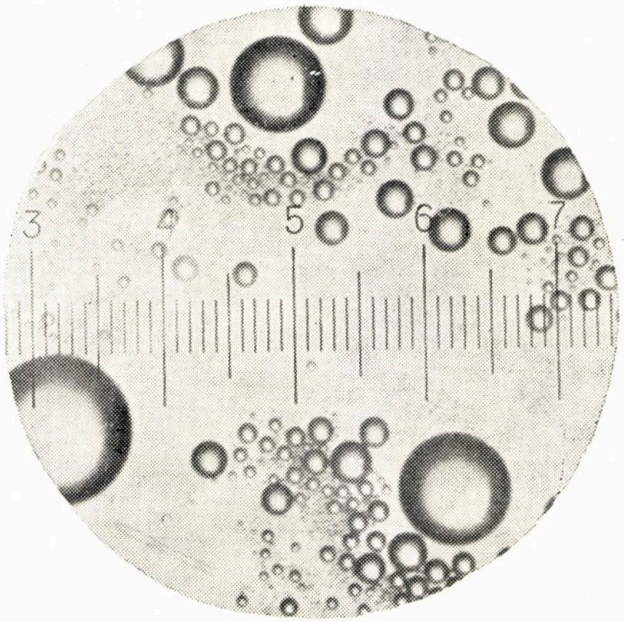


Fig. 6

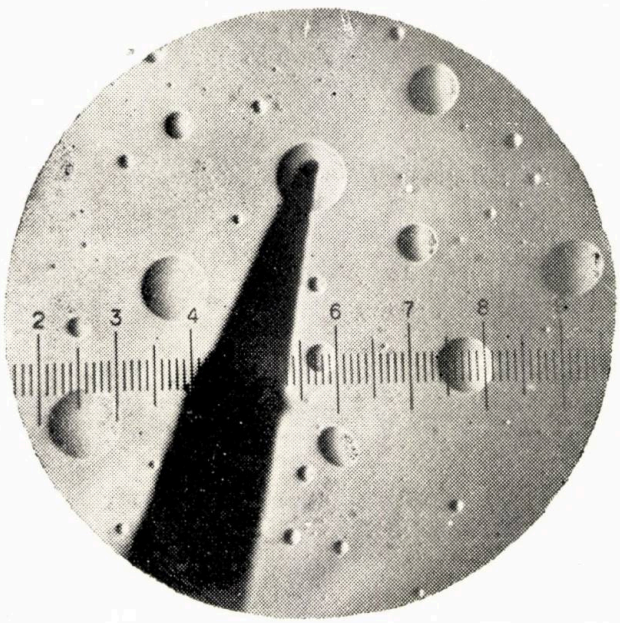


Fig. 9

Drept sursă luminoasă s-a folosit o lampă cu fascicul paralel, înzestrată cu un bec cu incandescenţă.

Din cauza transparenţei mari a picăturilor, obţinerea unei imagini corespunzătoare necesită condiţii speciale de iluminare. În urma încercărilor întreprinse cea mai potrivită s-a dovedit a fi iluminarea inferioară cu fascicul înclinat, realizată cu ajutorul oglinzii plane şi fără condensator.

Fără indicaţii amănunţite, obţinerea unei iluminări corecte necesită o oarecare practică a microscopului sau tatonări îndelungate. De aceea, în cele ce urmează, se expune modul de lucru care, de altfel, este foarte simplu.

Se aşează lampa la o distanţă de cca. 40 cm şi se controlează dacă oglinda microscopului este iluminată din plin. Această verificare se face aşezînd deasupra oglinzii o foaie de hîrtie albă.

Se face apoi centrarea fasciculului în modul următor: privind prin tubul microscopului, fără ocular, se mişcă oglinda pînă cînd imaginea ei luminoasă apare în centrul lentilei obiectivului.

După ce se montează ocularul iar lamela pe care se află picăturile se aşează pe măsuţa microscopului, se face punerea la punct pînă se obţine o imagine ca aceea din fig. 3 a. Pentru a se obţine imaginea din fig. 3 b se roteşte uşor oglinda în jurul axei sale.

Măsurarea picăturilor s-a făcut concomitent cu numărătoarea, direct, la microscop, utilizîndu-se un ocular cu scală micrometrică.

Deşi numai puţine dintre picăturile obţinute în urma pulverizării se găsesc captate pe placă, determinarea numărului şi dimensiunilor lor nu este posibilă, deoarece operaţia ar dura foarte mult. De aceea, în mod obişnuit, se procedează la numărarea şi măsurarea picăturilor de pe o mică suprafaţă a plăcii. În cazul de faţă această suprafaţă a fost luată egală cu 4 mm^2.

Însă, avînd în vedere că distribuţia picăturilor pe placă nu este uniformă, alegerea locului în care se face numărătoarea nu este indiferentă. Soluţiile care au fost propuse în diferite lucrări [4], [5] sînt arătate în fig. 4. În fig. 4 a se vedea că, pentru a preîntîmpina erorile care ar interveni în aprecierea calităţii pulverizării, din cauza distribuţiei neuniforme a picăturilor pe placă, numărătoarea trebuie efectuată în diferite regiuni ale plăcii, în fiecare punct numărîndu-se întreg cîmpul microscopului.

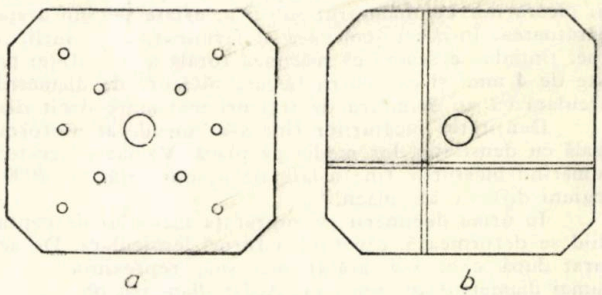


Fig. 4

Numărarea picăturilor din întreg cîmpul microscopului, chiar cînd se utilizează ocularul cu reţea micrometrică, este o operaţie dificilă, de aceea în lucrarea de faţă s-a utilizat metoda din fig. 4 b recomandată de René Retel [4, p. 9]. După Retel, pentru a se acoperi regiuni cît mai diferite ale plăcii, se efectuează numărătoarea picăturilor de pe două fîşii perpendiculare ce străbat placa de la un capăt la altul. Lăţimea fîşiei se fixează între două diviziuni ale scalei ocularului, convenabil alese. Deplasînd placa prin faţa obiectivului microscopului, picăturile dintre cele două diviziuni se înregistrează pe măsură ce depăşesc un anumit reper.

Deoarece densitatea picăturilor a fost mare, în cazul nostru s-a făcut numărătoarea de pe o singură fîşie, cu lăţimea de 0,1 mm, deplasarea mesei microscopului, adică lungimea fîşiei, fiind de 40 de mm.

Înscrierea rezultatelor numărătorii s-a efectuat grupînd picăturile după dimensiuni. Gruparea s-a făcut pentru picăturile mici din 5 în 5 μ şi pentru cele mari din 10 în 10 μ. Astfel, prima grupă cuprinde picăturile cu un diametru inferior celui de 5 μ, a doua, picăturile al căror diametru este cuprins între 5 şi 10 μ, a treia, între 10 şi 20 μ ş. a. m. d.

Toate picăturile aflate într-o anumită grupă au fost considerate ca avînd un diametru egal cu diametrul mediu al grupei. Astfel, toate picăturile aflate în grupa 5...10 μ au fost considerate că au un diametru de 7,5 μ, cele din grupa de 10...20 μ au fost considerate de 15 μ etc.

Trebuie însă menţionat faptul că nu a fost posibil să se facă numărătoare exactă a picăturilor fine, cu diametrul sub 5 μ.

Fotografia din fig. 5 a reprezintă aspectul plăcii pe care s-au captat picăturile de combustibil pulverizat cu ajutorul unui pulverizator cu ştift, tip R. S. 1,5×15. În fig. 5 b porţiunea încercuită din prima fotografie s-a mărit mult, pentru a se scoate în evidenţă picăturile fine.

După aspectul plăcii din fig. 5 a şi din toate celelalte fotografii ale pulverizărilor obţinute în diferite condiţii, a rezultat că numărul de picături ce au un diametru sub 5 μ este cu mult mai mare decît numărul picăturilor de alte dimensiuni. Acelaşi lucru se observă şi în cazul picăturilor captate în mediu lichid (fig. 6).

Orice încercare de a determina cu exactitate numărul acestor picături a dat greş chiar în cazul cînd numărătoarea s-a făcut pe fişii foarte înguste. S-a observat însă o anumită aşezare a picăturilor care imprimă plăcii un aspect caracteristic. Din fig. 5 a se observă că picăturile mici formează un fond al plăcii, distribuţia lor fiind foarte uniformă. Se vede de asemenea că în jurul picăturilor mari există suprafeţe libere inelare pe care picăturile mici nu s-au depus. Acest fenomen a fost explicat [4, p. 4] ca fiind datorat electrizării particulelor în urma frecărilor cu mediul. Această electrizare, pe lîngă că împiedică aglomerarea picăturilor în vînă, le face să se disperseze uniform pe placă. Picăturile mari avînd însă o viteză de cădere mai mare, se depun pe placă primele şi-şi creează gol în jur, respingînd pe cele care cad în urma lor.

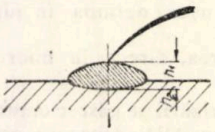


Fig. 7

Din măsurătorile întreprinse s-a stabilit că diametrul acestui gol este cu atît mai mare cu cît picătura este mai mare. În general, diametrul suprafeţei libere a fost de trei ori mai mare decît diametrul observat al picăturii (fig. 5 b).

Pe baza acestor observaţii a fost posibilă determinarea aproximativă a numărului picăturilor cu diametrul sub 5 μ, aflate pe suprafaţa fişiei pe care s-a făcut numărătoarea. În acest scop s-a determinat, mai întîi, suprafaţa ocupată de picăturile fine, ţinîndu-se seama că mărimea totală a suprafeţei pe care s-a făcut numărătoarea este de 4 mm² şi că pentru fiecare picătură de diametru mare există o suprafaţă liberă circulară cu un diametru de trei ori mai mare decît diametrul picăturii respective.

Densitatea picăturilor fine s-a considerat uniformă pe toată această suprafaţă şi egală cu densitatea lor medie pe placă. Valoarea acestei densităţi medii s-a determinat numărînd picăturile fine aflate pe o suprafaţă de 2000 μ², luată ca unitate, în zece regiuni diferite ale plăcii.

În urma depunerii pe suprafaţa mediului de captare, picăturile de combustibil lichid se deformează, căpătînd o formă lenticulară. De aceea, diametrul picăturilor, măsurat după cum s-a arătat mai sus, reprezintă numai diametrul amprentelor. Acest diametru observat este diferit de cel real şi anume mult mai mare decît acesta.

Pentru ca rezultatele să nu fie eronate, trebuie determinate diametrele reale, corespunzătoare diferitelor diametre observate. În acest scop s-a considerat că picătura observată are aproximativ forma unei calote sferice (fig. 7). Determinînd volumul acestei calote s-a putut uşor calcula diametrul sferei cu acelaşi volum, adică tocmai diametrul real al picăturii. Pentru a se determina volumul picăturilor deformate, pe lîngă diametrul observat, trebuie cunoscută şi înălţimea lor.

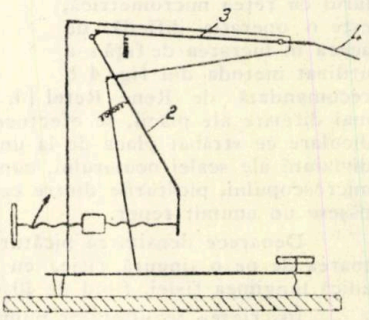


Fig. 8

Măsurarea înălţimii picăturilor s-a făcut, după recomandaţia lui Retel [5], la microscop, cu ajutorul dispozitivului reprezentat în fig. 8. Principial, dispozitivul se compune dintr-un sistem de pîrghii (*2* şi *3*), acţionate cu ajutorul şurubului micrometric *1*, ce servesc la deplasarea acului *4*. Sistemul a

fost astfel calculat încît unei rotaţii complete a şurubului să-i corespundă o deplasare de 2 μ, pe verticală, a vîrfului acului.

Pentru a determina înălţimea unei picături cu ajutorul acestui dispozitiv, se aduce vîrful acului deasupra şi se coboară încet, pînă în momentul în care atinge centrul calotei (fig. 9). Vîrful se urmăreşte cu obiectivul microscopului astfel ca imaginea sa să fie tot timpul clară şi astfel să se poată observa contactul cu picătura. Dacă în acest moment imaginea este perfect clară, se notează diviziunea de pe şurubul de reglaj fin al microscopului. După înlăturarea picăturii de combustibil, vîrful se coboară pînă în momentul în care face contact cu fundul alveolei. Se pune la punct imaginea şi din nou se înregistrează diviziunile de pe şurubul de reglaj. Diferenţa dintre cele două citiri va reprezenta distanţa cu cît a fost coborît acul, adică tocmai înălţimea totală a picăturii.

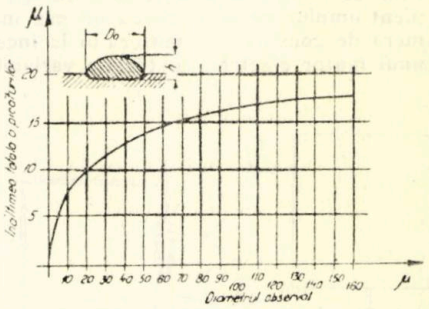


Fig. 10

Golirea alveolei se face transportînd picătura cu ajutorul aceluiaşi vîrf. Vîrful, după ce se înfige în picătură, se deplasează lateral. În acest mod tot combustibilul conţinut în alveolă este transportat în altă parte şi lăsat în acel loc prin simpla ridicare a acului.

Pe baza acestor măsurători s-a trasat curba care dă înălţimea totală a calotei în funcţie de diametrul observat (fig. 10). Fiecare punct al curbei este rezultatul mai multor măsurători. Pentru picăturile fine se observă că înălţimea picăturilor creşte mult o dată cu creşterea diametrului. Curba se aplatizează în regiunea diametrelor mari, înălţimile picăturilor nedepăşind, în medie, 18 μ.

Diametrul real al picăturilor în funcţie de diametrul lor observat este dat de curba din fig. 11. Diferenţa dintre aceste două diametre este cu atît mai mare cu cît

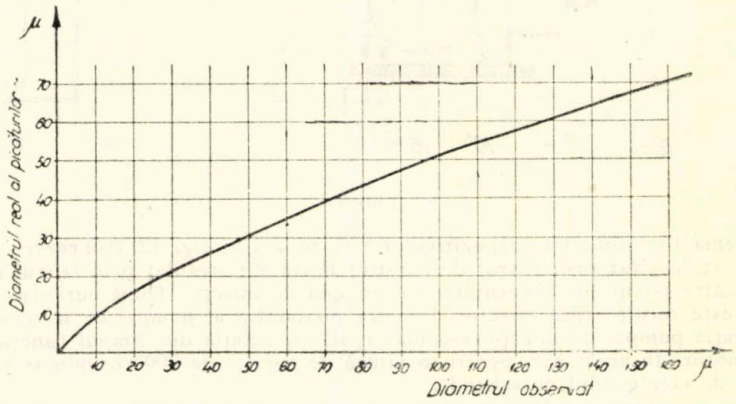


Fig. 11

picăturile sînt mai mari. Aceasta din cauză că în cazul picăturilor mari şi aplatizarea lor este mai accentuată.

Pentru diferitele grupe de dimensiuni, diametrele reale medii sînt date în tabelul 1.

Tabe

Diametrul observat (μ)	1...5	5...10	10...20	20...30	30...40	40...50	50...60	60...70	70...80	80...90
Diametrul real mediu (μ)	4	6,9	13,1	18,7	29	32,6	37	41	45	48,6

După cum am văzut mai sus, nu este posibil ca picăturile de combustibil să fie captate chiar în camera de combustie a motorului. Prin urmare, instalaţia experimentală ce se utilizează în acest scop influenţează în mare măsură asupra exactităţii rezultatelor.

Instalaţia experimentală a fost concepută astfel încît pulverizarea combustibilului să se facă în condiţii cît mai apropiate de acelea a'e funcţionării reale pe motor. Principial instalaţia este constituită din sistemul de injecţie complet al motorului, un dispozitiv de antrenare şi un dispozitiv care face posibilă captarea unei singure injecţii în timp ce pompa se roteşte la o turaţie dinainte stabilită. Injecţia se face într-un recipient umplut cu aer, sau cu un gaz inert, aflat sub o presiune egală cu aceea din camera de combustie a motorului la începutul injecţiei. Antrenarea se face cu ajutorul unui motor electric, cu turaţie variabilă.

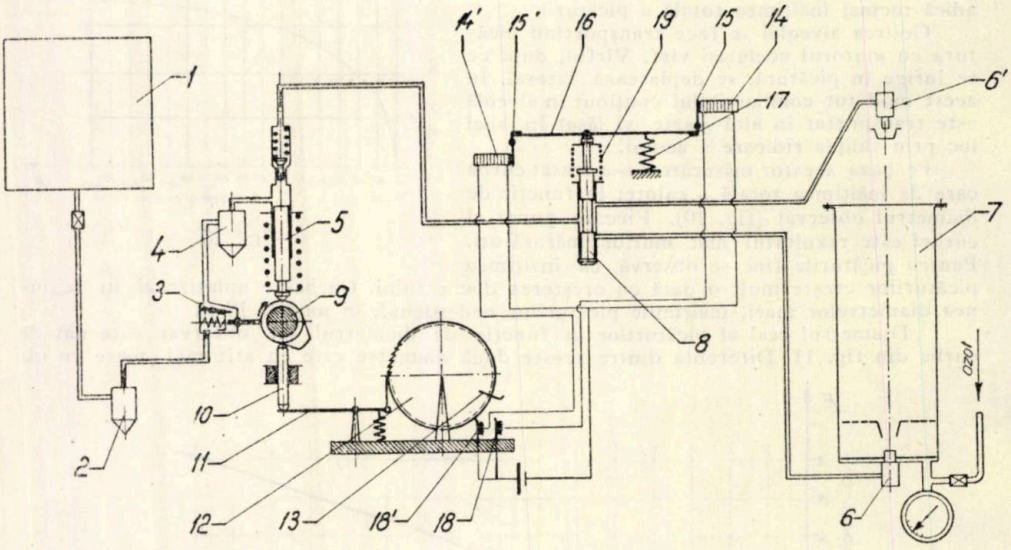


Fig. 12

Schema funcţională a dispozitivului este redată în fig. 12. Din rezervorul *1* combustibilul este aspirat prin filtrul de curăţire brută *2* şi refulat prin filtrul de curăţire fină *4* de către pompa de alimentare *3* a pompei de injecţie. După curăţirea fină, combustibilul este refulat spre injector de către pistonul *5* al pompei de injecţie.

Turaţia pompei de injecţie s-a luat egală cu turaţia din timpul funcţionării normale pe motor. În acest caz, pentru o viteză de rotaţie de 700 rot/min se produc cca. 11 injecţii de combustibil pe secundă.

Întrucît pentru determinarea unei caracteristici de pulverizare trebuie efectuate măsurători asupra unei singure injecţii, în afară de pulverizatorul principal *6*, care efectuează injecţia singulară, s-a legat la elementul pompei de injecţie un al doilea pulverizator *6'*, secundar, care să preia restul combustibilului refulat de pompă.

Injectorul *6* injectează combustibilul într-un recipient *7*, în care se introduce

lul 1

90...100	100...110	110...120	120...130	130...140	140...150	150...160	160...170
48,6	52,2	55,6	58,9	62,2	65,4	68,4	71,4

azot comprimat, la o presiune egală cu presiunea din camera de combustie a motorului la începutul injecției, și în care se găsește mediul de captare a picăturilor. Injectorul *6'* injectează combustibilul într-un pahar cu amortizor, de unde, prin cădere liberă, ajunge înapoi în rezervor.

Distribuirea combustibilului spre cele două injectoare se face cu ajutorul supapei cu sertăraș *8*. Dacă sertărașul se găsește în poziția superioară, combustibilul este dirijat către pulverizatorul secundar *6'*; combustibilul ajunge la pulverizatorul principal *6* cînd sertărașul se află în poziția inferioară.

Sertărașul este comandat de către cama pompei de injecție, prin intermediul unui releu electromagnetic, în așa fel încît să se afle în poziția inferioară numai în timpul unei singure curse de refulare a pistonașului. În restul timpului sertărașul este menținut în poziția superioară cu ajutorul unui arc elicoidal. Cama *9*, care se rotește în sensul indicat de săgeată, acționează alternativ asupra cozii pistonașului *5* și asupra tijei *10*. Tija, la rîndul ei, acționează pîrghia *11* care, prin intermediul unui clichet, mișcă roata dințată *12*. Lungimea brațelor pîrghiei este aleasă în așa fel încît la fiecare impuls roata să avanseze cu un dinte. Deoarece tija *10* se mișcă tot timpul în același sens cu pistonașul pompei de injecție, înseamnă că roata avansează cu un dinte în timpul cursei de aspirație și rămîne nemișcată în tot timpul cursei de refulare.

Solidar cu roata dințată *12* se mișcă gheara *13* care servește la întreruperea circuitelor electromagneților *14* și *14'*. Cînd circuitele sînt închise electromagneții atrag zăvoarele *15* și *15'* care mențin pîrghia *16* în poziția din figură. Pîrghia *16* are un punct de articulație pe sertărașul supapei și este solicitată tot timpul de către arcul elicoidal *17*.

În momentul în care gheara *13* acționează asupra lamei elastice *18*, circuitul electromagnetului *14* se deschide și zăvorul scapă capătul pîrghiei, care coboară brusc sub acțiunea arcului. Celălalt capăt rămînînd fix, pîrghia apasă asupra sertărașului supapei aducîndu-l în poziția inferioară. Declanșarea se face la începutul cursei de aspirație.

În timpul cursei de refulare tot sistemul rămîne imobil, deci sertărașul rămîne în poziția inferioară, iar combustibilul este trimis la injectorul principal *6*. Picăturile de combustibil pulverizat se captează pe placa așezată în recipient.

La începutul următoarei curse de aspirație, gheara *13* se mișcă din nou, și acționînd asupra lamelei elastice *18'* provoacă întreruperea electromagnetului *14'*. Zăvorul *15'* scapă pîrghia *16* iar sertărașul revine în poziția inițială, sub acțiunea arcului elicoidal *19*. În cursa de refulare ce urmează, sertărașul găsindu-se din nou în poziția superioară, combustibilul va fi trimis către injectorul secundar *6'*. Readucerea zăvoarelor și pîrghiilor în poziția inițială se face manual.

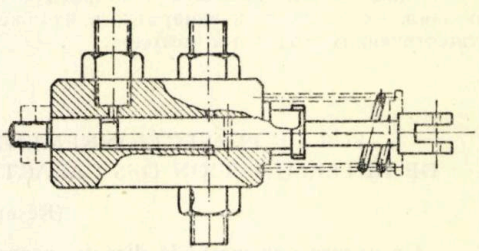


Fig. 13

Dispozitivul descris mai sus are o funcționare precisă și permite, în mare măsură, reproducerea condițiilor în care se face injecția reală. În primul rînd, introducerea dispozitivului de captare a picăturilor nu duce la nici o modificare, de ordin constructiv, a sistemului de injecție. Într-adevăr, din fig. 13 se observă că supapa a fost astfel construită încît secțiunea conductei de înaltă presiune nu este cu nimic modificată cînd sertărașul se află în poziția inferioară, adică poziția pentru care se face injecția în recipient. De asemenea, prin amplasarea judicioasă a diverselor dispozitive în cadrul instalației, nici lungimea normală a acestei conducte nu este modificată. Condițiile injecției reale se respectă și prin faptul că pompa se rotește cu turația normală iar combustibilul se injectează într-un mediu cu o presiune care poate fi egală cu presiunea medie din camera de combustie a motorului în timpul procesului de injecție.

Concluzii

a) În lucrare se expune amănunțit o metodă directă de determinare a caracteristicilor de pulverizare. Metoda constituie o perfecționare a metodelor similare existente, prin elementele noi pe care le aduce în ceea ce privește mediul de captare a picăturilor, numărătoarea lor și aparatura utilizată.

b) În acest sens s-a stabilit compoziţia chimică şi modul de preparare a unui mediu de captare cu ajutorul căruia s-a putut pune clar în evidenţă structura pulverizării. S-a putut astfel remarca prezenţa picăturilor foarte fine, cu un diametru mai mic de 5 μ, care sînt în număr foarte mare faţă de picăturile de alte diametre.

c) Numărătoarea acestor picături fine a fost legată de mari dificultăţi, ajungîndu-se, în cele din urmă, la o soluţie, cu rezultate aproximative, bazată pe natura repartiţiei picăturilor pe placă.

d) S-a conceput şi construit o instalaţie experimentală, cu funcţionare precisă, care reproduce în mare măsură condiţiile în care se face pulverizarea combustibilului pe motor.

Primit la 10 I 1961

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de motoare, termice

BIBLIOGRAFIE

1. Gaiginschi E., Gutman M., Metalurgia, ASIT, 1954, *6*, pp. 51-60.
2. Giffen E., *The atomisation of liquid fuels*, London, 1953.
3. Melkumov T. M., *Teoria motorului rapid în autoaprindere*, I. D. T., Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
4. Retel R., Publ. sci. et techn. du Ministère de l'Air, Bull. serv. techn., 1938, *8*.
5. Sass Fr., *Kompressorlose Dieselmaschinen (Druckeinspritzmaschinen)*, Julius Springer Verlag, Berlin, 1929.

К УЛУЧШЕНИЮ ПРЯМЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК РАСПЫЛИВАНИЯ

(Резюме)

Излагается прямой метод исследования качества распыливания при бескомпрессорном распыливании топлива.

Внося новые элементы в вопросы относящиеся к среде для улавливания капель топлива, их подсчета и аппаратуры, изложенный метод представляет собой улучшение существующих подобных методов.

SUR LE PERFECTIONNEMENT DES MÉTHODES DIRECTES DE DÉTERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES DE PULVÉRISATION

(Résumé)

On expose une méthode directe concernant les qualités de pulvérisation des injections mécaniques. La méthode élaborée présente quelques avantages par rapport aux méthodes similaires existentes, grâce aux éléments nouveaux y contenus concernant le captage des goutes de combustibles, leur comptage et l'appareillage utilisé.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 620.191

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA METODELOR DE LABORATOR PENTRU DETERMINAREA COROZIUNII

DE

TOMA FĂRCAŞ, TIBERIU GOLGOŢIU, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ, EMIL ANDREI, MARIAN ANDRIEŞ, BOGDAN GHEORGHIU şi I. HOPULELE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

1. Coroziunea aparaturii şi instalaţiilor industriale, în condiţiile de lucru, constituie una din problemele centrale privind aspectul duratei de exploatare a acestora. Datorită acestui fapt, pentru studiul coroziunii metalelor în condiţiile de laborator se foloseşte în prezent o foarte mare diversitate de metode [1]...[6], căutînd a se reproduce condiţiile naturale întîlnite.

Un neajuns în cercetările asupra coroziunii constă în faptul că pentru stabilirea unei legături între diferitele metode, lipseşte un termen de comparaţie referitor la eficienţa lor.

Lucrarea de faţă urmăreşte rezolvarea acestei probleme, stabilind eficienţa diferitelor metode în raport cu coroziunea statică.

Stabilirea eficienţei fiecărei metode de laborator permite eliminarea unora din ele — care dau rezultate apropiate — ceea ce simplifică problema prin reducerea numărului acestora, şi permite deci o comparaţie mai strînsă a rezultatelor obţinute.

Pentru obţinerea unor date concludente în această direcţie am efectuat încercări de coroziune asupra cîtorva sorturi de oţel carbon obişnuit, în cîteva medii specifice, folosindu-se metodele arătate mai jos. Experienţele au fost efectuate asupra oţelurilor: OL 38; OL 42; OL 50; OL 60; OL 70 (STAS 500-49). Ca medii corozive s-au utilizat soluţii de NaCl în concentraţie: 1%; 3%; 5%; 10% şi 15% şi soluţie de H_2SO_4 în concentraţie de 3%, la temperatura de 20°C±2°C.

Durata expunerilor în mediile corozive a fost stabilită la 10 zile, ea fiind dictată de faptul că după acest interval unul din eşantioane, în mediul de H_2SO_4, a fost complet corodat.

Metodele folosite în acest studiu au fost orientate după cele clasice, realizîndu-se în acest scop o staţie pilot ce a permis studierea simultană a coroziunii sorturilor de oţel în medii de concentraţii diferite.

S-au utilizat următoarele metode:

1. Imersia succesivă, în două variante: a) rapidă — una imersie pe minut, b) lentă — una imersie la trei minute.

2. Agitarea lichidului prin mișcarea oscilantă a vasului: c) rapidă — cu patru impulsuri pe minut, d) lentă — cu patru impulsuri la trei minute.

3. Statică, aerată prin barbotare.

4. Cameră cu ceață.

5. Statică.

Încercările s-au efectuat pe eșantioane șlefuite de formă cilindrică cu dimensiunile: 10 mm diametru și 80 mm lungime, avînd suprafața totală de 2659 mm^2.

Constatarea gradului de corodare s-a făcut prin cîntărire, determinîndu-se pierderile în greutate cu precizia de 0,01.

2. Pentru stabilirea eficacității metodei considerate, s-a evaluat raportul între pierderile în g/100 cm^2 determinate cu metoda considerată și pierderile în g/100 cm^2 determinate cu metoda statică luată ca etalon, pentru o soluție și un oțel dat, adică:

$$\text{Eficacitatea} = \frac{\text{Pierderile (g/100 cm}^2\text{) determinate cu metoda considerată}}{\text{Pierderile (g/100 cm}^2\text{) determinate cu metoda statică}}.$$

Pentru a avea un criteriu de grupare a metodelor după eficacitatea lor am procedat în modul următor: a) în vederea obținerii unei medii a eficacității metodei pentru un oțel dat s-a evaluat media eficacităților metodei pentru diferite concentrații ale soluției, pentru fiecare sort de oțel în parte; b) pentru o exprimare generală a eficacității metodei, care să cuprindă atît concentrațiile soluției cît și sorturile de oțel, am evaluat media generală a eficacităților metodei.

Din datele experimentale obținute cu soluție de NaCl (tabelul 1) în concentrațiile date se observă trei grupări a eficacităților metodelor:

Gruparea 1: a) imersie succesivă rapidă, b) imersie succesivă lentă, c) statică aerată prin barbotare, a căror eficacitate medie variază de la 7,44 la 8,17.

Gruparea 2: a) agitarea lichidului prin mișcarea oscilantă rapidă a vasului, b) cameră cu ceață, a căror eficacitate medie variază de la 4,53 la 5,38.

Gruparea 3: a) statică.

În tabelul 2 sînt date rezultatele experimentale cu soluție 3% de H_2SO_4. S-a lucrat numai cu această concentrație deoarece la alte concentrații coroziunea este mult intensificată față de condițiile obișnuite întîlnite în practică.

Mediile eficacităților în acest caz permit a clasifica metodele în două grupări distincte și anume:

Gruparea 1: a) metoda imersiei succesive rapide, b) metoda imersiei succesive lente, a căror eficacitate medie variază de la 5 la 5,5.

Gruparea 2: a) celelalte metode studiate, a căror medie a eficacităților are valorile cuprinse între 0,6 și 1,3.

În medii puternic corozive se constată deci o grupare mai evidentă a metodelor, cu valori ale eficacităților apropiate în interiorul grupărilor.

Tabelul 1

Sort oţel	Metode / Medii folosite	Disc rapid *R*	Disc lent *D*	Agitaţie rapidă *F*	Agitaţie lentă *A*	Aerisire prin barbotare *B*	Ceaţă *C*	Statică *S*
OL 38	3% NaCl	11,40	8,70	6,40	4,60	7,70	6,20	1
	5% NaCl	7,40	6,60	6,10	5,10	6,60	4,90	1
	10% NaCl	8,30	8,20	5,05	3,80	6,00	—	1
	15% NaCl	8,00	7,05	5,09	8,15	6,02	5,98	1
Media eficacităţii pe sort şi metodă		8,77	7,63	5,66	5,41	6,58	5,67	1
OL 42	3% NaCl	6,70	7,60	4,80	3,60	9,30	4,80	1
	5% NaCl	7,60	7,10	4,80	6,70	6,60	4,70	1
	10% NaCl	8,00	8,20	4,00	3,10	6,50	—	1
	15% NaCl	7,70	7,71	4,55	3,42	7,62	6,20	1
Media eficacităţii pe sort şi metodă		7,50	7,65	4,53	4,20	7,50	5,23	1
OL 50	3% NaCl	7,70	10,00	5,40	3,50	7,70	5,50	1
	5% NaCl	12,20	10,04	7,50	4,60	10,05	6,40	1
	10% NaCl	7,70	8,00	5,40	4,20	3,70	—	1
	15% NaCl	7,92	7,68	4,83	6,89	7,65	5,21	1
Media eficacităţii pe sort şi metodă		8,88	8,93	5,78	4,79	7,27	5,70	1
OL 60	3% NaCl	7,50	9,80	5,80	3,10	8,50	5,80	1
	5% NaCl	8,50	7,85	6,25	5,90	8,90	5,40	1
	10% NaCl	8,80	8,90	6,50	4,50	8,10	—	1
	15% NaCl	8,80	7,90	4,80	6,50	7,80	6,00	1
Media eficacităţii pe sort şi metodă		8,40	8,61	5,83	5,00	8,32	5,73	1
OL 70	3% NaCl	7,20	5,60	5,70	3,00	9,10	5,70	1
	5% NaCl	2,60	2,50	2,40	2,00	3,20	1,70	1
	10% NaCl	10,00	10,00	7,30	5,10	10,30	—	1
	15% NaCl	9,10	8,00	4,51	3,02	7,60	6,35	1
Media eficacităţii pe sort şi metodă		7,20	6,27	4,97	3,28	7,55	4,57	1
Media generală a eficacităţii pe metodă		8,17	7,81	5,35	4,53	7,44	5,38	1

Tabelul 2

Sort oţel	Metode / Medii folosite	Disc rapid *R*	Disc lent *D*	Agitaţie rapidă *F*	Agitaţie lentă *A*	Aerisire prin barbotare *B*	Ceaţă *C*	Statică *S*
OL 38	3% H_2SO_4	10,60	8,20	1,40	1,09	1,90	0,80	1
OL 42		8,70	6,80	0,95	0,94	1,20	1,18	1
OL 50		2,70	2,90	0,73	0,85	1,03	0,11	1
OL 60		3,00	4,50	0,99	1,50	1,80	0,59	1
OL 70		2,80	2,18	0,82	0,84	1,60	0,39	1
Media pe metodă		5,50	5,00	0,90	1,00	1,30	0,60	1

3. Ca urmare a rezultatelor obţinute, cu oţelurile studiate în mediile de soluţii de H_2SO_4 şi NaCl, se desprind următoarele concluzii:

1. În medii slab corozive valorile eficacităţilor prezintă o gamă mai largă, ceea ce ar indica trei metode de cercetare a coroziunii.

2. În medii puternic corozive gruparea metodelor pe baza eficacităţii lor apare mai netă şi cu o gamă de valori mai restrînsă.

3. Pe baza acestor observaţii propunem folosirea următoarelor metode de cercetare a coroziunii în laborator: a) metoda imersiei succesive lentă, b) metoda statică, aerată prin barbotare, c) metoda statică.

În laboratorul nostru lucrările continuă cu scopul de a obţine rezultate ce vor putea contribui la eventualele discuţii în vederea fixării unor principii ce ar putea sta la baza standardizării metodelor de încercare la coroziune.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia metalelor,
Catedra de chimie generală

BIBLIOGRAFIE

1. Акимов Г. В., *Теория и методы исследования коросии*, Изд. АН, М., 1945.
2. Barannik V. P., *Scurt îndreptar pentru coroziune*, Ed. Tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
3. Klinov I. I., *Coroziunea aparaturii chimice şi materiale anticorozive*, Ed. Tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
4. Guillet L., *Les méthodes d'étude des alliages métalliques*, Dunod, Paris, 1933.
5. Tödt F., *Korrosion und Korrosionschutz*, De Gruyter & Co., Berlin, 1955.
6. * * * *Coroziunea şi protecţia suprafeţelor*, Caiet selectiv, Buc., IDT, 1958.

О ЛАБОРАТОРНЫХ МЕТОДАХ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРОЗИИ

(Резюме)

Недостаток исследования коррозии метталов состоит в том, что для установления связи между различными методами, что касается их действенности, отсутствует термин сравнения между ними.

Устанавливается действенность различных методов в отношении к статической коррозии и на этом основании группируются методы исследования.

Как следствие результатов, полученных над корродированными сталями в средах водных растворов H_2SO_4 и NaCl предлагаются использование следующих методов исследования коррозии в лабораториях: а) метод последовательных медленных погружений, б) статический метод аэрирования, в) статический метод.

SUR LES MÉTHODES DE LABORATOIRE CONCERNANT LA DÉTERMINATION DE LA CORROSION

(Résumé)

Les Auteurs, tout en soulignant, le fait de l'inexistence d'un terme de comparaison entre l'efficacité des différentes méthodes de détermination de la corrosion, introduisent pour critère de comparaison de celles-ci la considération de la corrosion statique. De cette manière on realise un certain grouppement de ces méthodes de recherches.

Les résultats acquis conduisent quant aux aciers étudiés dans les milieux contenant H_2SO_4 et NaCl, à l'utilisation des méthodes suivantes de laboratoires concernant la détermination de la corrosion: a) méthode d'immersion lente successive, b) méthode statique aérée par barbotement, c) méthode statique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 539.4

O PRECIZARE A VALORII COEFICIENTULUI DE REPARTIȚIE A EFORTURILOR TANGENȚIALE

DE
VICTOR BAUȘIC

Comunicare prezentată în sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 4–6 februarie 1960

La calculul lucrului mecanic elastic produs de eforturile unitare tangențiale, sau la calculul influenței forței tăietoare, respectiv a eforturilor tangențiale, asupra deformației unei bare, intervine un coeficient de repartiție k [1], [2] care este dat de relația:

$$k = \frac{A}{T^2}\int \tau^2 \, dA, \tag{1}$$

unde $A = \int dA$ — suprafața secțiunii barei, $T = \int \tau dA$ — forța tăietoare în secțiune, toate integralele referindu-se la întreaga suprafață a secțiunii barei.

Alți autori [3] dau acest coeficient, care depinde numai de forma secțiunii barei, sub forma:

$$k = \frac{A}{I^2}\int \frac{S(z)\,dz}{b(z)}, \tag{2}$$

care, folosind formula lui Jurawski, se reduce tot la forma (1).

În cele ce urmează ne propunem să arătăm că acest coeficient k este totdeauna supraunitar.

Punem relația (1) sub forma:

$$k = \frac{\int dA \cdot \int \tau^2 \, dA}{\left[\int \tau dA\right]^2}. \tag{3}$$

La limită putem scrie:

$$\int \tau \, dA = \lim \sum_1^n \tau(z_i, y_i)\, \Delta A_i,$$

unde z_i și y_i sînt coordonatele unui punct de pe secțiune.

De aici rezultă:

$$\int \tau^2 \, dA = \lim \sum_1^n \tau^2 (z_i, y_i) \, \Delta A_i. \tag{4}$$

Pe baza inegalității lui Schwartz-Cauchy-Buniakowski

$$\sum_1^n (a_i . b_i)^2 \leqslant \sum_1^n a_i^2 . \sum_1^n b_i^2$$

vom scrie:

$$\sum_1^n [\tau (z_i, y_i) . \sqrt{\Delta A_i} . \sqrt{\Delta A_i}]^2 \leqslant \sum_1^n [\tau^2 (z_i, y_i) . \Delta A_i] \cdot \sum_1^n \Delta A_i . \tag{5}$$

La limită avem:

$$\left[\int \tau \, dA\right]^2 \leqslant \int \tau^2 \, dA . \int dA, \tag{6}$$

de unde:

$$k = \frac{\int dA . \int \tau^2 \, dA}{\left[\int \tau dA\right]^2} \geqslant 1.$$

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de rezistența materialelor,
statică și beton armat

BIBLIOGRAFIE

1. Teodorescu C. C., *Curs de rezistența materialelor*, Ed. II-a, Buc., 1945, p. 164.
2. Filipescu Gh. E., *Statica construcțiilor și rezistența materialelor*, Ed. II-a, Buc., 1940, pp. 391—392.
3. Beleaev N. M., *Rezistența materialelor*, p. I, Buc., 1956, p. 518, (trad. din l. rusă).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ КОЭФФИЦИЕНТА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КАСАТЕЛЬНЫХ СИЛ

(Резюме)

Доказывается, что величина коэффициента распределения касательных сил, данный в (1), всегда является величиной сверх единицы.

UNE PRÉCISION CONCERNANT LA VALEUR DU COEFFICIENT DE REPARTITION DES EFFORTS TANGENTIELS

(Résumé)

On démontre que la valeur du coefficient de repartition des efforts tangentiels donné par (1) est toujours supérieure à l'unité.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 624

КОМПАНОВКА КОНСТРУКТИВНОЙ ФОРМЫ

Н. К. СТРЕЛЕЦКИЙ

Компановка конструкций непосредственно вытекает из условий производства, обслуживаемого конструкцией. Поэтому компановки разных отраслей конструкций различны. Однако можно говорить о общих принципах в процессе компановки. Улучшение этих принципов может содействовать усовершенствованию конструктивной формы сооружения.

Технология производства, обслуживаемого конструкцией, требует некоторых пространств, определенным образом расположенных. Таким образом возникает понятие технологического габарита — например габарита проезда моста, отсчитываемого от уровня проезжей части, габарита воздействий электротока проводов, определяющего на опорах электропередач расстояние между проводами, расположенного на определенных отметках от уровня земли, зависящих от условий безопасности канализации тока, технологического габарита цеха, зависящего от расположения оборудования цеха и мощности и направления грузовых потоков, отсчитываемого от уровня пола и т. д.

Технологический габарит есть первая предпосылка компановки конструкции, так как конструкция, очевидно, должна располагаться вне его.

По самому своему существу технологический габарит является понятием, имеющим технико-экономическую и плановую основу. Очевидно технологический габарит должен удовлетворять своему назначению на всем протяжении срока службы сооружения или конструкции и должен обнять все возможное развитие и усложнение технологического процесса за этот период. Таким образом технологический габарит является основной данностью, зависящей от срока службы и капитальности конструкции. Отсюда возникает проблема усовершенствования технологического габарита, как первая проблема усовершенствования компановки и усовершенствования конструктивной фомры сооружения. Основная тенденция современного конструирования — тенденция увеличения технологических габаритов, ввиду большой быстроты в настоящее время развития производств и изменений технологического процесса, требующих за время эксплоатации конструкции увеличения пространства. Примерами могут служить многие цеха, выставочные помещения, опоры электропередач, радиорелейные опоры и др. В ряде случаев, например, в зданиях промышленных и общественных развитие технологических габаритов приводит к эмансипации их от внутреннего своего содержания (того оборудования, которое считается распределенным внутри габарита) т. е. приводит к универсализации здания. Универсальность зданий помимо ряда других имеет то преимущество, что способствует эмансипации конструкций от условий производства и облегчает их типизацию, и потому тенденция перехода на универсальные здания весьма прогрессивна. Однако, имеются и сдерживающие начала: 1) крупное стационарное оборудование, которое не может быть изменено в короткие сроки и которое определяет конструкцию, 2) наличие крановых мостов, усложняющее увеличение пролетов. В соответствии с этим имеется стремление замены крановых мостов другими видами транспорта, менее стесняющими развитие производства, — стремление весьма прогрессивное, отвечающее переходу машиностроительной промышленности на конвеер и упрощающее конструкцию. Таким образом мы получаем две категории конструкций и их компановок: одну со свободной компановкой и другую — с более стесненной.

В обоих случаях технологический габарит определяется величиною грузового или людского потоков, количеством выпускающей продукции цеха и т. д., а также величиною полезной площади помещения, используемой под оборудование и произ-

водственные процессы и коэффициентом использования площади, отношением вышеуказанной полезной площади к полной площади цеха или помещения. При регулярном расположении оборудования эти величины не трудно перевести в ширины, размеры в направлении перпендикулярно грузовому потоку, определяющие величину габарита. Размеры указанных площадей являются плановыми величинами; если они четко известны, то известен и габарит. Обычно это имеет место тогда, когда учитывается ближайшая перспектива развития производства в ближайшие годы, в течение которой все условия производства известны. Таким образом устанавливается габарит, как минимальное пространство, которое должно остаться свободным для организации производства и планировка конструкций вне известного габарита. Такая планировка может быть названа жесткой (стесненной) или направленной (известным технологическим габаритом):

В последнее время все более развивается планировка на дальнюю перспективу, в течение которой условия производства не могут быть четко установлены. В этом вопросе основным является длительность перспективы, срок эксплоатации сооружения до реконструкции. Здесь возможно два подхода; во-первых можно за срок эксплоатации принять оптимальный с точки зрения экономики эксплоатации срок, отвечающий минимуму амортизационных и текущих расходов. Срок этот резко зависит от конструкции сооружения, определяемой его назначением. Во-вторых можно срок эксплоатации установить из сопоставления амортизационных расходов на сооружения со стоимостью выпускаемой предприятием продукции и отвечающими ей отчислениями накладных расходов на эксплоатации и амортизации зданий.

Второй подход более комплексный; он устанавливает связи между капитальностью и размерами здания и мощностью и производительностью предприятия и отвечающими этим параметрам технологическими габаритами, проводя мысль о том, что более мощному предприятию должны соответствовать более капитальные здания. Второй подход является чисто экономическим и менее связан с конструктивной формой. Благодаря последнему он применим для анализа здания различных предприятий, и для нескольких из них, более близких по своей производительности, может дать близкие друг к другу универсальные габариты и тем положить основу для компановки универсальных цехов и установления области их применения. Несмотря на имеющийся теоретический подход—практическая задача разрешается с трудом ввиду отсутствия четкой зависимости между продолжительностью эксплоатации сооружения и количеством затрат, вкладываемых для обеспечения этой продолжительности. Поэтому продолжительностью сооружения задаются обычно интуитивно на основании общих соображений; здесь не должно быть проявлено расточительности в проектировании, когда задаются чрезмерно отдаленной перспективой без должного экономического обоснования и скаредности в проектировании, когда из целей экономии задаются слишком малыми габаритами, стесняющими планомерное развитие производства. Золотая середина еще не найдена.

Технологический габарит определяет поперечную компановку конструкции. Продольная компановка (вдоль габарита) имеет значение для протяженных конструкций. Если не считать газгольдерных станций и нефтебаз, имеющих свои законы развития и пространственного размещения, — протяженными конструкциями являются конструкции мостов и зданий. Как известно, основой продольной компановки конструкций является направление технологического процесса, грузовых и людских (транспортных) потоков; простота этого процесса в мостах и сложность в зданиях определяет простоту продольной компановки в мостах и сложность в зданиях. Наличие перекрестных потоков еще более усложняет композицию, ввиду целесообразности в производственных зданиях для непрерывности производства иметь пересечения в разных уровнях.

Идеи свободной планировки проявляются в первую очередь в обобщенных (универсальных) зданиях машиностроительной промышленности и общественных зданиях, а идеи направленной — при четко направленных транспортных потоках производств металлургической и в уникальных зданиях промышленности тяжелого машиностроения и в мостах: и здесь членения в продольном направлении (шаги) являются следствием габаритов поперечных потоков, хотя технико-экономический подход оказывается здесь менее выраженным.

Идеи свободной планировки в настоящее время широко распространяются, т. к. они наиболее отвечают условиям прогрессивного развития машиностроительной и легкой промышленности, возможностям свободной замены устаревшего оборудования новым, и перестановки его в соответствии с новыми производственными процессами.

Особенно удобна свободная планировка при переходе на автоматические линии, поточное производство и конвейер и другие связанные между собою станочные комплексы.

Свободная планировка связана с большими пролетами, имеются запросы на пролеты в 180 м. Развитие легких перекрытий в виде оболочек и вантовых систем стимулирует большие пролеты.

Идеи направленной планировки являются идеями отживающими, связанными со стационатным тяжелым оборудованием и необходимостью крановых мостов. Однако темпы реконструкции даже такого тяжелого оборудования, как печи Мартена, настолько в настоящее время ярки, что ставят вопрос о свободной планировке даже Мартеновских цехов, несмотря на необходимость при этом снятия крановых мостов. Такие тенденции, как было отмечено, существуют. В крайнем случае для движения кранов могут быть поставлены внутренние крановые эстакады, легко поддающиеся реконструкции.

Идеи свободной планировки приводят, как правило, к квадратной ячейке, как наиболее оптимальной, хотя последнее не является обязательным; оно делает только решение более универсальным. Аналогично разрешаются вопросы высотных размеров: они так же вытекают из технологических габаритов и потому должны рассматриваться как планово-экономические данности.

Затем следуют конструкции ограждений. Особенностью конструкций зданий является то, что конструкции ограждений входят в первичную компановку сооружений, так как они полностью зависят от условий эксплоатации и капитальности зданий. Здесь возникает вопрос о фонарных и безфонарных перекрытиях, микроклимате и освещении и т. д.

Таким образом устанавливается первичный комплекс — компановки, отвечающий на вопрос, что нужно сделать, чтобы получить качественное решение.

На полученную таким образом компановочную схему, дальнейшая разработка, которая может быть названа конструктивной, накладывает три корректива: 1) корректив типизации, 2) корректив экономичности, 3) корректив соответствия условиям эксплоатации (требуемой капитальности). Эта часть работы отвечает на вопрос как нужно поступить, чтобы получить правильную конструкцию.

Значимость корректива типизации зависит от того, насколько конструктивная форма выявлена вышеуказанным технологическим и технико-экономическим подходом. При наибольшем развитии компановочной схемы в промзданиях типизация исправляет полученные результаты; при наименьшем — например, в опорах электропередач и др. — тип не только исправляет компановочную схему, но и является основным формообразующим фактором, поскольку эти сооружения в своей компановочной схеме получают только расположение и размер технологических габаритов и соответствующие им генеральные размеры без какой либо геометрической конкретизации системы.

Значение типа как основного формообразующего фактора, постепенно внедряется в проектировку этих сооружений, но далеко еще не осознано. В промышленных зданиях типизации исправляет полученные наметки конструктивной формы, прежде всего приведением размеров к модульной мере, а далее их унификацией. Так унифицируются внутренние технологические высоты зданий со свободной планировкой, и размеры ячеек здания в продольном и поперечном направлениях; в зданиях с направленной планировкой уточняются пролеты и шаги и высотные размеры в соответствии с модульными размерами и отметками и размерами технологического оборудования и кранового хозяйства. Эти исправления производятся в порядке согласования размеров с нормативными величинами весьма часто без какого либо анализа, который был бы слишком обременительным; однако, при этом потери при переходе к нормативным схемам остаются невыясненными, несмотря на несомненный интерес этого вопроса. Отсюда возникает задача критического рассмотрения стандартных схем и приспособления их к новым условиям технологического процесса, обслуживаемого зданием. Эта задача должна рассматриваться как одна из важнейших в типологии зданий.

В настоящее время типизация является основным направлением проектирования и воздействия типизации должны быть больше простого исправления размеров.

В этом вопросе особенно существенны положения „сквозной" типизации, применения одинаковых элементов конструкций к разным конструктивным комплексам. Сквозная типизация особенно приложима к свободной планировке, в чем большое преимущество этой планировки.

Значение типа, как оформляющего начала конструирования, достаточно хорошо воспринятое при проектировании сооружений с простейшей компановочной схемой,

должно быть принято при конструировании промзданий; в этом случае вопросы типизации должны прорабатываться параллельно с первичной компановкой. Однако, при этом они обязательно должны следовать за вопросами эксплоатации. Недоучет этого обстоятельства и рассмотрение типизации как первичного начала компановки представляет собою явно неправильный перегиб.

Экономическая задача состоит в подборе наиболее экономичной конструктивной формы в рамках компановочной схемы. Действенность задачи зависит от разработанности компановочной схемы, вытекающей из сложности или простоты технологического процесса, обслуживаемого конструкцией.

В мостах, где технологический процесс крайне прост, а вместе с тем и крайне проста компановочная схема, экономическая разработка может состоять в углублении и развитии принципиально намеченной компановочной схемы и экономия может быть получена за счет установления оптимальной системы и оптимального конструктивного оформления, т. е. очень существенной. В промышленных зданиях, где компановочная схема выявлена достаточно подробно условиями технологического процесса, экономия получается, в первую очередь, за счет оптимального конструктивного оформления. Изменение системы возможно при неудовлетворительности компановки, но в размерах, ограниченных условиями технологии производства промышленного предприятия. Таким образом она будет более ограничена. Однако, в обоих случаях экономическая задача является основной задачей улучшения конструктивной формы в пределах компановочной схемы, основной заботой конструктора. Из сказанного как будто выпадает экономический анализ самих компановочных схем промышленных зданий, выявленных из условий эксплоатации предприятия, путем разработки и выбора из наиболее выгодного вариантов. Такой анализ имеет место, но только на другом уровне проектировочной работы — при выборе компановочной схемы. Установление компановочной схемы есть технико-экономическая задача, не только с точки зрения условий технологии производства, но и затрат на возведение сооружения. Однако, эта задача имеет дело не с конструкцией, а с сооружением в целом и проводится на стадии проектирования, когда конструкция не отделима от сооружения. Усовершенствование конструкции с точки зрения получения наиболее экономной конструктивной формы зависит от приемов конструирования; необходимо отметить, что наибольшую экономию можно получить радикальным подходом к конструкции на базе новых приемов расчета и конструирования, например, переходом на пространственные решения (оболочки), вантовые конструкции, смешанные сталежелезобетонные конструкции, преднапряженные и т. д., а не мелких улучшений современной конструкции.

Процесс образования компановочной схемы на основе учета условий технологии производства, обслуживаемого конструкцией, указанный выше, гарантирует связь компановочной схемы с условиями эксплоатации конструкции. Несмотря на последнее, конструктивная форма должна быть специально проверена на согласование ее с условиями эксплоатации, ввиду большого их разнообразия и того, что многие стороны эксплоатации при установлении компановочной схемы не могут быть должным образом учтены. Такими, например, являются условия стойкости против коррозии, составляющие обязательное свойство капитальности конструкции. Равным образом важно соответствие конструкции силовым воздействиям, вопросы жесткости и перемещений, температурных воздействий, климатические и географические условия, от которых в первую очередь зависят повреждения конструкции, количество ремонтов и капитальность. Все эти условия в сильной степени зависят от удачной компановки. Однако, приходится отметить, что на эту сторону вопроса часто обращают менее внимания, чем на экономию материала, в результате чего сокращаются сроки службы сооружения.

Несомненно, такой подход не отвечает директиве экономии материала в общегосударственном масштабе и совершенно не правилен.

Правильная компановка должна сочетать принципы экономичности и капитальности в один комплекс и в удачности этого сочетания основной критерии качественности конструкций.

Поступила 2 I 1961 г.

Академия Строительства и Архитектуры СССР, Москва, СССР

LA CONCEPTION GÉNÉRALE DE LA FORME CONSTRUCTIVE

(Résumé)

Dans cette Note on présente nombre de principes quant à la forme constructive.

Le gabarit technologique représente une notion fondamentale ; son perfectionnement c'est le premier problème dans la voie de l'amélioration de la forme constructive. En satisfaisant aux nécessités technologiques, le gabarit doit tenir compte du développement possible du processus technologique, pour un certain intervale de temps, *le rythme rapide de l'essor de l'industrie* en imposant l'accroissement de l'espace.

Le développement du gabarit technologique conduit suivant à sa émancipation par rapport à son contenu intérieur (les agrégats), en conduisant à *l'universalité du bâtiment.*

En analysant les bâtiments nécessaires pour différentes usines, on peut déterminer, pour certains bâtiments, des „gabarits universels", qui peuvent servir comme principes fondamentaux pour la conception générale des „sections universelles".

La planification libre s'applique dans l'industrie des constructions des machines et aux bâtiments publiques ; *la planification dirigée* s'applique surtout dans l'industrie métallurgique, celle des machines lourdes et dans la construction des ponts. Les idées de la planification libre prendent une extension toujours plus ample dans l'industrie légère et celle des machines.

La tipisation représente le facteur essentiel de la conception constructive dans les constructions à schéma générale simple ; dans le cas des bâtiments industriels les nécessités reclamées par la tipisation sont coordonnées avec les données de la conception générale, les problèmes d'exploitation ayant priorité.

L'économicité de la forme constructive élaborée dans le cadre du schéma de conception générale reclame un aprofondissement de ce schéma.

L'établissement du schéma de conception génér le du bâtiment industriel est un problème technico-économique, en y intervenant toutefois les conditions technologiques et les considérations quant au prix d'édification. La forme constructive économique est obtenue par l'utilisation des nouvelles méthodes de calcul et des nouvelles conceptions constructives.

La conception générale juste doit réunir le principe de l'économicité et de la durée dans un complexe, dont la réussite détermine le critérium fondamental de la qualité de la construction.

CONCEPŢIA GENERALĂ A FORMEI CONSTRUCTIVE

(Rezumat)

Diversitatea condiţiilor pe care le prezintă industriile deservite de construcţii nu împiedică determinarea, în procesul de concepţie a formei constructive, a unor principii comune.

Gabaritul tehnologic reprezintă o noţiune de bază; perfecţionarea lui apare ca prima problemă în calea îmbunătăţirii formei constructive. Satisfăcînd nevoilor tehnologice, gabaritul trebuie să cuprindă şi toate dezvoltările posibile ale procesului tehnologic pentru un anumit interval de timp, *ritmul rapid de dezvoltare a industriilor* putînd impune sporirea spaţiului.

Dezvoltarea gabaritului tehnologic duce adesea la emanciparea lui faţă de conţinutul lui interior (agregate), conducînd la universalitatea clădirii. Tendinţa de trecere la clădiri universale este foarte progresistă şi uşurează tipizarea construcţiilor.

Mai mult se dezvoltă acum planificarea bazată pe o perspectivă mai depărtată, cînd condiţiile de producţie nu pot fi determinate precis.

Analizînd clădirile necesare diferitelor întreprinderi, se pot determina pentru unele din ele „gabarite universale", care pot servi drept bază pentru concepţia generală a „secţiilor universale". La elaborarea lor se va evita considerarea unei perspective prea îndepărtate, nu trebuie însă luată nici una prea restrînsă, impiedicînd dezvoltarea producţiei.

Planificarea liberă îşi are aplicare în industria construcţiilor de maşini şi la clădiri publice ; *planificarea dirijată* cuprinde mai mult industria metalurgică, a maşinilor grele şi construcţia de poduri. Ideile planificării libere se extind larg, cuprinzînd evo-

luţia industriilor uşoare şi a construcţiei de maşini. Ea permite trecerea la automatisme sau bandă rulantă şi este legată de deschideri mari (pînă la 180 m).

Prelucrarea ulterioară, „constructivă", a schemei obţinute, aplică corectivele tipizării, economicităţii şi a condiţiilor tehnologice.

Tipizarea reprezintă factorul prim al concepţiei constructive la construcţiile cu schema generală simplă ; în cazul clădirilor industriale cerinţele tipizării se coordonează cu datele primei concepţii generale, dîndu-se hotărît prioritate problemelor de exploatare.

Stabilirea schemei de concepţie generală a clădirii industriale reprezintă o problemă tehnico-economică; aici, pe lîngă condiţiile tehnologice intervin şi consideraţiile costului de edificare. Forma constructivă economică se obţine prin folosirea eficientă a noilor metode de calcul şi a noilor concepţii constructive (construcţii suspendate, pînze autoportante, pretensionare, construcţii mixte : oţel-beton armat) şi nu prin micile îmbunătăţiri ale sistemelor existente.

Concepţia generală justă trebuie să îmbine principiul economicităţii şi al duratei într-un complex, a cărei reuşită determină criteriul de bază al calităţii construcţiei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 622

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ РАСШИРИТЕЛЕЙ ДЛЯ БУРЕНИЯ СТВОЛОВ ШАХТ

Г. И. МАНЬКОВСКИЙ и Д. С. МУРАВЬЕВ

В мировой практике проходки стволов можно различить два основных направления в конструировании буровых установок. Главное различие между ними — размер ступени расширения (25...30 см в одном и около 3,5 м в другом). Казалось бы, что это различие имеет лишь количественное значение, однако оно определяет собой принципиально противоположные направления в конструировании буровых установок. Представителями этих двух направлений являются голландская буровая установка, примененная на шахте «Беатрикс», и советская установка типа УЗТМ.

В голландских установках ступень расширения составляет 25...30 см, шарошки имеют малые размеры и располагаются в один ряд по краю корпуса расширителя, представляющего собой стальную обечайку, открытую снизу и сверху. При этом порода отделяется от целика небольшими частицами, которые падают в предыдущую фазу бурения и поднимаются на поверхность в результате промывки, осуществляемой по схеме рис. 1. Благодаря открытой форме корпуса расширителя подъем и спуск его производятся с сравнительно высокой скоростью (до 30 м/мин) что в известной степени компенсирует большое число спуско-подъемных операций, необходимых при малых ступенях расширения. Малая площадь забоя каждой ступени позволяет довольствоваться малыми мощностью и весом установки.

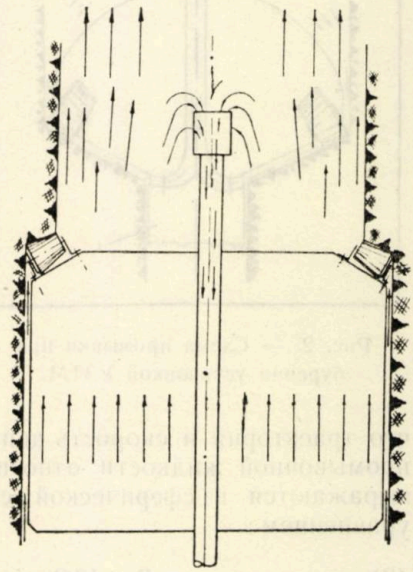


Рис. 1. — Схема промывки при бурении стволов на шахте «Беатрикс».

В советских установках типа УЗТМ, где размер ступени расширения около 3,5 м, для удаления породы из забоя, имеющего большую площадь, нужна такая схема промывки, которая обеспечивала бы достаточную скорость движения промывочной жидкости в призабойном слое к всасывающим отверстиям эрлифта. Это достигается применением закрытых расширителей и схемой промывки, изображенной на рис. 2.

Работами Института горного дела АН СССР установлено, что число оборотов, которое отбитая частица породы с приведенным диаметром d совершает относительно поверхности расширителя при ее движении от периферии (радиус R) до передовой скважины (радиус r), определяется по формуле

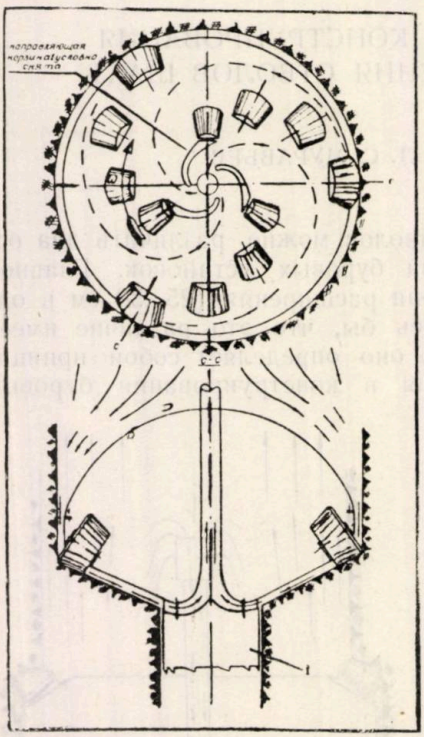


Рис. 2. — Схема промывки при бурении установкой УЗТМ.

$$(1) \qquad N = k\sqrt{d}(R - r)/\sqrt{\cos\alpha},$$

где: $k = \text{const.}$, α — угол наклона забоя к горизонтальной плоскости.

Если отделенный от целика кусок породы попадает под шарошки других поясов, то удар этих шарошек по забою будет ослаблен и часть энергии удара пойдет на вредное переизмельчение куска.

Для уменьшения вероятности повторного дробления породы, очевидно, нужно стремиться к меньшему N, т.е. к меньшему α, но учитывая необходимость обеспечить устойчивое положение бурового инструмента на забое, оптимальное значение α принято равным 20...30°. Выявлено также, что наиболее интенсивная промывка забоя осуществляется при возможно меньшей величине зазора между расширителем и забоем.

В упомянутых работах Института горного дела АН СССР установлено, что траектория и скорость движения частиц породы в призабойном слое промывочной жидкости относительно поверхности днища расширителя выражаются в сферической системе координат (r, θ, φ) следующим уравнением:

$$(2) \qquad r = R - [3Qx\sin\alpha(1 - x/h)/(20{,}4\pi h^2\sqrt{d})]\varphi,$$

где: r и R — радиусы передовой скважины и расширителя, (м), Q — расход промывочной жидкости, ($м^3$/сек), x — расстояние частицы разбуренной породы от забоя, (м), h — величина зазора между расшири-

телем и забоем, (м), d — приведенный диаметр разбуренного куска породы, (м), α — угол наклона забоя (вследствие малости h принято $\theta = \alpha = \text{const}$., (град).

Проекция графика кривой, выражаемой этим уравнением, на горизонтальную плоскость представляет собой спираль. Если расположить шарошки по спирали, соответствующей приведенному уравнению, то вероятность повторного дробления породы будет наименьшей. При этом установлено, что такое расположение шарошек обеспечит вынос без повторного дробления куска породы с приведенным диаметром минимум 2 см. Это дает возможность, при известных физико-механических свойствах породы, проектировать буровой инструмент, способный разрушать породу на куски подобной крупности.

Породоприемная чаша, перекрывающая сечение предыдущей фазы, имеет форму, обеспечивающую направление потока пульпы вначале по кривой, определяемой уравнением (2), а затем по пространственной спирали, обеспечивающей плавный переход во всасывающие отверстия эрлифта (рис. 3).

Спиральное расположение шарошек дает возможность осуществить наиболее целесообразную в отношении устойчивости долота на забое трехлучевую конструкцию при полной балансировке расширителей и равномерном поражении забоя по всем поясам.

Из сравнения изображенных на рис. 1 и 2 схем промывки по величине работы подъема породы вытекают значительные преимущества схемы УЗТМ.

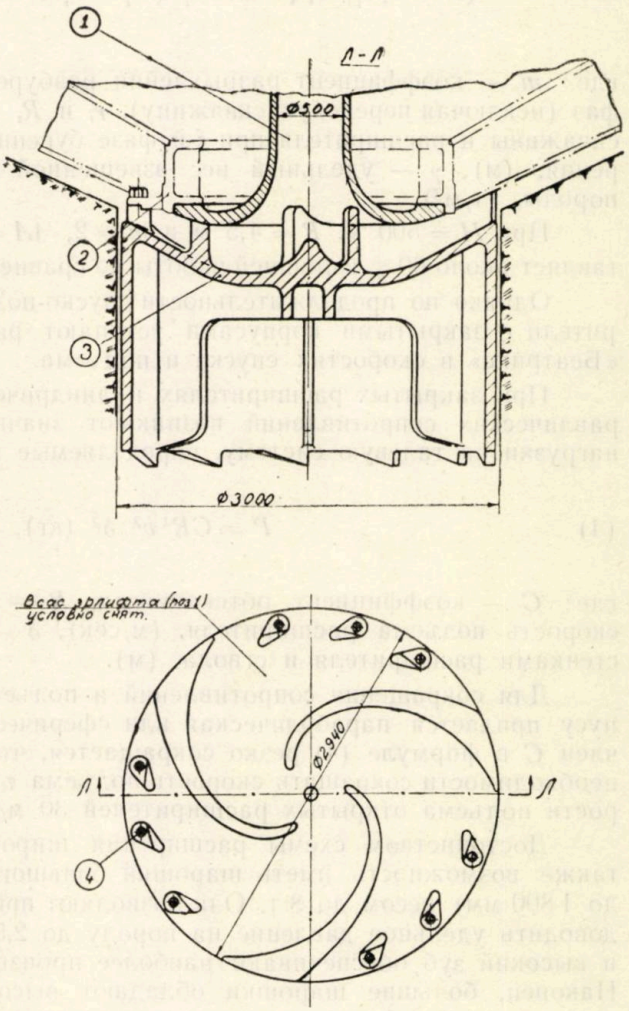


Рис. 3. — Схема породоприемной чаши в установке УЗТМ.

В схеме установки шахты «Беатрикс», как сказано выше, вся порода вначале проваливается в расширяемую скважину, в то время как в установках УЗТМ почти вся отделенная от массива порода сразу поднимается на поверхность.

Расчеты показывают следующую разность работы, затрачиваемой на подъем породы в установках обоих типов

$$\Delta A = (\pi\gamma/2)H^2\left\{\sum_{i=1}^{n}[R_i^2 - \right.$$
$$\left. - (m-1)r_i^2/m]\,[1 - m^2r_i^4/(R_i^2 - r_i^2 + mr_i^2)^2] - (R^2 - r^2)\right\}, \tag{3}$$

где: m — коэффициент разрыхления разбуренной породы, n — число фаз (исключая передовую скважину), r_i и R_i — радиусы разбуриваемой скважины и расширителя при i-й фазе бурения, (м), H — глубина бурения, (м), γ — удельный вес взвешенной в промывочной жидкости породы, (т/м^3).

При $H = 500$ м, $R = 4{,}5$ м и $m = 2$, $\Delta A = (5 + 6)\cdot 10^6$ тм, что составляет около 60 % излишней работы по сравнению с установками УЗТМ.

Однако по продолжительности спуско-подъемных операций расширители с закрытыми корпусами уступают расширителям типа шахты «Беатрикс» в скоростях спуска и подъема.

При закрытых расширителях цилиндрической формы за счет гидравлических сопротивлений возникают значительные дополнительные нагрузки на талевую систему, определяемые по формуле

$$P = CR^4v^2/\delta^2 \ (\text{кг}), \tag{4}$$

где: C — коэффициент обтекаемости, R — радиус ствола, (м), v — скорость подъема расширителя, (м/сек), δ — величина зазора между стенками расширителя и ствола, (м).

Для сокращения сопротивлений и подъема расширителя его корпусу придается параболическая или сферическая форма, при которой член C в формуле (4) резко сокращается, что не избавляет все же от необходимости сокращать скорость подъема v до 12 м/мин против скорости подъема открытых расширителей 30 м/мин.

Достоинством схемы расширения широкими ступенями является также возможность иметь шарошки большого диаметра (практически до 1 800 мм) весом до 8 т. Они позволяют при осесимметричных зубьях доводить удельное давление на породу до 2,5.10^3 кг/см^2. Большой шаг и высокий зуб обеспечивают наиболее производительный крупный скол. Наконец, большие шарошки обладают высокой износоустойчивостью, так как число оборотов шарошки и удельная работа, приходящаяся на каждый зуб, находятся в обратной зависимости от диаметра шарошки,

а большие размеры осей, подшипников и шариков (или роликов) способствуют их долговечности.

В заключение уместно привести таблицу сравнения основных результатов, практически полученных при бурении стволов голландскими и советскими установками.

Таблица 1

Наименование показателей	Установка УЗТМ-6,2	Установка ш. «Беатрикс»
Диаметр ствола вчерне, (м)	6,2	7,65
Диаметр ствола в свету, (м)	5,0	5,6
Глубина бурения, (м)	380	500
Количество фаз бурения, (шт)	2	9
Максимальный вес бурового инструмента, (т)	80	50
Мощность привода ротора, (квт)	440	150
Максимальная скорость спуско-подъемных операций, (м/мин)	5,9	30
Мощность привода лебедки, (квт)	175,0	720,0
Общая скорость бурения, (м/мес)	43	12
Механические скорости бурения по отдельным фазам, (м/мес)	0,36...1,32	0,07...0,5
Удельный расход электроэнергии, (квт. ч/м^3)	240	174
Производительность труда (м^3/ч.см)	1,62	0,6

Поступила 11 I 1961 г.

Академия Наук, СССР, Москва

LES BASES THÉORIQUES DANS LA CONSTRUCTION DU DISPOSITIF D'ÉLARGISSEMENT POUR LE FORAGE DES PUITS MINIERS

(Résumé)

Compte tenu des recherches comparatives relatives à deux méthodes technologiques (l'une sovietique et l'autre hollandaise) utilisées dans la technique du forage des puits miniers, on expose les principes hydrodinamiques dans la construction du dispositif d'élargissement.

Explication des figures

Fig. 1. — Schéma du lavage au forage des puits à la mine „Béatrix".
Fig. 2. — Schéma du lavage lorsqu'on utilise l'instalation УЗТМ.
Fig. 3. — Schéma de la coupe de captation de la roche lorsqu'on utilise l'instalation УЗТМ.

BAZELE TEORETICE ÎN CONSTRUCŢIA DISPOZITIVULUI LĂRGITOR PENTRU FORAREA PUŢURILOR MINIERE

(Rezumat)

Pe baza cercetării comparative a două metode tehnologice (una sovietică şi alta olandeză) în tehnica forării puţurilor miniere, se expun principiile hidrodinamice în construcţia dispozitivului lărgitor.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Schema spălării la forarea puţurilor la mina „Beatrix".
Fig. 2. — Schema spălării la forare folosind instalaţia УЗТМ.
Fig. 3. — Schema cupei de captare a rocii folosind instalaţia УЗТМ.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 624.07 ; 691.3

STUDIUL TEORETIC ŞI EXPERIMENTAL AL UNOR GRINZI CU ZĂBRELE DIN BETON ARMAT

DE

ANATOLIE MIHUL, VICTOR BAUŞIC, N. ORLOVSCHI, N. PREDA, MIRCEA MANOLOVICI, DANIEL DIACONU, SILVIA COVALI şi IULIAN MIROŞ

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Studiul fermelor prefabricate din beton armat prezintă interes din punct de vedere teoretic şi practic deoarece sînt sisteme de rezistenţă raţionale, larg folosite la diferite construcţii cu caracter industrial.

Soluţionarea deschiderilor mari (peste 15 m) prin folosirea grinzilor cu zăbrele conduce la reducerea consumui de material faţă de grinzile cu inimă plină, betonul şi armătura fiind convenabil îndepărtate de axa grinzii. Realizarea repartiţiei tensiunilor pe secţiune şi în lungul elementelor, mai uniformă la aceste sisteme, permite în mai mare măsură folosirea capacităţii de rezistenţă a materialelor.

Introducerea pe scară largă a grinzilor cu zăbrele din beton armat în construcţii apare o dată cu aplicarea în masă a prefabricatelor, prin care se elimină dificultăţile de execuţie ivite la fermele monolite. Dintre tipurile de ferme aplicate în practică, cea mai mare răspîndire au căpătat-o sistemele cu centrul de greutate sub linia reazemelor, care prezintă avantajul stabilităţii la montare.

2. Consideraţiuni teoretice

În lucrarea de faţă sînt prezentate studiile teoretice şi experimentale referitoare la comportarea elastică şi plastică a unor grinzi cu zăbrele din beton armat, folosite pe scară largă în ţara noastră şi în străinătate, în ceea ce priveşte modul de repartizare a eforturilor şi variaţia deformaţiilor înainte şi după apariţia fisurilor în elementele întinse şi încovoiate (fig. 1).

Ceea ce deosebeşte fundamental grinzile cu zăbrele din beton armat faţă de cele metalice este caracterul monolit de legătură a barelor în noduri, comportarea cu totul diferită a betonului din elementele comprimate în raport cu cele întinse şi apariţia deformaţiilor plastice în beton de la cele mai mici încărcări. Legătura monolită a elementelor din noduri face ca în afara eforturilor axiale, în bare, (pentru încărcarea grinzii cu zăbrele în noduri), să apară momente încovoietoare însemnate. Apariţia fisurilor şi dezvoltarea acestora în timp, sub sarcini, în elementele întinse, şi deformaţiile elasto-plastice ale betonului modifică rigiditatea elementelor, ceea ce face ca repartiţia eforturilor cît şi deformaţiile grinzilor cu zăbrele din beton armat să fie mult diferite faţă de cele ce se obţin la astfel de sisteme alcătuite din materiale omogene.

Pentru a se stabili influenţa betonului fisurat şi a deformaţiilor plastice ale betonului asupra stărilor de tensiuni şi deformaţiilor sistemului, cît şi pentru a se putea

aprecia măsura în care diferite ipoteze de calcul corespund fenomenelor ce apar la grinzile cu zăbrele, s-au încercat două grinzi cu zăbrele, în mărime naturală, de 18 m deschidere.

Grinzile au fost confecţionate din beton *B* 300 şi armate cu oţel OL 38. Încercarea s-a efectuat de către Facultatea de construcţii şi filiala INCERC, Iaşi, pe şantierul Combinatului de îngrăşăminte azotoase de la Roznov, unde grinzi de acelaşi tip au fost folosite la acoperirea unui mare număr de hale.

Pentru a se putea stabili experimental şi comportarea grinzilor cu zăbrele, de tipul celor studiate, alcătuite însă din materiale omogene, s-au încercat o serie de modele din juralit şi plexiglas, prin fotoelasticimetrie.

Admiţînd o serie de ipoteze prin care se iau în consideraţie într-o măsură mai

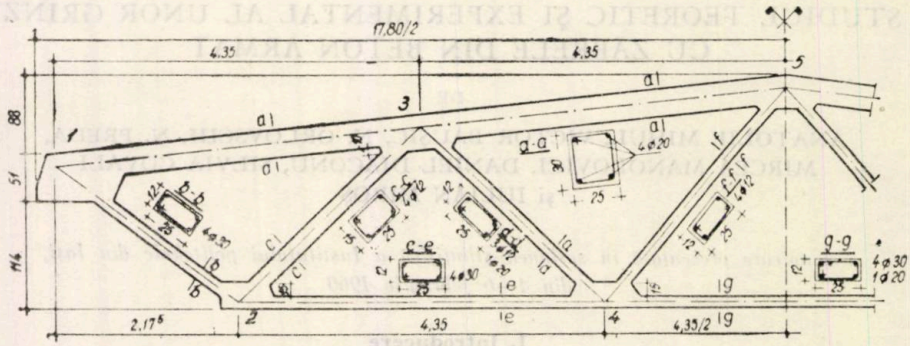


Fig. 1

mare sau mai mică proprietăţile reale ale betonului şi rigiditatea nodurilor, în cele ce urmează se dau rezultatele calculului static pentru grinzile cu zăbrele studiate.

Dintre ipotezele adoptate menţionăm următoarele:

a) S-au considerat grinzile alcătuite dintr-un material omogen. Pentru determinarea rigidităţilor elementelor grinzilor cu zăbrele s-au folosit caracteristicile geometrice ale secţiunii de beton (I_b, A_b) şi un modul de elasticitate unic pentru întreaga structură (E_{beton}). Încărcarea s-a considerat uniform distribuită pe talpa superioară a grinzii. Calculul s-a făcut în ipotezele a_1) grinda cu noduri articulate (pentru care au rezultat momente numai în cîmpul barelor tălpii superioare, ca urmare a repartiţiei continue a sarcinii) şi a_2) grinda cu noduri rigide, la care s-a ţinut seama de caracterul monolit al legăturii barelor în noduri (pentru care au rezultat momente în toate barele).

b) S-a ţinut seama de faptul că betonul din elementele întinse fisurează înainte ca grinda să fie încărcată cu sarcina admisibilă, fără a se conta însă pe o conlucrare între armătură şi betonul fisurat. La calculul rigidităţilor s-au folosit caracteristicile ideale ale secţiunilor, I_i şi A_i, pentru barele comprimate, şi I_i şi A_f, pentru barele întinse.

c) S-a considerat că betonul fisurat conlucrează cu armătura fără a fi luate în calcul deformaţiile plastice ale betonului comprimat şi întins, nefisurat. Pentru barele întinse sau comprimate excentric, care fisurează la sarcina de exploatare (pentru talpa inferioară şi barele *1-3* ale tălpii superioare), s-a introdus în calcul modulul de rigiditate $B_{min} = E_a W_a (h_0 - y) / \psi$, iar alungirile barelor întinse s-au calculat cu relaţia $\Delta l = [Nl / (E_a A_a)] \psi$. Pentru restul barelor s-au folosit caracteristicile ideale ale secţiunii, A_i, I_i. Modulul de elasticitate al betonului s-a considerat diferenţiat pentru elementele întinse şi pentru elementele comprimate ($E = 210\,000$ kg/cm² pentru betonul întins şi $E = 300\,000$ kg/cm² pentru betonul comprimat).

S-a notat cu: N — efortul axial din bare, l — lungimea barelor, E_a — modulul de elasticitate al armăturii (2 100 000 kg/cm²), A_a — secţiunea armăturii din barele întinse fisurate, $\psi = \varepsilon_{am} / \varepsilon_a$ — raportul dintre alungirea specifică medie a armăturii care conlucrează cu betonul fisurat şi alungirea specifică a armăturii singure, y — înălţimea

zonei comprimate, W_a — modulul de rezistență al secțiunii pentru zona întinsă după apariția fisurilor în betonul întins.

d) Ținînd seama de conlucrarea dintre betonul fisurat și armătură s-a luat în considerare și influența deformațiilor plastice ale betonului comprimat și întins care nu fisurează. Pentru calculul momentelor s-a folosit modulul de rigiditate B_{min} pentru barele care fisurează și $B_f = E_b (1 - \lambda) W_f (h - y)$ pentru barele care nu fisurează, iar pentru eforturi unitare de compresiune de durată — modulul de elasticitate $E_b = E_0 [1 - \sigma_b/(1,1R)]$, în care s-a notat cu $\lambda = \varepsilon_p / \varepsilon_t$ — coeficientul de plasticitate, ε_p — deformația specifică plastică (ireversibilă), $\varepsilon_t = \varepsilon_e + \varepsilon_p$ — deformația specifică totală, ε_e — deformația specifică elastică, ε_p — deformația specifică plastică, W_f — modulul de rezistență al secțiunii pentru zona întinsă pînă la apariția fisurilor, R_{pr} — rezistența prismatică a betonului, E_b — modulul de elasticitate pentru un anumit efort σ_b (după prof. I. Onișcik), E_0 — modulul de elasticitate al betonului.

e) Deoarece talpa superioară are o rigiditate mult mai mare decît celelalte bare, s-a efectuat calculul grinzii cu zăbrele pentru determinarea momentelor (care sînt importante în talpa superioară) numai pentru talpa superioară, aceasta fiind considerată ca o grindă continuă pe reazeme tasabile, parțial încastrată la capăt (funcție de rigiditatea barei *1-2*). Deplasările reazemelor s-au considerat egale cu săgețile nodurilor tălpii superioare. Pentru calculul săgeților s-a ținut seama de caracteristicile reale ale betonului.

f) Pentru a scoate în evidență influența modului de distribuție a sarcinilor pe talpa superioară s-a efectuat un calcul și cu sarcinile distribuite în noduri în ipoteza a_2).

În tabelul 1 sînt date valorile eforturilor axiale din bare, în tabelul 2 valorile momentelor încovoietoare, iar în tabelul 3 valorile săgeților, pentru sarcina uniform distribuită de 2 660 kg/ml, pentru toate ipotezele. Influența momentelor asupra eforturilor axiale fiind sub 1% a fost neglijată. În fig. 2 se prezintă diagramele de momente încovoietoare pentru ipotezele a_2), b) și d).

Tabelul 1

Eforturile axiale în bare

Bara	*1-3*	*3-5*	*1-2*	*2-4*	*4-6*	*2-3*	*3-4*	*4-5*
Efort axial (kg)	— 22 700	— 42 100	+ 27 200	+ 40 000	+ 43 400	— 23 000	+ 2 340	— 2 180

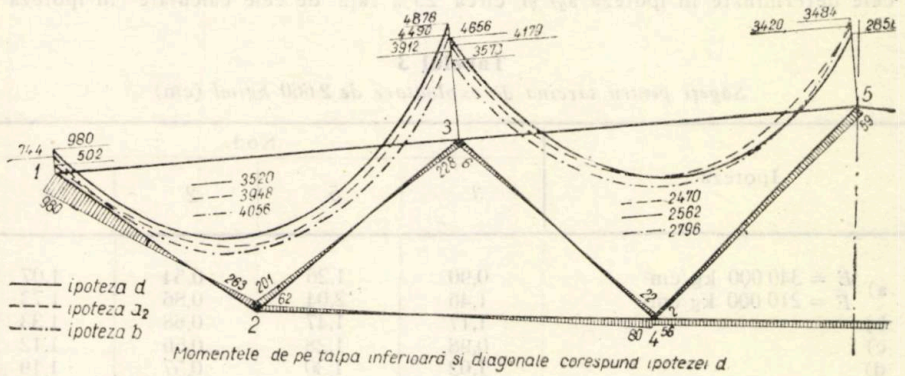


Fig. 2

Din analiza rezultatelor obţinute prin aplicarea ipotezelor menţionate se deduce măsura în care luarea în considerare a betonului fisurat din elementele întinse, a deformaţiilor plastice ale betonului şi a rigidităţii nodurilor, modifică valorile eforturilor ce apar în grinzile cu zăbrele din beton armat în raport cu grinzile care ar fi alcătuite din materiale omogene.

Din datele prezentate în tabelul 2 reiese că efectuarea unui calcul pentru grinzile cu zăbrele studiate, numai la eforturi axiale, nu poate fi satisfăcătoare deoarece momentele încovoietoare în anumite elemente au valori apreciabile. Momente încovoietoare importante rezultă în nodurile tălpii superioare în timp ce în diagonalele — în nodurile inferioare — şi elementele din talpa inferioară, apar momente relativ mici.

Tabe

Momente încovoietoare pentru sarcina

Bară nod / Ipoteza	*1–3*			*3–5*			*1–2*	
	13	Max. cîmp	*31*	*35*	Max. cîmp	*53*	*12*	*21*
a_1)	—	6 300	—	—	6 300	—	—	—
a_2)	— 502	3 948	— 4 490	— 4 179	2 470	— 3 420	502	— 200
b)	— 744	4 056	— 3 912	— 3 573	2 796	— 3 484	744	— 317
c)	— 748	3 472	— 5 061	— 4 603	2 436	— 3 124	748	— 279
d)	— 980	3 520	— 4 878	— 4 656	2 562	— 2 858	980	— 263
e)	— 1 362	3 118	— 5 273	— 5 273	2 312	— 2 818	—	—
f)	— 64	—	+ 936	955	—	+ 309	64	— 11

Din această cauză este necesar, la proiectarea grinzilor cu zăbrele de tipul studiat, să se facă cel puţin un calcul simplificat, considerînd talpa superioară ca o grindă continuă pe reazeme tasabile, parţial încastrată la capete. Prin luarea în consideraţie, în calculul static, a unui modul de elasticitate unic, grinda fiind considerată alcătuită din material omogen (ipoteza a_2)), se obţin momente mai mari faţă de cazul cînd nu se ia în consideraţie betonul fisurat din elementele întinse (ipoteza b)). Astfel, pentru nodul *3* (fig. 2) diferenţa de momente în minus este de 14%.

Prin luarea în consideraţie a betonului dintre fisuri (ipoteza c)) raportul momentelor în noduri se schimbă radical; momentele devin mai mari decît cele calculate în ipoteza la care s-a folosit un modul unic de elasticitate. De exemplu, în nodul *3* (fig. 2), diferenţa dintre momentele calculate în ipoteza c) este de 13% în plus faţă de cele determinate în ipoteza a_2) şi circa 29% faţă de cele calculate în ipoteza b).

Tabelul 3

Săgeţi pentru sarcina de exploatare de 2 660 kg/ml (cm)

Ipoteza	Nod			
	3	*5*	*2*	*4*
a) $E = 340\,000$ kg/cm²	0,90	1,26	0,54	1,07
a) $E = 210\,000$ kg/cm²	1,46	2,04	0,86	1,73
b)	1,17	1,47	0,68	1,33
c)	0,98	1,28	0,56	1,12
d)	1,02	1,30	0,57	1,19

Prin luarea în considerație și a efectului deformațiilor plastice ale betonului din elementele comprimate, diferența se reduce, ajungînd pentru nodul *3*, de exemplu, la 9% față de ipoteza a_2) și circa 24% față de ipoteza b). Din aceste date rezultă, evident, influența conlucrării betonului fisurat cu armătura în elementele întinse, care modifică simțitor rigiditatea elementelor și care nu poate fi neglijată în calcule. Din rezultatele teoretice, care au fost confirmate și experimental, rezultă că neluarea în considerație a betonului fisurat la calculul grinzilor cu zăbrele studiate, dă abateri mai mari la stabilirea momentelor încovoietoare decît ipoteza considerării grinzii cu zăbrele ca fiind alcătuită dintr-un material omogen (cu modul de elasticitate unic pentru elementele comprimate și întinse).

lul 2

de exploatare de 2660 kg/ml (kgm)

2–4		*4–6*	*2–3*		*3–4*		*4–5*	
24	*42*	*46*	*23*	*32*	*34*	*43*	*45*	*54*
—	—	—	—	—	—	—	—	—
—5	+ 61	42	— 195	+ 331	20	— 8	11	+43
35	+ 37	50	— 352	+ 425	86	— 49	—62	+107
13	+ 46	38	— 292	+ 471	13	— 6	2	+61
—62	+ 80	56	— 201	+ 228	6	— 22	2	+59
—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	+ 61	35	— 27	+ 122	104	— 32	— 5	+53

Diferențele dintre momente, ce se obțin în diferite ipoteze pentru talpa superioară, sînt mai mari în nodul *3* și mult mai mici în nodul central *5*. Ipoteza la care se obțin momente maxime în nodul *1* este aceea prin care se ia în considerație conlucrarea dintre betonul fisurat și armătură, în elementele întinse, și influența deformațiilor plastice ale betonului comprimat. Astfel, diferența dintre momentul calculat în ipotezele a_2) și d) este de circa 49%. Considerînd talpa superioară ca o grindă continuă se obțin rezultate sensibil apropiate de cele calculate aplicînd ipoteza d).

În ceea ce privește deformațiile teoretice (tabelul 3), calculate pentru sarcina de exploatare, dacă nu se ia în considerație betonul fisurat din zona întinsă (ipoteza b)), se obțin valori mai mari cu 23% (în medie) față de ipoteza în care se consideră un modul unic de elasticitate al betonului $E_0 = 340\,000$ kg/cm². Prin faptul că se ține seama de conlucrarea dintre betonul fisurat și armătură (ipoteza c)), deformațiile rezultă mai mici, în medie, cu 15% față de cele calculate în ipoteza cînd nu este luată în calcul această conlucrare (ipoteza b)). Introducerea în calcul a deformațiilor plastice ale betonului prin intermediul modulului de elasticitate E_b (ipoteza d)) conduce la obținerea unor deformații mai mari cu circa 3%, deci o reducere a deformațiilor față de cele stabilite prin aplicarea ipotezei d) cu circa 12%. Menționăm că în calculele efectuate de noi nu am ținut seamă de influența pe care o exercită încărcarea în timp îndelungat asupra deformațiilor. Experiențele au arătat că la astfel de încărcări în elementele încovoiate deformațiile cresc intens în primele zile și se stabilizează abia peste cîteva luni.

Cele mai mari valori pentru deformații se obțin prin considerarea aceluiași modul de elasticitate pentru întreaga structură, de 210 000 kg/cm², care se ia în calcul pentru elemente încovoiate.

3. Încercarea grinzilor

Cele două grinzi de 18 m (fig. 1), confecționate la mărime naturală pentru încercare, au fost așezate pe reazeme independente, din beton, la o distanță de 3 m. Încercarea s-a făcut în condițiile unei simple rezemări, realizată prin introducerea unui

reazem mobil. Deplasările pe verticală şi orizontală a nodurilor tălpii superioare şi inferioare s-au măsurat cu comparatoare cu precizia de 0,01 mm, cu flexometre tip Maximov cu precizia de 0,1 mm şi amplificatoare de săgeţi cu precizia de 0,5 mm (fig. 3).

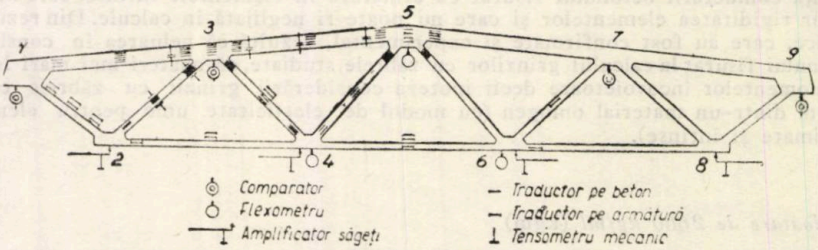


Fig. 3

Determinarea eforturilor din beton s-a efectuat prin măsurarea alungirilor specifice, folosind tensometria electrică cu traductori cu fir rezistent care s-au lipit pe beton cîte 3...6 pe fiecare secţiune studiată, de ambele părţi ale elementului (fig. 3 şi 4) şi pe barele de armătură în golurile create prin intermediul unor dibluri din lemn introduse în beton la turnare. În unele secţiuni traductorii de pe beton au fost dublaţi cu tensometre mecanice cu baza de 5 cm sau 10 cm (fig. 4).

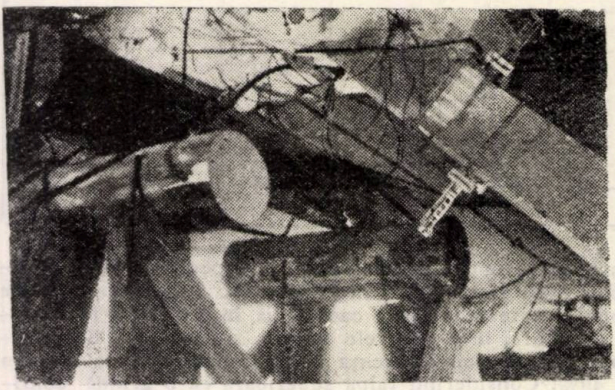


Fig. 4

Pentru a se observa mai bine apariţia fisurilor feţele elementelor întinse au fost acoperite cu o peliculă realizată din ipsos. Măsurarea deschiderii fisurilor s-a efectuat cu lupe gradate.

Încărcarea grinzilor s-a făcut cu elemente liniare şi chesoane din beton armat dispuse în aşa mod încît să se realizeze o sarcină uniform distribuită.

Treptele de încărcare sînt date în tabelul 4.

Tabelul 4

Dreptele de încărcare

Treapta	Sarcina (kg/ml)	$P_{\text{încărc.}} / P_{\text{expl.}}$	Observaţii
—	460	0,17	gr. propr.
0	670	0,25	sarcina 0
1	900	0,34	apar fisuri
0	670	0,25	—
1	900	0,34	—
2	1 200	0,45	—
3	1 600	0,60	—
4	2 120	0,80	—
5	2 660	1,00	sarc. de expl.
4	2 120	0,80	—
3	1 600	0,60	—
4	2 120	0,80	—
5	2 660	1,00	sarc. de expl.
6	3 060	1,15	—
7	3 460	1,30	—
8	3 850	1,45	—
9	4 380	1,65	pierd. cap. port.

Modelele încercate prin fotoelasticimetrie s-au executat la scara momentelor de inerţie (fig. 9) şi la scară geometrică (fig. 10), din juralit, pe care s-au urmărit alura izocromatelor, şi din plexiglas, pentru a urmări alura izoclinelor. Încărcarea continuă pe talpa superioară s-a realizat prin intermediul unei benzi de cauciuc dispusă între talpa superioară a grinzii şi sistemul de încărcare.

4. Rezultatele experimentării

Rezultatele încercărilor au fost interpretate, fiind folosite măsurătorile efectuate la ambele grinzi. Ca exemple, în text au fost folosite rezultatele obținute de la încercarea grinzii *1*, care nu au diferit esențial de cele obținute la grinda *2*.

a) *Fisurarea.* Primele fisuri au apărut la sarcina de 900 kg/ml — inclusiv greutatea proprie — ceea ce reprezintă circa 34% din sarcina de exploatare, la capătul superior al barelor *1–2* și *8–9*, la distanța de circa 10 cm de la marginea vutei nodului *1*. La această sarcină deschiderea fisurilor la grinda *1*, în bara *1–2*, a fost de 0,08 mm, iar în bara *8–9* de 0,03 mm. Fisurile au apărut numai la partea inferioară a barelor ajungînd pînă la 1/3 din înălțimea barei. La descărcare fisurile apărute s-au închis, fiind greu distinse cu ochiul liber (deschiderea lor a fost mai mică de 0,01 mm).

La treapta următoare de încărcare (0,45 din sarcina admisibilă), apar fisuri noi în aceleași bare la capătul superior, la marginea vutelor nodului, și două fisuri la circa 14 cm distanță, la capătul inferior, pe fața superioară a barei, care s-au deschis pînă la circa 1/3 din grosimea barei. La această sarcină s-au observat, de asemenea, fisuri de deschidere foarte mică, abia perceptibile cu ochiul liber, în barele *2–4* și *4–6* a tălpii inferioare, dispuse normal pe axa barelor, fiind deschise mai mult la partea inferioară a tălpii.

Din calcul rezultă că pentru barele *2–4* și *4–6* sarcina de fisurare este de 1 275 respectiv 1 260 kg/m de grindă, sensibil apropiată de sarcinile la care au apărut efectiv fisurile. În barele *1–2* și *8–9* însă fisurile au apărut la o sarcină cu circa 30% mai mică decît cea rezultată teoretic. Mărind sarcina la 0,60 din sarcina admisibilă, fisurile s-au îndesit în talpa inferioară străbătînd toată secțiunea, fiind dispuse la o distanță de circa 13 cm una de alta, în vecinătatea nodurilor, și la 17...19 cm în zonele centrale ale barelor, deschiderea maximă a fisurilor fiind de 0,1 mm. În barele *1–2* și *8–9* fisurile din vecinătatea nodurilor s-au deschis la circa 0,1 mm, fără a străbate însă bara în cealaltă parte. Fisurile noi apărute în zona centrală a acestor bare au străbătut toată secțiunea. La această sarcină au apărut primele fisuri în diagonalele întinse la capătul inferior.

După modul de apariție al fisurilor și dezvoltarea lor se observă efectul important al momentului încovoietor din nodurile *1* și *9*, și mai puțin din nodul *2* și *8*, asupra barelor *1–2* și *8–9* în raport cu forțele axiale de întindere. De asemenea se constată mărimile neînsemnate ale momentelor ce apar în barele tălpii inferioare *2–4...6–8* în raport cu eforturile axiale de întindere.

Încărcînd în continuare grinda pînă la sarcina admisibilă, se constată apariția unor fisuri noi la partea inferioară a tălpii superioare *1–2* și *7–9*, ajungînd la înălțimea de circa 1 cm. Deschiderea medie a acestor fisuri a fost de 0,08 mm, iar distanța

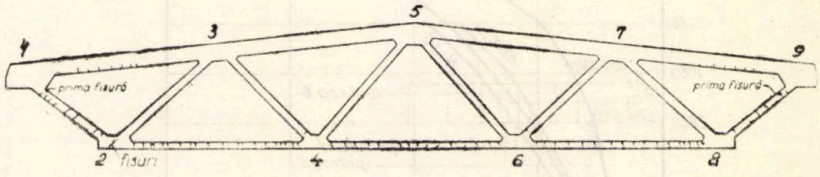


Fig. 5

dintre fisuri de circa 19 cm (fig. 5). Pentru aceste bare sarcina de fisurare calculată coincide cu sarcina la care efectiv s-a produs fisurarea elementului. Din calcul rezultă, pentru această sarcină, o deschidere a fisurilor de 0,1 mm, iar distanța dintre fisuri de 19,6 cm.

În talpa inferioară, la încărcarea de exploatare nu s-a observat apariția unor noi fisuri.

Deschiderea fisurilor formate, la sarcina de circa 0,8 din cea admisibilă, s-a mărit însă ajungînd la 0,1...0,17 mm, fiind dispuse la o distanță de circa 8...13 cm. Din

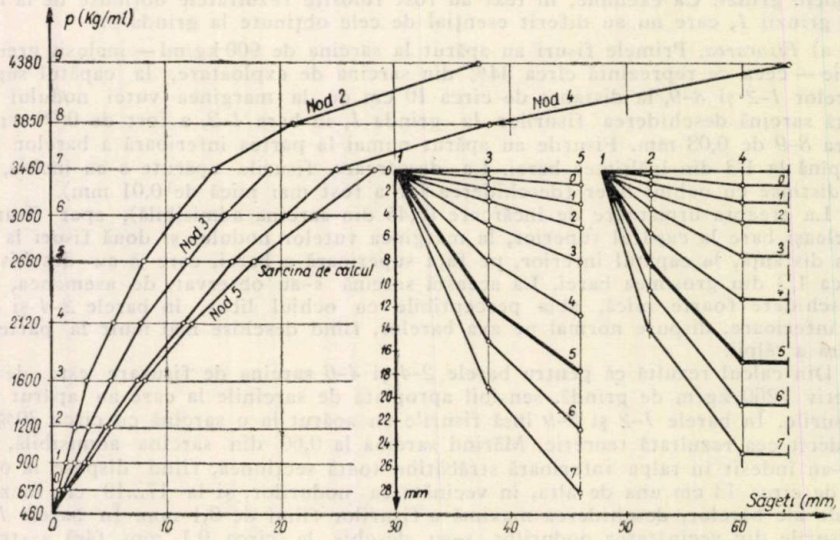

p (Kg/ml)
4380
3850
3460
3060
2660
2120
1600
1200
900
670
460
Nod 2
Nod 4
Nod 3
Nod 5
Sarcina de calcul
mm
Săgeți (mm)
0
10
20
30
40
50
60

Fig. 6

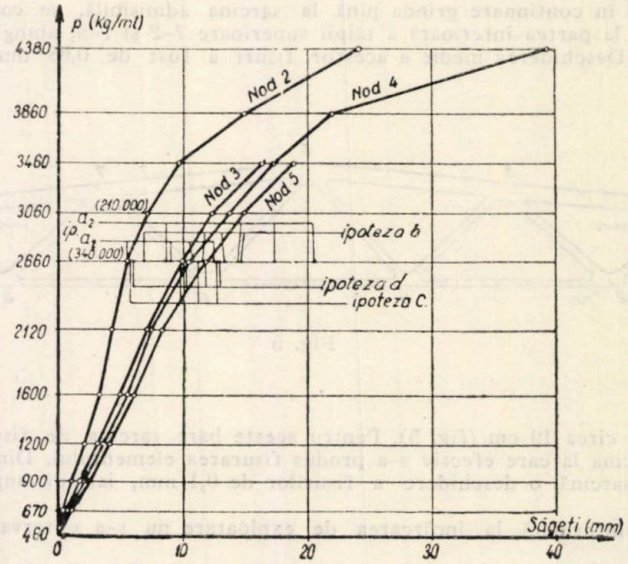

p (kg/ml)
4380
3860
3460
3060
2660
2120
1600
1200
900
670
460
Nod 2
Nod 4
Nod 3
Nod 5
(210.000)
(p a2
(p a1
(345.000)
ipoteza b
ipoteza d
ipoteza C
Săgeți (mm)
0
10
20
30
40

Fig. 7

calculul efectuat pentru această sarcină, pentru talpa inferioară, au rezultat deschideri mai mici, fisurile fiind distribuite mai des.

Mărind sarcina în continuare, pînă la 1,15 şi 1,30 faţă de sarcina de exploatare, în general nu s-a observat apariţia unor fisuri noi decît în diagonalele întinse. La aceste sarcini s-au constatat importante creşteri ale fisurilor în timp, sub sarcină constantă. Astfel, unele fisuri de la deschiderea de 1 mm în timp de 24 de ore au crescut la circa 3,2 mm. Fisura de cea mai mare deschidere la această sarcină a fost de 4 mm.

Încărcînd în continuare grinda pînă la 1,65 din sarcina de exploatare (sarcina corespunzătoare pierderii capacităţii de rezistenţă a sistemului), deschiderea fisurilor a crescut neuniform, ajungînd în unele zone, înainte de ruperea grinzii, la circa 10...14 mm.

b) *Deformaţii.* În fig. 6 sînt prezentate curbele de variaţie încărcări-săgeţi, pentru nodurile tălpilor superioare şi inferioare ale grinzii, fiind luate în consideraţie şi deformaţiile produse în timp, iar în fig. 7 — variaţia deformaţiilor măsurate la terminarea fiecărei trepte de încărcare (deformaţiile produse în perioadele de repaus de 6...48 ore, după fiecare treaptă de încărcare au fost eliminate).

În cazul cînd nu se iau în consideraţie deformaţiile produse de acţiunea de lungă durată a sarcinilor, pînă la sarcina de 900 kg/ml, săgeţile au rezultat ca fiind proporţionale cu încărcările, curba încărcări-săgeţi fiind liniară. De la această încărcare pînă la sarcina de 1 600 kg/ml (circa 60% din sarcina de exploatare), datorită în mare măsură formării şi dezvoltării fisurilor, în elementele întinse (prin care o parte din eforturile din beton sînt transmise armăturilor) deformaţiile prezintă o creştere mai accentuată în raport cu creşterea sarcinilor. De la această sarcină pînă aproape de sarcina de exploatare, deoarece nu apar fisuri noi decît în număr mic, iar în betonul comprimat deformaţiile plastice sînt încă reduse, se constată o reconsolidare a structurii.

Viteza de creştere a deformaţiilor este practic constantă şi mai mică ca valoare decît cea care apăruse la treapta anterioară.

Pentru încărcările ce depăşesc sarcina de exploatare (2 600 kg/ml), prin fisurarea zonei întinse a elementelor din talpa superioară şi apariţia unor deformaţii plastice mai mari în betonul comprimat, viteza de creştere a deformaţiilor este continuă, curba deformaţii-încărcări îndepărtîndu-se din ce în ce mai mult de la o variaţie liniară. Din compararea rezultatelor obţinute din calculul săgeţilor în diferite ipoteze, (trecute pe graficul din fig. 7) cu cele experimentale, pentru sarcina de exploatare, rezultă valori foarte apropiate pentru ipoteza d) la care s-a luat în consideraţie conlucrarea betonului dintre fisuri cu armătura şi variaţia modulului de elasticitate cu efortul. Neluarea în consideraţie a conlucrării betonului fisurat cu armătura şi neglijarea variaţiei modulului de elasticitate cu sarcina conduce la obţinerea unor deformaţii mai mari decît cele reale.

În cazul cînd se iau în consideraţie şi deformaţiile plastice produse de acţiunea de lungă durată a sarcinilor (fig. 6) viteza de creştere a deformaţiilor în raport cu sarcina se măreşte continuu de la sarcinile cele mai mici, curba de variaţie abătîndu-se din ce în ce mai mult de la o variaţie liniară.

O creştere importantă a deformaţiilor în raport cu creşterea sarcinilor se constată după treapta a şaptea de încărcare (3 640 kg/ml), de la care sistemul lucrează într-un stadiu elasto-plastic avansat.

Comparînd, pentru sarcina admisibilă, săgeţile calculate în diferite ipoteze cu cele măsurate, se constată că deformaţiile reale sînt mai mari decît cele teoretice. Calculul pentru acest caz este necesar a se face luînd în consideraţie efectul curgerii lente care nu poate fi neglijat.

c) *Eforturi.* În fig. 8 sînt prezentate alungirile specifice calculate, în beton, în cîteva secţiuni mai puternic solicitate (în elementele comprimate excentric), în comparaţie cu cele experimentale. Ca o primă concluzie se poate aprecia, în general, că ipoteza secţiunilor plane pînă la încărcarea cu sarcina de exploatare, practic este aplicabilă la sistemul studiat. Este interesant, de asemenea, de menţionat faptul că folosind diferite ipoteze pentru stabilirea eforturilor unitare, în elementele comprimate excentric se obţin valori apropiate, în cîmpul cărora se plasează şi rezultatele experimentale.

Eforturile stabilite în ipoteza neglijării betonului fisurat din elementele întinse conduc la rezultate care sînt în cea mai mare măsură depărtate de cele reale, obţinute

din experimentare. Prin aplicarea ipotezei în care se consideră un modul unic de elasticitate pentru toată structura (ipoteza a_2)), se obţin rezultate satisfăcătoare pentru proiectare.

În nodul *3* (fig. 8, secţiunea *c*) şi cîmpul *1–3* (fig. 8, secţiunea *b*), unde solicitările din încovoiere sînt mai importante, se distinge, evident, corespondenţa rezultatelor obţinute din calcul, aplicînd ipoteza d), (în care se ia în consideraţie conlucrarea dintre betonul fisurat şi armătura întinsă şi deformaţiile plastice ale betonului), cu cele determinate experimental. În cîmpul barei *1–3*, unde au apărut fisuri cu deschideri de circa 0,08 mm la sarcina de exploatare, se constată că variaţia deformaţiilor specifice, măsurate în diferite puncte ale secţiunii, se abate în cea mai mare măsură de la o variaţie liniară în raport cu variaţia deformaţiilor specifice măsurate în celelalte secţiuni. În secţiunea *c* din nodul *3* se remarcă o creştere accentuată a deformaţiilor betonului întins în fibrele extreme (în aceste fibre nu este exclus un început de fisurare în beton care nu a putut fi observat).

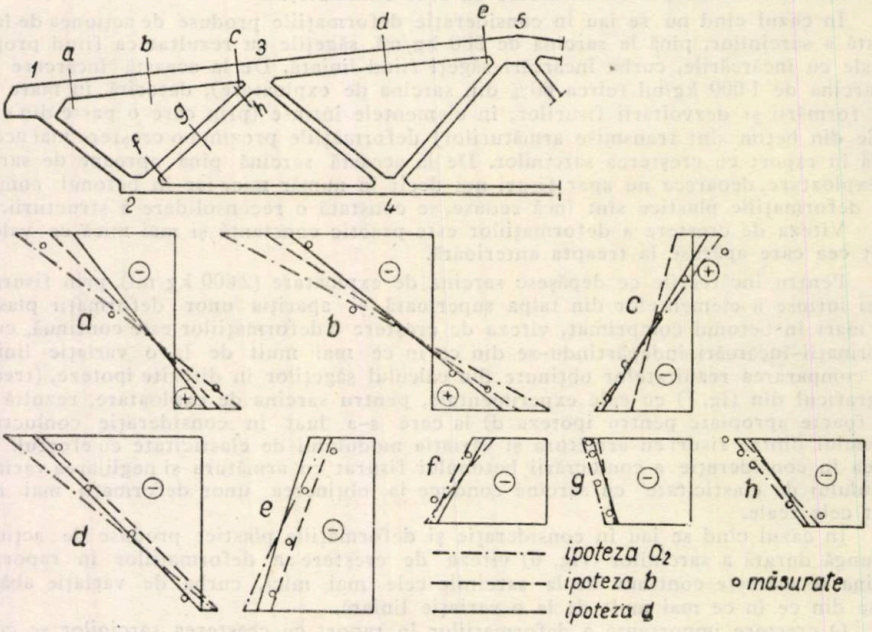


Fig. 8

Deformaţiile specifice în secţiunea *a* din bara *1–3* s-au măsurat dincolo de punctul de moment 0, în zona momentelor pozitive. Din rezultatele experimentale a rezultat că momentul negativ la capătul barei *1–3*, în nodul *1*, este mai mic decît cel determinat în ipoteza d). Aceasta se datoreşte probabil faptului că după fisurarea barei *1–3* rigiditatea acesteia, din cauza secţiunii reduse, a scăzut mult (în mai mare măsură decît a fost prevăzut în calcul), ceea ce a făcut ca momentul din capătul de bară *1–3*, în nodul *1*, să rezulte mai mic decît cel stabilit prin calcul.

În cîmpul barei *3–5*, unde influenţa momentului încovoietor nu este importantă în raport cu eforturile de compresiune (eforturile de întindere fiind neînsemnate), abaterea variaţiei deformaţiilor specifice din beton faţă de o variaţie liniară este neînsemnată.

Din analiza izocromatelor obţinute prin încercarea fotoelasticimetrică se constată că în nodurile tălpii inferioare *2–6*, atît la sarcini concentrate cît şi la sarcini uniform

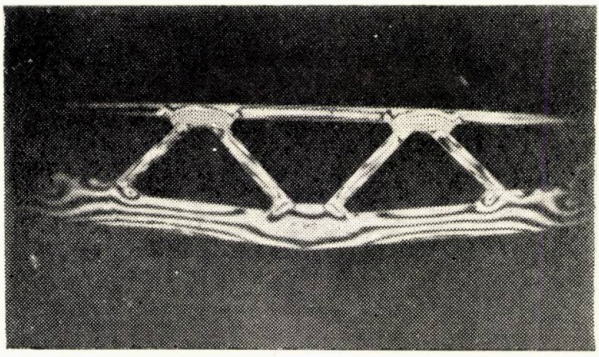


Fig. 9

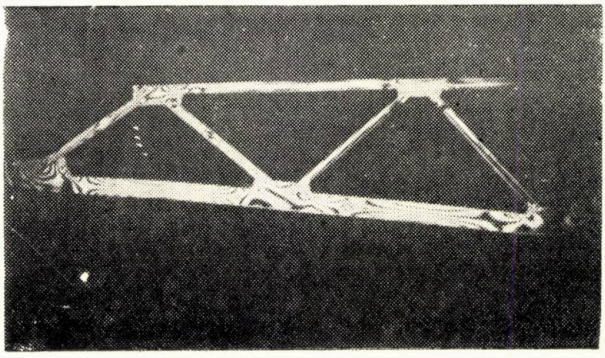


Fig. 10

distribuite, iau naştere momente încovoietoare puternice numai în porţiunea vutată a nodului. De asemenea, în barele tălpii inferioare se constată că eforturile axiale sînt preponderente faţă de momentele încovoietoare, care sînt neglijabile şi localizate către noduri, atît pentru sarcinile concentrate aplicate la noduri cît şi pentru sarcinile uniform distribuite (fig. 9). Această concluzie rezultă şi din observarea extincţiunilor succesive ce apar la încărcarea treptată a modelului, care se întind pe aproape întreaga lungime a barelor tălpii inferioare.

Se constată, în schimb, că în barele tălpii superioare (fig. 10) predominante sînt momentele încovoietoare, atît la acţiunea sarcinilor concentrate aplicate în noduri cît şi pentru sarcinile uniform distribuite.

Din analiza densităţii izocromatelor se constată că bara *1–3* este mult mai solicitată decît bara *3–5*, fapt care a fost verificat şi experimental pe prototip

La unghiurile intrînde aferente vutelor se observă concentrări de eforturi datorită variaţiei bruşte de secţiune. Atît pe fotografiile izocromatelor cît şi pe cele ale izoclinelor s-au putut determina punctele de moment nul, a căror poziţie a coincis cu cea rezultată din calculul grinzii în ipoteza a_2).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de rezistenţa materialelor,
statică şi beton armat
şi
INCERC, filiala Iaşi

ИССЛЕДОВАНИЕ ФЕРМ РОЗНОВСКОГО КОМБИНАТА

(Резюме)

Приводятся результаты исследований, проведенных над эластичностью и над эластично-пластичностью сборных железобетонных ферм 18-ти метрового пролета, с центром тяжести под линией опор, широко употребляемые в НР Румынии.

Для сравнения с экспериментальными данными полученными при испытании балок из однородных материалов, способом фотоэластичности, была исследована серия моделей из журалита и плексигласа. Выявлено влияние упруго-пластических свойств бетона (сжатых элементов) и влияние растрескавшегося бетона (растянутых элементов) на напряжение и деформации исследованных балок.

Сопоставлением экспериментальных и теоретических результатов выявляется, в какой мере различные гипотезы, употребляемые при расчете исследованных балок, соответствуют явлениям имеющим место в изученной системе.

Определение жесткости элементов производилось по теории Мурашева. Учитывая агрессивную среду в которой будут употреблены балки, анализируется детально образование трещин и развитие их в напряженных составных частях фермы в зависимости от изменения нагрузок.

ÉTUDE DES POUTRES EN TREILLIS AU COMBINAT DE ROZNOV

(Résumé)

On présente les résultats des analyses effectuées quant au comportement élastique et élasto-plastique des poutres en treillis, préfabriquées, de béton armé, type, à 18 mètres ouverture, dont le centre de gravité est situé sous l'axe d'appuis, employées d'une large manière sur les chantiers de la République Populaire Roumaine.

Pour pouvoir faire une comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus quant aux poutres formées par des matériaux homogènes, on a essayé une série de modèles de jouralite et de plexiglace par photoélasticimétrie.

Les résultats obtenus à l'éxperimentation ont permis de mettre en évidence l'influence du béton fissuré des éléments étendus et celle des déformations plastiques du béton des éléments comprimés sur les tensions et les déformations des poutres en treillis du type étudié.

Si l'on compare les deux séries de résultats, ceux expérimentaux et ceux théoriques, on constate la mesure dans laquelle diverses hypothèses employées au calcul des poutres en treillis, correspondent aux phénomènes se manifestant dans le système essayé. On met en évidence, de cette manière, la correspondence entre les résultats éxperimentaux et ceux obtenus par calcul dans l'hypothèse qu'on prend en considération les caractéristiques réels du béton en appliquant la théorie de M o u r a c h e v, pour l'établissement de la rigidité des éléments.

Ayant en vue le milieu agressif dans lequel les poutres vont être exploitées on analyse en détail le moyen d'apparition des fissures et leur développement chez les éléments étendus, en fonction de la variation des charges.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

Д. К. 622

ОБ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОМ БАЛАНСЕ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

А. Н. СТАВРОГИН, В. М. КОЛИКОВА

1. *Общие предпосылки*

На протяжении последних десятилетий работники горнодобывающей промышленности различных стран мира постоянно встречаются, по мере увеличения глубины разработок, с грозным явлением внезапного (типа взрыва) разрушения горных пород, окружающих выработки, сопровождающегося выбросом в выработанное пространство десятков и даже сотен тонн измельченной породы. Среди специалистов горного дела это явление получило название „горного удара".

Горный удар представляет собой пример хрупкого разрушения большого объема горной породы, вызванного действием горного давления. Сила горного удара оценивается количеством выделившейся при разрушении энергии, баланс которой может быть представлен уравнением:

$$P + A + K + Q = 0, \tag{1}$$

где: P — упругая энергия деформации, накопленная в теле перед разрушением, A — энергия, необратимо затраченная при разрушении на создание новых свободных поверхностей и остаточных деформаций, K — полная кинетическая энергия, освобождающаяся при разрушении, Q — обменная часть энергии.

В уравнении (1) не учтены диссипативные потери, т. к. предполагается, что они малы.

Детальный анализ первых трех членов этого уравнения дан в более ранней нашей работе [1]. Там же показано, что первая стадия процесса хрупкого разрушения порождает упругую волну разгрузки, действием которой вызвано сильное измельчение материала. Последнее утверждение, однако, в цитированной работе экспериментально не было проверено.

Настоящая работа посвящена анализу обменной части энергии, учтенной в уравнении (1) членом Q, и исследованию ее влияния на степень измельчения материала при разрушении.

Первый этап разрушения тела завершается прорастанием одной магистральной трещины. Следствием этого является возникновение волны разгрузки, которая распространяется как упругая волна в ненарушенных кусках материала. Если тело доводится до разрушения, например, в условиях одноосного сжатия, то амплитуда волны разгрузки в первый момент принимает знак растяжения. При отражении от свободной поверхности тела, амплитуда опять принимает знак сжатия и т. д.

У большинства хрупких материалов, в том числе и у горных пород, прочность на сжатие во много раз больше прочности на отрыв. Распространение волны разгрузки в таких телах, в силу сказанного выше, может приводить к измельчению оставшихся ненарушенными после первого этапа разрушения кусков материала. Многократное повторение растягивающего знака у амплитуды волны разгрузки всякий раз вызывает новое разрушение, что, в конечном итоге, приводит к сильному измельчению исходного материала. Процесс этот длится до тех пор, пока не иссякнет запас энергии в волне разгрузки и амплитуда ее не станет меньше прочности на отрыв.

Принимая во внимание изложенную схему процесса хрупкого разрушения, которая детально рассмотрена в работе [1], авторы настоящей работы поставили вопрос:

как изменится характер разрушения, если волне разгрузки дать возможность покинуть объем исследуемого материала? Ответ на данный вопрос дают результаты описываемых ниже экспериментов.

2. *Методика эксперимента*

В качестве материала для опыта было выбрано силикатное стекло, как вещество весьма хрупкое, прочность которого на сжатие в 40 раз превышает прочность на отрыв. Образцы были выполнены в форме трубок длиной 200 мм, с внутренним диаметром 30 мм и наружным — 32 мм. Для снятия остаточных напряжений трубки предварительно отжигались при температуре 500° С.

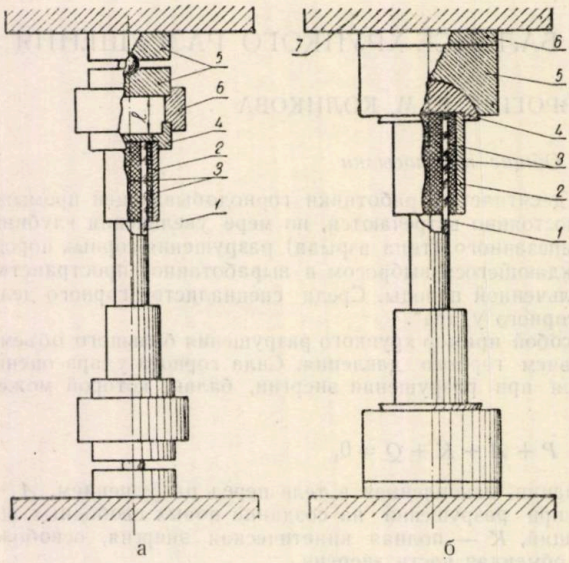


Рис. 1. — Образцы использованные в первой и второй группе опытов.

Опыты проводились в условиях одноосного сжатия и были разделены на две группы. В первой группе опытов использовались образцы, конструкция которых изображена на рис. 1 а. В них были созданы условия на контактах, не позволявшие волне разгрузки уходить за пределы объема образца. Во второй группе, наоборот, конструкцией образцов (рис. 1 б) была обеспечена акустическая прозрачность контактов, дававшая возможность волне разгрузки покидать объем образца.

В обоих типах образцов к концам стеклянной трубки *1* крепились стальные трубки *2*, что осуществлялось с помощью клея, заливаемого в жидком состоянии в пространство *3* между втулкой и образцов. Для того, чтобы исключить возможность внецентренного приложения нагрузки, склеивание выполнялось на специальном приспособлении, обеспечивавшем центрирование образца относительно втулки с точностью 0,03...0,1 мм. Торцы образцов тщательно шлифовались. Возможные перекосы устранялись сферическими подпятниками, которые в образцах типа „а" были выполнены в виде шарика, помещенного между деталями *5* и *6*, а в образцах типа „б" — в виде сферической переходной детали *4*.

Как известно [2], [3] на границе раздела двух сред коэффициент отражения по энергии при нормальном падении волны определяется выражением:

$$R = [(z_1 - z_2)/(z_1 + z_2)].100, \tag{2}$$

где z_1 и z_2 — характеристические импеданцы граничащих сред, равные произведению плотности среды на скорость звука в ней.

На границе раздела „стекло-сталь" $R \approx 31\%$. Наличие воздушного зазора *1* и промежуточных деталей *6* и *5* увеличивает суммарный коэффициент отражения, приближая его к 100%.

В образцах типа „б" торец стеклянной трубки упирается в алюминиевую полусферу *4*, тщательно пришлифованную к массивной алюминиевой детали *5*. Между деталью *5* и опорой пресса *7* проложена изолирующая пробковая прокладка *6*.

На границе раздела „стекло-алюминий" коэффициент отражения R не превышает 2%, т. е. почти вся энергия упругой волны может беспрепятственно проходить через контакт.

Измеряемыми в опытах величинами были упругая энергия P, накопленная в образце перед разрушением и общее количество получающихся при разрушении осколков n, отнесенное к 1 см³ исходного материала образца.

Энергия P подсчитывалась по формуле:

$$P = \sigma^2/(2E), \tag{3}$$

где: σ — осевое сжимающее напряжение, (кг/см²), E — модуль Юнга, (кг/см²).

Правомочность применения формулы (3) была проверена экспериментально. Опыты показали постоянство модуля Юнга и коэффициента Пуассона вплоть до разрушающих нагрузок.

Вариация в широких пределах разрушающего напряжения достигалась путем инициирования разрушения легким ударом алмазного бойка по боковой поверхности стеклянной трубки.

Количество получающихся осколков определялось методом ситового анализа. После каждого опыта осколки просеивались через систему сит, причем каждая фракция взвешивалась. Исходя из предположения, что осколки имеют форму куба, подсчитывалось число осколков в каждой фракции. Общее число осколков получалось путем суммирования по всем фракциям. Обоснование точности такого метода дано в работе [1].

3. *Результаты эксперимента*

На рис. 2 представлены результаты опытов, проведенных двумя способами. По оси ординат отложено общее количество получающихся осколков n, отнесенное к 1 см³ исходного материала образца, по оси абсцисс — удельная упругая энергия, накопленная в образце перед разрушением.

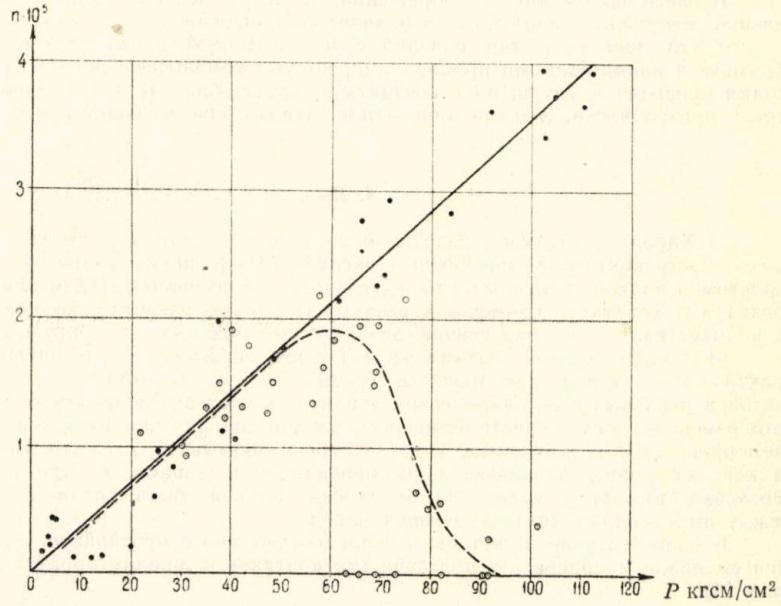


Рис. 2.— Соотношение между общим количеством получающихся осяолков и удельной упругой энергией. ··· — опыты первой группы; ooo — опыты второй группы.

Обращает на себя внимание чрезвычайно большое количество осколков (до 5.10^5 на 1 см³ исходного материала). Такое сильное измельчение позволило надежно пользоваться методом ситового фракционирования.

Точки графика, полученные в первой группе опытов, дают линейную зависимость n от P. Точки, полученные во второй группе опытов лишь частично совпадают с результатами первой гуппы до значений P примерно 60 кг.см/см^3. Дальнейшее возрастание P приводит к снижению n. Здесь наблюдаются случаи, когда образец разрушается с образованием лишь одной магистральной трещины, что не наблюдается в опытах первой группы.

Необходимо отметить, что внешний звуковой эффект разрушения в опытах первой группы по силе звука напоминает ружейный выстрел, в то время как в опытах второй группы слышен лишь глухой удар, напоминающий удар свинцового молотка о наковальню.

Резкое снижение степени измельчения разрушенного материала в опытах второй группы объясняется, повидимому, поглощением части энергии волны разгрузки массивными алюминиевыми прокладками, объем которых, примерно, в 100 раз превышает объем материала образца. Поглощение волны разгрузки алюминиевыми деталями сопровождается уменьшением концентрации энергии, вследствие равномерного ее распределения по всему объему. Обратное прохождение волны разгрузки из алюминия в образец затруднено малым сечением образца. В данном случае объем алюминиевых деталей является как бы абсолютно черным телом в акустическом смысле, а место контакта стеклянной трубки с алюминиевыми деталями играет роль цели, через которую волна проникает в объем абсолютно черного тела.

Количество энергии, уносимой волной разгрузки за пределы объема образца, представлено в уравнении (1) членом Q.

Приближенно величина Q может быть найдена на основании подсчета коэффициента отражения P по формуле (2),

В некоторых случаях величина Q может приближаться к значению P, что приводит к резкому снижению степени измельчения разрушающегося материала и, следовательно, к уменьшению величины членов A и K.

В свете изложенных соображений остается неясным совпадение экспериментальных точек двух серий опытов в диапазоне энергий от 0 до 60 кг. см/см^3. Возможно, что это обстоятельство связано с недостаточной плотностью контактов между образцом и алюминиевыми прокладками, когда сжимающее усилие мало. Возрастание усилия приводит к улучшению контакта и, таким образом, к повышению его акустической прозрачности. Это предположение, однако, еще нуждается в проверке.

4. *Выводы*

а) Характер хрупкого разрушения в сильной степени зависит от акустической прозрачности контактов, передающих нагрузку. Разрушение сопровождается сильным разлетом осколков, если контакты акустически не прозрачны. Применение акустически прозрачных контактов приводит к резкому снижению разлета осколков и уменьшению их количества, а само разрушение делает менее опасным для окружающих.

б) Установленный опытами эффект снижения степени измельчения может иметь практическое значение для прогноза горных ударов. Акустическая прозрачность контактов в реальных горнотехнических условиях может обеспечиваться, помимо указанного равенства характеристических импеданцев соприкасающихся пород, еще и наличием прослойков между ними, которые могут оказывать „просветляющее“ действие на контакт пород, обладающих различными импеданцами z. При наличии одного прослойка, импеданц материала прослойка должен быть средним геометрическим между импеданцами контактирующих пород.

В общем случае может быть сколь угодно много прослойков, причем оказывается возможным подсчитать прозрачность контакта и ширину пропускания по длинам волн [4].

Горным инженерам известны явления, называемые „толчками“. Толчок сопровождается иногда весьма сильным шумом в кровле и почве горной выработки, без существенного выброса породы в выработанное пространство. Порода после этого оказывается нарушенной. Возможно, что здесь также проявляются эффекты, обнаруженные в наших экспериментах.

Поступила 22 X 1960 г.

ВНИМИ, Ленинград, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Ставрогин А. Н. и Коликова В. М., *О динамике хрупкого разрушения. Сборник статей по вопросам исследования горного давления и сдвижения горных пород*, вып. **XXXVI**, Изд. ВНИМИ, 1959.
2. Бергман Л., *Ультразвук*, Изд. ИЛ, М., 1957.
3. Бреховских Л. М., *Волны в слоистых средах*, Изд. АН, М., 1957.
4. Тартаковский Б. Д., ДАН СССР, 1950, **LXXV**, *1*, стр. 29.

ON THE ENERGY EQUILIBRIUM OF FRAIL DESTRUCTION

(Summary)

The experiments on destruction of glass tubes in condition of uniaxial strain are described. Two principially different schemes were used for these tests : a) contact „glass-supporting unit" has no acoustic transparency ; b) contact „glass-supporting unit" is acoustically transparent. An elastic unloading wave arising at the beginning of destruction cannot get out of specimen volume in the experiments of the first group. In the experiments of the second group unloading wave can freely get out of specimen volume.

The results of the experiments showed that the way of destruction according to the first scheme greatly differs from destruction according to the second scheme. Relationship „degree of reducing to fragments/elastic energy" for the experiments of the first group is linear, for the experiments of the second group linearity may be observed only in the origin of the coordinate system. The dependence became maximum under specific meaning of elastic energy and specimen in the process of destruction gives no fragments (or few fragments). Reduction of degree of fragments is due to the fact that a part of elastic energy is taken away by the unloading wave of the specimen volume. The revealed effect may be referred to the phenomenon of frail destruction observed in mines at great depths.

Explanation of Figures

Fig. 1. — Specimen unit used in the first and second groups of experiments.
Fig. 2. — Relationship of fragment degree from the quantity of energy stored before destruction. ••• — experiments of first group ; ooo — experiments of second group.

ASUPRA BILANŢULUI ENERGETIC AL DISLOCĂRII FRAGILE

(Rezumat)

În această lucrare se analizează partea de schimb a energiei considerată în ecuaţia (1) prin termenul Q, şi se cercetează influenţa acesteia asupra gradului de sfărîmare a materialului de dislocare.

Caracterul dislocării fragile depinde, în mare măsură, de transparenţa acustică a contactelor ce transmit sarcina. Dislocarea este însoţită de o împroşcare puternică a cioburilor în cazul cînd contactele sînt acustic netransparente. Folosirea contactelor acustic transparente produce o scădere bruscă a împroşcării cioburilor şi o micşorare a cantităţii lor, iar dislocarea în sine devine mai puţin primejdioasă.

Efectul micşorării gradului de sfărîmare stabilit experimental poate fi folosit pentru prognoza şocurilor miniere. Transparenţa acustică a contactelor, în condiţiile reale din tehnica minieră, poate fi asigurată nu numai prin egalitatea impedanţelor ca-

racteristice a rocilor în contact dar şi prin prezenţa intercalaţiilor dintre, ele care pot acţiona ca „transparenţe“ asupra rocilor ce posedă diferite impedanţe z.

În prezenţa unei intercalaţii impedanţa materialului stratului intercalat trebuie să fie egală cu media geometrică a impedanţelor rocilor în contact.

În cazul general numărul de intercalaţii poate fi oricît de mare, totuşi este posibil să se calculeze transparenţa contactului şi lăţimea trecerii pe lungimi de unde.

Este posibil ca şi în „şocuri“ în roci fără erupţie pronunţată, dar cu distrugerea rocii, să se pună în evidenţă efectele constatate în experienţele noastre.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Probele folosite în primul şi în al doilea grup de experienţe.
Fig. 2. — Relaţia dintre cantitatea totală de cioburi şi energia elastică specifică. ••• — primul grup de experienţe; ooo — al doilea grup de experienţe.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 625.7

CU PRIVIRE LA COMPORTAREA STRATURILOR RUTIERE DIN PĂMÎNT STABILIZAT CU CIMENT

DE

D. ATANASIU, N. APOSTOLESCU, BENIAMIN WEINSTEIN,
D. GANJULA, GH. DIMA, GEORGETA ASANDEI, VICTOR CIUBOTARU
şi LEON VASILESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Pe bază de studii în laborator, colectivul nostru a ajuns la concluzia posibilităţii stabilizării cu ciment a unor pămînturi caracteristice din regiunea Iaşi, în vederea folosirii lor la construcţia de sisteme rutiere ieftine [1]. Aceste pămînturi, conţinînd circa 30% părţi argiloase şi cu indicele de plasticitate în jurul lui 30%, au fost în prealabil ameliorate prin amestec cu 33% nisip local, ceea ce a redus indicele de plasticitate în limitele date de literatură [3], [4], pentru ca să poată fi stabilizate în condiţii economice (procent scăzut de ciment) şi să fie stabile la acţiunea factorilor climatici şi a traficului.

Pornind de la aceste constatări şi ţinînd seama de concluziile din [2], în anii 1958...1960 am trecut la o primă experimentare a straturilor rutiere din pămînt stabilizat cu ciment pe pista de încercări rutiere a staţiei pilot de la Iaşi. Prin această experimentare am urmărit modul de comportare a pămîntului stabilizat cu ciment, atît în stratul de fundaţie cît şi ca îmbrăcăminte de uzură (fig. 1).

S-au construit astfel două sectoare pe circumferinţa pistei şi anume: a) sectorul I, în lungime de 16,5 m, alcătuit dintr-o fundaţie de pămînt stabilizat de 20 cm grosime şi o îmbrăcăminte din beton asfaltic de 6,5 cm (binder 3,5 cm, uzură 3,0 cm), confecţionat la cald cu mărgăritar de Siret (balastiera Liteni); b) sectorul II, în lungime de 14,9 m, din pămînt stabilizat executat în două straturi: stratul inferior de 8 cm grosime cu 8% dozaj de ciment, stratul superior de 12 cm grosime, cu 12% ciment, întărit la partea superioară cu un spor de 4% ciment pe 5 cm adîncime numai pe lăţimea benzii carosabile de 75 cm.

Caracteristicile fizico-mecanice ale pămîntului de fundaţie de natură argiloasă sînt arătate în graficul din fig 2. Pămîntul conţine 30% fracţiuni argiloase şi are indicele de plasticitate 30,5%.

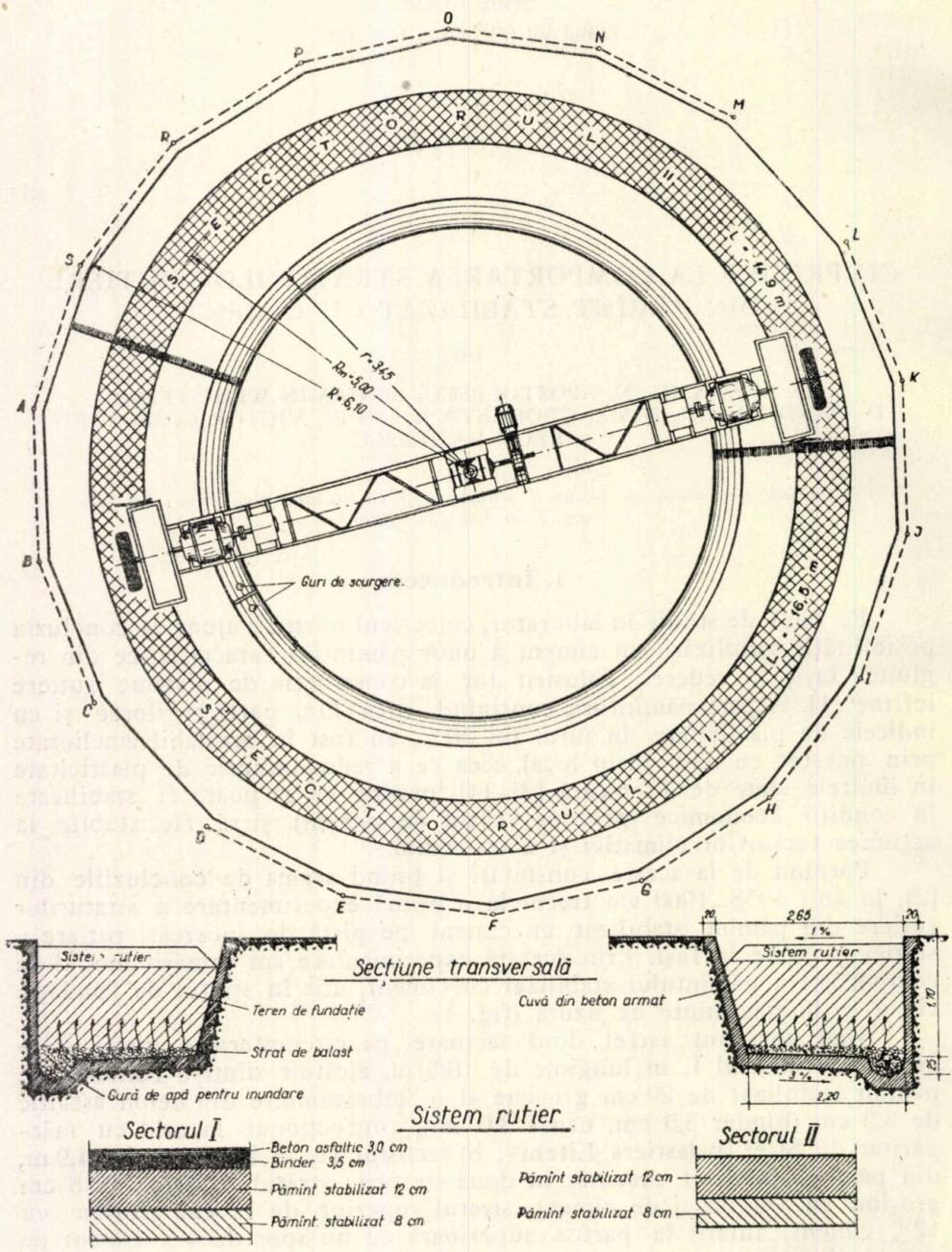


Fig. 1. — Pista staţiei pilot şi sistemele experimentate.

Umiditatea optimă de compactare, determinată după metoda Soiuzdornii (Союздорный) [5], a fost de 19,5%.

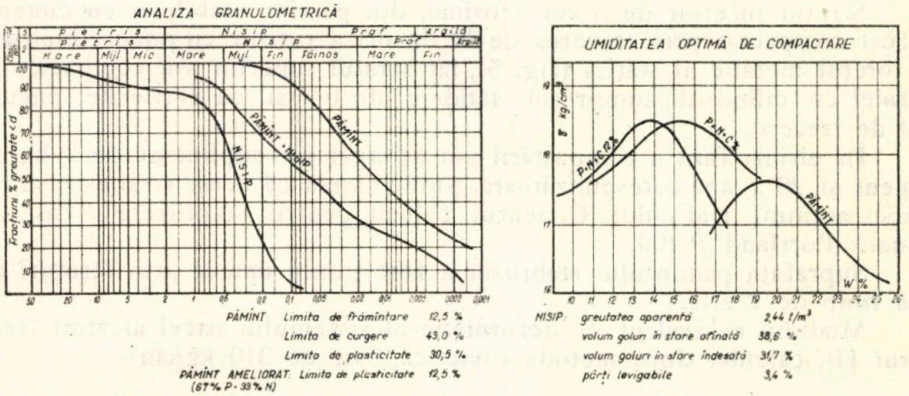


Fig. 2. — Proprietățile fizice ale pămîntului stabilizat cu ciment.

Modulul de deformație măsurat după desfacerea îmbrăcăminții de pămînt stabilizat la sfîrșitul ciclului de încercare (163 000 ture) a fost $E_0 = 100$ kg/cm^2. Această determinare s-a făcut după metoda STAS 4775 E, modificată prin încercarea directă pe proba monolit, netulburată, în stație (fig. 3).

Terenul de fundație, executat în straturi de 20 cm, compactat cu maiul și finisat cu cilindrul compresor, a dat la adîncimea de 50 cm sub patul îmbrăcăminții o compactitate de 97%.

Panta transversală a patului după profilarea cu șablonul a fost de 3% spre interiorul pistei circulare, unde este executat și un șanț de colectare a apelor din ploi. Pe terenul de fundație astfel amenajat s-au executat straturile de pămînt stabilizat.

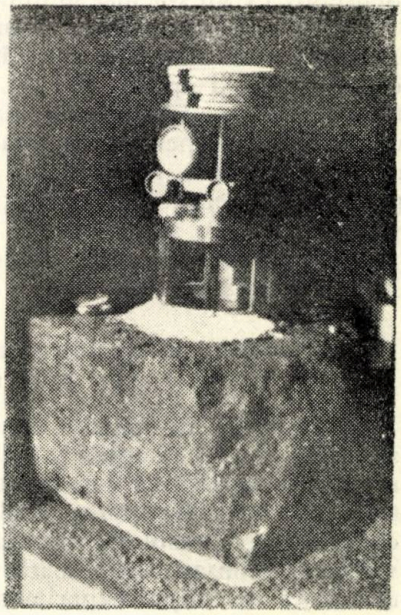


Fig. 3. — Determinarea modulului de deformație.

2. Pămîntul stabilizat folosit ca strat de uzură

După degresare prin adaus de nisip (67% pămînt +33% nisip de Liteni) pămîntul atestă un indice de plasticitate de 12,5%. Umiditatea optimă de compactare pe amestecul pămînt + nisip + ciment a fost de 14%...15%.

Fărîmiţarea pămîntului în granule sub 5 mm, amestecul cu ciment şi nisip, precum şi întinderea acestui amestec în patul pistei, s-au executat manual (fig. 4).

Stratul inferior de 8 cm grosime, din pămînt stabilizat cu ciment, a fost compactat prin trecerea de 30 de ori a roţilor cu pneuri montate pe braţul metalic al staţiei (fig. 5), iar stratul superior s-a compactat în paralel cu cilindrul compresor tandem de 6 t şi cu roţile de pneuri (30 de treceri).

În ultima fază a compactării s-a adăugat un supliment de 3 kg/m^2 ciment şi 20% apă corespunzătoare, ţinînd seama că acest strat este supus direct acţiunii traficului. Cimentul folosit pentru stabilizare a fost un ciment Portland *P* 400.

Suprafaţa pămîntului stabilizat a fost ţinută umedă prin stropiri cu apă timp de 7 zile.

Modulul echivalent de deformaţie al sistemului astfel alcătuit (sectorul II), calculat după metoda sovietică, este de 310 kg/cm^2.

3. Pămînt stabilizat în fundaţii

Dozajele de ciment folosite la stabilizarea celor două straturi ale fundaţiei în grosime de 8 + 12 = 20 cm precum şi procesul tehnologic, au fost aceleaşi ca la îmbrăcămintea de pămînt stabilizat, cu singura deosebire că nu s-a mai suplimentat dozajul de ciment în stratul superior.

Fundaţia de pămînt stabilizat din sectorul I a fost acoperită după 21 zile cu un beton asfaltic în două straturi, cu agregate de balastieră, confecţionat şi aplicat la cald. Înainte de aplicarea binderului pe pămîntul stabilizat s-a făcut o amorsare a suprafeţei fundaţiei cu cutback, iar pe unele porţiuni, pentru mărirea aderenţei, s-a obţinut o suprafaţă rugoasă a fundaţiei prin politură cu ajutorul tîrnăcopului. Pe aceste din urmă porţiuni aderenţa îmbrăcăminţii asfaltice a fost mult mai bună decît pe primele, simplu amorsate.

Modulul echivalent de deformaţie al sistemului rutier din sectorul I este de 442 kg/cm^2.

4. Traficul şi umiditatea realizate la încercarea sistemelor rutiere în staţia pilot

Straturile de pămînt stabilizat cu ciment, cu sau fără acoperire asfaltică, au fost supuse acţiunii circulaţiei produsă de greutatea transmisă prin cele două roţi motoare aşezate diametral opus pe braţul metalic al staţiei. Greutatea totală transmisă pistei prin cele două roţi este de 4 300 kg, presiunea unitară 5,5 kg/cm^2, iar diametrul cercului echivalent de contact între roată şi suprafaţa pistei $D = 22{,}3$ cm. Viteza de circulaţie în timpul experimentărilor a variat între 20 şi 30 km/oră.

In perioada 15 noiembrie 1958...15 noiembrie 1959, pe ambele sectoare au avut loc 163 000 ture însumînd un trafic total de 657 000 t. În aceeaşi perioadă s-au realizat în staţie un număr de 18 ploi cu intensitatea de 2,3 mm/min, cantitatea totală a precipitaţiilor fiind de 165 mm (fig. 6).

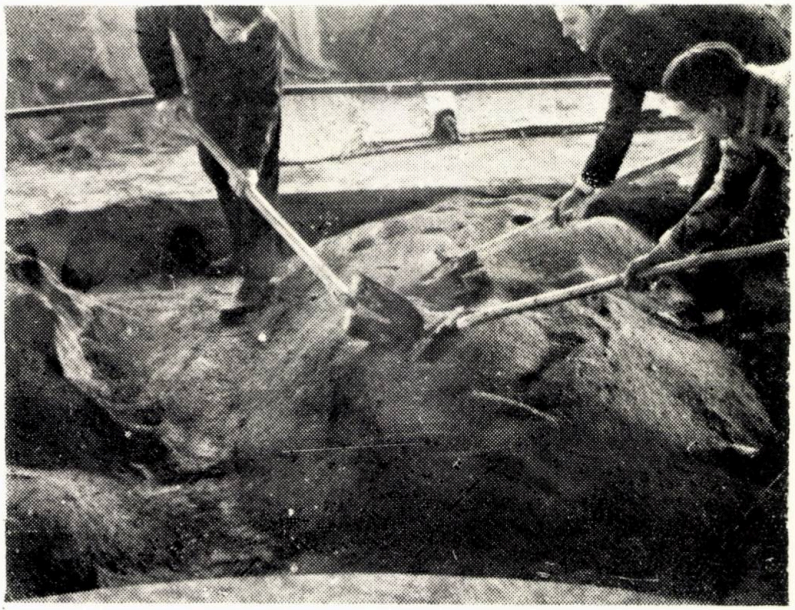


Fig. 4. — Realizarea amestecului pămînt-nisip-ciment.

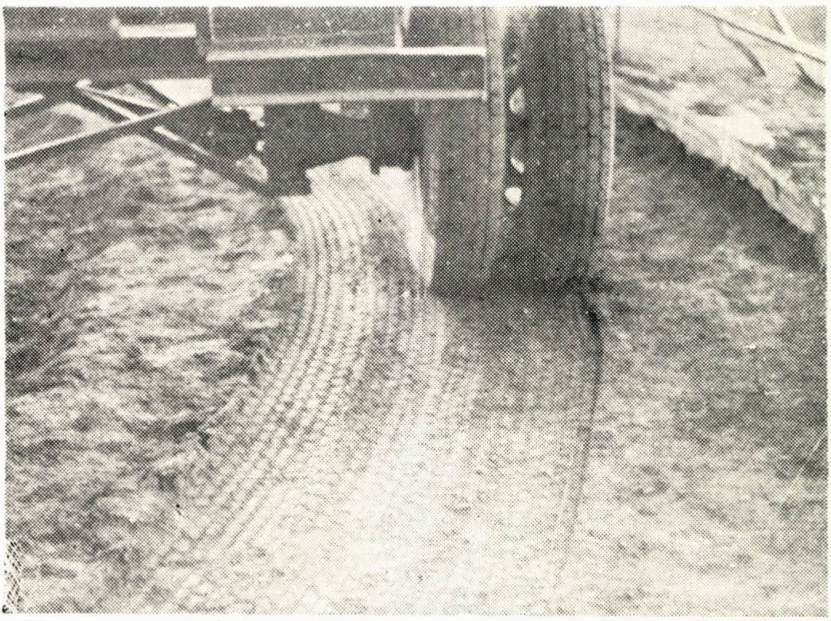


Fig. 5. — Compactarea cu ajutorul pneurilor.

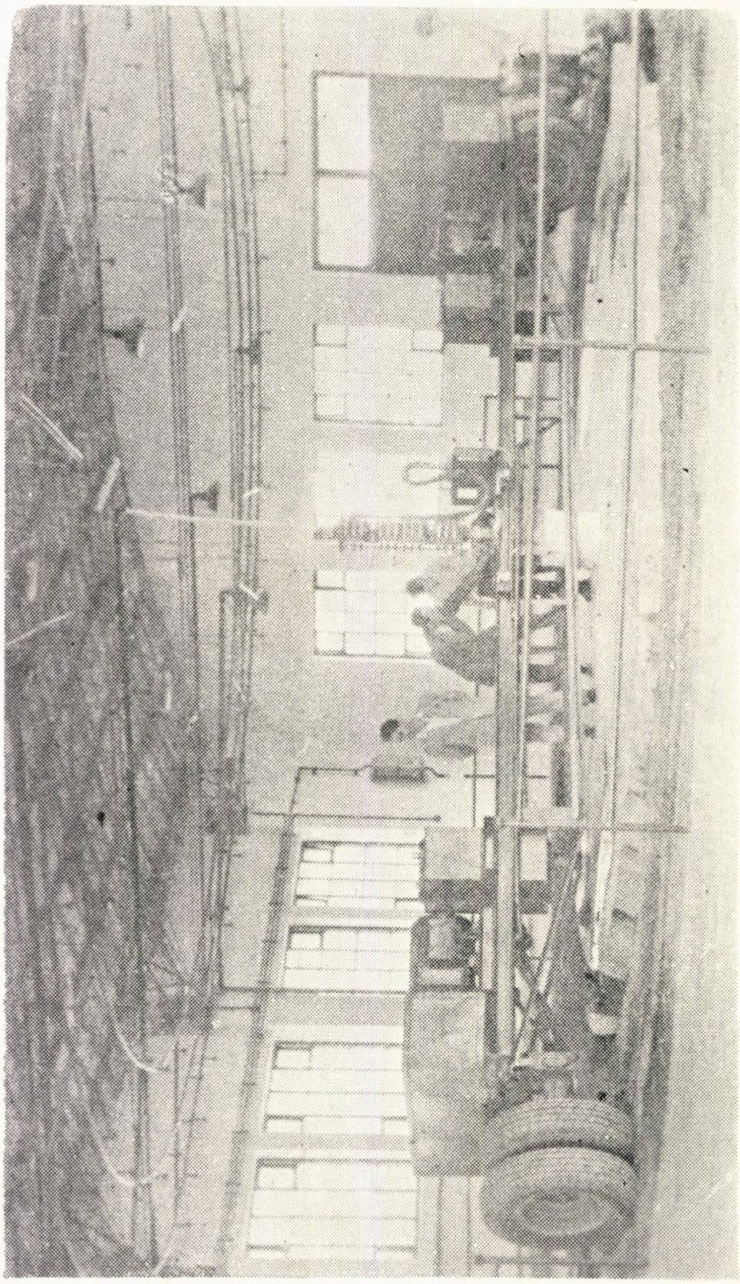


Fig. 6. — Pista de încercare cu instalația de ploaie artificială.

După data de 15 noiembrie 1959 s-a desfăcut sectorul II (pămînt stabilizat în strat de uzură) fiind înlocuit cu alte sisteme. Pe sectorul I s-a ajuns pînă la 15 noiembrie 1960 la 991 818 ture corespunzînd unui trafic de 2 119 020 t. De asemenea, pe acelaşi sector, prin ploi artificiale s-a realizat înălţimea totală de apă căzută pînă 305 mm precum şi o umidificare a terenului de fundaţie la adîncimea de aproximativ 1,5 m.

O problemă ce s-a studiat în legătură cu acţiunea traficului a fost aceea a legăturii dintre traficul realizat în staţie pe banda circulată de 75 cm lăţime şi traficul corespunzător pe un drum în cale curentă cu două benzi de circulaţie, de lăţime totală de 6,50...7 m.

Pornind de la formula stabilită de N. N. Ivanov [6] privitoare la acumularea deformaţiilor în sistemele rutiere nerigide :

$$l = a + b \lg N,$$

şi ţinînd seama de probabilitatea trecerii pe aceeaşi urmă a vechiculelor pe şosea ($b_0 = 0{,}2$) faţă de probabilitatea din staţie ($b = 0{,}594$), am stabilit valoarea traficului echivalent pe şosea cu formula :

$$T_e = T\,(b / b_0)$$

în care: T_e — traficul echivalent pe şosea, T — traficul realizat în staţie.

În acest mod am putut stabili că circulaţia în sectorul I, care a dus la degradarea avansată, necesitînd o acoperire, corespunde unui trafic de 1 951 290 t echivalente, iar la sectorul II fundaţia a rezistat în bune condiţiuni după cele 2 119 020 t în staţie, respectiv 6 293 000 t echivalente pe şosea.

5. Comportarea straturilor de pămînt stabilizat sub acţiunea traficului şi a ploii

Urmărirea comportării straturilor din pămînt stabilizat cu ciment a fost realizată prin: a) observaţii şi măsurători privind dezvoltarea fisurilor din contracţie şi a degradărilor; b) măsurători privind uzura; c) urmărirea variaţiei în timp a rezistenţei la compresiune a pămîntului stabilizat.

a) *Observaţii şi măsurători privind contracţia.* Fisurile din contracţie încep să apară în sectorul II la 65 zile de la execuţie (profil *LM*, fig. 7), dezvoltîndu-se apoi pe întreaga suprafaţă a sectorului şi luînd aspectul final arătat în fig. 7. Deschiderea acestor fisuri este la început de 2...4 mm, iar ulterior, sub acţiunea combinată a contracţiei şi circulaţiei ele se măresc la 5...9 mm în zona necirculată şi la 10...25 mm în zona circulată, unde creşterea deschiderii fisurilor se datoreşte ruperii sau rotunjirii marginilor (fig. 8).

La sfîrşitul perioadei de circulaţie pămîntul stabilizat începe să se degradeze atît în apropierea fisurilor cît şi în zona circulată, pe unele porţiuni luînd aspectul din fig. 9.

În sectorul acoperit cu betonul asfaltic, fisurile de contracţie apar după 10 luni de la execuţia pistei (profil *HI*, fig. 7) şi au deschideri mult mai mici în comparaţie cu cele apărute la pămîntul stabilizat neacoperit (fig. 10).

O dată cu desfacerea sistemului rutier II şi a îmbrăcăminţii de pe jumătate din sectorul I s-a observat că fisurile au continuitate pe toată grosimea fundaţiei (fig. 11).

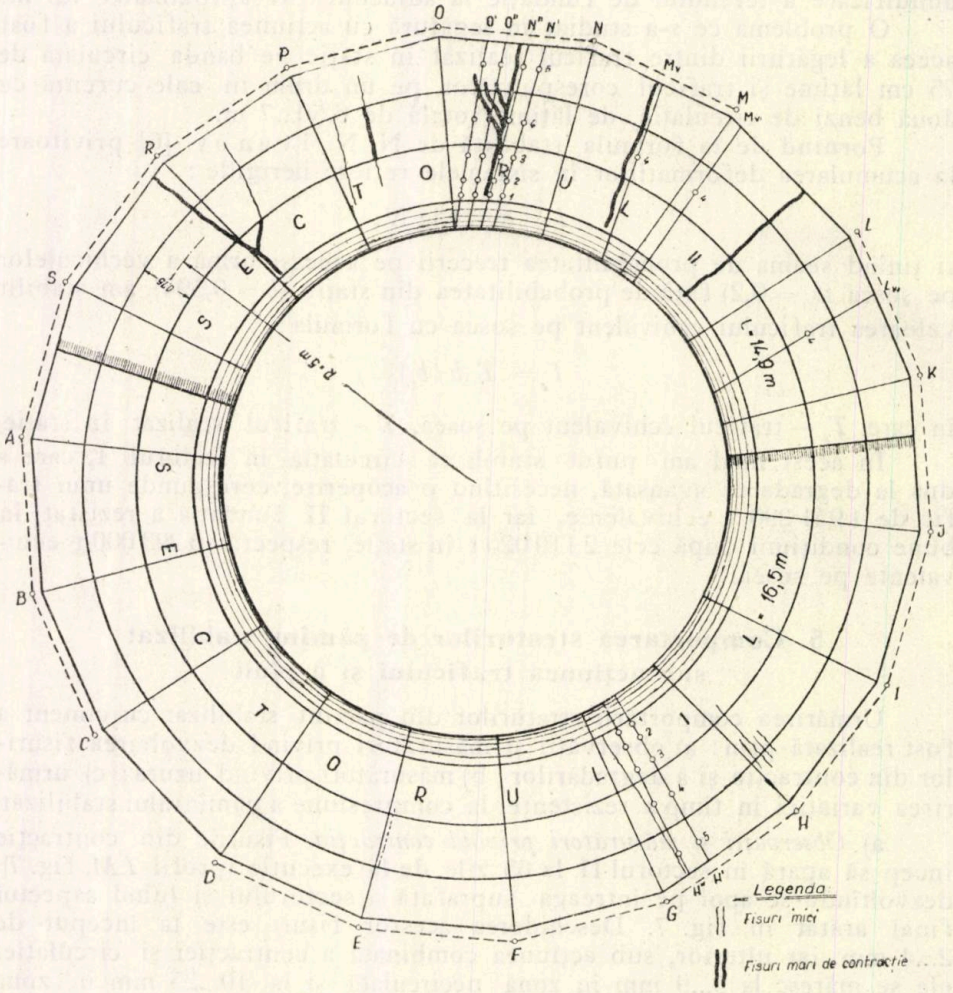


Fig. 7. — Poziţia şi mărimea fisurilor.

b) *Măsurători privind uzura.* Prin măsurători efectuate la începutul şi sfîrşitul perioadei de circulaţie, pe suprafaţa sectorului neacoperit, a rezultat o uzură cuprinsă între 0,2 şi 12 mm. Uzura este mai mare pe marginea exterioară a pistei. De exemplu, în punctele *2* (fig. 12) s-a constatat o uzură de 0,7...12 mm faţă de uzura din punctele *4*, care variază între 2,0 şi 1,9 mm. De asemenea uzura este mai pronunţată în

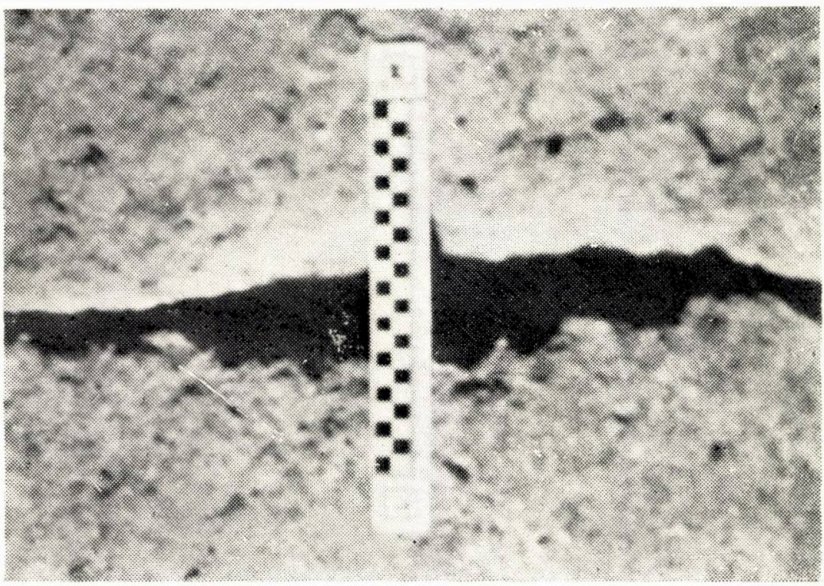


Fig. 8. — Fisuri mari în zona circulată (sectorul II).

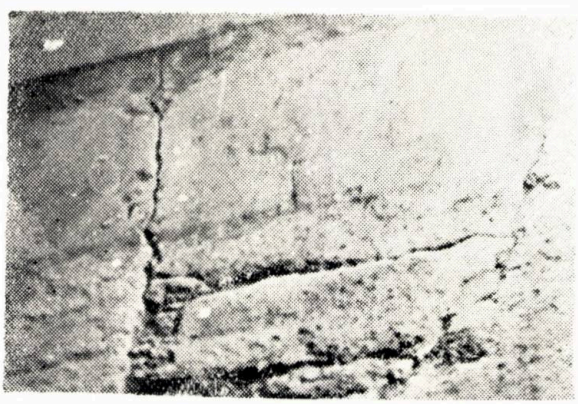


Fig. 9. — Aspecte din degradarea pămîntului stabilizat în zona fisurilor.

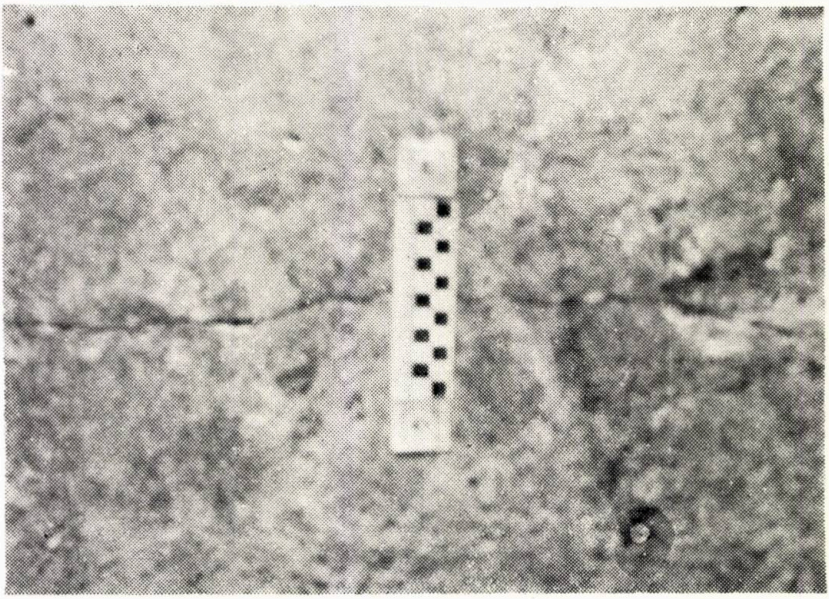


Fig. 10. — Fisuri mici în fundaţia de pământ stabilizat (sectorul I).

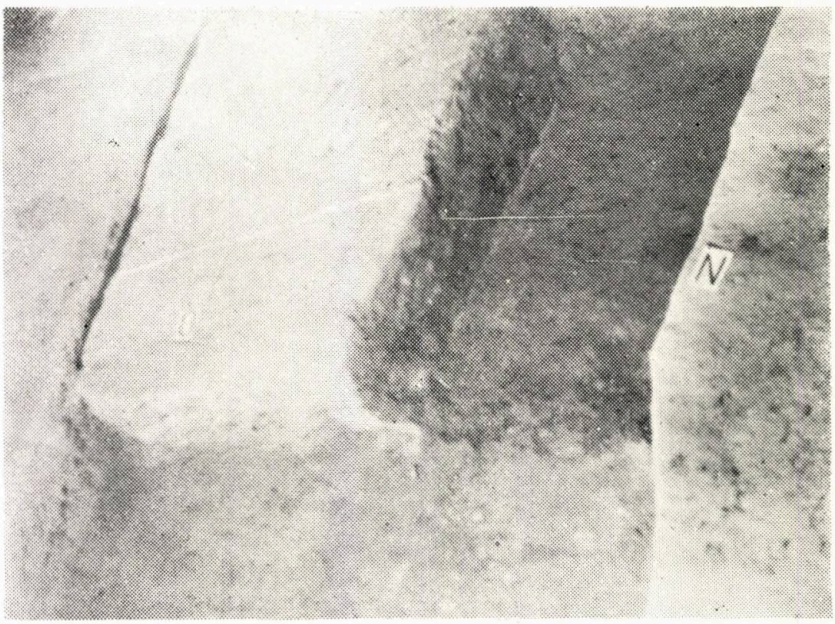
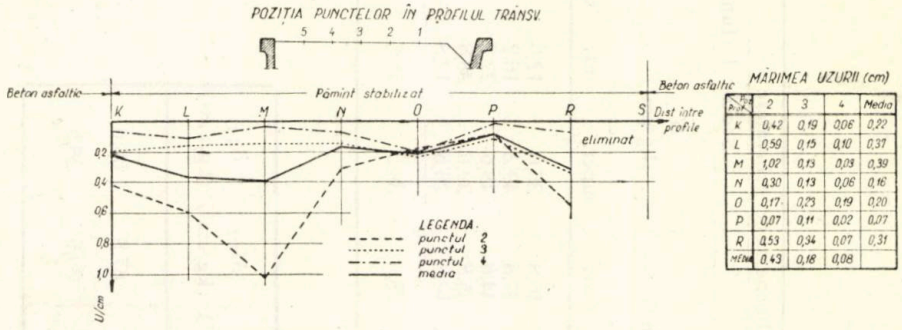


Fig. 11. — Aspectul fisurii pe grosimea stratului de pământ stabilizat.

apropierea fisurilor şi a denivelărilor de pe suprafaţa str tului de pămînt stabilizat. În fig. 12 se arată variaţia acestei uzuri în lungul sectorului şi valorile uzurii în diverse puncte din profilul transversal.



MĂRIMEA UZURII (cm)

Nr. Profil	2	3	4	Media
K	0,42	0,19	0,06	0,22
L	0,59	0,15	0,10	0,31
M	1,02	0,13	0,03	0,39
N	0,30	0,13	0,06	0,16
O	0,17	0,25	0,19	0,20
P	0,07	0,11	0,02	0,07
R	0,53	0,34	0,07	0,31
Media	0,43	0,18	0,08	

Fig. 12. — Variaţia uzurii pămîntului stabilizat în diferite profile.

c) *Urmărirea variaţiei în timp a rezistenţelor la compresiune.* Se constată o variaţie continuă în timp a rezistenţei la compresiune atît pe probele de laborator cu eprubete cilindrice (tabelul 1) cît şi pe carotele cuburi extrase din îmbrăcămintea pistei (tabelul 2). Astfel, faţă de rezistenţa la 7 zile de 17,3 kg/cm² în stratul inferior şi de 23,5 kg/cm² în stratul

Tabelul 1

Rezistenţa la compresiune pe epruvete cilindrice

Denumirea	Rezistenţa la compresiune (kg/cm²)				Observaţii
	7 zile	28 zile	90 zile	436 zile	
Strat superior cu 12% ciment	23,5	30,8	35,2	42,3	Rezistenţa s-a determinat pe probe cilindrice cu $d = h = 5$ cm, confecţionate în laborator cu amestecul din staţie
Strat inferior cu 8% ciment	17,3	23,0	27,0	25,8	

superior, la 90 zile de la execuţie rezistenţele au crescut la 27,0 kg/cm² în stratul inferior, respectiv 35,2 kg/cm² în stratul superior. După 14 luni rezistenţa stratului superior a crescut încă pînă la 42,3 kg/cm². Rezistenţele la compresiune în starea saturată cu apă (încercarea după 6 luni) scad la 37,6 kg/cm², respectiv 21,6 kg/cm².

Tabelul 2

Rezistența la compresiune determinată pe carote

a) *În profile transversale*

$R_{compr.}$ (14 luni)							2 milioane tone echivalate					
	Sector II (uzură)								Sector I (fundații)			
Profil / Punct	O' (kg/cm²)		O'' (kg/cm²)		N'' (kg/cm²)		N' (kg/cm²)		H' (kg/cm²)		H'' (kg/cm²)	
	super.	inf.	super.	inf.	super.	inf.	super.	inf.	super.	inf.	super.	inf.
1							32,4	16,8	36,0	12,0		
2	46,2	29,9					48,0	37,8	49,2	16,2		
3	46,8	37,2	44,9	24,4	42,6	36,0	36,9	34,6	48,6	22,2	47,4	24,0
4	56,9	31,0	30,0	20,8	47,6	32,8	38,4	35,8	39,6	28,8	35,4	29,1
5	32,3	10,8	22,6	13,2	23,4	19,2	29,4	19,8	26,6	13,8		
Media	45,5	27,2	32,5	19,5	37,9	29,3	37,1	28,9	39,9	18,5	41,4	26,5

b) *În profil lungitudinal ax* (sector II)

Profil / Punct		O' (kg/cm²)	O'' (kg/cm²)	N'' (kg/cm²)	N' (kg/cm²)	M_V (kg/cm²)	M_{VI} (kg/cm²)	L_{VII} (kg/cm²)
4	super.	56,9	30,0	47,6	38,4	46,8	67,8	66,6
	inf.	31,0	20,8	32,8	35,8	35,4	39,6	28,5

Creşterea în timp mai îndelungat a rezistenţei la compresiune este explicabilă şi prin pierderea mai înceată a umidităţii şi aceasta cu atît mai lent cu cît stratul de pămînt stabilizat se găseşte mai la adîncime.

O altă observaţie care rezultă din examinarea rezultatelor din tabelul 2 este că în punctele *1* şi *5* (către marginile profilului transversal) rezistenţele sînt mai reduse, ceea ce se justifică printr-o compactare insuficientă la execuţie a straturilor de pămînt stabilizat către marginea cuvei cît şi în parte datorită acţiunii umidităţii infiltrate din şanţ, acţiune care este cu atît mai mare cu cît volumul porilor din stratul de pămînt stabilizat este mai mare. De exemplu, volumul porilor în stratul de fundaţie cu dozajul 8% ciment este de 36,3%, iar în stratul superior este de 35,8%.

În general, rezistenţele obţinute pentru stratul superior confecţionat cu dozajul de 12% ciment, depăşesc limitele indicate de literatură [5], necesare în raport cu natura pămîntului pentru obţinerea unei îmbrăcăminţi semirigide şi în acelaşi timp care să ofere stabilitate la acţiunea apei şi îngheţului.

În legătură cu rezistenţa la compresiune, din experienţa primelor sisteme experimentate în staţia pilot rezultă că se pot obţine rezistenţe de 30...35 kg/cm^2 cu dozaje mai mici de ciment decît cele folosite în staţie.

Încercările la compresiune pe carote ridicate după 14 luni de la darea în circulaţie, în apropierea fisurilor arată, în general, o diminuare faţă de carotele extrase din sectoarele nefisurate, ceea ce s-ar putea explica prin starea de microfisurare a pămîntului stabilizat prin acţiunea combinată a contracţiei şi a solicitărilor din staţie, mai intense în jurul fisurilor, ceea ce conduce la scăderea capacităţii de rezistenţă a îmbrăcăminţii de pămînt stabilizat. Considerăm că în această direcţie cercetările trebuie continuate fiind de luat în considerare influenţa complexă a mai multor factori care concură la extinderea suprafeţelor microfisurate din zona fisurilor iniţiale.

6. Concluzii

1. Pămîntul constituit din argile prăfoase cu indice de plasticitate ridicat, care alcătuieşte unul din tipurile caracteristice de pămînt din regiunea Iaşi, se poate stabiliza cu ciment Portland cu procente economice de ciment şi anume de 8...10%, ceea ce va avea ca rezultat atît scăderea preţului de cost al fundaţiei cît şi o mai bună comportare a sistemului sub influenţa contracţiei şi a celorlalţi factori care produc degradările ulterioare ale stratului de pămînt stabilizat.

2. Fisurile ce apar ca urmare a efectului de contracţie au frecvenţă şi deschideri mai mari în cazul îmbrăcăminţii de pămînt stabilizat supuse direct acţiunii factorilor climatici şi circulaţiei. Pentru a se evita degradările îmbrăcăminţii, care cresc repede în apropierea fisurilor, este indicat ca pămîntul stabilizat cu ciment să se folosească în fundaţia sistemelor rutiere trebuind să fie acoperit cel puţin cu un covor asfaltic

de protecţie. În acest caz experienţele au arătat că fundaţia din pămînt stabilizat cu ciment sub o îmbrăcăminte asfaltică a rezistat în bune condiţiuni la un trafic de peste 6 000 000 t echivalente pe şosea.

3. Ţinînd seama de creşterea rezistenţei pămîntului stabilizat în timp, este recomandabil ca aşternerea covorului asfaltic să se facă după trecerea a 1...2 luni de la executarea pămîntului stabilizat cu ciment, ceea ce este posibil, după cum a dovedit experienţa că îmbrăcămintea de pămînt stabilizat rezistă în condiţiuni satisfăcătoare la uzura provocată de circulaţia pe pneuri. În acest mod se va putea obţine şi o aderenţă mai bună a covorului asfaltic de suprafaţa pămîntului stabilizat, care va avea timpul necesar de uscare.

4. Acţiunea umidităţii şi îngheţului fiind factori esenţiali în comportarea acestor îmbrăcăminţi, este necesar să se facă observaţii mai amănunţite atît în staţie cît şi pe tronson experimental.

5. Din studiile şi experimentările întreprinse pînă acum se poate trage o concluzie importantă din punct de vedere economic, anume că în regiunile lipsite de piatră, sistemele rutiere din pămînt stabilizat cu ciment pot forma un strat de fundaţie corespunzător în condiţiile unei circulaţii medii de autovehicule.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de drumuri şi poduri
şi
Sfatul popular al regiunii Iaşi,
Staţia pilot pentru cercetări rutiere

BIBLIOGRAFIE

1. Atanasiu D. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI** (**X**), *1—2*, pp. 409—420.
2. Preda N. şi colab., Ibid., 1958, **IV** (**VIII**), *3—4*, pp. 391—398.
3. Verdeyen J., Roisin V., *Stabilité des terres*, Eyrolles, Paris, 1956.
4. L. J., Escario B., *Traité des routes*, Dunod, Paris, 1954.
5. Безрук В. М., *Теоретические основы укрепления грунтов цементом*, Автотрансиздат, М., 1957.
6. Иванов Н. Н., *Проектирование дорожных одежд*, Автотрансиздат, М., 1955.

О РАБОТЕ ДОРОЖНЫХ СЛОЕВ ИЗ ГРУНТОВ УКРЕПЛЕННЫХ ЦЕМЕНТОМ

(Резюме)

Излагаются первоначальные результаты, полученные в Ясской испытательной кольцевой дорожке, при исследовании местного глинистого грунта, укрепленного цементом в несущих слоях под асфальтовым покрытием, а также в слоях износа.

Устанавливается возможность стабилизации пылеватоглинистых грунтов с числом пластичности около 30%, портланд-цементом (8...10%). Полная работоспособность дорог, построенных на таких основаниях доходит до 6 млн т (автомобильное движение средней интенсивности, приведено к двум полосам). Слой износа из цементогрунта

при проходимости 2 млн т получил многочисленные трещины и другие разрушения, описанные в работе.

Имея ввиду увеличение прочности грунта, укрепленного цементом во времени, а также незначительный износ первоначальным автомобильным движением делается вывод о целесообразности покрытия слоев цементогрунта асфальтобетоном после 1...2 месяцев со дня изготовления.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Схема кольцевой дорожки и поперечный профиль испытанных дорожных систем.
Рис. 2. — Физические свойства цементо-грунта.
Рис. 3. — Определения модуля деформации.
Рис. 4. — Приготовление смеси грунта-песка-цемента.
Рис. 5. — Уплотнение дорожных слоев колесами.
Рис. 6 — Общий вид кольцевой испытательной дорожки с установкой искусственного дождя.
Рис. 7. — Распределение трещин по кольцевой дорожке.
Рис. 8. — Большие трещины в зоне движения (сектор II).
Рис. 9. — Разрушение цементо-грунта вокруг трещин.
Рис. 10. — Маленькие трещины в цементо-грунтовом основании (сектор I).
Рис. 11. — Вид трещины по толщине слоя цементо-грунта.
Рис. 12. — Изменение износа грунта, стабилизированного цементом в разных профилях.

SUR LE COMPORTEMENT DES COUCHES ROUTIÈRES EN SOL STABILISÉ AU CIMENT

(Résumé)

On expose une série de résultats préliminaires obtenus auprès de la station expérimentale routière de Jassy à la suite des essais du sol argileux local stabilisé au ciment. On a jeté les fondations de ce sol sous un revêtement de béton aspha'tique ou bien celui-ci a été utilisé pour une couche d'usure soumise à l'action d'une circulation mécanique à pneus, d'intensité moyenne.

La stabilité des sols limon-argileux à indice de plasticité d'environ 30% a été aquise par l'addition de 8...10% de ciment Portland. La couche de fondation ayant 20 cm d'épaisseur résistait très bien à une circulation d'environ 6 000 000 t équivalantes à une route de 6...7 m de largeur carrossable.

Les couches de sol stabilisé, soumises directement à la circulation, ont présenté après une circulation d'environ 2 000 000 t des fissures fréquentes de même que d'autres détériorations décrites dans ce travail.

Compte tenu de la croissance continue de la résistance et des effets de l'usure, relativement réduits quant à la circulation auto, on arrive à la conclusion que l'application du tapis asphaltique sur la fondation en sol stabilisé peut être réalisée en bonnes conditions un ou deux mois après son exécution.

Explication des figures

Fig. 1. — Piste circulaire de la station de Jassy et ses systèmes routiers expérimentés.
Fig. 2. — Propriétés physique du sol stabilisé avec du ciment.
Fig. 3. — Détermination, dans la station, du module de déformation.
Fig. 4. — Réalisation du mélange sol-sable-ciment.

Fig. 5. — Compactage avec des pneus.
Fig. 6. — Vue de la piste d'essais avec l'installation de la pluie artificielle.
Fig. 7. — Position des fissures.
Fig. 8. — De grandes fissures dans la couche d'usure (secteur II).
Fig. 9. — Aspect des détériorations dans la zone des fissures.
Fig. 10. — De petites fissures dans la couche de fondation (secteur I).
Fig. 11. — Aspect des fissures dans la section du sol stabilisé.
Fig. 12. — Variation, en profil transversal, de l'usure du sol stabilisé.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 624.2

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA ÎNĂLŢIMII OPTIME A GRINZILOR CU ZĂBRELE CU TĂLPI PARALELE ŞI TRAPEZOIDALE SUB RAPORTUL GREUTĂŢII

DE

GH. URSESCU şi FLORIN CONSTANTINESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Înălţimea optimă a grinzilor cu zăbrele cu tălpi paralele şi trapezoidale sub raportul greutăţii, se determină cu ajutorul relaţiei cunoscute din literatura tehnică de specialitate [1], care exprimă greutatea totală a grinzii. Astfel:

a) dacă grinda are diagonale sistem triunghiular, greutatea totală se poate exprima sub forma [1]:

$$G_g = 2\sum \frac{Ml_t}{hmR}\gamma\psi_t + \sum \frac{Q}{mR}\frac{l_t^2}{n}\gamma\psi_d + \sum \frac{Q}{mR}h\gamma\psi_d; \tag{1}$$

b) dacă grinda are diagonale sistem triunghiular şi montanţi suplimentari care lucrează la o sarcină concentrată P, greutatea totală va fi:

$$G_g = 2\sum \frac{Ml_t}{hmR}\gamma\psi_t + \sum \frac{Q}{mR}\frac{l_t^2}{h}\gamma\psi_d + \sum \frac{Q}{mR}h\gamma\psi_d + \sum \frac{P}{mR}h\gamma\psi_m; \tag{2}$$

c) dacă grinda are diagonale sistem dreptunghiular, greutatea totală va fi:

$$G_g = 2\sum \frac{Ml_t}{hmR}\gamma\psi_t + \sum \frac{Q}{mR}\frac{l_t^2}{h}\gamma\psi_d + (\psi_d + \psi_m)\sum \frac{Q}{mR}h\gamma. \tag{3}$$

În aceste relaţii: M — momentul în nodurile grinzii, Q — forţa tăietoare, l_t — lungimea tălpii pe distanţa dintre două noduri, h — înălţimea grinzii, γ — greutatea specifică a oţelului, ψ_t, ψ_d, ψ_m — coeficienţii de construcţie ai: tălpii, diagonalelor şi montanţilor, m — coeficientul condiţiilor de lucru, R — rezistenţa normată.

Derivînd relaţiile de mai sus în raport cu înălţimea, anulînd derivata şi rezolvînd ecuaţia obţinută, în raport cu h, obţinem respectiv:

$$h_{\text{opt.1}} = l_t\sqrt{(2\sum \frac{M}{l_t}\psi_t)/(\sum Q\psi_d) + 1}, \tag{1'}$$

$$(2') \qquad h_{opt.2} = l_t \sqrt{[(2\sum \frac{M}{l_t}\psi_t)/(\sum Q\psi_d) + 1]/[1 + (\sum P\psi_m)/(\sum Q\psi_d)]},$$

$$(3') \qquad h_{opt.3} = l_t \sqrt{[(2\sum \frac{M}{l_t}\psi_t)/(\sum Q\psi_d) + 1]/(1 + \psi_m/\psi_d)}.$$

Dacă se notează cu: L — deschiderea grinzii, n—numărul panourilor şi se înlocuiesc în expresiile lui h, luînd în considerare că [1]:

$$(2\sum \frac{M}{L}\psi_t)/(\sum Q\psi_d) \cong 0{,}7\,, \quad (\sum P\psi_m)/(\sum Q\psi_d) \cong 1\,, \quad \psi_m/\psi_d = 2,$$

relaţiile (1')...(3') devin, respectiv:

$$(1'')\ h_{opt.1} = (L/n)\sqrt{0{,}7n+1}\,, \quad (2'')\ h_{opt.2} = (L/n)\sqrt{(0{,}7n+1)/2}\,, \quad (3'')\ h_{opt.3} = (L/n)\sqrt{(0{,}7n+1)/3}.$$

Notînd $h_{opt.}/L = y$ se obţine:

$$(1''') \quad y_1 = h_{opt.1}/L = (1/n)\sqrt{0{,}7n+1}\,, \qquad (2''') \quad y_2 = h_{opt.2}/L = (1/n)\sqrt{(0{,}7n+1)/2}\,,$$

$$(3''') \quad y_3 = h_{opt.3}/L = (1/n)\sqrt{(0{,}7n+1)/3}.$$

Astfel, expresiile rezultate pot fi înlocuite cu relaţia generală

$$(4) \qquad y = c\sqrt{(1/n)(0{,}7+1/n)}$$

în care c are valorile: 1; $1/\sqrt{2}$; $1/\sqrt{3}$; $1/\sqrt{n}$, şi este funcţie de raportul dintre coeficienţii de construcţie a montanţilor şi diagonalelor.

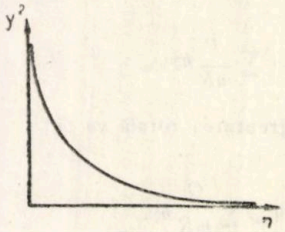


Fig. 1

Construcţia acestei curbe pentru valori pozitive ale lui n este reprezentată în fig. 1.

Dacă se rezolvă ecuaţia (4) în raport cu n şi se reţine numai rădăcina pozitivă, se obţine:

$$(5) \qquad n = (0{,}7c^2 + \sqrt{0{,}49c^4 + 4c^2y^2})/(2y^2).$$

După cum a rezultat din relaţiile de mai sus, c şi y au valori subunitare. În tabelul 1 sînt cuprinse valorile lui n în funcţie de c şi y.

Dacă se reprezintă grafic datele din tabelul 1, se obţin curbele reprezentate în fig. 2.

Din graficele prezentate în tabelul 1 şi din expresiile (4) şi (5) se pot face următoarele constatări în legătură cu înălţimea optimă a grinzilor cu zăbrele sub raportul greutăţii:

a) Cu cît creşte numărul panourilor, pentru a obţine grinda cea mai economică sub raportul greutăţii, trebuie să se micşoreze înălţimea grinzii în limitele asigurării rigidităţii corespunzătoare.

b) Cu cît coeficientul c scade, cu atît alura curbelor este mai lentă, adică aceasta modifică raportul dintre numărul panourilor şi înălţimea grinzii.

Tabelul 1

c / y	1	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{3}$
1	1,41	0,90	0,70
1/2	3,84	2,27	1,71
1/3	7,50	4,19	3,07
1/4	12,50	6,77	4,84
1/5	18,70	9,96	7,03
1/6	26,60	13,90	9,64
1/7	35,70	18,30	12,70
1/8	46,20	27,70	16,20
1/9	58,20	28,30	20,10
1/10	71,40	35,00	24,70
1/11	86,10	42,30	29,60
1/12	101,80	50,30	34,90
1/13	119,50	59,20	40,60

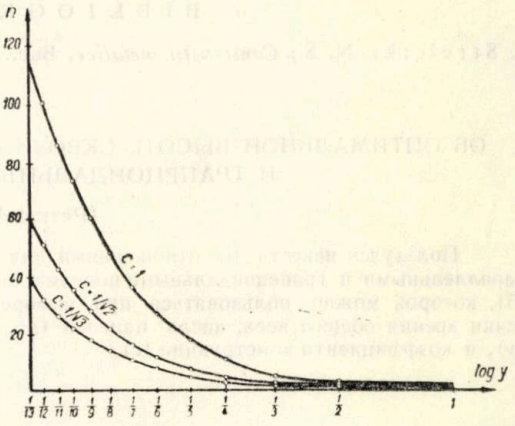


Fig. 2.

Concluzii

1. Numărul panourilor dat de relația (5) trebuie considerat ca maximul valorii care asigură o înălțime optimă, adică există o gamă de înălțimi optime pentru aceeași grindă; la stabilirea numărului de panouri trebuie însă să se ia în considerare și alți factori importanți ca: rigiditatea grinzii, înclinarea optimă a diagonalelor, obținerea unor antretoaze și longeroni optimi.

2. Este necesar să se realizeze un coeficient de construcție al diagonalelor cît mai mic, adică să se alcătuiască diagonalele cît mai simple, pentru a se obține o alură mai lentă a curbelor n.

În scopul obținerii înălțimii optime a grinzilor sub raportul greutății, utilizînd relațiile și diagramele stabilite, după ce se studiază consumul minim de oțel pentru longeroni și antretoaze din care rezultă numărul de panouri, vor corespunde mai multe înălțimi optime; se va alege înălțimea pentru care se obține înclinarea optimă a diagonalelor și se asigură rigiditatea în limitele săgeților admisibile.

Se observă că în formula (5) sînt trei necunoscute și anume: n, y și c. Pentru aplicarea în practică, se vor alege două dintre necunoscute, rezultînd valoarea celei de a treia din diagrama reprezentată în fig. 2. De exemplu, din calculul economic al rețelei de longeroni-antretoaze, se determină valoarea lui n (numărul panourilor). Dacă se impune un raport h/L, ținîd seama de observațiile de mai sus, va rezulta coeficientul c care caracterizează tipul de grindă.

Altă posibilitate este de a alege tipul de grindă, adică valoarea coeficientului c și numărul de panouri n rezultat din calculul economic; se va determina în acest caz valoarea optimă a raportului h/L cu ajutorul diagramei din fig. 2.

Din calculele efectuate asupra unor grinzi cu zăbrele cu tălpi paralele, cu deschideri uzuale, s-a constatat că înălțimea optimă rezultată în urma aplicării considerațiilor de mai sus, verifică condițiile de rigiditate impuse de normele și instrucțiunile în vigoare. Astfel, pentru poduri din grinzi cu zăbrele cu deschideri de 40...80 m, s-au determinat următoarele limite între care este cuprins raportul h/L:

a) pentru diagonale sistem triunghiular — 1/5...1/7;

b) pentru diagonale sistem triunghiular cu montanți suplimentari — 1/5...1/8;

c) pentru diagonale sistem dreptunghiular — 1/6...1/8.

Rezultă că pentru deschiderile utilizate în practică, diagramele permit să se precizeze înălțimea optimă, care se încadrează în limitele impuse de standarde.

Diagramele pot fi aplicate pentru orice deschideri în limitele cărora se construiesc grinzi cu zăbrele cu tălpi paralele și trapezoidale, în care scop s-au construit curbele pentru un număr mare de panouri.

Institutul politehnic, Iași
Catedra de drumuri și poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Streleţki N. S., *Construcţii metalice*, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ВЫСОТЕ СКВОЗНЫХ ФЕРМ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ И ТРАПЕЦОИДАЛЬНЫМИ ПОЯСАМИ

(Резюме)

Пользуясь известными отношениями для оптимальной высоты сквозных ферм с параллельными и трапецоидальными поясами, авторы устанавливают общую зависимость (5), которой можно пользоваться при выборе наиболее экономичного типа фермы с точки зрения общего веса, числа панелей (n), отношения между высотой и пролетом (y), и коэффициента конструкции (c).

CONSIDÉRATIONS SUR L'HAUTEUR OPTIMUM DES POUTRES EN TREILLIS À SEMELLES PARALLÈLES ET TRAPÉZOÏDALES SOUS LE RAPPORT DU POIDS

(Résumé)

En nous basant sur les relations établies pour l'hauteur optimum des poutres en treillis à semelles parallèles et trapézoïdales on trouve une relation générale (5) qui offre la possibilité de choisir le type de poutre en treillis le plus économique sous le rapport du poids, en fonction du nombre des panneaux (n), du rapport entre l'hauteur et l'ouverture (y), et du coefficient de construction (c).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 677.05

PICĂRE DIN MATERIALE PLASTICE FURFUROL-FENOLICE

DE

D. A. ISĂCESCU
membru corespondent al Academiei R. P. R.,
I. C. ŞTEFĂNESCU, I. V. IONESCU şi I. POPESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

I. Introducere

1. Importanţa problemei

În prezent picărele utilizate la războaiele de ţesut mecanice sînt confecţionate din piei de bovine, o materie primă deficitară în toate ţările, care este importată atît pentru acoperirea nevoilor producţiei de articole tehnice, cît şi a unor bunuri de larg consum.

Deoarece picărele în timpul utilizării sînt supuse la eforturi mecanice şi termice considerabile, ele se confecţionează numai din zona cea mai preţioasă a pieilor şi anume din spinări.

Aceste considerente de ordin tehnico-economic au condus la un moment dat la ideea şi apoi la necesitatea înlocuirii picărelor confecţionate din piele cu picăre din alte materiale, mai ieftine şi mai rezistente, încît sutele de tone de piele să fie economisite şi dirijate pentru satisfacerea altor nevoi mai stringente, ale industriei şi populaţiei. Aceasta s-a impus cu atît mai mult cu cît confecţionarea picărelor din piele cere un timp îndelungat, după cum se va arăta mai departe.

2. Modul de utilizare al picărelor

Picărele sînt organe ale mecanismelor de bătaie, cu ajutorul cărora suveica este lansată dintr-o parte în cealaltă a războiului.

Sarcina picărului, denumit deseori în literatură şi „tachet", este aceea de a transmite energia necesară lansării suveicii prin rostul deschis al urzelii, suveică pe care o prinde în partea opusă, o frînează şi o aduce pentru o fracţiune foarte mică de timp în stare de repaus, pentru ca în momentul următor să o lanseze din nou în sens invers. În general, după natura şi greutatea războiului variază numărul şi frecvenţa mişcărilor alternative ale suveicii.

Frecvenţa bătăilor la războaiele moderne este de 160...220 bătăi pe minut, ceea ce pentru picăr revine la 80...110 bătăi pe minut. Uneori această cifră poate să fie şi mai ridicată.

În timpul funcţionării războiului picărele sînt supuse la solicitări mecanice multiple şi ritmice ca: şocuri, frecări, compresiuni şi întinderi care cauzează uzura lor, iar ca urmare, mersul suveicii este din ce în ce mai neuniform şi după un anumit timp de utilizare picărele se rup sau se sparg.

Steiner [1], care a pus la punct procedeul industrial pentru producerea picărelor din piele tare pentru războaie cu bătaia sus, arată că la fiecare bătaie, picărul primeşte — în cazul unui război semigreu cu bătaie sus — o lovitură care corespunde căderii unei mase de 500 kg de la înălţimea de 1 m, ceea ce este echivalent cu un lucru mecanic de 500 kgm.

După tipul de război pe care sînt utilizate, picărele se împart în trei mari grupe şi anume : picăre pentru bătaie sus, picăre pentru bătaie jos şi picăre pentru căsuţe verticale.

Ele trebuie să îndeplinească o serie de condiţii şi anume: elasticitate ridicată, rezistenţă la întindere şi la şoc, să nu se uzeze şi să nu se încălzească prea tare prin frecare, să facă un zgomot cît mai mic în momentul lovirii suveicii, să nu fie casante pentru a nu arunca aşchii în rostul urzelii, şi nici dure pentru a nu distruge vîrful suveicii, şi în fine, să nu elibereze picături de ulei care murdăresc produsul ţesut [2]. Toate aceste condiţii le îndeplinesc într-o măsură mai mare sau mai mică picărele confecţionate din piele uscată, transparentă (picărele pentru bătaie sus şi cele pentru căsuţă verticală), şi mai puţin cele din piele tăbăcită (picărele pentru bătaie jos).

3. Fabricarea picărelor din piele

Fabricarea picărelor din piele transparentă cuprinde în esenţă următoarele operaţii:

Pieile de bovine fiind tari şi acoperite cu păr, pentru a le putea tăia şi îndoi sînt tratate cu o soluţie de sulfură de sodiu şi var prin ungere, apoi sînt introduse în bazine cu var unde sînt lăsate 4...6 săptămîni, de aci sînt trecute în butoaie unde sînt bine agitate un timp, în decursul căruia părul cade. După ce sînt scoase din butoaie pieile sînt lăsate să se usuce timp de 3 săptămîni, apoi sînt introduse în apă unde sînt lăsate să stea pînă cînd devin atît de moi, încît să se poată croi din ele fîşii, care sînt introduse în forme şi presate. După presare se stanţează gaura prin care trece cureaua de prindere şi se usucă. După uscare picărele sînt îmbibate cu ulei la o presiune de 35...40 atmosfere. Picărele astfel obţinute nu pot fi încă utilizate pe războaie, ci mai necesită o uleiere suplimentară şi uscare în ţesătorii după cum urmează :

Picărele se înşiră pe frînghii şi se suspendă timp de 4...6 săptămîni în camere cu aer condiţionat, unde sînt uscate. Apoi se introduc timp de 6 săptămîni într-un cazan cu ulei relativ cald. Uleiul poate fi de peşte, de oase, ulei de sfeclă sau de măsline, dar în nici un caz ulei mineral. După uleiere picărele se scot, se scurge excesul de ulei, fiind apoi uscate timp de 9...12 luni în aer condiţionat. Cu cît timpul de uscare este mai lung cu atît picărele sînt mai rezistente. Picărele care nu au fost supuse acestui tratament au o durată de utilizare mult mai mare decît cele care nu au fost supuse acestui tratament.

Din cauza perioadei îndelungate de pregătire (aproximativ un an) ţesătoriile trebuie să fie aprovizionate din timp cu cantităţile necesare de picăre, pentru a se evita utilizarea celor nepregătite.

Picărele pentru bătaie jos, confecţionate din piele tăbăcită, nu necesită această pregătire specială în ţesătorii, fiind utilizate direct pe războaie.

4. Deficienţele picărelor confecţionate din piele

Picărele confecţionate din piele transparentă, cu toate că în prezent dau rezultatele cele mai bune, prezintă totuşi mai multe deficienţe şi anume : a) sînt confecţionate dintr-un material special, deficitar în toate ţările, deci un material scump şi greu de procurat ; b) durata fabricaţiei propriu-zise este foarte lungă putînd ajunge la 6 luni ; c) durata pregătirii lor ulterioare în ţesătorii (uleiere şi uscare) este de asemenea foarte lungă, fiind cuprinsă între 9 şi 12 luni—în total aproape 18 luni ; d) timpul de utilizare este foarte neuniform, de la cîteva ore pînă la circa 600 de ore, în medie ; e) se încălzeşte în timpul lucrului datorită frecărilor cu tija conducătoare, necesitînd astfel ungerea cu uleiuri saponificate şi curăţire frecventă; f) uzura vremelnică a găurilor în care culisează tija conducătoare produce lovirea neprecisă a suveicii şi deci funcţionarea neuniformă a războiului ; g) pentru depozitare necesită condiţii speciale de temperatură şi umiditate.

5. Încercări de înlocuire a picărelor din piele, în țară și străinătate

Datorită multiplelor deficiențe arătate mai înainte, încă de mult timp s-a încercat să se înlocuiască picărele din piele cu picăre din alte materiale [3]. Astfel, sînt cunoscute picărele confecționate din metale ușoare ca aluminiu simplu sau aliat, avînd în zona de lovire a suveicii dopuri de piele, cauciuc sau material plastic [4]...[7]. Aceste încercări n-au dus la rezultate bune din cauza frecării mari între picăr și tija conducătoare pe de-o parte, și instabilității dopului pe de altă parte.

Alte încercări au fost făcute prin introducerea unor inele de grafit în zona de contact a picărului cu tija conducătoare, pentru a reduce frecarea, dar nu s-au obținut rezultate favorabile.

În S. U. A. s-au experimentat pe războaiele Crompton picăre din pînză îmbibată cu rășini sintetice a căror natură nu este menționată [8]. Durata de funcționare a acestor picăre este în medie de 2 000 de ore, dar uzura pe care o provoacă suveicilor și brațelor de bătaie este foarte mare, chiar cînd se utilizează suveici și brațe de bătaie din lemn tratat. Tot în S. U. A., pe un alt tip de război automat (Dreper), se întîlnește un alt gen de picăr confecționat din cauciuc sintetic, fixat pe brațul de bătaie. Durata de funcționare a acestor picăre este cu mult mai mare, în medie 4 000 de ore, însă consumul de brațe de bătaie este foarte mare.

Nu numai peste hotare, dar și la noi în țară s-a încercat confecționarea picărelor din cauciuc. Acestea prezintă unele însușiri acceptabile ca: elasticitate ridicată și capacitate mare de amortizare a șocurilor. Dar pe lîngă aceste caracteristici pozitive, cauciucul (natural sau sintetic) prezintă și unele deficiențe greu de înlăturat. Astfel, rezistența la șocuri repetate este mult mai mică decît a pielii; uzura pe care o suferă un picăr de cauciuc după 1...2 ore de funcționare este echivalentă cu aceea a unui picăr din piele, după o funcționare de 2...3 săptămîni. Pe de altă parte, din picăr, datorită uzurii, sar bucăți de cauciuc care se prind în rostul urzelii, dăunînd calității țesăturii. În fine, datorită frecării cu tija conducătoare, cauciucul se înmoaie nemai păstrîndu-și forma, mecanismul de bătaie nu mai poate transmite suveicii energia necesară trecerii ei prin rost și războiul se oprește.

Picărele obținute prin presare în matriță din prafuri sau din pînză continuă impregnată cu o rășină sintetică termoreactivă de tipul rășinii fenol-formaldehidă și avînd în zona de lovire a suveicii un dop special de cauciuc, de asemenea nu au dat rezultate bune [4], [9], [10].

Picărele confecționate din materiale plastice pe bază de clorură de polivinil [11], din poliamide, poliamide turnate (IGAMID) și din polietilenă cu greutăți moleculare mici, cu sau fără inserție textilă, din cauza coeficientului mare de frecare cu tija conducătoare se încălzesc, se înmoaie și se deformează [3], [12],...,[14].

Încercări întreprinse cu picăre pentru bătaie sus, confecționate din Plastatex, Novotex, Electron și alte tipuri comerciale de materiale plastice, nu au dat nici ele rezultate satisfăcătoare [3].

În ultima vreme, în R. D. G., R. S. C. și R. P. U. s-au obținut unele rezultate mai bune cu picăre din rășini poliamidice de tip „Nylon" sau „Perlon" [15], [16].

În fine, rezultate bune se pare că s-au obținut și în Anglia și R. F. G. cu picăre confecționate dintr-un material termoplastic denumit „Polymatic 2" [17] și din poliuretani [12].

Pornind, pe de-o parte, de la concluziile stadiului actual al cercetărilor tehnico-științifice efectuate pe plan mondial în domeniul înlocuirii picărelor din piele cu picăre din materiale plastice, iar pe de altă parte de la condițiile pe care trebuie să le îndeplinească un picăr din piele, colectivul nostru și-a pus problema înlocuirii picărelor din piele cu picăre din materiale plastice furfurol-fenolice.

II. Cercetări proprii

În literatura de specialitate, alcătuită în cea mai mare parte din patente, datele cu privire la obținerea picărelor din materialele plastice sintetice sînt foarte sumare, cele mai multe amănunte referindu-se în special la caracteristicile și performanțele produsului respectiv și nu la fabricarea lui.

În ceea ce priveşte obţinerea picărelor din materiale plastice furfurol-fenolice, în literatură nu există nici un fel de informaţii. Cercetările asupra posibilităţilor de înlocuire a picărelor din piele cu picăre din astfel de materiale au fost efectuate pentru prima dată de noi [18].

Pentru experimentări s-a utilizat o gamă largă de materiale plastice obţinute prin vălţuire sau prin impregnare. În cele ce urmează este prezentat materialul experimental şi rezultatele obţinute cu picăre confecţionate numai din materiale plastice pe bază de deşeuri textile (fibre, fire sau ţesături), impregnate cu răşină furfurol-fenolică.

1. Forma picărului

Picărele realizate din materiale plastice furfurol-fenolice sînt asemănătoare cu cele de tipul nr. *5* pentru bătaie sus (fig. 1 şi 2 — picăre neutilizate). Forma şi dimensiunile lor au fost mult modificate în urma studiilor teoretice şi experimentale care s-au efectuat.

Noul picăr, văzut din faţă, se deosebeşte de tipul clasic al picărului nr. *5* cu bătaie sus prin aceea că are conturul de formă rotunjită, cu cele două braţe *1* şi *2* îngroşate în lăţime şi grosime, a căror secţiune pătrată se transformă într-o secţiune circulară în zona de prindere a curelei *3*, şi pintenul de ghidaj *4* de formă semicirculară.

La baza modificărilor de formă aduse au stat considerente economice şi de rezistenţă mecanică. Astfel, îngroşarea braţelor picărului, atît în lăţime cît şi în grosime, a rezultat din necesitatea de a mări secţiunea în această zonă, unde solicitarea la rupere este mai mare din cauza celor două orificii practicate în braţele picărului, pentru introducerea tijei conducătoare.

Brida de prindere a curelii cu secţiune circulară şi în formă de segment de inel, prezintă avantajul că tensiunile care iau naştere în curea sînt mai mici şi deci aceasta este solicitată mai puţin, ceea ce duce automat la scăderea consumului specific de curele [19].

Realizarea pintenului de ghidaj în formă semicirculară conduce de asemenea la economie de material şi o formă constructivă mai comodă.

Modificările de formă şi dimensiuni au fost astfel concepute încît să nu afecteze cu nimic montajul picărelor la războaiele existente, în comparaţie cu picărele din piele.

2. Obţinerea materialelor

Pentru obţinerea picărelor s-au utilizat materiale plastice furfurol-fenolice, preparate prin impregnarea unor fîşii de pînză sau deşeuri textile, tocate în prealabil la o ghilotină la anumite dimensiuni, cu o soluţie de răşină furfurol-fenolică.

Pentru acest scop s-a folosit o soluţie alcoolică de răşină furfurol-fenolică, în prezenţa hexametilentetraminei ca agent de întărire, plastifiată cu dibutilftalat sau dioctilftalat.

Materialul impregnat cu soluţia astfel preparată este uscat pe site în straturi subţiri, într-un uscător cu aer cald, pînă la umiditatea reziduală de 3..5%. Materialul uscat are un conţinut de răşină de 98...100% faţă de greutatea materialului neimpregnat.

În tabelul 1 sînt prezentate caracteristicile fizico-mecanice ale materialelor plastice utilizate şi anume: textolit — obţinut din pînză continuă impregnată; bachelită textilă — obţinută din deşeuri de ţesături tocate, şi fibrolit — obţinut din fire de bumbac tocate şi impregnate.

Tabelul 1

Nr. crt.	Caracteristica materialului	Textolit	Bachelită textilă	Fibrolit
1	Conţinutul de răşină, (% greutate în produsul presat)	50	50	50
2	Capacitatea de curgere,(mm), (STAS 5991-58)	—	20	12
3	Rezistenţa la încovoiere statică, (kgf / cm²), (STAS 5874-58)	1 700 1 450...1 800	700 830...660	900 1 053...838
4	Rezistenţa la şoc pe epruvete necrestate, (kgf. cm/cm²), (STAS 5801-58.	65 60...70	20 22,8...19,5	26 27,8...22,7
5	Rezistenţa la compresiune, (kgf/cm²), (STAS 5873-58)	3 400 3 000...3 800	2 200 2 435...2 015	2 000 2 020...1 940
6	Rezistenţa la tracţiune, (kgf/cm²) (ГОСТ 4646-49)	1 000 925...1 100	440 485...410	480 480...477
7	Durit.tea la con Höppler, (kgf/cm²)	9 500	9 450	9 000

Pentru o orientare mai bună, în cazul unor carasteristici mecanice ca rezistenţa la: încovoiere, şoc, compresiune şi tracţiune, s-au dat atît valorile medii de rezistenţă cît şi cele maxime şi minime.

3. Presarea picărelor

În esenţă, procedeul pentru obţinerea picărelor constă în comprimarea directă a materialului plastic într-o matriţă de formare din oţel, prevăzută cu un sistem de încălzire electrică şi un sistem de evacuare a piesei formate din matriţă.

Materialul plastic trebuie iniţial preformat la rece, într-o matriţă similară din lemn sau oţel.

Preformarea este indispensabilă pentru că volumul materialului de presat fiind prea mare, încărcarea lui în matriţa de formare ar necesita un timp prea lung, ceea ce dăunează calităţilor produsului presat.

Înainte de presare preforma este preîncălzită fie introducînd materialul timp de 30 minute într-o etuvă la 100...105°C, fie prin încălzirea cu curenţi de înaltă frecvenţă timp de 1...2 minute. Aceasta are o influenţă favorabilă asupra capacităţii de curgere a materialului, uşurînd atingerea temperaturii de regim într-un timp scurt şi realizarea unui gradient de temperatură cît mai egal între marginile şi mijlocul presatului.

Materialul plastic astfel pregătit este presat la 160 ± 5°C şi 350...400 kgf/cm^2 timp de 2 minute, pe milimetru produs presat.

4. Rezultate experimentale

Picărele din materiale plastice furfurol-fenolice au fost experimentate direct în industrie, la întreprinderile „Dacia", „Donca Simo" şi „Ţesătura"-Iaşi, fiind supuse probelor funcţionale pe războaie de ţesut mecanice de tip Thomas Haldt cu o turaţie medie de 140...160 rot/min.

Trebuie menţionat faptul că picărele experimentate au lucrat în condiţiile obişnuite ale procesului de producţie, luîndu-se, în limita posibilităţilor, măsurile necesare care să asigure condiţiile de încercare cele mai apropiate de cele ideale.

Rezultatele obţinute cu picăre tip *T* din bachelită textilă, şi picăre tip *B*, din fibrolit, sînt prezentate în tabelul 2.

Din analiza rezultatelor prezentate în tabelul 2 se constată că toate picărele încercate, indiferent de natura materialului de umplutură care stă la baza materialului plastic, au avut o durată de funcţionare care în toate cazurile depăşeşte norma medie de utilizare admisă pentru picărele din piele.

Dacă se analizează din punct de vedere statistic rezultatele menţionate în tabelul 2, se constată că, dintre picărele tip *T* încercate, 36% au funcţionat între 901 şi 1 300 ore şi 20% între 1 301 şi 1 700 ore, iar dintre cele tip *B*, 33,34% au funcţionat între 901 şi 1 300 ore şi 66,66%, între 1 301 şi 1 700 ore. Cu alte cuvinte în cazul picărelor din bachelită textilă peste 50% au avut o durată de funcţionare mai mare ca 900 ore, deci aproape de 3 ori mai mare decît a celor din piele, pentru care norma medie de utilizare sau de consum este de 0,50 picăre/1 000 000 de bătăi, ceea ce revine la 320 de ore de funcţionare a unui război cu o turaţie de 170 rot/min.

În ceea ce priveşte picărele tip *B*, din fibrolit, toate au arătat o durată de funcţionare de peste 900 de ore (v. tabelul 3 şi fig. 3).

Calculînd durata medie de funcţionare a celor două tipuri de picăre şi făcînd raportul între durata medie şi norma medie de utilizare, se constată că picărele din materiale plastice sînt de 3,72, respectiv 4,26 ori mai rezistente decît cele din piele, pentru turaţii ale războiului de de 140...160 rot/min (tabelul 4).

Picărele din materiale plastice sintetice furfurol-fenolice prezintă o serie de avantaje funcţionale faţă de picărele din piele. Astfel, în timpul experimentărilor s-a observat că tijele metalice pe care culisează picărele din materiale plastice nu se încălzesc prin frecare decît într-o măsură foarte mică în comparaţie cu tijele pe care lucrează picărele din

Tabelul 2

Războiul nr.	Picărul nr.	Tipul picărului	Data montării		Data ruperii		Timp de funcţionare (ore)	Observaţii
			ziua	ora	ziua	ora		
145	186	*T*	8.III.1958	8	29.IV.1958	10	1 082	
	187	*T*	8.III.1958	8	17.IV.1958	20^{20}	852	bătaie corectă; clivat longitudinal
146	188	*T*	8.III.1958	8^{30}	2.VI.1958	8^{30}	1 512	
	189	*T*	8.III.1958	8^{30}	24.IV.1958	19^{30}	984	funcţionare defectuoasă
147	190	*T*	8.III.1958	9	22.IV.1958	9	936	centrat bine; clivat longitudinal
	191	*T*	8.III.1958	9	2.VI.1958	9	1 512	
148	192	*T*	8.III.1958	10	3.IV.1958	7^{30}	550	rupt la unul din braţe
	193	*T*	8.III.1958	10	29.IV.1958	11	1 081	
149	194	*T*	8.III.1958	11	2.VI.1958	11	1 752	
	195	*T*	8.III.1958	11	2.VI.1958	11	1 780	
136	162	*T*	5.II.1958	13	9.V.1958	13	1 944	
	163	*T*	5.II.1958	13	20.IV.1958	13	1 632	
101	164	*T*	6.II.1958	11	12.III.1958	3	712	
	165	*T*	6.II.1958	11	7.III.1958	18	631	rupt la urechi (braţe)
137	166	*T*	5.II.1958	10	1.IV.1958	10^{30}	1 153	bătaia centrată semicorect
	167	*T*	5.II.1958	10	24.II.1958	12	410	bătaie necentrată
104	168	*T*	6.II.1958	11	22.V.1958	11	1 848	
	173	*T*	6.II.1958	11	20.V.1958	2	1 792	clivat de la braţe în jos; infiltraţia lubrefiantului
105	169	*T*	6.II.1958	10	28.III.1958	3	1 049	centrat necorect
	170	*T*	6.II.1958	10	—	—	—	pierdut în fabrică
131	171	*T*	5.II.1958	14	28.III.1958	23	1 088	incorect centrat; bătaia asimetrică
	172	*T*	5.II.1958	14	25.III.1958	1	1 019	idem
143	99	*T*	15.II.1957	—	—	—	2 160	
	101	*T*	15.II.1957	—	—	—	1 220	bătaie necentrată
144	100	*T*	15.II.1957	—	—	—	885	
	103	*T*	15.II.1957	—	—	—	700	centrat bine; rupt la braţe
134	196	*B*	4.III.1958	18	7.V.1958	10	1 360	clivat; infiltraţie a lubrefiantului
	197	*B*	4.III.1958	18	2.VI.1958	18	1 608	
106	198	*B*	5.III.1958	17	17.V.1958	11	1 554	
	199	*B*	5.III.1958	17	18.III.1958	24	967	bătaie necentrată
101	200	*B*	7.III.1958	18	20.V.1958	13	1 267	tendinţe de clivare
	201	*B*	12.III.1958	3	2.VI.1958	3	1 676	

piele, iar consumul de lubrefiant, ca atare, este mult mai redus. Consecinţa acestui fenomen este faptul că orificiile prin care trece tija conducătoare nu se lărgesc şi nu se deformează decît foarte puţin (după o

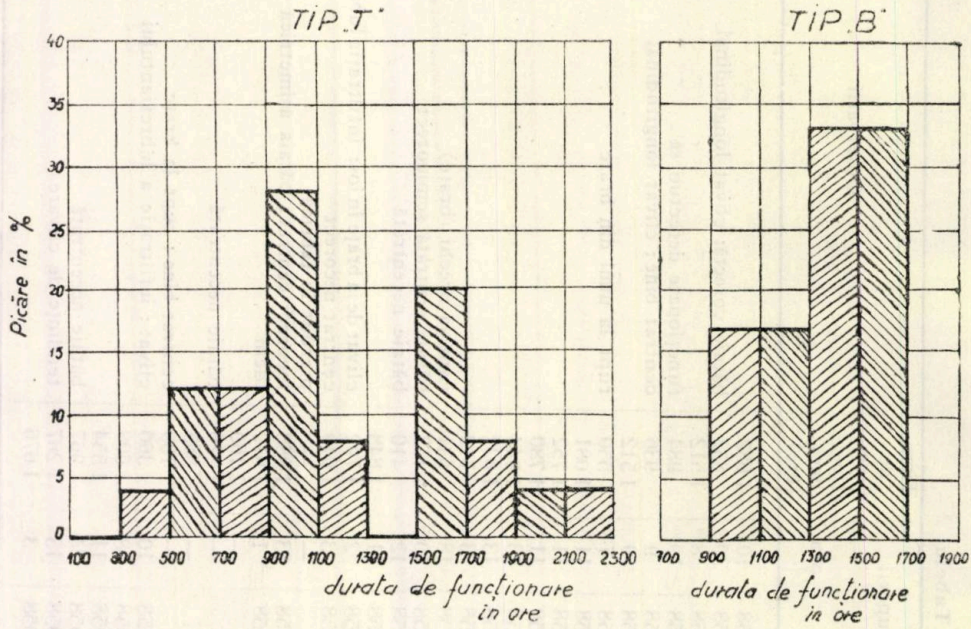


Fig. 3

Tabelul 3

Durata de funcţionare (ore)	Picăre tip *T*		Picăre tip *B*	
	buc.	%	buc.	%
1... 300	—	—	—	—
301... 500	1	4	—	—
501... 700	3	12	—	—
701... 900	3	12	—	—
901...1 100	7	28	1	16,67
1 101...1 300	2	8	1	16,67
1 301...1 500	—	—	2	33,33
1 501...1 700	5	20	2	33,33
1 701...1 900	2	8	—	—
1 901...2 100	1	4	—	—
2 101...2 300	1	4	—	—
Total	25	100,00	6	100,00

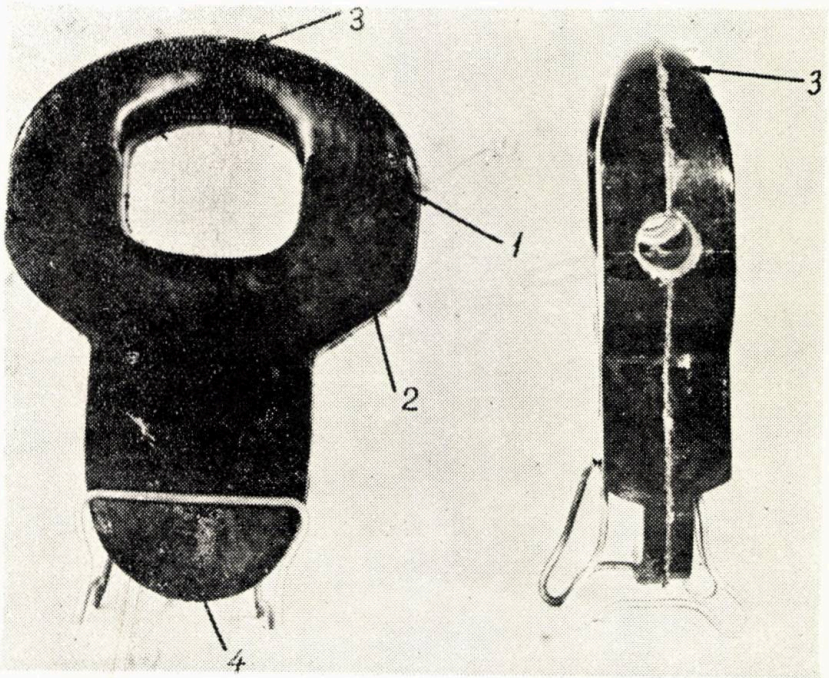


Fig. 1

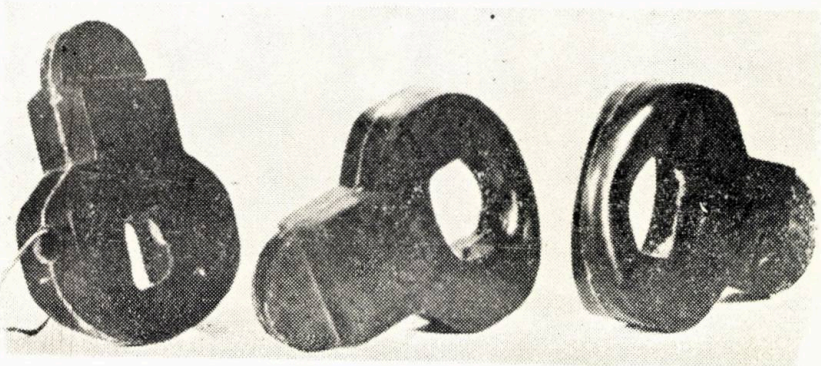


Fig. 2

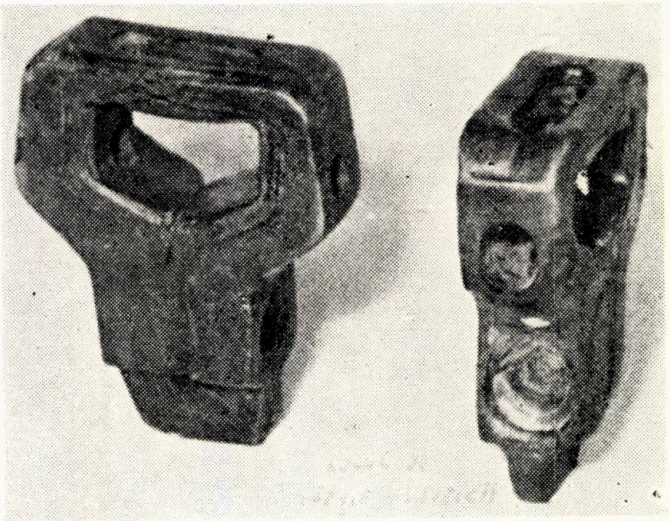


Fig. 4

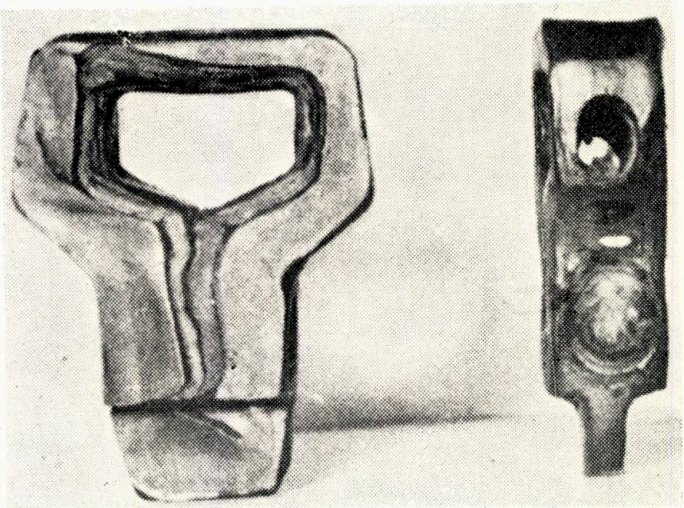


Fig. 5

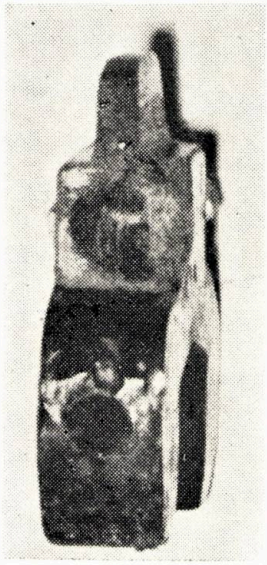


Fig. 6

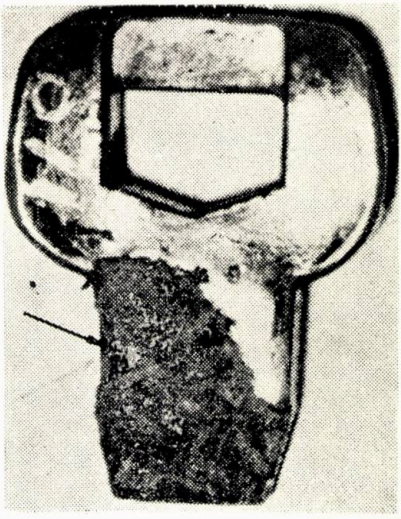


Fig. 7

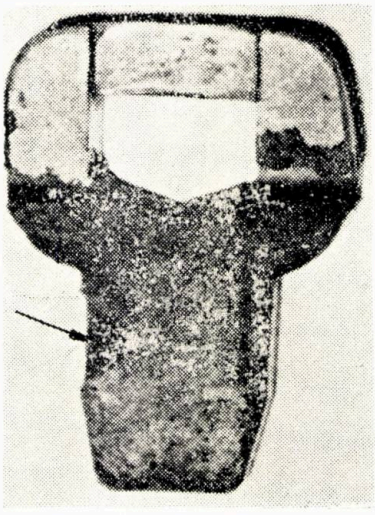


Fig. 8

perioadă de funcţionare de aproximativ 1 200 ore), ceea ce face ca precizia loviturilor suveicii să se menţină tot timpul utilizării picărului (fig. 4, 5 şi 6). În fig. 4 şi 5 sînt reprezentate picăre nr. 5, cu bătaie sus, din piele, neuzate şi respectiv uzate iar în fig. 6 este reprezentat un picăr din material plastic furfurol-fenolic, după utilizare.

De asemenea, picărele din materiale plastice furfurol-fenolice fiind mai rezistente la uzură decît cele din piele, nu aruncă particule (aşchii)

Tabelul 4

Picăr tip	Durata medie de funcţionare a picărelor din materiale plastice furfurol-fenolice (ore)	Norma medie de utilizare pentru picărele din piele (ore)	Creşterea duratei medii de funcţionare a picărelor din materiale plastice furfurol-fenolice, faţă de cele din piele (2) : (3)
1	*2*	*3*	*4*
T	1 191	320	3,72
B	1 362	320	4,26

de material în rostul urzelii, ceea ce la picărele din piele se întîmplă foarte des.

În fig. 7 şi 8 sînt arătate două picăre tip *T* care au funcţionat 1 792 şi respectiv 1 848 ore. Se vede clar că locaşul pe care şi l-a făcut suveica în timpul funcţionării nu este deformat şi uzat ci are o formă regulată de con, al cărui vîrf nu a pătruns prea mult în interiorul picărului, datorită faptului că orificiile de ghidaj ale tijei conducătoare sînt nedeformate.

În fine, o altă constatare importantă este faptul că noile picăre nu necesită condiţii speciale de umiditate şi temperatură pentru depozitare.

Picărele din materiale plastice furfurol-fenolice prezintă însă şi unele dezavantaje. Astfel, ele au o duritate mai mare decît a celor din piele, ceea ce impune micşorarea intensităţii bătăilor suveicii, mai ales la montarea iniţială a picărului. Însă duritatea materialului este o caracteristică care poate fi îmbunătăţită prin modificări aduse reţetei şi procesului de obţinere a acestuia. De asemenea, picărele sintetice sînt mai grele decît picărele din piele cu 30...35 g, fără însă să se constate o mărire a consumului de curele sau braţe de bătaie, dat fiind că intensitatea bătăilor suveicii se poate micşora.

Pentru îmbunătăţirea rezistenţei mecanice şi creşterea duratei de funcţionare a picărelor confecţionate, s-au realizat o serie de experienţe suplimentare în care s-a urmărit efectul armării picărelor cu diferite umpluturi de natură metalică. În acest scop s-au folosit diferite procedee. Astfel, s-a încercat presarea de picăre pe sistemul materialelor plastice stratificate tip „Textolit", folosind fie o stratificare normală, perpendi-

culară pe direcţia de presare, fie una paralelă cu direcţia de presare. Pentru cazul din urmăr, un număr de fîşii impregnate, de 25...30 mm lăţime, au fost înfăşurate de mai multe ori, formîndu-se un sul cu straturi concentrice care a fost apoi introdus în matriţă şi presat. În alte cazuri s-au obţinut din pînză impregnată foi, avînd forma şi dimensiunile picărului, care au fost asamblate cîte 3...4 prin cusături şi apoi au fost introduse în matriţă, alternînd cu bachelită textilă sau foi ştanţate necusute. Pe acelaşi tip s-a încercat şi introducerea unor benzi late de 20...22 mm, formate din fîşii de pînză asamblate prin cusături şi apoi impregnate. O astfel de armare avea drept scop să mărească rezistenţa picărului în zona orificiilor tijei conducătoare, unde solicitarea la rupere prin tracţiune este mai mare, secţiunea pe care se exercită efortul fiind destul de mică (planul *a b* din fig. 9).

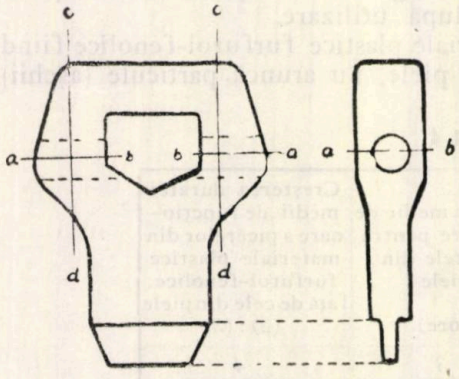


Fig. 9

Tabelul 5

Picăr nr.	Felul armăturii	Durata de funcţionare (ore)	Observaţii
4 *5* *6* *8*	Pînză impregnată stratificată tip „textolit".	0 0,5 0 1	Clivează extrem de uşor după unul din planurile de stratificare ; foarte dure, deteriorează suveica.
2 *3*	Pînză impregnată, sub formă de sul.	3 2	Piese neomogene ca formă ; pînza nu umple perfect detaliile matriţei. Se rupe uşor în zonele cu defecte.
18 *19* *20* *21*	Şnur lat de 20...22 mm din mai multe foi de pînză, suprapuse şi cusute, înfăşurate concentric şi presate paralel cu direcţia de presare.	1 0,5 2 1	Piese neomogene ca formă, cu defecte de presare ; materialul nu umple perfect matriţa şi piesele se rup la braţe.
38 *40* *41*	2 plase de sîrmă aşezate perpendicular pe direcţia de presare.	0 0,5 152	Nu se produce o adeziune perfectă a materialului plastic la armătură ; se deformează şi nu rămîne în planul dorit.
39 *49*	2 plase de sîrmă, late de 20...22 mm, aşezate paralel cu direcţia de presare.	0 1	Armătura se turteşte şi deviază de la poziţia iniţială.

Prin analogie cu armarea betonului s-au confecţionat, prin ştanţare, foi avînd şi dimensiunile picărului, din plasă de sîrmă cu diametrul secţiunii de 0,5...1 mm, care au fost introduse în straturi alternative cu materialul plastic, perpendicular pe direcţia de presare.

S-au utilizat de asemenea benzi din plasă de sîrmă aşezate paralel cu direcţia de presare (planul *c-d* din fig. 9).

Rezultatele obţinute în exploatare cu picărele armate sînt redate în tabelul 5.

Din datele prezentate în acest tabel se vede că ideea de a introduce în picăr armături textile sau metalice, în anumite poziţii preferenţiale, nu are un efect pozitiv. Dimpotrivă, datorită faptului că aceste armături în timpul presării nu-şi păstrează poziţia în care au fost introduse, se crează în picăr zone heterogene care au o rezistenţă mecanică mai slabă.

5. Avantajele economice ale înlocuirii picărelor din piele cu picăre din materiale plastice furfurol-fenolice

Comparînd materia primă, procedeul de obţinere şi preţul de cost al picărelor din materiale pe bază de răşină furfurol-fenolică cu cel al picărelor din piele, se constată că, în afara caracteristicilor funcţionale superioare pe care le prezintă picărele din materiale plastice, ele prezintă şi importante avantaje economice.

Astfel, materiile prime principale necesare pentru obţinerea picărelor sintetice sînt deşeurile textile şi răşina furfurol-fenolică, ambele producîndu-se în ţară, în cantităţi care pot fi practic inepuizabile, în timp ce pielea este o materie primă deficitară, limitată pe de-o parte de şeptelul de bovine, iar pe de altă parte de necesitatea de a folosi numai pielea provenită din spinări.

Procedeul de fabricaţie, cu mult mai simplu, oferă posibilitatea obţinerii unor picăre de formă şi mărime variabilă, cu dimensiuni mai exacte decît la cele din piele şi într-un timp mai scurt, de o oră şi jumătate, faţă de un an pînă la un an şi jumătate, cît durează procesul de obţinere al picărelor din piele în care se include fabricaţia propriu-zisă, uleierea şi uscarea ulterioară premergătoare utilizării acestora.

Preţul de cost al unui picăr din materiale plastice furfurol-fenolice este de circa 5 lei, adică cu 50% mai mic decît preţul aceluiaşi picăr din piele, preţ obţinut din valorile calculate sau măsurate în condiţiile de lucru şi pe instalaţiile de laborator, care, după cum se ştie, este totdeauna mai mare decît acela care se obţine lucrînd în condiţii industriale.

La economiile rezultate din preţul de cost se adaugă economiile rezultate din reducerea importului de piele şi dirijarea acesteia către alte sectoare ale industriei, precum şi reducerea timpului de imobilizare a fondurilor de rulment, care rezultă din reducerea timpului de fabricaţie.

III. Concluzii

Studiul obţinerii picărelor din materiale plastice pe bază de răşină furfurol-fenolică şi studiul asupra comportării lor în exploatare, a condus la concluzia că aceste picăre pot înlocui cu succes picărele din piele

de acelaşi tip, în condiţiile utilizării lor pe războaie de ţesut mecanice care lucrează la turaţii de 140...160 rot/min.

Prin înlocuirea picărelor din piele cu picăre din materiale plastice furfurol-fenolice, pe lîngă îmbunătăţirea condiţiilor de lucru pe războaie şi creşterea duratei de funcţionare, se realizează economii de piele, prin înlocuirea ei şi reducerea importului de piei speciale şi economii băneşti, izvorîte din reducerea preţului de cost şi durata mare de funcţionare a noilor picăre.

Academia R. P. R.,
Centrul de cercetări chimice,
Sectorul de fizico-chimia macromoleculelor, Bucureşti,
Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de ţesătorie

BIBLIOGRAFIE

1. Steiner, Mell. Textilber., 1952, **6**, S. 572.
2. Bobeth W., Starke C., Faserforsch. u. Textiltechn., 1951, **1**, S. 38.
3. Schallat K., Deutsche Textiltechn., 1958, **8**, *10*.
4. * * * Brevet englez, 1951, 703.857.
5. * * * Ibid., 1954, 744.860.
6. * * * Ibid., 1952, 723.262.
7. * * * Ibid., 1952, 717.190.
8. * * * L'ind. Text., 1957, *12*.
9. * * * Brevet englez, 1938, 512.973.
10. * * * Ibid., 1943, 574.097.
11. * * * Ind., text. ASIT, 1956, **VII**, *2*, p. 94.
12. * * * Brevet R.F.G. D. 89.541.
13. * * * Ibid., 1957, 1.009.117.
14. * * * *Indicator pentru industria bumbacului*, 1952, I.D.T., Buc. (trad. din l. rusă).
15. * * * Faserforsch. u. Textiltechn., 1957, *12*, S. 1 289.
16. * * * Textil Praxis, 1958, **13**, *4*, S. 435.
17. Krämer G., Mell. Textilber., 1959, *9*, S. 1 016.
18. Isăcescu D. A., Ştefănescu I. C., Ionescu I. V., Popescu I., Propunere de invenţie, nr. 42.120/16 iunie 1958.
19. * * * Mell. Textilber., 1957, **38**, *5*, S. 510.

ТОЛКАТЕЛИ ИЗ ФУРФУРОЛ-ФЕНОЛОВОЙ ПЛАСТМАССЫ

(Резюме)

Исследование получения толкателей из пластмассы на основе фурфурол-феноловой смолы, а также исследование их поведения в производстве привело к заключению, что подобные толкатели могут с успехом заместить коженые толкатели того же типа при условии использования их в механических ткацких станках работающих при 140...160 об/мин.

TAQUETS DE MATÉRIAUX PLASTIQUES FURFUROL-FÉNOLIQUES

(Résumé)

L'étude de l'obtention des taquets de matériaux plastiques, en utilisant des résines furfurol-fénoliques, et l'étude de leur comportement en exploitation, a conduit à la conclusion que ces taquets peuvent substituer avec succès ceux de peau, du même type, dans les conditions de leurs utilisation sur des métiers à tisser qui fonctionnent à 140...160 nombre de tours par minute.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 668.7 ; 667

STABILITATEA COLORANŢILOR DIRECŢI LA TEMPERATURI PESTE 100°

DE

MIŞILIM GRINDEA şi RITA ZEIDMAN

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Dintre căile de activare ale procesului tinctorial, cea mai uzitată, cel puţin în faza actuală a dezvoltării tehnicii, este activarea termică.

Ridicarea temperaturii flotei influenţează în primul rînd dezagregarea particulelor coloidale de colorant, obţinîndu-se astfel particule de dimensiuni moleculare, singurele care pot pătrunde şi difuza în interiorul fibrei textile.

Agitarea termică mărită a particulelor de colorant, provocată de ridicarea temperaturii, favorizează difuzia în fibră şi prin faptul că reprezintă o contracarare a afinităţii colorantului, deci o frînă în stabilirea legăturilor colorant–fibră.

Difuzia accelerată a colorantului în fibră înseamnă şi viteză mai mare de vopsire, deci posibilităţi de scurtare a duratei procesului total, pe lîngă avantajul unei vopsiri pătrunse [1].

Pe de altă parte, mărirea energiei cinetice a particulelor de colorant influenţează şi fenomenul contrar sorbţiei şi anume desorbţia. Desorbţia are un efect pozitiv foarte important, ea condiţionînd posibilitatea de migrare, deci de uniformizare, a vopsirii.

Efectul negativ al temperaturii ridicate la unii coloranţi şi anume micşorarea intensităţii de vopsire la un moment dat, prin favorizarea desorbţiei, este corectat în tehnologia clasică, prin terminarea procesului la o temperatură mai scăzută.

Această metodă a fost transpusă şi în tehnologia vopsirilor la temperaturi ridicate, în cazul fibrelor celulozice.

Avantajele unei vopsiri cu fierbere prelungită sînt cunoscute în practică; totuşi, nu în toate cazurile menţinerea încălzirii în limitele temperaturii de fierbere a flotei — la presiunea normală — dă satisfacţiile necesare.

Studierea vopsirii la temperaturi peste 100° a dovedit posibilitatea valorificării mai largi a influenţelor activării termice. Se poate afirma chiar că prin depăşirea temperaturii de 100° se înregistrează o modificare calitativă a procesului tehnologic.

Aplicată iniţial la un caz oarecum limitat (benzi de viscoză greu de vopsit în condiţii obişnuite), vopsirea la temperaturi peste 100° a căpătat o mare extindere în ultimii ani.

Vopsirea la temperaturi ridicate poate fi aplicată în principiu la toate categoriile de fibre naturale artificiale şi sintetice.

Deosebit de importantă este tehnica temperaturilor mai mari de 100° la vopsirea fibrelor tereftalice, permiţînd o simplificare considerabilă a tehnologiei de vopsire a acestor fibre, care la temperaturi pînă la 100° necesită substanţe auxiliare (acceleratori) a căror întrebuinţare este legată de o serie de inconveniente (cost, toxicitate, influenţe negative asupra rezistenţei la lumină a vopsirilor) [2], şi în cazul fibrelor polinitril-acrilice tehnica temperaturii peste 100° şi-a dovedit eficacitatea [3].

Folosirea temperaturilor peste 100° a fost studiată şi aplicată industrial şi pentru fibrele celulozice, ca şi pentru cele de lînă [4]...[6]. S-a dovedit utilitatea acestor temperaturi şi în rezolvarea — fie chiar şi parţială — a unei probleme deosebit de acute şi anume, aceea a striaţiunilor provenite din neregularităţile structurale ale firelor [7].

Vopsirea la temperaturi peste 100° ridică însă unele probleme speciale şi anume: aceea a unui utilaj adecvat —problemă în prezent rezolvată [8]—, precum şi aceea a cunoaşterii comportării fibrelor şi coloranţilor în noul regim de temperatură, în vederea stabilirii unui proces tehnologic adecvat.

În lucrarea de faţă ne-am propus studierea comportării unor coloranţi direcţi, fabricaţi în ţară, la temperaturi peste 100°.

Stabilitatea coloranţilor direcţi a fost studiată de diferiţi cercetători, [6], [9], propunîndu-se şi gruparea lor în categorii de stabilitate, după criterii mai mult sau mai puţin complete. Astfel, Butterworth [6] consideră în clasificare, reacţia mediului, grupînd coloranţii în: a) coloranţi stabili în mediu neutru şi alcalin, b) coloranţi stabili numai în mediu neutru şi distruşi în mediu alcalin şi c) coloranţi distruşi atît în mediu neutru cît şi în mediu alcalin.

Lucrările citate nu precizează însă ce se înţelege prin stabilitatea, respectiv nestabilitatea unui colorant, nefiind indicate nici mijloacele de apreciere.

În general, în lucrările citate se consideră că mecanismul distrugerii unui colorant în condiţiile vopsirii la temperaturi peste 100° se datoreşte acţiunii reducătoare, fie a substratului textil, fie a impurităţilor acestuia.

În lucrarea noastră, ne-am propus: a) alegerea unei metode obiective de apreciere a modificărilor suferite de colorant la temperaturi peste 100°, a colorantului; b) studierea — pe baza unei metode obiective de apreciere — a comportării coloranţilor, la temperaturi peste 100°, în raport cu temperatura, durata şi reacţia mediului; c) cercetarea influenţei însoţitorilor naturali ai bumbacului asupra colorantului.

2. Încercări experimentale

În cele ce urmează redăm rezultatele privitoare la 6 coloranţi direcţi, fabricaţi în R. P. R., pe scara de temperatură 105°...130°.

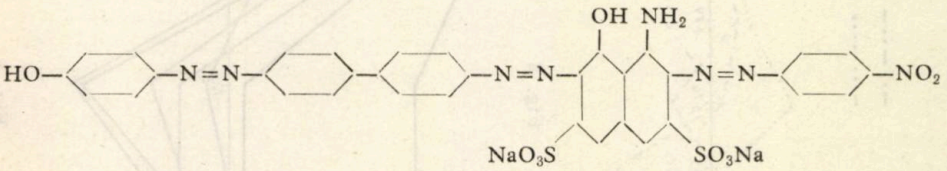
Au fost cercetate soluţiile coloranţilor tehnici în apă distilată, cu şi fără adaus de extras obţinut din fierberea bumbacului crud.

Ca metode de apreciere ne-am oprit la obţinerea caracteristicilor spectrale ale soluţiilor de colorant, cu fotometrul universal F. M. de construcţie sovietică. Folosirea acestui aparat în locul unui spectrofotometru dă rezultate corespunzătoare în cazul soluţiilor slab colorate. În lucrarea noastră, pentru a satisface această cerinţă, deşi am lucrat cu concentraţii uzuale în industrie, aprecierea a fost făcută cu soluţii diluate în acelaşi raport pentru toate variantele de tratare. Se pot compara astfel caracteristicile spectrale ale soluţiilor supuse la temperaturi diferite, în condiţii variate, cu colorantul — nesupus fierberii — considerat etalon.

Au fost studiaţi următorii coloranţi direcţi: a) verde direct *A*, b) roşu direct strălucitor 8*A*, c) portocaliu direct strălucitor, d) albastru direct *FF*, e) brun direct *MR*, f) albastru direct *A*.

Probele efectuate cu scopul de a verifica comportarea colorantului ca atare (în absența materialului textil) au fost calculate în ipoteza unei vopsiri neutre cu 3% colorant și $M = 1:20$, iar pentru determinarea caracteristicilor spectrale, soluțiile au fost diluate de 50...200 ori, după necesitate.

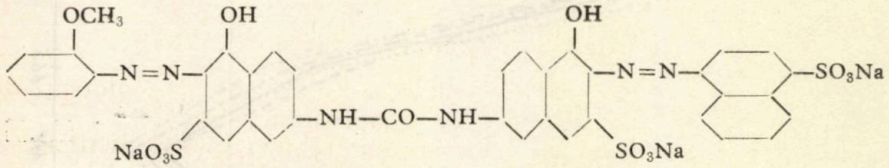
a) *Colorantul verde direct* A, C. I. 30 295



Studiat la temperaturi de 105°; 110°; 115°; 120°; 125°; 130° (30 min) prezintă caracteristici spectrale, diferite de la o temperatură la alta (fig.1).

Examinînd variația abaterii procentuale a coeficientului de trecere (T) față de etalon (E), funcție de lungimea de undă și de temperatură, se constată că aceasta este foarte neregulată (fig. 2, 3). Se poate totuși constata că abaterile caracteristicilor spectrale față de colorantul etalon cresc cu temperatura. Față de această comportare (nestabilitate) a colorantului în apă distilată, confirmată și de vopsirile în băi reziduale, nu a mai fost interesant de efectuat și alte cercetări (influența alcalilor, însoțitorilor etc).

b) *Colorantul roșu direct strălucitor 8*A, C. I. 29 190



Studiat în aceleași condiții (105°...130°) s-a dovedit de asemenea nestabil la temperaturi peste 100°, ceea ce se observă atît din modificarea caracteristicilor spectrale (fig. 4) cît și din calculul variației abaterii procentuale față de etalon, a coeficientului de trecere.

Se constată în acest caz că modificările cresc cu creșterea temperaturii (fig. 5), iar sub aspectul variației abaterii procentuale față de lungimea de undă (fig. 6) se observă o creștere a coeficientului de trecere pentru $\lambda = 574$ mμ și $\lambda = 533$ mμ, deci a conținutului de galben și verde, și o scădere a coeficientului de trecere pentru $\lambda = 496$ mμ și $\lambda = 465$ mμ, deci a conținutului de albastru verzui și albastru, fapt care corespunde și cu aprecierea subiectivă, din care rezultă un viraj spre galben al soluțiilor.

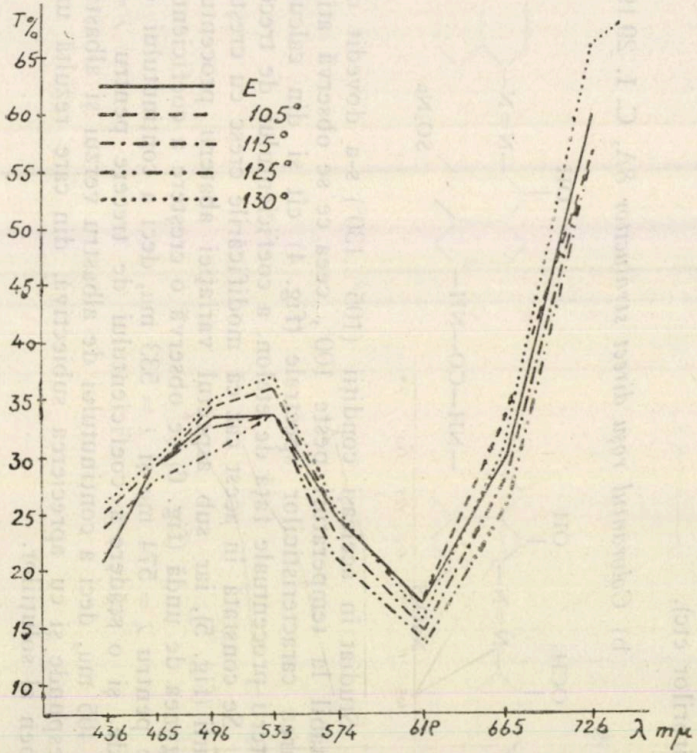


Fig. 1

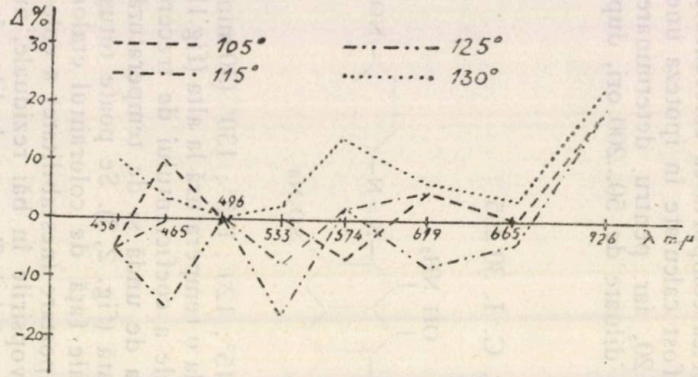


Fig. 2

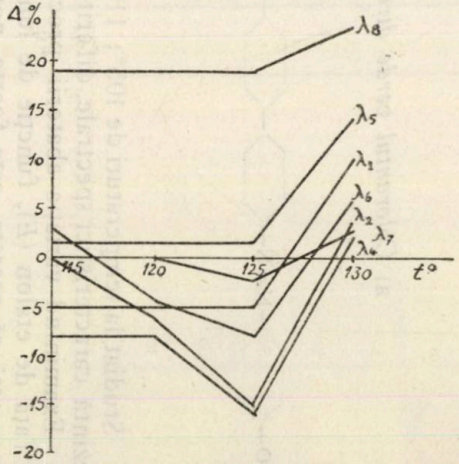


Fig. 3

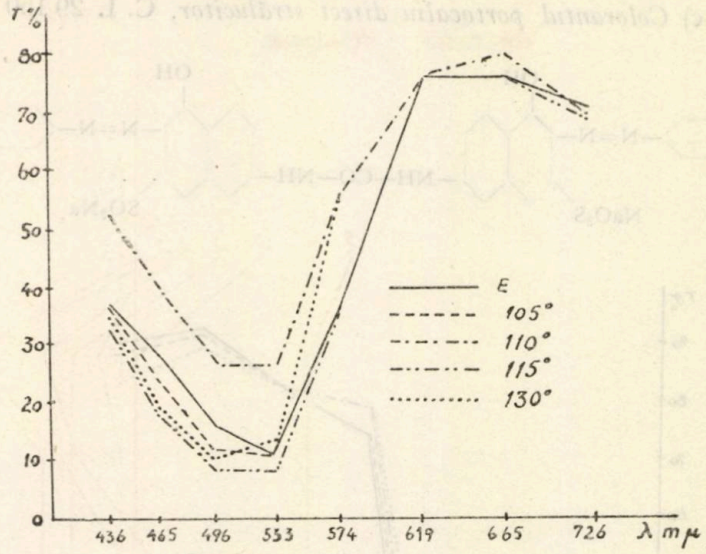


Fig. 4

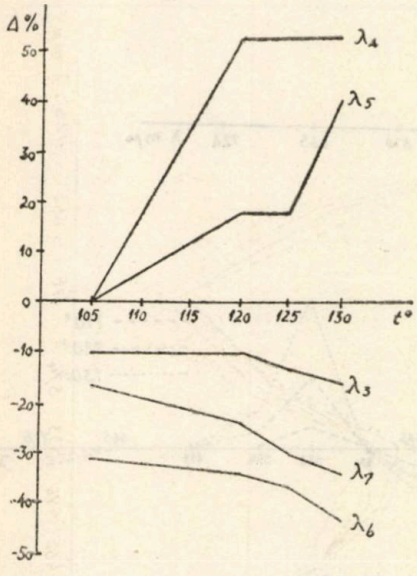


Fig. 5

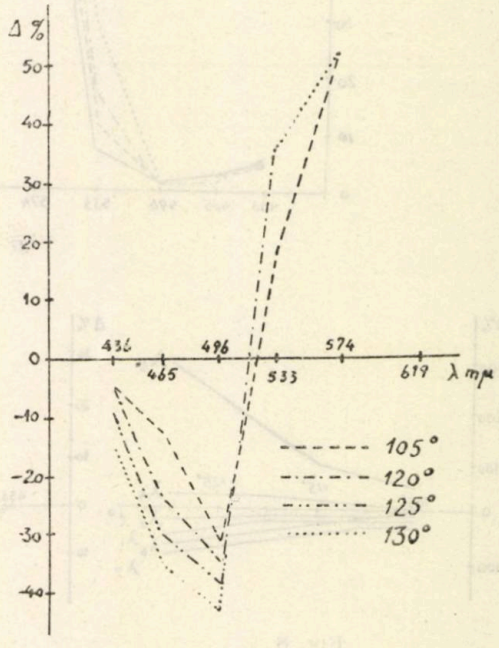
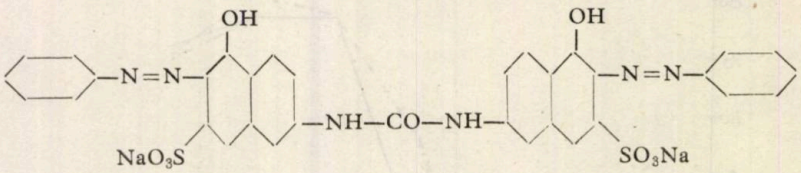


Fig. 6

c) *Colorantul portocaliu direct strălucitor*, C. I. 29 150



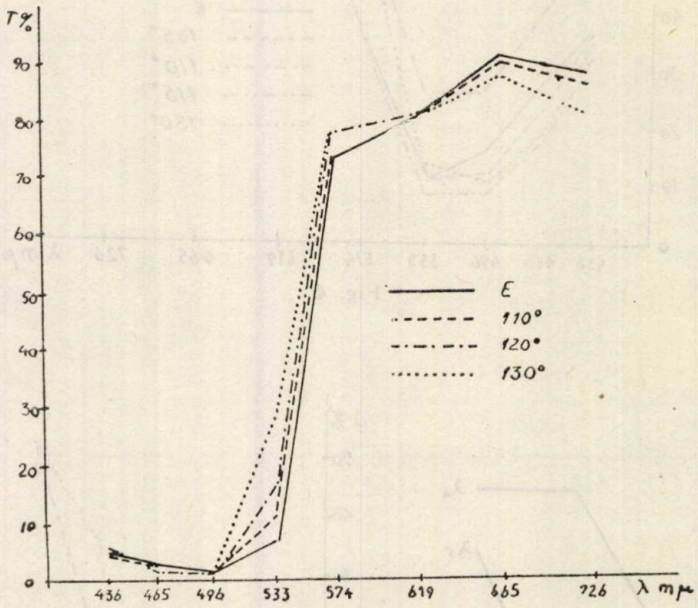


Fig. 7

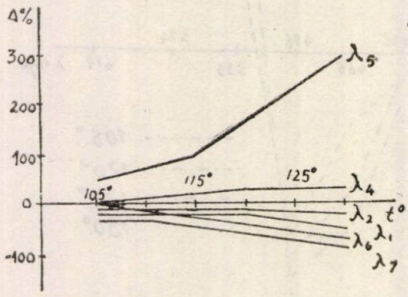


Fig. 8

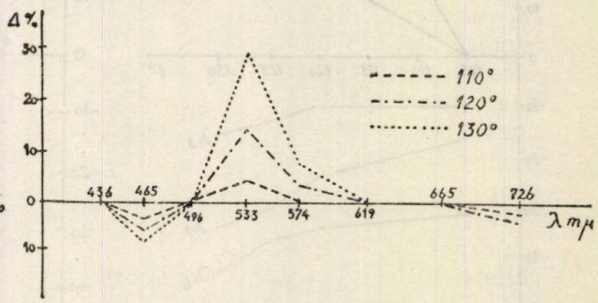
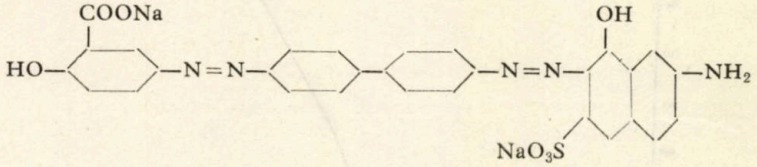


Fig. 9

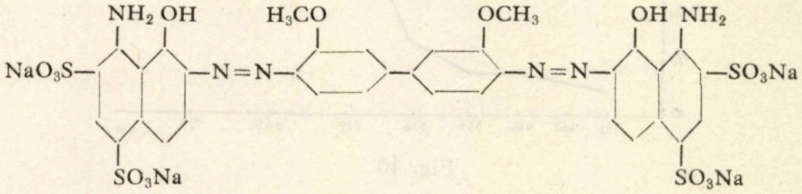
Prezintă o comportare asemănătoare cu aceea a colorantului roşu direct strălucitor 8*A* (fig. 7, 8, 9), modificările urmînd acelaşi sens.

Coloranții:

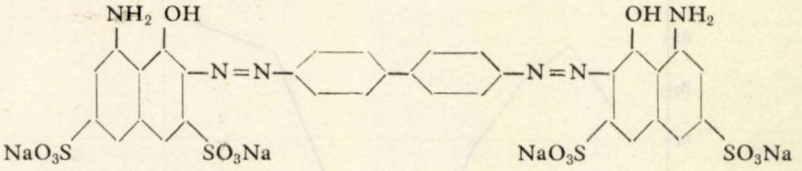
d) *Brun direct* M. R., C. I. 22311



e) *Albastru direct* FF, C. I. 24410



f) *Albastru direct* A, C. I. 22610



studiați la aceleași temperaturi (105°...130°), nu și-au modificat caracteristicile spectrale o dată cu variația de temperatură (fig. 10, 11, 12).

Reluînd încercările și variind durata (30; 45; 60; 75 min) nici în acest caz nu se înregistrează vreo modificare.

Dată fiind stabilitatea acestor coloranți în mediu neutru, atît la variația temperaturii cît și la aceea a duratei, s-a cercetat, în continuare, influența însoțitorilor naturali ai bumbacului asupra acestor trei coloranți. Pentru a separa acțiunea însoțitorilor bumbacului de aceea a substratului purificat, probele au fost efectuate în prezența unui extras neutralizat, rezultat din tratarea bumbacului crud în autoclavă, la 128°, cu o soluție de NaOH de 10 g/l. În toate cazurile nu s-a constatat nici o modificare a caracteristicilor spectrale, ceea ce denotă stabilitatea coloranților studiați și față de acest factor.

În continuare, au fost reluate aceleași probe, însă în mediu alcalin. Cu excepția colorantului brun direct *M.R.*, care a suferit unele modificări, ceilalți doi coloranți s-au dovedit stabili și la această acțiune.

Un aspect cercetat numai în cazul colorantului verde direct *A* a fost acela al comportării în aceleași condiții de tratare, atît a colorantului tehnic cît și a colorantului purificat. Purificarea s-a efectuat după procedeul cu săruri de bariu, obținîndu-se un colorant cu o puritate avansată (98% față de 28%). S-a putut constata o mai mare stabilitate a colo-

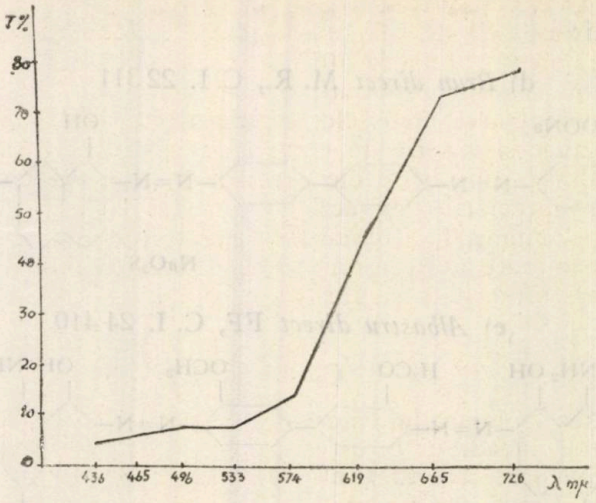


Fig. 10

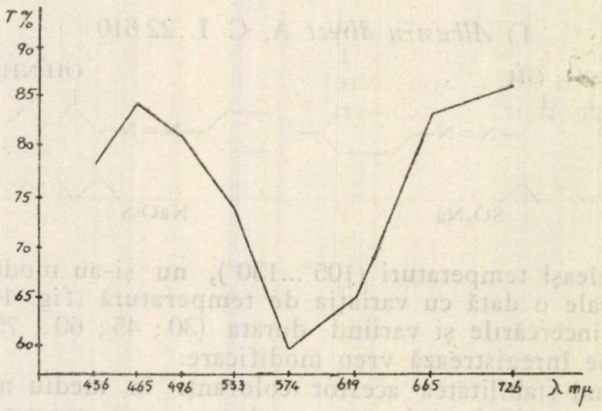


Fig. 11

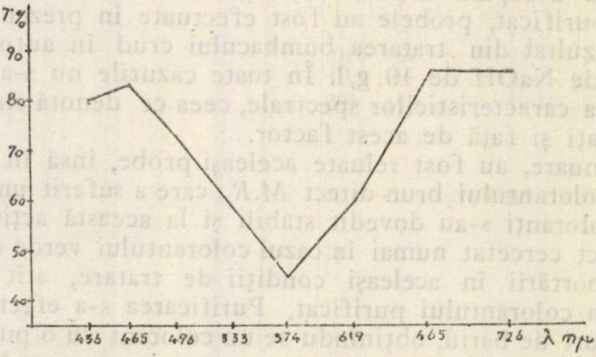


Fig. 12

rantului purificat față de cel tehnic și anume, aceeași diferență care apare între etalon și proba la 105° se menține și pentru toate celelalte temperaturi pînă la 130°, raportate la etalon.

Pentru completarea metodelor de apreciere prin caracteristicile spectrale s-au efectuat și o serie de vopsiri, în condiții date, cu soluțiile de coloranți rezultate din diferitele tratamente din autoclavă. În majoritatea cazurilor aprecierile subiective concordă cu modificările determinate obiectiv și anume, la coloranții definiți ca nestabili se observă un viraj sau o decolorare netă, în timp ce la coloranții stabili toate vopsirile prezintă aceeași intensitate și nuanță.

3. Concluzii

Majoritatea coloranților studiați de noi i-am regăsit în tabelele autorilor citați, încadrați în diferite grupe de stabilitate. Rezultatele noastre nu concordă întotdeauna cu cele deduse din clasificări (de exemplu roșu direct strălucitor 8*A*) ceea ce denotă în mod pregnant, necesitatea unui studiu concret, al *fiecărui* colorant fabricat industrial în R. P. R.

Vopsirea la temperaturi ridicate reprezintă o tendință modernă în tehnica tinctorială, pe cale de a fi introdusă și în țara noastră. Pe această linie, lucrarea noastră urmărește să aducă o primă contribuție la cunoașterea comportării la temperaturi ridicate, a coloranților fabricați în R. P. R.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologie chimică textilă

BIBLIOGRAFIE

1. Sadov F. I., Viktorov P. P., Korceaghin M. V., Mateţki A. I., *Tehnologia chimică a materialelor fibroase,* vol. I, Ed. Tehn., Buc., 1956, p. 495, (trad. din l. rusă).
2. Fern A. S., J. Soc. Dy. Col., 1955, **71**, p. 93.
3. Würz A., Mell. Text. Ber., 1956, **37**, S. 93, 566.
4. Iannarone I., Clapham H., Thomas R., Amer. Dy. Rep. 1953, **42**, p. 666.
5. Fox M. R., Ibid., 1954, **43**, p. 755.
6. Butterworth, J. Soc. Dy. Col., 1955, **71**, p. 443.
7. Swilens P., Pieper E., Best Gordon H. W., *Rayonne, Fibranne et Fibres Synthétiques,* 1957, pp. 523, 620, 670.
8. Rădulescu S., Ind. Text., ASIT, 1959, *2*, pp. 71—78.
9. Hermann E., Mell. Text. Ber., 1952, **33**, S. 1110—1112.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМЫХ КРАСИТЕЛЕЙ К ТЕМПЕРАТУРАМ СВЕРХ 100°

(Резюме)

Исследуется поведение прямых красителей при температурах сверх 100°.

Спектрограммами и окрасками в резидуальных ваннах оценивается влияние температуры и реакция среды при наличии и в отсутствии текстильного материала.

Подчеркивается индивидуальное поведение каждого красителя.

DIE BESTÄNDIGKEIT DER DIREKTZIEHENDEN FARBSTOFFE BEI TEMPERATUREN ÜBER 100°

(Zusammenfassung)

Sechs Direktfarbstoffe werden, bei Temperaturen über 100°, untersucht.

Der Einfluss von Temperatur und pH in An- und Abwesenheit vom Textilstoff werden, an Hand von Spektrogrammen und Färbungen in Residualbädern geschätzt.

Das individuelle Benehmen jedes einzelnen Farbstoffes wird betont.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 685

STUDIU TEHNICO-ECONOMIC ASUPRA UNEI SCHEME DE CONFECŢIONARE AUTOMATĂ A ŞTAIFULUI

DE

VOINEA COCIU şi LĂCRĂMIOARA DUMA

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 19—21 mai 1956

Perfecţionarea proceselor tehnologice de confecţionare a încălţămintei, prin mecanizarea operaţiilor individuale, în decursul dezvoltării acestei ramuri a industriei prelucrătoare, s-a realizat pe căi diferite, datorită particularităţilor principalei materii prime — pielea.

Stadiul actual al nivelului de realizare tehnică a procesului de confecţionare a încălţămintei este caracterizat prin existenţa unui flux tehnologic compus dintr-un număr mare de operaţii, efectuate în parte manual şi în parte mecanic.

La operaţiile efectuate mecanic se obţin productivităţi foarte diferite, datorită modului în care s-a realizat mecanizarea, prin imitarea operaţiilor manuale, şi datorită cantităţilor de manoperă ce trebuie realizate la fiecare operaţie.

Legarea în flux continuu, care să permită trecerea la mecanizarea complexă şi apoi la automatizare, este împiedicată de însăşi actuala structură a proceselor tehnologice.

Pentru îmbunătăţirea structurii procesului de producţie se impune elaborarea unor fluxuri tehnologice, pornind de la prelucrările actuale, în care să se realizeze un echilibru între productivitatea diverselor operaţii, condiţie a legării acestora în fluxuri automate.

Din ansamblul procesului tehnologic, autorii şi-au propus să studieze posibilităţile de legare în flux automat a operaţiilor de prelucrare a ştaifului. În soluţionare s-a adaptat următoarea schemă tehnologică: a) croirea materialului (talpă artificială, carton) în benzi pe o lăţime egală cu înălţimea ştaifului, b) croirea benzilor pe lungimea ştaifului, c) subţierea părţilor laterale, d) tăierea pe contur, ştampilarea, crestarea, e) şlefuirea pe contur.

Realizarea acestor prelucrări este posibilă prin folosirea unor unelte tăietoare utilizate curent în industria de confecţii de piele, la viteze de lucru convenabile, astfel încît, în ansamblu, să rezulte echilibrarea productivităţilor.

În agregatul schiţat, realizarea operaţiilor de prelucrare se asigură astfel:

Materia primă — talpa artificială sau cartonul — sub formă de plăci de dimensiuni date, este alimentată pneumatic dintr-o stivă, dispusă la începutul agregatului, căzînd pe un transportor, care o conduce între doi cilindri conductori. La ieşirea dintre cilindri placa trece printr-un ansamblu de cuţite circulare aflate în mişcare de rotaţie şi dispuse înclinat faţă de secţiunea plăcii; unghiul de înclinare a cuţitelor determină lăţimea de subţiere a benzilor, în sens longitudinal, diferită pe cele două părţi ale benzii (fig. 1 a).

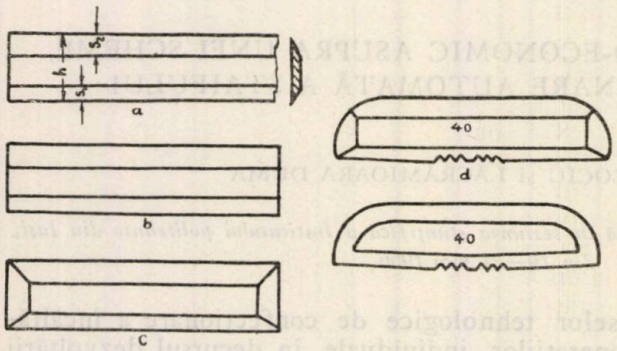


Fig. 1

Benzile astfel obţinute sînt prinse şi aduse succesiv, de către un transportor bandă, în poziţia de tăiere transversală (fig. 1 b) şi apoi de subţiere, în sensul înălţimii ştaifului (fig. 1 c).

Transportorul conduce ştaifurile într-un buncher de depozitare, de unde sînt preluate bucată cu bucată şi conduse în faţa unui ansamblu de prese care taie ştaiful pe contur, prin matriţare; concomitent cu tăierea pe contur se realizează ştampilarea şi crestarea (fig. 1 d).

După matriţare ştaiful este supus şlefuirii pe contur, pentru obţinerea formei definitive (fig. 1 e), anterior presării pe forma părţii posterioare a calapodului.

Pe baza schemei tehnologice propuse s-au efectuat calcule asupra economicităţii croirii, asupra sincronizării prelucrării în diverse faze (care au dus la stabilirea numărului de unelte lucrative) şi asupra productivităţii agregatului.

Rezultatele studiului arată posibilitatea creerii unei linii automate, prin adoptarea unui nou flux tehnologic. Legarea succesiv paralelă a operaţiilor, adoptată în studiul de faţă, a dus la schema unui agregat cu o productivitate foarte ridicată, comparativ cu productivitatea reală a utilajelor ce se folosesc în prezent, deşi în calcul s-au adoptat viteze de debitare inferioare vitezelor permise în practică. Acest aspect ilustrează avantajele adoptării alimentării şi conducerii semifabricatului, din operaţie în operaţie, printr-o linie automată.

Realizarea automatului în ipoteza prezentată, este posibilă, deoarece s-au îmbinat într-un ansamblu mecanisme existente la maşini care se folosesc curent în industria de încălţăminte.

Prin realizarea unui asemenea agregat automat se pot obţine o serie de avantaje şi anume:

1. Creşterea sensibilă a productivităţii muncii, prin ocuparea mai intensă a mecanismelor. Se remarcă faptul că s-a ajuns la productivita-

tea teoretică de 57000 per./8 ore, folosind limita inferioară prescrisă pentru vitezele de debitare a semifabricatelor în fața organelor lucrative.

2. Utilizarea unor viteze mici de debitare, cînd viteza uneltelor tăietoare se menține în domeniul normal, îmbunătățește calitatea prelucrării, reducînd în același timp solicitarea uneltelor respective.

3. O dată cu realizarea legăturii între diferitele mecanisme s-a propus sincronizarea între operații, aceasta fiind asigurată prin viteza transportorului și prin reglarea intervalului de timp între debitări, la diverse reglări ale mașinii.

4. Productivitatea ridicată a agregatului studiat va permite centralizarea confecționării ștaifurilor într-o singură unitate, pentru tot necesarul întreprinderilor din R.P.R., cu următoarele consecințe: a) creșterea productivității fizice a întreprinderilor de încălțăminte, prin reducerea numărului de muncitori; b) reducerea stocului normat de talpă artificială sau carton; c) o mai bună gospodărire a deșeurilor rezultate, prin întoarcerea lor la fabricile de materie primă; d) economisirea unui număr de utilaje în fabricile de încălțăminte; e) economisirea unui spațiu în fiecare întreprindere, cu posibilități de amplasare mai rațională a secției de pregătire a pieselor ștanțate.

5. Reducerea consumului de materiale cu circa 24%, prin creșterea gradului de utilizare a suprafeței acestora.

6. Îmbunătățirea calității ștaifurilor prin: a) posibilitatea stabilirii unui sistem propriu de toleranțe; b) asigurarea interschimbabilității pieselor; c) asigurarea unei mai bune calități, prin condițiile favorabile de prelucrare.

7. Îmbunătățirea condițiilor de muncă prin: a) evitarea traumatismelor atît de frecvent întîlnite, cu toate măsurile de protecție ce se iau astăzi, la ștanțarea, ștampilarea și crestarea ștaifului; b) evitarea prinderii mîinii la operația de șlefuire; c) eliminarea prafului format la ștanțare, subțiere, șlefuire; d) reducerea manipulării manuale a materialelor grele.

Avantajele enumerate, care se întrevăd a se atinge prin crearea unui agregat automat de confecționare a ștaifului, sînt evidente.

Soluția prezentată poate să constituie o contribuție la rezolvarea unei părți din problema automatizării proceselor de confecționare a încălțămintei, alături de îmbunătățirea indicilor tehnico-economici.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de confecții din piele

BIBLIOGRAFIE

1. Kapustin I. I., *Mecanismele mașinilor de încălțăminte*, Buc., I. D. T., pp. 25–30. 223, (trad. din l. rusă).
2. — *Calculul productivității mașinilor de lucru*, Buc., I. D. T., 1952, p. 15, (trad. din l. rusă).
3. Зыбин Ю. П., *Технология обуви*, Гизлегпром, М., 1953, стр. 159—160.

ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОДНОЙ ИЗ СХЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО ПРОИЗВОДСТВА ЗАДНИКА

(Резюме)

Даются основные выводы исследования по технико-экономическим вопросам вытекающим из одной из схем автоматического производства жесткого картонного или из синтетической кожи задника.

ÉTUDE TECHNICO-ÉCONOMIQUE CONCERNANT UNE SCHÉMA DE LA CONFECTION AUTOMATIQUE DU CONTREFORT

(Résumé)

Ce travail représente les principales conclusions de l'étude effectuée par les Auteurs concernant les problèmes technico-economiques résultant d'une schéma de la confection automatique du contrefort rigide en carton ou en cuir à dessou artificielle.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 338.07

POSTCALCULUL ÎN INDUSTRIA CHIMICĂ (I)

DE

D. RUSU, T. NEAGU şi RONELIA DAVIDEANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

Postcalculul se referă la evidenţa cheltuielilor de producţie în fiecare secţie cît şi la înregistrarea analitică a cheltuielilor de producţie pe faze, comenzi, loturi, produse, pentru determinarea preţului de cost unitar.

Organizarea evidenţei cheltuielilor de producţie, pentru reflectarea completă, la timp şi exactă, a tuturor consumaţiunilor de valori, privind fabricaţia unei unităţi de produs, conduce la îndeplinirea sarcinii de reducere a preţului de cost. Calculul eficient al preţului de cost este strîns legat şi de gospodărirea chibzuită a întreprinderii, a secţiilor şi sectoarelor ei. Gospodărirea chibzuită, ca metodă de conducere planificată a întreprinderii, asigură utilizarea eficientă a mijloacelor de producţie şi a timpului de lucru. Această metodă impune ţinerea unei astfel de evidenţe a tuturor cheltuielilor care să permită să se stabilească următoarele momente : a) cît de complex este produsul fabricat, b) cîte etape independente parcurge produsul, c) dacă fabricaţia este continuă sau dacă există întreruperi între diferitele operaţii de fabricaţie, d) cîte feluri de produse se fabrică, e) dacă se produc semifabricate, în diferitele etape de fabricaţie, f) situaţia producţiei neterminate, g) cu ce fel de mijloace şi cu ajutorul căror anume operaţiuni tehnologice se fabrică produsul.

Cercetarea a fost întreprinsă într-o unitate chimică de produse farmaceutice.

O scurtă caracterizare a produsului realizat în unitatea respectivă şi o privire asupra procesului de producţie reliefează următoarele :

Produsul principal care se realizează în cadrul acestei întreprinderi îl constituie penicilina şi derivaţii ei. Penicilina este un preparat care se obţine ca rezultat al acţiunii metabolice a ciupercii de genul *Penicillinum Chrisogenum* sau *Penicillinum Natatum*. Denumirea de „penicilină" se referă la o grupă întreagă de combinaţii organice cu o puternică acţiune bactericidă, secretată de aceleaşi organisme, însă cu acţiuni diferite, în funcţie de modul de întrebuinţare şi condiţiile de fermentare şi extracţie.

În afară de penicilina şi derivaţii ei, penicilina vrac, penicilina pentru uz zootehnic, dicilina, dicilina injectabilă, procainpenicilina, întreprinderea mai produce şi alte produse cu acţiuni mai puternice asupra bacteriilor, cum sînt : aureociclina, streptomicina, vitamina B 12, precum şi diverse unguente. Penicilina şi derivaţii ei sînt însă produsele de bază ale întreprinderii.

Penicilina poate fi fabricată sub formă de sare de potasiu sau sodiu a acidului benzil-penicilinic. În întreprinderea considerată se fabrică sub formă de sare de potasiu a acidului bezil-penicilinic.

Urmărirea cheltuielilor de producţie şi înregistrarea lor în vederea calculului preţului de cost se face pe următoarele faze principale ale procesului tehnologic : a) fermentarea, b) extracţia, c) condiţionarea, dozarea şi ambalarea.

1. *Faza de fermentare* este precedată de prepararea celor trei medii necesare acestui proces : a) mediul de cultură pentru inoculator, b) mediul de cultură pentru fermentatorul de însămînţare, c) mediul de cultură pentru fermentatorul de regim.

Mediul de cultură pentru inoculator, preparat din extract de porumb, lactoză, zahăr de porumb, apă caldă şi o soluţie de NaOH pentru aducerea la un pH corespunzător, se face în aparate speciale. Mediul de cultură se sterilizează, se răceşte şi

cu ajutorul aerului comprimat este împins în inoculator în care se menţine presiunea de 0,5...0,7 at. Pentru însămînţarea culturii de ciuperci în inoculator se foloseşte un balon de însămînţare în care se obţine suspensia de spori din cultură de ciuperci şi apă sterilizată. Materialul de însămînţare se trece din balon în inoculatori, cu ajutorul diferenţei de presiune, respectîndu-se în tot timpul, cu stricteţe, regulile privitoare la sterilizare. În fermentatorul de însămînţare, după ce a fost pregătit şi răcit la 23...22°, cu ajutorul aerului comprimat, este împins mediul de cultură pentru însămînţare. Printr-o conductă sterilizată în prealabil, cu ajutorul aerului comprimat, materialul de însămînţare din inoculator este împins în fermentatorul de însămînţare.

Mediul de cultură pentru fermentatorul de regim este împins cu ajutorul aerului comprimat în fermentatorul respectiv. Biomasa de miceliu cultivată în fermentatorul de însămînţare este trecută apoi în fermentatorul de regim. Aici are loc procesul de fermentaţie. Fermentaţia se face cu funcţionarea continuă a agitatorului şi durează 62...72 ore. După terminarea procesului de fermentaţie lichidul de cultură se filtrează şi apoi se spală. Soluţia nativă filtrată şi limpezită, se colectează într-un vas colector, unde se face răcirea. Aici se termină prima fază a procesului de obţinere a penicilinei — fermentaţia.

2. *Operaţia de purificare chimică* (extracţia penicilinei). Aici soluţia nativă se purifică şi se concentrează prin metoda extracţiilor succesive, iar în etapa a doua concentratul se precipită şi cristalii obţinuţi se prelucrează pînă se ajunge la un produs finit, bun de ambalat şi destinat livrării.

Purificarea chimică şi concentrarea penicilinei se realizează prin trei extracţii succesive, denumite stadii de purificare şi concentrare.

Extracţia în cele trei stadii se realizează cu ajutorul soluţiei de fosfat disodic şi carbonat de sodiu şi cu acetat de butil. Procesul tehnologic de cristalizare constă din: uscarea extractului, precipitarea penicilinei cu acetat de potasiu, filtrarea şi spălarea precipitatului de penicilină, uscarea şi prelucrarea finală a produsului realizat.

3. Sarea de benzil-penicilină cristalizată şi uscată se trece în ambalaj plombat în secţia de condiţionare, sterilizare şi depozitare. În cadrul acestei faze operaţia de încărcare a flacoanelor cu preparatul de penicilină, operaţia de închidere cu dop de cauciuc, închiderea cu căpăcelul de aluminiu şi etanşarea flacoanelor se face cu ajutorul unei mese rotative în mod automat. Flacoanele sînt apoi sterilizate.

Particularităţile procesului tehnologic impun metode specifice atît în colectarea cheltuielilor de producţie cît şi privitor la calculul preţului de cost. Cheltuielile de producţie sînt urmărite şi înregistrate pe fazele procesului tehnologic. Întrucît procesul de producţie se desfăşoară în mod continuu, nu există semifabricate, deci nu sînt livrări de semifabricate între secţii. În structura preţului de cost, în întreprinderile din ramura chimico-farmaceutică, greutatea specifică o reprezintă cheltuielile cu materiile şi materialele. Dacă ne referim la unitatea studiată, structura preţului de cost se prezintă astfel :

Pe articole de calcul	%	*Pe elemente primare*	%
Materii şi materiale directe . .	68,96	Materii prime şi auxiliare . .	70,40
Utilităţi	10,88	Combustibil	1,43
Salarii directe	2,30	Energie	7,36
Cheltuieli de întreţinere şi funcţionare a utilajului	3,75	Amortizări	9,29
Cheltuielile secţiilor de fabricaţie .	4,79	Salarii de bază şi suplimentare	8,18
Cheltuieli generale ale întreprinderii	8,71	Contribuţii asupra salariilor .	0,94
Cheltuieli cu însuşirea de produse noi	0,47	Alte cheltuieli	2,40
Cheltuieli în afara producţiei . .	0,14		
	100,00		100,00

În evidenţa cheltuielilor de producţie şi la determinarea preţului de cost pe unitatea de produs, o importanţă deosebită prezintă cheltuielile pentru materii şi materiale a căror greutate specifică predomină în structura preţului de cost. Nu poate fi minimalizată nici influenţa celorlalte elemente sau articole de calculaţie asupra preţului de cost.

Consumaţiile valorice ale materiilor şi materialelor sînt urmărite cu ajutorul fişelor limită, lansate de către serviciul contabilităţii, în fiecare secţie, iar în cadrul secţiilor, pentru fiecare produs.

Materialele folosite pentru întreţinerea utilajului şi pentru nevoi gospodăreşti, precum şi materialele distribuite atelierului mecanic şi garajului auto pentru maşini, sînt evidenţiate cu ajutorul fişelor colective pentru consumul de materiale şi a bonurilor colective. În fişe se reflectă de la început necesarul de material, conform normelor, pentru fiecare produs. Eliberările de materiale în cursul lunii se înregistrează separat în fişe. Se evită astfel depăşirea consumului de materiale, iar în cazul depăşirii consumului specific la unele materiale se pot cerceta cauzele şi se pot lua măsurile corespunzătoare. În desfăşurarea operaţiilor în cursul lunii, consumul de materii şi materiale se evidenţiază numai cantitativ.

La sfîrşitul lunii, după ce în prealabil se verifică dacă materialele înregistrate în fişa limită a sectorului corespund cu fişele de magazie, fişa limită este folosită în calculul preţului de cost, stabilindu-se de data aceasta şi valoarea materiilor şi materialelor consumate. Valoarea acestor materiale consumate se determină după preţurile de catalog din fabrică.

Fişele limită stau la baza grupării pe feluri de cheltuieli a consumului de materiale, stabilindu-se prin centralizare pe magazii şi creditul conturilor de materiale.

La stabilirea consumului real de materii şi materiale se ridică problema preţurilor cu care să fie înregistrate materialele consumate. Pot fi luate în considerare două variante. În prima variantă, înregistrarea materiilor şi materialelor se face la preţ de cost efectiv. Aceasta este o metodă avantajoasă. Prin aplicarea acestei variante se simplifică puţin evidenţa şi calculul preţului de cost al producţiei. Aplicarea ei provoacă însă greutăţi mult mai mari în sectorul aprovizionării. De aceea folosirea variantei a doua — înregistrarea materiilor şi materialelor la preţuri planificate şi urmărirea devierilor prin intermediul contului *115 Diferenţe între preţul de înregistrare şi cel efectiv al materiilor şi materialelor* o considerăm mai eficientă în evidenţierea cheltuielilor de producţie. Unitatea la care ne referim combină cele două variante.

La preţurile de catalog (preţuri planificate) se adaugă 6%, alcătuind astfel un catalog de preţuri intern. Procentul de 6% se determină printr-un calcul aproximativ, pe baza experienţei îndelungate din sectorul aprovizionării. El reprezintă cheltuieli care obişnuit se fac în plus faţă de preţurile de catalog cu ocazia aprovizionării.

Stabilind valoarea materiilor şi materialelor consumate la preţurile de catalog, calculate în fabrică, de fiecare dată se măreşte preţul de cost cu procentul stabilit, reprezentînd o deviere negativă.

Valoarea reală a devierilor negative stabilită în debitul contului *115* este de regulă ceva mai mică decît devierile antecalculate. Vor rezulta astfel abateri pozitive. Contul *115* avînd misiunea de cont rectificativ, va mijloci coborîrea preţului de cost la nivelul corespunzător realităţii.

Influenţa pozitivă a devierilor asupra preţului de cost se stabileşte la intervale mari.

Prin acest calcul simplificat s-a renunţat la determinarea devierilor în fiecare lună după formula cunoscută :

$$P = [(D_s + D_l) / (M_s + M_l)] \cdot 100 \ ,$$

în care : P — procentul devierilor, D_s — soldul devierilor la începutul lunii, D_l — devierea în cursul lunii, M_s — soldul materiilor şi materialelor la începutul lunii, M_l — materii şi materiale intrate în cursul lunii.

Calculul ştiinţific al preţului de cost impune însă stabilirea cheltuielilor de producţie şi devierile de la plan la perioade scurte, lunar, sau pe ciclu de fabricaţie. Apreciem că ar trebui îmbrăţişată această metodologie.

Legat de particularităţile procesului tehnologic în industria chimică şi de modul de colectare a cheltuielilor de producţie pe locuri de cheltuieli, o altă problemă care se cere a fi rezolvată şi asupra căreia trebuie îndreptată atenţia în viitor, o constituie găsirea celei mai bune căi de repartizare a consumurilor de materiale pe unitatea de produs. Pentru industria chimico-farmaceutică este caracteristic faptul că în produsele finite nu se găsesc materiile şi materialele consumate.

Se introduc în aparate : extract de porumb, lactoză, zahăr de porumb, acetat de butil, coloform, acizi etc. şi se obţine în final penicilina şi derivaţii ei.

După cum este greu de afirmat care din materiile şi materialele consumate reprezintă materii prime şi care materii auxiliare, la fel de greu este să se arate cît anume din aceste materiale revin pe unitate de produs.

Deşi dopurile din cauciuc şi flacoanele nu constituie altceva decît ambalajul unora din produsele realizate în această ramură (penicilina injectabilă) înlăturarea lor ar face

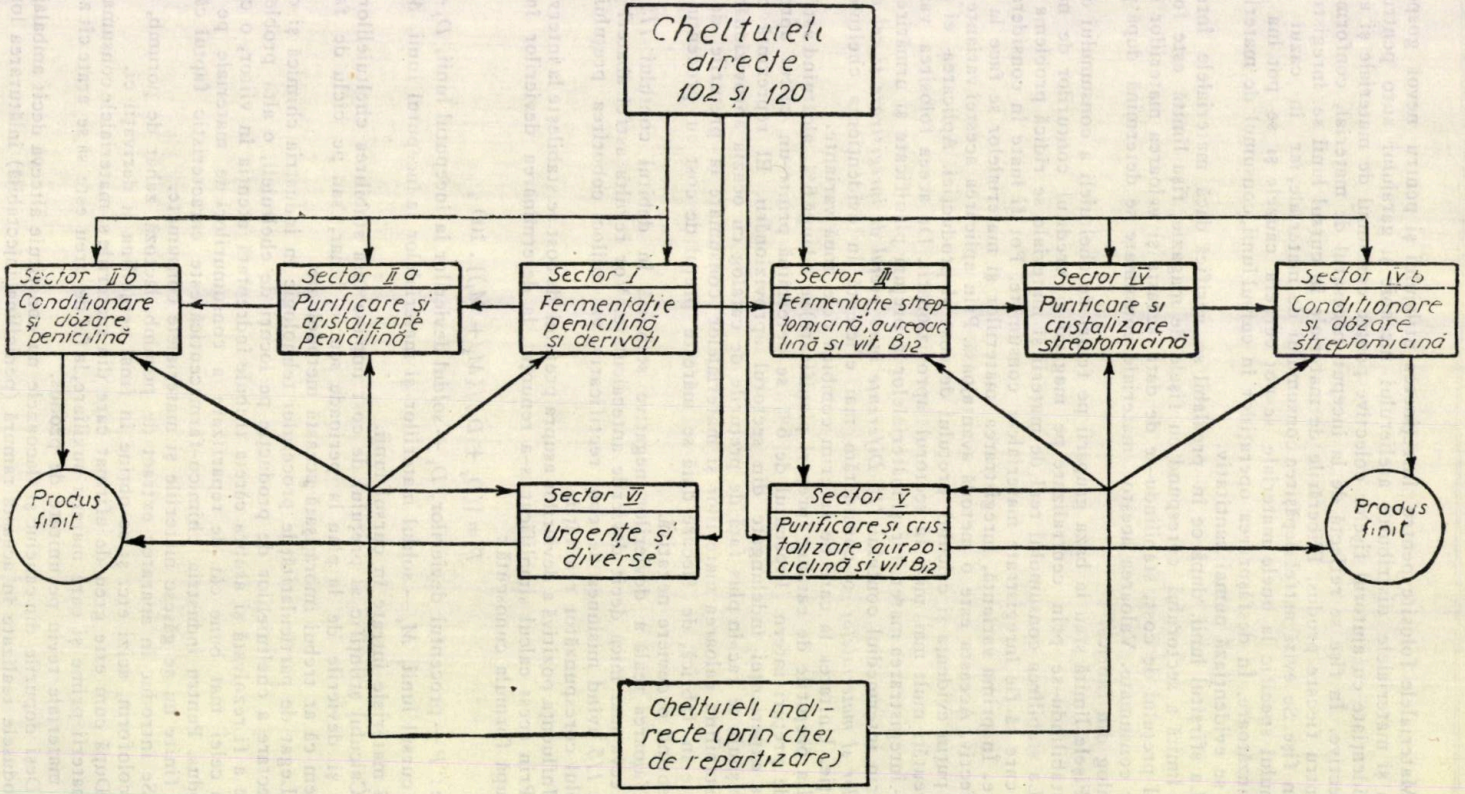


Fig. 1. — Localizarea cheltuielilor de producție.

produsele respective inutilizabile. În asemenea cazuri ambalajul constituie singurul material care poate fi trecut direct asupra produsului.

Materiile şi materialele consumate pot fi repartizate direct asupra producţiei de bază pe ansamblu, dar nu pot fi repartizate pe produs, deoarece din producţie se obţin simultan mai multe produse.

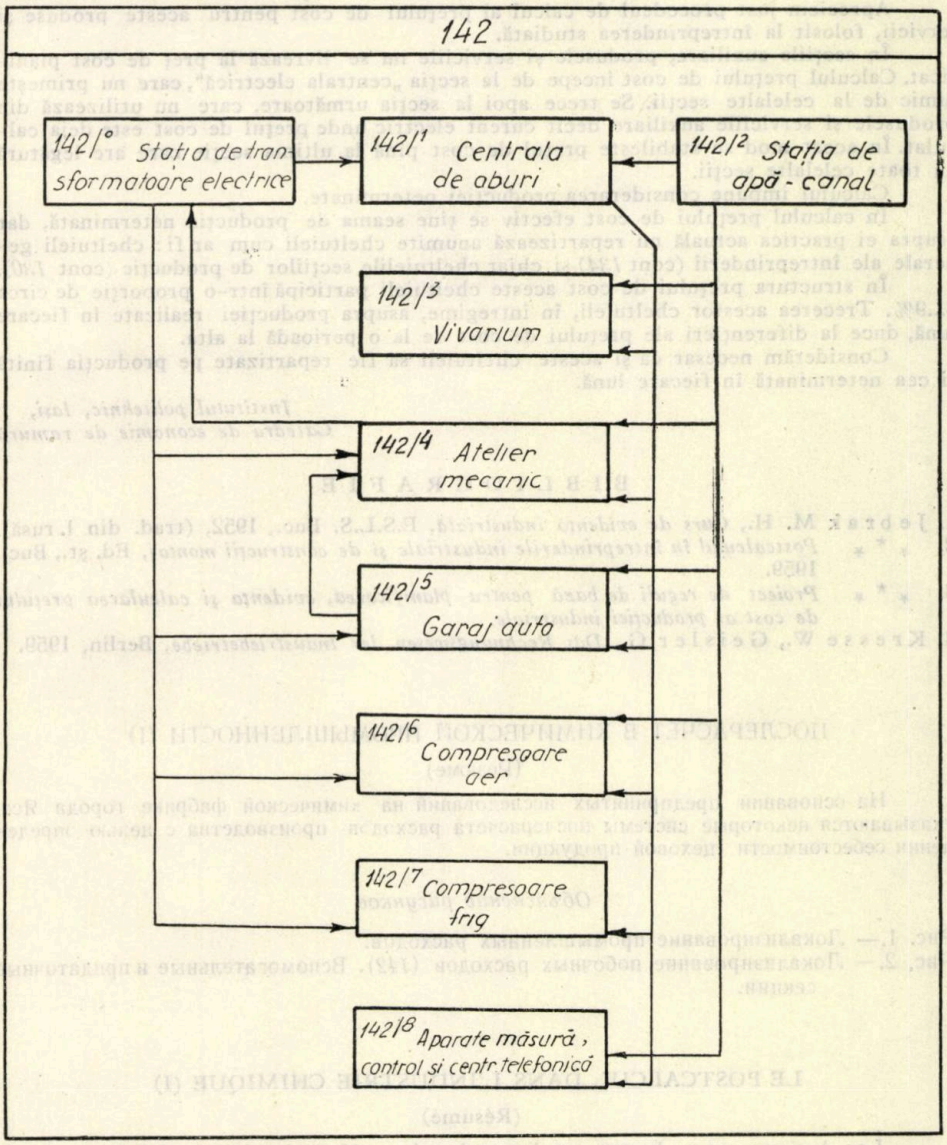


Fig. 2. — Localizarea cheltuielilor indirecte (*142*). Secţiile auxiliare şi anexe.

Consumurile de materiale pot varia de asemenea în limite largi şi datorită faptului că producţia de antibiotice, exprimată în unităţi internaţionale, poate să crească sau să scadă în funcţie de gradul de dezvoltare al ciupercii şi de precizia cu care este condus procesul tehnologic.

Al doilea loc, ca greutate specifică în structura preţului de cost îl formează aşa-numitele „utilităţi".

Serviciile secţiilor auxiliare şi de deservire sînt cerute în aceeaşi măsură de toate secţiile productive şi de toate produsele. Se impune deci un calcul cît mai exact şi la preţul de cost al produselor şi serviciilor acestor secţii.

Apreciem just procedeul de calcul al preţului de cost pentru aceste produse şi servicii, folosit la întreprinderea studiată.

În secţiile auxiliare, produsele şi serviciile nu se livrează la preţ de cost planificat. Calculul preţului de cost începe de la secţia „centrala electrică", care nu primeşte nimic de la celelalte secţii. Se trece apoi la secţia următoare, care nu utilizează din produsele şi serviciile auxiliare decît curent electric unde preţul de cost este deja calculat. În acest mod se stabileşte preţul de cost pînă la ultima secţie care are legătură cu toate celelalte secţii.

Calculul impune considerarea producţiei neterminate.

În calculul preţului de cost efectiv se ţine seama de producţia neterminată, dar asupra ei practica actuală nu repartizează anumite cheltuieli cum ar fi: cheltuieli generale ale întreprinderii (cont *134*) şi chiar cheltuielile secţiilor de producţie (cont *130*).

În structura preţului de cost aceste cheltuieli participă într-o proporţie de circa 8...9%. Trecerea acestor cheltuieli, în întregime, asupra producţiei realizate în fiecare lună, duce la diferenţieri ale preţului de cost de la o perioadă la alta.

Considerăm necesar ca şi aceste cheltuieli să fie repartizate pe producţia finită şi cea neterminată în fiecare lună.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură

BIBLIOGRAFIE

1. Jebrak M. H., *Curs de evidenţă industrială*, E.S.L.S. Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
2. * * * *Postcalculul în întreprinderile industriale şi de construcţii montaj*, Ed. şt., Buc., 1959.
3. * * * *Proiect de reguli de bază pentru planificarea, evidenţa şi calcularea preţului de cost al producţiei industriale.*
4. Kresse W., Geisler G., *Das Rechnungswesen der Industriebetriebe*, Berlin, 1959.

ПОСЛЕРАСЧЕТ В ХИМИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ (I)

(Резюме)

На основании предпринятых исследований на химической фабрике города Ясс, указываются некоторые системы послерасчета расходов производства с целью определения себестоимости цеховой продукции.

Объяснение рисунков

Рис. 1.— Локализирование промышленных расходов.
Рис. 2.— Локализирование побочных расходов (*142*). Вспомогательные и придаточные секции.

LE POSTCALCUL DANS L'INDUSTRIE CHIMIQUE (I)

(Résumé)

Les Auteurs, en se basant sur les recherches effectuées à une fabrique chimique, présentent quelques aspects concernant le postcalcul dans l'industrie chimique.

Explications des figures

Fig. 1. — Localisation des dépenses de production.
Fig. 2. — Localisation des dépenses indirectes (*142*). Les sections auxiliares et annexes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 33 (R)

ASPECTE ALE DEZVOLTĂRII PRINCIPALELOR RAMURI INDUSTRIALE DIN MOLDOVA, IN ANII PUTERII POPULARE

DE

D. RUSU, EUGEN POPA, AL. TACU, I. BURDUJA, T. SILION, P MÎLCOMETE, I. HĂLĂLĂU şi I. ADUMITRĂCESEI

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea Jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din 28–30 octombrie 1960

1. Congresul al III-lea al Partidului Muncitoresc Romîn, eveniment de însemnătate istorică în viaţa partidului, a statului şi poporului nostru, făcînd bilanţul succeselor obţinute de eroica noastră clasă muncitoare, de ţărănimea muncitoare şi de intelectualitate, sub conducerea şi îndrumarea înţeleaptă a partidului, a consfinţit faptul că în Republica Populară Romînă a fost creată baza economică a socialismului, ţara noastră intrînd într-o nouă etapă de dezvoltare, etapa desăvîrşirii construcţiei socialiste.

Calea parcursă în anii regimului democrat-popular şi realizările istorice obţinute, pot fi apreciate în adevărata lor amploare dacă se aruncă o scurtă privire în trecut, pentru a cunoaşte moştenirea preluată de la regimul burghezo-moşieresc.

Romînia burghezo-moşierească, deşi dispunea de mari bogăţii naturale — petrol, gaze naturale, metale neferoase, — de bogate resurse energetice şi forestiere, care ofereau largi posibilităţi de dezvoltare industrială, era totuşi una din cele mai înapoiate ţări din Europa, din punct de vedere economic, anexă agrară furnizoare de materii prime statelor imperialiste din apus.

În anul 1938 agricultura şi silvicultura furnizau circa 40% din venitul naţional, în timp ce industria participa numai cu 26,7% la formarea venitului naţional [1, p. 232].

Din totalul populaţiei active a ţării (în 1930) 76,7% lucra în agricultură şi numai 7,9% în industrie [2, p. 610].

Dovadă a slabei dezvoltări industriale este şi faptul că industria constructoare de maşini şi prelucrare a metalelor nu furniza în 1938 decît 10,2% din totalul producţiei industriale [1, p. 91]. În Romînia de atunci lipsea o industrie producătoare de utilaj minier, utilaj petrolifer, tractoare, autocamioane etc. Ca urmare utilajul industrial trebuia importat aproape în întregime (95%).

Regiuni întinse ale ţării ca: Moldova, Oltenia, Dobrogea, au fost lăsate complet în părăsire de regimul burghezo-moşieresc. În 1938 aceste provincii cuprindeau 38% din populaţie şi 42% din suprafaţa ţării, dar deţineau abia 12% din producţia industrială [3], [4, pp. 64, 72].

De atunci a trecut o perioadă istorică relativ scurtă. În prezent însă, ţara noastră dispune de o bază tehnico-materială nouă, proprie economiei socialiste. A fost făurită o industrie socialistă puternică, capabilă să înzestreze toate ramurile economiei cu tehnica înaintată.

Ca urmare a procesului de industrializare socialistă s-a îmbunătăţit simţitor repartiţia teritorială a industriei; s-au pus bazele unei repartiţii teritoriale noi, socialiste. Regiuni ale ţării lăsate mult în urmă în timpul regimului burghezo-moşieresc au fost ridicate la o viaţă nouă. Aceste regiuni, care aveau un pronunţat caracter agrar,

au devenit în anii regimului democrat-popular regiuni industrial-agrare înaintate. Dacă în trecut Oltenia, Dobrogea şi Moldova împreună, deţineau o pondere de aproape 12% din producţia industrială a ţării, în 1959 numai Moldova deţinea 15,2% din întreaga producţie industrială pe plan naţional [1, p. 105].

Toate aceste succese îşi au izvorul în faptul că aplicînd în mod creator, la condiţiile ţării noastre, planul leninist de construire a socialismului, P. M. R. a desfăşurat şi desfăşoară o consecventă politică de industrializare socialistă, de electrificare a ţării, de aplicare tot mai largă a cuceririlor înaintate ale ştiinţei şi tehnicii în toate sectoarele producţiei, în condiţiile dezvoltării planificate, proporţionale şi în ritm susţinut, a întregii economii naţionale.

Pe această bază în Moldova s-au făcut investiţii în proporţii masive, care au deschis posibilităţi de valorificare a resurselor şi bogăţiilor naturale şi de creştere a nivelului de trai al oamenilor muncii.

În perioada 1950...1959, pentru Moldova s-au alocat 24 136,2 milioane lei ceea ce reprezintă 20,5% din totalul investiţiilor efectuate în această perioadă pe întreaga ţară. Se observă că din totalul acestor investiţii 52% au fost destinate lucrărilor de construcţii şi montaj — fapt ce reflectă direcţia procesului de industrializare a Moldovei [1]).

În anii primului şi celui de al doilea plan cincinal au fost ridicate aici mari construcţii industriale cum sînt: hidrocentrala „V. I. Lenin" de la Bicaz, termocentrala de la Borzeşti, laminorul de la Roman, fabrica de rulmenţi de la Bîrlad, fabrica de antibiotice din Iaşi etc. Asemenea obiective au fost ridicate şi în ramurile industriei bunurilor de consum ca de exemplu: uzinele textile „Moldova"-Botoşani, filatura de in şi cînepă-Fălticeni, combinatul de produse zaharoase-Bucecea, filatura fabricii „Ţesătura"-Iaşi.

Crearea unor ramuri industriale noi şi construirea noilor obiective în ramurile existente a dus la o creştere rapidă a producţiei industriale în regiunile Moldovei. Astfel, numai în perioada 1950...1959, producţia globală industrială a crescut în regiunea Suceava de 2,4 ori, în regiunea Galaţi de 3,1 ori, în regiunea Bacău de 3,4 ori şi în regiunea Iaşi de 4,3 ori [1]).

Lichidarea înapoierii economice a Moldovei şi realizarea unui ritm rapid de industrializare, a necesitat crearea bazei energetice a producţiei, care să asigure folosirea pe scară largă a tehnicii moderne. Prin construirea unor importante centrale electrice, prin racordarea la sistemul energetic naţional, s-a asigurat o puternică bază energetică pentru dezvoltarea industriei în toate regiunile Moldovei. Astfel, în perioada 1950...1959 puterea instalată a grupurilor energetice a crescut de 2,47 ori, iar producţia de energie electrică a crescut de 3,59 ori, ceea ce reflectă o dezvoltare rapidă a bazei energetice din Moldova. Un deosebit rol în creşterea producţiei de energie electrică a început să-l aibă punerea în funcţiune (octombrie 1960) a hidrocentralei „V. I. Lenin" de la Bicaz, cea mai mare construcţie de acest gen din planul de 10 ani.

Concomitent cu creşterea rapidă a producţiei energiei electrice s-a trecut la un vast program de electrificare a satelor Moldovei. Astfel, dacă în Moldova, în 1945 se găseau numai 47 sate electrificate, în 1958 numărul acestora a ajuns la 406 [4, p. 332].

2 În procesul industrializării socialiste a ţării o mare dezvoltare a luat o importantă ramură — industria constructoare de maşini (v. tabelul 1).

Tabelul 1

Dinamica producţiei globale a industriei şi a ramurii industriei constructoare de maşini şi prelucrare a metalelor în R. P. R. (1938...1959) [1, p. 84]

	1938	1950	1955	1958	1959
Total industrie R. P. R.	100	147	299	393	434
Industria constructoare de maşini şi prelucrare a metalelor	100	179	496	751	872

[1]) Calculat pe baza *Anuarelor Statistice Regionale, 1960* şi a *Breviarului statistic al R. P. R., 1960.*

În cadrul acestui proces s-a efectuat o raţională repartiţie teritorială a noilor obiective industriale, modificîndu-se într-o măsură importantă vechea repartiţie teritorială a ramurii industriei constructoare de maşini.

S-a înregistrat un ritm accelerat de dezvoltare în Moldova, Oltenia, Maramureş etc., regiuni care în trecut se caracterizau prin absenţa acestei ramuri industriale.

Şi în Moldova dezvoltarea industriei scoate în evidenţă creşterea cu precădere a industriei grele, cu pivotul ei — industria constructoare de maşini (v. tabelul 2).

Tabelul 2

Dinamica producţiei globale a industriei şi a ramurii industriei constructoare de maşini în regiunile Moldovei (1950...1959) [1])

Regiuni	Ramuri şi subramuri	1950	1955	1958	1959
Suceava	Total industrie	100	188	228	244
	Industria constructoare de maşini *)	100	840	de 12 ori	de 13 ori
Iaşi	Total industrie	100	255	379	429
	Industria constructoare de maşini	100	483	681	787
Bacău	Total industrie	100	219	294	339
	Industria constructoare de maşini	100	431	551	689
Galaţi	Total industrie	100	200	276	307
	Industria constructoare de maşini	100	251	391	449

*) Numai prelucrarea metalelor.

Acest proces a determinat o însemnată modificare a greutăţii specifice a acestei ramuri în ansamblul industriei din regiunile Moldovei.

În aceste ramuri s-au creat importante subramuri : construcţii de maşini, construcţii metalice şi produse metalice, reparaţii metalice.

În Moldova se produc mijloace de transport navale, mijloace de transport feroviare şi rutiere, maşini şi utilaje agricole, utilaje şi materiale electrotehnice, utilaj petrolifer, maşini şi utilaje de construcţii şi diverse produse metalice.

Industria constructoare de maşini produce deci diverse utilaje şi produse, din care unele se fabrică pentru prima oară în R. P. R., în întreprinderile din Moldova.

Asemenea produse satisfac în mare măsură nevoile interne ale ţării, iar unele din ele (de exemplu rulmenţii) se produc în cantităţi însemnate şi pentru export.

În anii construcţiei socialismului industria chimică a cunoscut un puternic avînt. Ţinînd seama de condiţiile naturale şi economice deosebit de favorabile existente pentru dezvoltarea acestei ramuri, P. M. R. şi statul democrat-popular i-au asigurat un loc de frunte în cadrul programului de industrializare socialistă a ţării. Ca urmare a înfăptuirii politicii economice în perioada anilor 1956...1960, producţia industriei chimice creşte de 2,3 ori, în timp ce întreaga producţie industrială creşte cu circa 67% [5, pp. 8,11]. În anul 1960 producţia industriei chimice depăşeşte de 11 ori nivelul din anul 1938 [5, p. 11].

Urmărind în mod consecvent valorificarea resurselor naturale cît şi înfăptuirea unei repartiţii teritoriale socialiste a forţelor de producţie, partidul şi guvernul a canalizat dezvoltarea industriei chimice în regiunile Moldovei.

Dezvoltarea pe care o cunoaşte industria chimică în Moldova a fost asigur tă şi printr-o creştere simţitoare a bazei de materii prime necesare. Astfel, în 1959 regiunea Bacău a produs peste 18,3% din întreaga producţie de ţiţei a ţării, 19% [6, p. 52] din producţia de gaze de sondă a ţării, 6,2% [6, p. 51] din producţia de sare a ţării, o cantitate însemnată de cărbune (204596 t) iar în jurul localităţii Tazlău s-au descoperit zăcăminte de săruri potasice care după date preliminare se cifrează la peste 300 milioane t.

Regiunea Suceava a produs 91,9% [7, p. 54] din întreaga producţie de minereuri de mangan a ţării.

Tabelul 3

Dinamica ponderei ramurii industriei constructoare de maşini şi prelucrarea metalelor în industria regiunilor din Moldova (1950...1959)

Regiunea	1950	1955	1959
Suceava *)	0,6	2,9	3,1
Iaşi	14,5	28,5	28
Bacău	2,6	5,3	5,4
Galaţi **)	17,7	22	26

*) Numai prelucrarea metalelor.

**) Conform raionării administrative actuale a ţării, în teritoriul regiunii Galaţi este inclusă şi o parte din vechiul judeţ Brăila, teritoriu ce nu poate fi cuprins în denumirea istorică Moldova.

În cantităţi mai mici, ţiţei şi gaze de sonde se extrag din regiunea Galaţi, iar sarea se extrage şi din regiunea Suceava.

În afară de aceste importante materii prime minerale regiunile Bacău şi Suceava sînt bogate în lemn, iar regiunile Iaşi şi Galaţi produc mari cantităţi de produse agricole ce pot fi valorificate la un nivel superior pe calea chimizării.

La Iaşi a fost construită şi a intrat în funcţiune în anul 1955 o fabrică de antibiotice, de un înalt nivel tehnico-economic, reprezentînd un puternic pilon pentru industria romînească de medicamente. În cadrul combinatului de fibre şi fire sintetice ce se construieşte la Săvineşti, a intrat în funcţiune în 1958 o fabrică pentru producerea fibrelor şi firelor de tip nelon.

La fabrica de celuloză şi hîrtie „Reconstrucţia" din Piatra Neamţ s-a construit şi intrat în funcţiune (în 1959) instalaţii pentru producerea a 9000 t hîrtie saci şi 3000 t hîrtie subţire [8, p. 259].

Tabelul 4

Dinamica producţiei chimice în Moldova

Regiunea	1950	1959
Bacău *)	100	161
Galaţi	100	236
Iaşi	100**)	281

*) Numai celuloză şi hîrtie.

**) Anul de bază în calcul este 1956.

Pe lîngă obiectivele terminate complet sau parţial, dezvoltarea industriei chimice în Moldova mai cuprinde cîteva mari combinate aflate în construcţie, care vor intra în funcţiune în anii 1960...1961. În fruntea acestora se află marele complex petrochimic de la Borzeşti. De asemenea, la Oneşti se construieşte un combinat de cauciuc sintetic (cu o capacitate de 50000 t/an) şi de produse petrochimice, iar la Roznov se construieşte un combinat pentru producerea îngrăşămintelor azotoase, cu o capacitate anuală de 200000 t/an. În cadrul complexului pentru industrializarea lemnului care a început să se construiască anul acesta la Suceava, vor funcţiona o fabrică de celuloză cu o producţie de 50000 t/an şi o fabrică de saci cu o capacitate anuală de peste 150 milioane bucăţi.

Dezvoltarea industriei chimice din Moldova într-un ritm din ce în ce mai rapid a făcut ca ea să ocupe un loc principal în producţia industrială a regiunilor din această parte a ţării.

În Moldova sînt reprezentate cu o pondere tot mai mare o serie de subramuri importante ale industriei chimice. Industria de celuloză şi hîrtie cuprinde fabricile: „Steaua Roşie"-Bacău, „Reconstrucţia" şi „Comuna din Paris"-Piatra Neamţ şi „Moldul"-regiunea Suceava.

În anul 1959 numai fabricile din regiunea Bacău au furnizat 33,6% din producţia totală de hîrtie a ţării [6, p. 52].

Industria chimică creează premizele pentru ridicarea nivelului tehnico-economic al agriculturii Moldovei, prin folosirea în cantităţi crescînde a îngrăşămintelor minerale şi a antidăunătorilor.

3. Ramura construcţiilor joacă un rol însemnat în producţia materială, în formarea venitului naţional şi în creşterea buneistări materiale şi culturale a poporului.

Pentru a face analiza dezvoltării construcţiilor în Moldova, în anii puterii populare, ne vom referi în primul rînd la dinamica lucrărilor de construcţii-montaj, redată în tabelul 5.

În domeniul transporturilor a crescut lungimea drumurilor modernizate şi a liniilor de cale ferată după cum se arată în tabelul 6.

Tabelul 5

Dinamica lucrărilor de construcţii-montaj [1])

Anul	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959
Costul (milioane lei)	671,0	956,9	1 310	1 243,3	1 458,9	17 409	14 749	15 765	21 059

Tabelul 6

Lungimea drumurilor modernizate şi a liniilor de cale ferată [1])

Drumuri modernizate	Anul	1956	1957	1958	1959
	km	559	640	726	869
Cale ferată	Anul	1950	1955	1958	1959
	km	2 034	2 051	2 059	2 081

Ridicarea nivelului de viaţă a populaţiei muncitoare constituie preocuparea principală a partidului şi guvernului şi îşi găseşte expresia concretă în volumul de construcţii de locuinţe şi de construcţii social-culturale.

În tabelele 7...9 se dau realizările în acest domeniu în Moldova.

În cadrul construcţiilor de locuinţe s-au obţinut reducerile de preţ de cost prezentate în tabelul 8.

La creşterea însemnată a volumului de construcţii a contribuit în mare măsură introducerea tehnicii noi prin industrializarea construcţiilor. În prezent se execută lucrări de construcţii civile din blocuri şi panouri mari, transportul materialelor se efectuează pe cale mecanizată, betoanele se prepară în centrale de beton şi în execuţie se utilizează soluţii moderne ca: grinzi precomprimate pentru poduri (Roman, pasajul Socola), grinzi de planşee şi rezervoare precomprimate (Săvineşti, Casa tineretu'ui, fabrica de mobilă), construcţii agrozootehnice şi fundaţii de drumuri din pămînt stabilizat.

Tabelul 7

Construcţii de locuinţe

	Supraf. constr.		Supraf. locuită	
	1958	1959	1958	1959
Constr. locuinţe din fond. de stat	189 843	255 880	95 691	125 537

Tabelul 8

Reducerile de preţ de cost

Anul	Reg. Iaşi preţul (lei/ap.)	Anul	Reg. Bacău preţul (lei/ap.)
1956	100 000	1956	120 000
1957	90 000		
1958	62 500	1958	80 000
1959	40 000	1959	37 000
1960	39 000		

Tabelul 9

Dinamica principalelor construcţii social-culturale [1])

	1951...1955	1956	1957	1958	1959
Şcoli de 4 ani	186	236	307	461	640
Şcoli de 7 ani	34	40	59	72	104
Şcoli medii	1	4	5	6	7
Cămine culturale	59	76	126	224	342
Cinematografe şi teatre (locuri)	400	1 350	4 330	5 110	7 530
Spitale şi policlinici	565	725	905	1 583	2 290

4. O altă ramură industrială care a înregistrat un ritm rapid de dezvoltare în Moldova este industria textilă. Pe plan naţional, în trecut, industria textilă, faţă de celelalte ramuri industriale, avea o pondere însemnată (în 1948 avea o pondere de 10,2% [4, p. 108] situîndu-se pe locul 4 între ramurile existente atunci). Poziţia aceasta nu poate fi considerată ca un indiciu satisfăcător pentru aprecierea unei însemnate dezvoltări, deoarece atunci, în general, industria şi în special industria grea, era foarte slab dezvoltată. Deci în realitate şi industria textilă era slab dezvoltată faţă de necesităţile economiei naţionale.

Pe lîngă acest fapt industria textilă în trecut se caracteriza şi printr-o amplasare anarhică pe teritoriul ţării. De menţionat că în unele regiuni ale ţării — Moldova de nord, Maramureş, Dobrogea — nu existau întreprinderi textile.

Industria textilă din Moldova, în ce priveşte nivelul ei de dezvoltare, ocupa ultimele locuri faţă de celelalte provincii ale ţării. Aşa de pildă în industria de prelucrare a bumbacului — în anul 1948 — în timp ce în Muntenia se găseau 58% din numărul total de fuse, Moldova deţinea numai 7% din acest utilaj, iar în sectorul ţesătoriilor numai oraşele Bucureşti, Arad şi Timişoara deţineau 60% din numărul războaielor de ţesut, pe cînd în Moldova se găseau numai 18% din numărul acestor utilaje [2]). Producţia acestor ramuri era dispersată în întreprinderi mici care aveau un nivel tehnic scăzut şi un personal de producţie slab calificat.

În anii puterii populare pe harta Moldovei ca şi în întreaga ţară au apărut noi centre ale industriei textile : Uzinele textile „Moldova"-Botoşani, Filatura de in şi cînepă-Fălticeni, Combinatul de fibre şi fire sintetice-Săvineşti.

În centrele vechi s-au efectuat însemnate lucrări de dezvoltare ridicînd gradul de integrare a întreprinderilor respective. Astfel, la Iaşi s-a construit o filatură modernă pentru fire de bumbac, în centrul Buhuşi s-a instalat o filatură nouă pentru celofibră, cu proces tehnologic prescurtat, şi o filatură modernă pentru fire pieptănate

[2]) Date prelucrate după [11].

ce va prelucra lînă fină în amestec cu relon, iar la Galaţi capacitatea de producţie a filaturilor a fost mărită cu 50%[3]).

În sectorul de preindustrializarea fibrelor liberiene, din cele şase întreprinderi existente trei au fost construite în anii de democraţie populară, fiind amplasate în zonele agricole producătoare de fibre liberiene.

Repartiţia teritorială a acestor obiective industriale a avut la bază criterii raţionale. S-au luat în considerare creşterea nivelului industrial al Moldovei, lichidarea disproporţiei dintre subramuri şi sectoare ale industriei textile şi sporire a gradului de integrare a întreprinderilor textile. Astfel, de exemplu, prin instalarea a două filaturi de filat bumbac şi dezvoltarea celor existente, capacitatea de producţie a acestui sector pe întreaga ramură a sporit pe seama acestor construcţii în perioada 1948...1955 cu circa 46% [4]). De asemenea s-au avut în vedere centrele de aprovizionare cu materii prime, cele de consum ale produselor finite, absorbţia forţei de muncă — cazul centrelor Fălticeni, Botoşani, Săvineşti —, precum şi alţi factori. Efectuarea unei repartiţii teritoriale raţionale a investiţiilor din industria textilă, prin construirea unor filaturi noi la Iaşi, Botoşani, Fălticeni, prin dezvoltarea filaturilor şi ţesătoriilor existente, precum şi a unor întreprinderi de tricotaje, numărul de fuse, războaie de ţesut şi ace de tricotat din Moldova s-a dublat.

Îmbunătăţirea simţitoare a repartiţiei pe regiuni a industriei textile a permis dezvoltarea rapidă a acestei ramuri în cadrul regiunilor respective şi al Moldovei în ansamblu. Datele din tabelul 10 ilustrează acest fapt.

Dacă se compară dinamica principalelor produse ale industriei textile din Moldova cu cea înregistrată de întreaga ramură, se observă că dinamica produselor textile, deficitare în trecut pentru Moldova, este superioară celei pe întreaga industrie textilă. Ca urmare a acestui proces, greutatea specifică a acestor produse în producţia textilă totală pe ramură a înregistrat însemnate creşteri în perioada 1950...1959. Aşa spre pildă greutatea specifică a producţiei de fire de bumbac a crescut de la 11% la 21%, cea a tricotajelor de bumbac a crescut de la 7% la 12%, cea a ţesăturilor de lînă de la 20% la 28% [1]) etc.

Introducerea tehnicii noi în industria textilă din Moldova s-a făcut, în primul rînd, pe seama întreprinderilor noi construite, cît şi prin dezvoltarea celor existente. Pe lîngă aceasta s-a intensificat acţiunea de modernizare a proceselor tehnologice şi a utilajelor. Aceasta a determinat o creştere însemnată a producţiei şi productivităţii muncii.

Toate centrele industriei textile din Moldova au înregistrat creşteri însemnate ale producţiei, dar ponderea acestei ramuri în totalul producţiei industriale pe regiuni, şi chiar în industria Moldovei, nu suferă modificări sensibile exceptînd regiunea Suceava, unde ponderea producţiei industriei uşoare creşte simţitor în perioada 1955...1559. Fenomenul acesta este determinat de sensul industrializării socialiste — dezvoltarea într-un ritm mai rapid a ramurilor din grupa „A" (producţia mijloacelor de producţie) faţă de grupa „B", (producţia obiectelor de consum).

Tabelul 10

Dinamica producţiei industriei textile în cadrul regiunilor din Moldova[1]) (1950=100)

Regiunea	Anul		
	1955	1958	1959
Suceava	573	789	968
Iaşi	185	207	220
Bacău	157	148	144
Galaţi	161	164	164

Astfel se explică faptul că în perioada 1950...1959 tendinţa generală a modificărilor structurale a industriei din Moldova pe regiuni constă în modificarea favorabilă a raportului dintre grupa „A" şi grupa „B", prin creşterea greutăţii specifice a ramurilor din grupa mijloacelor de producţie faţă de ramurile industriale din grupa obiectelor de consum.

---

[3]) Calculat pe baza datelor furnizate de întreprinderile din Galaţi şi a datelor din [11].

[4]) Calculat pe baza datelor din [11] şi a datelor furnizate de întreprinderi.

5. Procesul de industrializare socialistă a Moldovei a influenţat puternic condiţiile şi caracterul repartiţiei teritoriale a populaţiei pe acest teritoriu. Ritmul rapid de industrializare, în special dezvoltarea ramurilor din grupa „A", dat fiind capacitatea lor mare de urbanizare, a intensificat fenomenele de urbanizare [5]) şi de modificare a structurii profesionale a populaţiei.

În perioada 1948...1959 raportul dintre populaţia urbană şi rurală din Moldova a evoluat astfel (v. tabelul 11):

Tabelul 11

Ponderea populaţiei urbane şi rurale în totalul populaţiei din Moldova, şi în întreaga ţară, în perioada 1948...1959 [1])

	1948		1959	
	Urban	Rural	Urban	Rural
R. P. R.	23,4	76,6	32	68
Moldova	20,8	79,2	30	70

În Moldova, pe lîngă dezvoltarea însemnată a oraşelor vechi, au apărut noi oraşe Oneşti, Comăneşti, Săvineşti, iar altele au căpătat funcţiile localităţilor de tip urban— Bicaz, Roznov, Dărmăneşti etc.

Tot ca efect al industrializării socialiste, numărul de muncitori industriali din regiunea Iaşi a crescut în 1956 faţă de 1930, de la 11 000 la 32 041, iar în regiunea Bacău, de la 4 311 la 88 454 [8, p. 47].

Succesele însemnate obţinute în dezvoltarea regiunilor din Moldova ca şi a întregii ţări sînt rezultatul muncii entuziaste desfăşurată, sub conducerea înţeleaptă a P. M. R., de către cl sa muncitoare, ţărănimea muncitoare, intelectualit tea legată de interesele poporului.

În acelaşi timp trebuie subliniat faptul că un rol important în realizările obţinute pe calea transformării ţării noastre într-o ţară socialistă, cu o industrie dezvoltată, îl are faptul că industrializarea socialistă a R.P.R. s-a desfăşurat şi se desfăşoară în condiţiile istorice noi, deosebit de favorabile, pe care le-a creat colaborarea economică şi tehnico-ştiinţifică dintre ţările lagărului socialist. Existenţa, dezvoltarea şi consolidarea sistemului economic socialist mondial constituie unul din factorii hotărîtori .i ritmului înalt de creştere a potenţialului economic al ţărilor socialiste.

Oamenii muncii din ţara noastră sînt mîndri nu numai de realizările obţinute pînă în prezent, dar şi de măreţele perspective ce le deschid pentru progresul ţării şi creşterea bunei stări a celor ce muncesc documentele Congresului al III-lea al Partidului Muncitoresc Romîn. Etapa desăvîrşirii construirii socialismului pune în primul rînd sarcina dezvoltării bazei tehnico-materiale a socialismului, continuarea într-un ritm susţinut a industrializării socialiste a ţării. Şi în această direcţie mari obiective industriale sînt prevăzute şi pentru regiunile Moldovei. Amintim numai crearea marelui combinat siderurgic de la Galaţi, care va juca un rol de cea mai mare importanţă în dezvoltarea tuturor ramurilor economiei naţionale.

Înfăptuirea măreţelor sarcini trasate de Congresul al III-lea al P.M.R. va ridica toate regiunile ţării la o viaţă demnă de epoca socialismului victorios şi a trecerii treptate la comunism.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură,
Catedra de organizare şi planificare,
Catedra de economie politică

---

[5]) Aceasta a influenţat şi supra densităţii populaţiei din Moldova. Între cele două recensăminte ale populaţiei (1930...1956) densitatea pe ţară a crescut în medie cu 6,8...10 locuitori/km² iar în Moldova creşterea densităţii a înregistrat un spor mai mare.

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Breviarul statistic al R.P.R., 1960*, Ed. şt., Buc., 1960
2. * * * *Economia Romîniei între anii 1944 — 1959*, Ed. şt., Buc., 1959.
3. * * * *Anuarul statistic al Romîniei, 1939 — 40*, Buc., 1940.
4. * * * *Anuarul statistic al R.P.R., 1959*, Ed. şt., Buc., 1959.
5. Gheorghiu-Dej Gh., *Raport la cel de-al III-lea Congres al P. M. R.*, ESPLA, Buc., 1960.
6. * * * *Anuarul statistic al regiunii Bacău*, Ed. şt., Buc., 1960.
7. * * * *Anuarul statistic al regiunii Suceava, 1960*, Ed. şt., Buc., 1960.
8. * * * *Monografia geografică a R.P.R.*, **II**, p. **I**, Ed. şt. Buc., 1960.
9. * * * *Anuarul statistic al regiunii Iaşi, 1960*, Ed. şt., Buc., 1960.
10. * * * *Anuarul statistic al regiunii Galaţi, 1960*, Ed. şt., Buc., 1960.
11. * * * *Dezvoltarea economiei R. P. R. pe drumul socialismului, 1948 — 1957*, ESPLA, Buc. 1957, p. 173.

АСПЕКТ РАЗВИТИЯ ГЛАВНЫХ ОТРАСЛЕЙ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ В МОЛДОВЕ В ГОДЫ НАРОДНОЙ ВЛАСТИ

(Резюме)

Даются, в синтетическом виде, некоторые аспекты развития главных отреслей промышленных предприятий.

Подчеркивается тот факт, что указанный процесс развития представляет собой органическую часть политики Румынской Народной Партии по социалистической индустриализации страны.

Быстрое развитие промышленных отраслей на основе научного использования экономических законов осуществило подъем экономического потенциала, в прошлом отсталой, области Молдовы, до уровня промышленно-развитых областей, создав рациональное территориальное распределение промышленных предприятий.

Это произвело крупные изменения, а именно: рост плотности населения, усиление городского прироста, процентное увеличение активного населения, изменение професиональной структуры населения и т. д.

В этом обширном строительном расцвете быстро развиваются производительные силы, что выражается в усиленном росте производительности социального труда и зарплаты, в снижении стоимости продукции, в росте спроса и т. д.

Все эти следствия отражаются на росте материального и культурного уровня населения.

ASPECTS CONCERNANT L'ESSOR DES PRINCIPALES BRANCHES INDUSTRIELLES DE MOLDAVIE SOUS LE RÉGIME DÉMOCRATE POPULAIRE

(Résumé)

On présente d'une manière synthétique quelques aspects concernant l'essor des principales branches industrielles de Moldavie.

On met en évidence le fait que ce processus représente une partie organique de la politique du Parti Travailleur Roumain, d'industrialisation socialiste du pays.

Le rythme rapide de l'essor des branches industrielles, en se basant sur l'utilisation d'une manière scientifique des lois économiques objectives, détermine l'acroissement du potentiel économique des régions de la Moldavie, jadis arriérées, jusqu'au niveau des régions développées, en réalisant toutefois une repartition territorielle rationelle de l'industrie.

Ces processus ont déterminé des modifications importantes, à savoir: l'accroissement de la densité de la population, l'intensification des phénomènes d'urbanisation, l'accroissement procentuel de la population active, la modification de la structure professionelle de la population, etc.

Dans cette vaste oeuvre constructive se developpent d'une manière rapide les forces de production et par conséquent, manifestent des tendances permanentes d'accroissement la productivité du travail social et les salaires, se réduisent les prix des marchandises, augmente le niveau de consommation, etc.

Toutes cettes conséquences se reflètent dans l'accroissement du niveau de la vie materielle et culturelle de la population.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 92 A/Z ; 330

OPERA ECONOMICĂ A LUI ION GHICA

DE

M. TODOSIA

1. În toamna anului 1962 se vor împlini 120 de ani de la deschiderea cursului de economie politică de către Ion Ghica, la Academia Mihăileană din Iaşi.

I. Ghica este una din marile personalităţi culturale şi politice ale secolului al 19-lea. Scrierile economice pe care el ni le-a lăsat sînt bogate, au o însemnată valoare documentară şi ocupă un loc de frunte în istoria gîndirii economice din ţara noastră. Ele interesează pe orice cercetător din domeniul ştiinţelor economice.

În măreaţa acţiune de valorificare a patrimoniului cultural, regimul nostru democrat-popular a acordat atenţia cuvenită operei economice a acestui înaintaş, punînd-o la dispoziţia maselor prin editarea ei într-un tiraj de zeci de mii de exemplare. Această operă trebuie studiată cu sîrguinţă şi apreciată la justa ei valoare.

2. I. Ghica s-a născut la 16 august 1816 în Bucureşti ca fiu al banului Dimitrie Scarlat Ghica şi al soţiei acestuia, Maria, fiica lui Scarlat Cîmpineanu. Familia sa este de origine albaneză, are o istorie de veacuri şi se înrudeşte cu multe alte familii boiereşti.

Situaţia socială aristocratică a lăsat urme adînci în viaţa lui Ghica, care nu au putut fi şterse cu toată aderarea sa la principiile revoluţiei burgheze.

Carte, I. Ghica a învăţat la Bucureşti, mai întîi grecească şi apoi românească, sub conducerea lui Eliade. În formarea lui intelectuală un rol însemnat l-a jucat ruda sa Ion Cîmpineanu, care pentru pornirile sale generoase şi progresiste a fost arestat din ordinul lui Alexandru Ghica Vodă, fapt care a stîrnit indignarea cercurilor progresiste din ţară. În anul 1830 intră în şcoala lui J. Vaillant, adept al ideilor revoluţiei franceze, care se străduia să le insufle şi elevilor săi. Aici I. Ghica se va întîlni cu o serie de colegi de care se va lega mai tîrziu ca: N. Bălcescu, C. A. Rosetti, Gr. Alexandrescu şi alţii.

Mai tîrziu trece la şcoala românească de la Colegiul Sf. Sava unde are ca dascăli pe elevii lui Gh. Lazăr ca: Gh. Pop, Petrache Poenaru, Eufrosin Poteca, Costache Moroiu şi alţii.

În 1834 pleacă la Paris, iar în ianuarie 1836 îşi trece bacalaureatul la Sorbona în litere, apoi în matematici, după care se înscrie la Şcoala de mine, şi în 1841, la vîrsta de 25 de ani, dobîndeşte titlul de inginer de mine.

În perioada de timp cît a stat la Paris, I. Ghica nu se limitează numai la studiul ştiinţelor tehnice, ci se străduieşte să-şi formeze şi o temeinică cultură generală. În acest scop el studiază cu asiduitate operele economiştilor: A. Smith, D. Ricardo, John Stuart Mill, Rossi, Garnier, Blanqui etc. şi asistă la cursurile de economie politică predate la Sorbona de Jean Baptiste Say.

În afară de problemele economice el s-a preocupat şi de problemele politice şi în special de acele probleme care interesau în mod deosebit Principatele Române, şi care frămîntau pe toţi tinerii români studioşi aflaţi pe atunci la Paris. Astfel, în 1835 publică *Coup d'oeil sur l'état actuel de la Valachie...*, iar în 1838 *Poids de la Moldovalachie dans la question d'Orient*, lucrare cu caracter politic, în care este criticată politica externă ţaristă şi sînt idealizate relaţiile dintre Ţările Române şi Turcia, asupritorul lor secular. Această atitudine va deveni linia conduitei sale politice atît în timpul revoluţiei din 1848, cît şi cu ocazia războiului de independenţă de la 1877.

Lucrările din tinerețe ale lui I. Ghica conțineau și unele idei progresiste ca necesitatea unirii celor două principate într-un singur stat și dobîndirea de către acestea a suveranității naționale.

După ce își termină studiile la Paris, în anul 1841, se întoarce în țară și dorește să lucreze ca inginer la exploatarea minelor de sare sau să ocupe o catedră la Colegiul Sf. Sava. Pînă la urmă nu va face nici una nici alta. Însuflețit fiind de ideile liberale și patriotice, I. Ghica, împreună cu N. Bălcescu și Cr. Tell, întemeiază în această perioadă o societate politică secretă, „Frăția", care va juca mai tîrziu un rol însemnat în viața politică a țării.

În anul 1842 pleacă la Iași unde se va întîlni cu beizadea Nicolae Șuțu, primul economist romîn care s-a preocupat de problemele economiei moldovenești, publicînd în legătură cu aceasta o serie de lucrări în limba franceză. Cunoscînd pregătirea lui I. Ghica, Nicolae Șuțu, care era efor al școalelor din Moldova, i-a propus, și el a acceptat, să predea economia politică la Academia Mihăileană. Și astfel în toamna anului 1842, la Iași, I. Ghica deschide primul curs universitar de economie politică din țara noastră, cu prelegerea *Despre importanța economiei politice*. Această prelegere este o compilație după lecția introductivă de economie politică a lui Michel Chevalier.

Problemele economice tratate în prelegerile sale reprezentau o noutate pentru intelectualitatea ieșeană, ceea ce a făcut ca ele să fie urmărite cu mult interes. Ion Ionescu de la Brad, unul din auditorii acestui curs, îl apreciază în mod favorabil. În „Țeranul Romîn", jurnal politic, economic, literar și comercial, nr. *1*, 1861, el scria următoarele: „Noi am avut norocirea a asculta cursul... de Economie politică ce l-a făcut la Academia Mihăileană din Iași, și putem spune în public, că... am ascultat cu deosebit interes pe D-l I. Ghica".

În perioada de timp cît a stat la Iași, I. Ghica împreună cu alți intelectuali moldoveni — printre care V. Alecsandri și M. Kogălniceanu — au fondat revista „Propășirea", care a apărut numai cîteva luni ale anului 1844. În primul număr al revistei urma să apară un articol al său tratînd despre *Unirea vămilor între Moldova și Valahia*, dar care a fost oprit la cenzură. În coloanele revistei „Propășirea" au apărut lucrările sale: *Ochire asupra științelor, Măsuri și greutăți*, precum și lecția introductivă *Despre importanța economiei politice*.

La sfîrșitul anului 1844 pleacă din Iași la București, iar apoi în străinătate, unde rămîne pînă în 1847. În această perioadă nu a mai publicat nimic. Anul 1848 l-a găsit pe Ghica în țară. Deși a participat la înființarea „Frăției" și a făcut parte din comitetul ei de conducere, acceptînd prin aceasta ideia revoluției ca mijloc de transformare a vechii societăți, I. Ghica nu s-a ridicat la înălțimea politică a revoluționarilor radicali. În problema esențială a revoluției, rezolvarea chestiunii țărănești, el a avut o atitudine rezervată atît înainte cît și în timpul revoluției.

Mai tîrziu, în anul 1864, el se va manifesta ca un adversar, fățiș al reformelor lui Cuza și Kogălniceanu, raliindu-se acelei părți a burgheziei care va pregăti și realiza „monstruoasa coaliție".

Amintim în treacăt că între 1854...1859, I. Ghica a fost guvernatorul insulei Samos, în care calitate a dovedit aptitudini administrativ-gospodărești, recunoscute de sultan, care îi conferă titlul de prinț de Samos.

Se întoarce în țară în 1857 și în timpul domniei lui A. I. Cuza devine prim-ministru al Moldovei în urma recomandării făcute de Alecsandri, domnitorului.

Mai tîrziu Ghica se îndepărtează de domnitor, luînd parte directă la pregătirea și înfăptuirea loviturii de stat din 11 februarie 1866, care avea să ducă la detronarea lui Cuza.

Între detronarea lui Cuza și venirea în țară a lui Carol, precum și în perioada de domnie a acestuia, a deținut de cîteva ori funcția de prim ministru și de ministru.

Pînă la 13 august 1874 (după alți autori 1873) cînd a fost ales membru al Academiei Romîne, I. Ghica a desfășurat o bogată activitate științifică, publicînd numeroase studii și articole în diferitele reviste ale timpului, dintre care amintim:

1. *Prejudețe și vămi*, („Independența", 1861).
2. *Deprecierea valorii și creditul cu statutele Băncii Romîne*, („Independența", 1861).
3. *Impozit pe venit*, („Țeranul romîn", 1861).
4. *Drumurile de fier*, („Revista romînă pentru știință, litere și artă", 1862).
5. *Convorbiri economice*, (munca, industria, creditul, proprietatea, împrumuturile statului, finanțele, Bucureștiul industrial și politic).
6. *Considerațiuni asupra creditului funciar romîn*, („Romînul", 1873).

Ulterior, ca membru al Academiei, a scris un raport asupra cărții lui A. D. Xenopol, *Studii economice*, în 1881, și altul asupra cărții lui P. S. Aurelian, *Țara noastră*, în 1882, precum și diferite studii și articole prin diferite reviste dintre care amintim:

1. *Producțiunea, consumațiunea și schimbul*, („Convorbiri literare", 1882).
2. *Mehtupciu (Teodor Diamant)*, („Convorbiri literare", 1885).
3. *Insula Prosta*, („Convorbiri literare", 1885).
4. *Două călătorii în vis*, („Revista nouă", 1889).
5. *Moravuri de altă dată*, („Revista nouă", 1890).

Către sfîrșitul vieții I. Ghica se retrage la moșia sa de la Ghergani unde moare în anul 1897, la vîrsta de peste 80 de ani.

3. Pentru a putea face o apréciere justă a operei economice a lui I. Ghica, trebuie neapărat să ținem seama de împrejurările în care el a scris-o.

I. Ghica și-a scris opera sa economică cînd în țările românești avea loc procesul de descompunere a orînduirii feudale și de apariție a relațiilor de producție capitaliste, pe calea acumulării primitive a capitalului.

În Europa occidentală, în acea vreme, capitalismul premonopolist atinsese punctul culminant al dezvoltării sale, după care a urmat trecerea la imperialism. Dezvoltarea luptei de clasă în țările capitaliste din Europa occidentală și afirmarea proletariatului ca forță politică independentă, a exercitat o puternică influență asupra burgheziei din țările române, care pășesc mai tîrziu pe arena capitalistă, imprimîndu-i o pecete reformistă în ceea ce privește rezolvarea marilor probleme care frămîntau masele ca: eliberarea și împroprietărirea clăcașilor, acordarea libertăților politice etc. Burghezia română caută să rezolve aceste probleme prin „reforme blînde și graduale", conviețuind frățește cu feudalitatea în „monstruoasa coaliție".

În ceea ce privește gîndirea economică, în vremea aceea, în Europa occidentală era la modă economia politică vulgară, care a exercitat o puternică influență asupra lui I. Ghica.

I. Ghica a cucerit un loc bine definit în istoria științei economice românești, și anume acela de a fi primul român care a scris opere economice în limba română. Acest fapt a făcut ca să întîmpine dificultăți mari întrucît nu exista o terminologie economică în limba română, fiind nevoit să o creeze el. Așa de exemplu a introdus termenul de „materii întâetoare" pentru materii prime, „lasă să treacă slobod" corespunzător formulei liberale „laissez faire, laissez passer", „slobozenie de comerț" pentru libertatea comercială, „amorțire" în loc de amortizare, „venit doganal" pentru venit vamal, „afrancare de la glebă" pentru eliberare de șerbie.

O idee importantă care se desprinde din opera sa este aceea că viața economică este guvernată de legi, care constituie obiectul de studiu al științei economice. Pornind de la aceasta, el dă următoarea definiție științei economice:

„Știința economică nu face alta decît a cerceta, a cunoaște și a propaga legile care pot împinge societățile către acel rezultat și a combate erorile și prejudecățile care împiedică popoarele în dezvoltarea și îmbogățirea lor" [1, p. 148].

În „Convorbiri economice", partea IV-a, Proprietatea, I. Ghica își însușește punctul de vedere potrivit căruia omul este un animal social, că el nu poate trăi decît în societate, venind în contact cu alți oameni și st bilind rel ții între ei.

„Omul, o ființă de un ordin mai înalt decît toate cele ce există pe suprafața pămîntului, trebuie neapărat să fie sociabil, fiindcă numai în contactul cu alți oameni își poate mulțumi aspirațiunile sufletului și ale intelectului, căci numai în starea socială poate găsi sprijinul necesariu la împlinirea trebuințelor și a dorințelor sale; numai în viața socială, în unirea a mai multor interese într-unul și același scop poate găsi puterea de a învinge piedicile și greutățile ce întîmpină din partea naturii și a prejudițelor; numai în viața socială se po te lumina și perfecționa". [1. pp. 104-105].

Această idee, subliniată de I. Ghica, ne apare ca prețioasă, întrucît economia politică burgheză vulgară se caracterizează prin aceea că ea începe studiul societății cu vînătorul și pescarul individual, izolat, un „robinson", privindu-l nu ca un produs al dezvoltării sociale, ci ca un produs al naturii. Fiecare asemenea individ izolat, urmărindu-și scopurile personale, egoiste, contribuie în același timp, după părerea ei, la binele întregii societăți, deoarece societatea nu este altceva decît totalitatea indivizilor izolați. În celebra sa Introducere la *Contribuții la critica economiei politice*, Marx a zdrobit această născocire banală, arătînd că omul este nu numai un animal social, ci un animal care se poate singulariza numai în societate.

„Producția individului singularizat în afara societății — a scris Marx — o raritate care i se poate foarte bine întîmpla unui om civilizat rătăcit din întîmplare într-o

regiune sălbatecă, dar care posedă deja în el în mod dinamic forţele societăţii — este un lucru la fel de lipsit de sens ca şi dezvoltarea limbilor fără existenţa unor indivizi care să trăiască *împreună* şi să vorbească unii cu alţii" [2].

Însă trebuie să precizăm că deşi I. Ghica vorbeşte despre „omul social" care trăieşte în societate şi intră în contact cu alţi oameni, stabilind în felul acesta anumite relaţii sociale, el nu a fost în stare să desprindă din ansamblul acestor relaţii pe cele mai importante şi anume relaţiile de producţie.

Atunci cînd vorbeşte despre valoare şi bani, I. Ghica îşi însuşeşte punctul de vedere al economiei politice vulgare, fiind adeptul teoriei celor trei factori: natura, munca şi capitalul.

„...banul ca şi munca, ca şi orice marfă, îşi are o valoare determinată prin împrejurările timpului în care ne aflăm..." [1, p. 131]. Prin „împrejurările timpului" el înţelege „beneficiul licit" care se cuvine capitalului, dobînda banilor angajaţi precum şi retribuţia pentru ostenelile depuse şi pentru risc. În altă parte vorbind despre valoarea banilor susţine un punct de vedere tot neştiinţific şi anume că aceasta s-ar afla într-un raport proporţional cu preţul creditelor şi direct proporţional cu scontul.

Privind orînduirea capitalistă ca un mod absolut de producţie a bunurilor materiale, Ghica vede în capital o categorie eternă, înţelegînd prin aceasta orice instrument de producţie.

I. Ghica nu a fost adeptul teoriei valorii bazate pe muncă — teorie elaborată încă de şcoala clasică burgheză şi respinsă de economia vulgară. În „Convorbiri economice" găsim un capitol rezervat problemei muncii, însă ea nu este analizată din punctul de vedere al teoriei valorii, ci sînt analizate alte aspecte ale acestei probleme. El se ocupă de acele aspecte care interesau burghezia romînă care avea nevoie de braţe de muncă libere pentru întreprinderile ei. În legătură cu aceasta el are o atitudine critică faţă de sistemul birocratic al regimului burghezo-moşieresc şi îndeamnă pe părinţi să trimită copiii la activităţi practice şi nu cancelariste.

„Mai toţi părinţii care trimit copiii lor la şcoală îi trimit acolo cu gîndul de a-i face funcţionari; dacă izbutesc a-i ţine doi sau trei ani la Paris cred că le-au asigurat un viitor de boier mare".

„Părinţi care vă iubiţi copiii, care vă iubiţi patria, daţi educaţiune fiilor voştri, daţi-le învăţătură multă şi sănătoasă, fiţi mîndri şi ambiţioşi pentru dînşii, împingeţi-i în carierele acelea unde este glorie şi avere de cîştigat; împingeţi-i la ştiinţe, la litere, la arte, la meşteşuguri, la industrie, la agricultură, la comerţ; nu-i aruncaţi în prăpastia cancelariilor" [1, p. 17].

Mai departe I. Ghica spune că într-un mod absolut profesiunile nu sînt mai onorabile, mai înalte, unele decît altele, însă într-un mod relativ se poate spune că profesiunea cea mai onorabilă este aceea pe care sîntem în stare să o îndeplinim mai bine. Acordînd o mare însemnătate muncii el o consideră ca un izvor al producţiei şi în consecinţă o obligaţie pentru toţi oamenii „...munca este originea oricărei producţiuni; agenţii naturali şi capitalul sînt instrumentele producţiunii" [1, p. 42].

„Dreptul de a trăi trage după sine datoria de a munci" [1, p. 41].

O problemă importantă care se desprinde din opera economică a lui Ghica este poziţia sa faţă de dezvoltarea industrială a ţării, şi în legătură cu aceasta, atitudinea sa liber schimbistă în domeniul politicii economice.

Vizitînd principalele ţări capitaliste europene, I. Ghica a văzut în industrie un factor hotărîtor în dezvoltarea popoarelor din aceste ţări. In lecţia de deschidere a cursului de economie politică de la Academia Mihăileană din Iaşi, el a afirmat că industria „este mişcătorul neamurilor" iar în „Convorbiri economice", că „o naţiune fără industrie nu poate fi considerată ca civilizată; fiinţa unei societăţi — spunea el — este supusă astăzi acestei condiţiuni, este acel „a fi sau a nu fi" al lui Shakespeare" [1, p. 124]. Dacă I. Ghica ar fi susţinut acest punct de vedere —necesitatea dezvoltării industriei— ca fiind valabil şi pentru ţara noastră, ar fi foarte bine. In realitate însă lucrurile se petrec cu totul altfel. Folosind metoda economiştilor vulgari el dă o definiţie neştiinţifică noţiunii de industrie, incluzînd în aceasta şi agricultura. Apoi, pornind de la constatarea că noi nu producem decît „materii brute întîietoare", că nu avem „nici un fel de industrie manufacturală" şi cercetînd condiţiile noastre naturale, el ajunge la concluzia că singura industrie care se poate dezvolta la noi este cea agricolă, că „în Romînia nu există decît un singur izvor de bogăţie, plugăria". În aceste condiţii Romînia nu trebuie să tindă la crearea unei industrii proprii, întrucît printr-o politică comer-

cială liber schimbistă ea poate să-şi obţină din afară toate produsele industriale de care are nevoie, la un preţ mai ieftin decît dacă le-am fabrica în ţară.

Aşadar cu cît vor fi mai slobode mărfurile străine să intre în locul nostru, cu atît au să fie mai ieftine [3]. De aceea „lasă să treacă slobod" să fie principiul după care trebuie să se călăuzească statul burghez în politica sa comercială.

Folosind întreaga sa erudiţie, I. Ghica s-a străduit în fel şi chip să demonstreze necesitatea menţinerii specificului agrar al Romîniei şi imposibilitatea dezvoltării unei industrii autohtone.

„Nu sîntem şi nu trebuie să fim — pretindea el — multă vreme încă, cîteva veacuri poate, decît o naţie numai agricolă". Iar mai departe el spune că „greutatea noastră în cumpăna Europei se va mări cu numărul kilelor de grîu ce vom putea scoate peste hotare".

Prin concepţia sa economică I. Ghica ne apare ca un exponent al moşierimii şi a acelei părţi a burgheziei care nu era interesată în industrializarea ţării noastre. El s-a ridicat făţiş împotriva dezvoltării industriei grele în ţara noastră. Metoda folosită de el pentru a demonstra inoportunitatea industrializării era aceea a „avantajului imediat".

„Este mult mai avantajos a produce ceea ce putem produce cu folos, iar fierul să-l cumpărăm de la Newcastle, unde îl putem găsi uneori pe trei livre (76 fr.) tona, pe cînd noi nu l-am putea produce nici cu preţ înzecit" [1, p. 388].

Dar I. Ghica nu s-a ridicat numai împotriva dezvoltării industriei grele în ţara noastră, ci şi împotriva dezvoltării industriei uşoare pentru care o parte din burghezie avea interes. Astfel, el se ridică împotriva creării de fabrici de zahăr, de postav, de hîrtie, pe motiv că acestea reclamă capitaluri mari şi produc la preţuri ridicate, iar pentru menţinerea lor împotriva concurenţei din afară este nevoie de ajutorul statului, care ar trebui să ducă o politică protecţionistă, fapt care ar păgubi pe consumator.

Potrivit concepţiei lui I. Ghica, Romînia trebuie să se transforme într-un hinterland al ţărilor capitaliste, specializîndu-se în a produce „materii întîietoare: grîne, lînă, carne, piei şi aşa mai departe, să le trimitem acelor naţii care au braţe multe ca să le lucreze, adică englezilor şi germanilor, neamuri prin firea lucrurilor fabricatoare, manufacturiere" [4]. În ceea ce priveşte industria, ea trebuie să se limiteze la aşa numita industrie agricolă: morărit, fabricarea postavurilor groase, a stearinei, a pîslelor şi altele de acest gen.

Prin concepţia sa cu privire la dezvoltarea economică a ţării, I. Ghica ne apare alături de Nicolae Suţu ca un precursor al „teoriei" potrivit căreia Romînia este şi va rămîne o ţară „eminamente" agricolă, că poporul romîn nu are o inclinaţie spre munca industrială, „teorie" îmbrăţişată cu multă căldură de către politicienii burghezi pentru a justifica înfeudarea ţării noastre de către ţările imperialiste.

I. Ghica a fost în tot decursul vieţii sale un liber schimbist şi un duşman înverşunat al protecţionismului, căruia nu i-a făcut niciodată vre-o concesie. „Cît pentru mine, orice s-ar zice, declar sus şi tare că sînt liber eşangist pentru toate ţările în general şi mai cu deosebire pentru Romînia" [1, p. 289].

Poziţia liber schimbistă a lui I. Ghica trebuie văzută în strînsă legătură cu necesitatea realizării unirii celor două principate şi cu atitudinea sa în ceea ce priveşte dezvoltarea economică a ţării.

Liberul schimb era politica economică care corespundea nevoilor boierimii şi negustorilor orăşeni interesaţi în intensificarea legăturilor comerciale cu ţările europene, în urma intrării principatelor în orbita comerţului apusean, precum şi în crearea unei pieţi interne.

I. Ghica vede în liberul schimb o cale care duce la desfiinţarea vămilor dintre cele două principate şi prin aceasta, un prim pas spre unirea lor şi la formarea unei pieţi interne. Astfel, în articolul *Unirea vămilor între Moldova şi Valahia*, ce urma să apară în primul număr al „Propăşirii", Ghica cere desfiinţarea vămilor între cele două principate, invocînd în favoarea acestui deziderat formula liberală „lasă să treacă slobod". Pe lîngă faptul că împiedica circulaţia liberă a mărfurilor, existenţa vămilor între cele două principate impunea o serie întreagă de cheltuieli care apăsau asupra contribuabililor din ambele părţi ale Milcovului. Astfel, pentru paza cordoanelor cele două principate cheltuiau 6 milioane, iar veniturile aduse de vămi erau de 5 milioane, deci un deficit de 1 milion. Dacă s-ar desfiinţa vămile dintre cele două principate atunci mărfurile s-ar ieftini după aprecierile lui Ghica cu circa 3%, ceea ce ar avea ca urmare creşterea puterii de cumpărare a consumatorilor.

Poziţia liber schimbistă a lui I. Ghica era justă pînă la constituirea statului naţional romîn deoarece pînă atunci liberul schimb a reprezentat un factor de progres contribuind la formarea pieţii interne. Ulterior însă această poziţie nu mai era justă, deoarece prin liberul schimb nu se putea asigura crearea unei industrii naţionale.

De altfel, politica liberului schimb nu a fost dusă nici de statele capitaliste din Europa apuseană, la începuturile dezvoltării lor industriale. Dimpotrivă, toate statele capitaliste au dus la început o politică protecţionistă care a constituit o metodă de acumulare primitivă a capitalului, o metodă, după expresia lui Marx, de „fabricare a fabricanţilor". Numai după ce aceste ţări şi-au creat o puternică industrie care nu putea fi concurată, au proclamat ca politică economică liberul schimb, ce avea ca scop să uşureze pătrunderea mărfurilor lor pe pieţele străine.

La fel, şi burghezi din ţara noastră trebuia să ducă o politică protecţionistă la începuturile dezvoltării industriei, deoarece numai în acest mod ea putea fi protejată împotriva concurenţei nimicitoare din partea industriei ţărilor mai dezvoltate. Or, I. Ghica s-a ridicat împotriva acestei politici pe motivul că ea ar fi păgubitoare pentru consumatori.

I. Ghica vede în protecţionism o politică dăunătoare şi consideră liberul schimb ca singura politică capabilă să asigure dezvoltarea industriei în ţara noastră.

„A voi să se înfiinţeze o industrie naţională este o cugetare mare şi folositoare; dar a voi să se înfiinţeze prin protecţionism şi prin subvenţii este un rău foarte mare, a cărui consecinţe sînt necalculabile" [1, p. 372].

Ce industrii s-ar fi putut dezvolta printr-o astfel de politică ne-o spune el însuşi — „industria agricolă".

Ca mijloc pentru crearea acestei industrii el indică cooperaţia, care se poate realiza pe două căi: în primul rînd prin asociaţia patronilor cu lucrătorii sau a lucrătorilor între dînşii, şi în al doilea rînd prin asocierea mai multor meşteri care vor depune cîte un capital şi se vor supune conducerii celui mai iscusit dintre ei.

În aceste soluţii se vede influenţa utopistului Fourier, la ale cărui conferinţe Ghica a participat datorită lui T. Diamant.

Caracterul dăunător al concepţiei liber schimbiste a lui I. Ghica a fost scos în evidenţă de o serie de ideologi burghezi ca: A. D. Xenopol şi Dionisie Pop Marţian, care prin concepţia lor exprimau interesele acelei părţi a burgheziei romîneşti care era interesată în dezvoltarea industrială a ţării. Criticînd „teoria specificului agrar" al Romîniei, A. D. Xenopol scria următoarele:

„O comunitate de oameni ce se ocupă numai cu agricultura şi-şi aduce celelalte obiecte trebuincioase din ţări străine va fi pusă în o atîrnare foarte dăunătoare de pieţele acestora" [5]. „Mulţi cred că aceasta e foarte bine şi că noi trebuie să rămînem aşa". „Noi credem — spune A. D. Xenopol — că aici stă viţiul întregii noastre dezvoltări, pericolul care ameninţă chiar viaţa şi existenţa noastră". Iar mai departe el subliniază că „necesitatea dezvoltării industriale a ţării noastre este simţită de toată lumea". Fără a neglija „industria mică", A. D. Xenopol subliniază că „industria mare este aceea ce trebuie să căutăm a dezvolta mai întîi în Romînia".

Această poziţie a lui A. D. Xenopol, în problema dezvoltării economice a ţării noastre, l-a făcut să nu fie de acord cu politica liber schimbistă pe care o considera „o erezie foarte periculoasă... în totul funestă popoarelor începătoare".

Un exemplu grăitor care ilustrează consecinţele nefaste ale politicii liber schimbiste este convenţia comercială încheiată de guvernul romîn cu Austro-Ungaria în 1875, pe care Ghica în mod formal o critică, dar care în realitate este o concretizare practică a concepţiei sale.

Protecţionismul — ca politică economică — a constituit o metodă de acumulare primitivă a capitalului, alături de alte metode folosite de burghezia din ţara noastră. I. Ghica s-a ridicat însă împotriva acestor metode de acumulare primitivă a capitalului care grăbeau tranziţia de la modul de producţie feudal la cel burghez, criticîndu-le de pe poziţiile acelor pături exploatatoare care nu erau interesate în dezvoltarea industrială a ţării. Astfel el se ridică împotriva datoriei publice şi a impozitului indirect, care constituie pivotul fiscalităţii burgheze.

Critica relaţiilor sociale caracteristice Romîniei burghezo-moşiereşti şi dezvăluirea stării de mizerie a maselor muncitoare, constituia o latură importantă a operei economice a lui I. Ghica.

Căutînd să afle care este cauza mizeriei maselor, Ghica combate în *Insula Prosta* afirmaţiile acelora care susţineau că aceasta s-ar datora faptului că producţia ar fi

devenit prea mare şi ar întrece nevoile de consum ale populaţiei. El înţelege în mod just că în capitalism nu poate fi vorba de o supraproducţie absolută, ci de o supraproducţie relativă — dică în raport cu puterea de cumpărare a maselor care are o tendinţă de scădere ca urmare a pauperizării lor.

„Partea cea mai mare a poporului consumă puţin, nu pentru că nu are trebuinţe, dar pentru că n-are ce da în schimb, nu are cu ce cumpăra. Este o vorbă a romînului: posteşte robul lui dumnezeu, pentru că nu are ce mînca".

„Cine poate să zică că zdrenţărosul şi desculţul nu s-ar îmbrăca mai curat şi mai eleg nt, dacă ar ave putinţă să-şi cumpere haine şi în alţăminte mai bune şi îndestulătoare: că în loc de a tremura iarna în haine de vară, nu şi-ar cumpăra palton sau bl nă; că nu i-ar fi mai bine să locuiască în casă de zid curată şi mobilată în loc de a sta ghemuit în bordeiul sau coliba, fără aşternut şi fără scaun, că i-ar plăcea să-l plouă din tavan şi să-l fluiere vîntul din toate părţile, şi că n-ar fi mulţumit să mănînce în toate zilele o bucată bună de carne cu pîine în loc de mămăligă în zeamă de ştir.

Decît a susţine că producţiunea întrece trebuinţele, ar fi mai exact a zice că marea majoritate a poporului nu are mijloace de a-şi procura cele de trebuinţă, că numărul acelora care pot consuma este prea mărginit şi că mulţimea este săracă" [6, pp. 309—310].

În „Convorbiri economice", I. Ghica face o analiză interesantă a situaţiei economice a Romîniei în comparaţie cu alte ţări, folosind doi indici importanţi : venitul naţional pe cap de locuitor şi impozitul pe venit, şi ajunge la o serie de concluzii juste. Astfel, el arată că venitul naţional pe cap de locuitor în ţara noastră este de 100 franci, de 7 ori mai mic decît în Anglia, de 4 ori mai mic decît în Austria şi cu 60% mai mic decît în Rusia, ceea ce constituie o dovadă a faptului că noi sîntem cei mai săraci din Europa. În schimb ocupăm primul loc în ceea ce priveşte impozitele, „În nici o ţară — spune el — nu se plăteşte impozit de 18%; noi plătim 18,1/10% din venit; de 2 ori mai mult decît englezul, de 4 ori mai mult decît prusacul şi austria ul şi de două ori mai mult decît rusul. La această sarcină fiscală împovărătoare a contribuabilului romîn se mai adaugă şi abuzurile pe care le fac diferiţi funcţionari, înlesnite de ignoranţa poporului care nu cunoaşte legile".

Analizînd situaţia din agricultură, I. Ghica ajunge la concluzia că „greutatea dărilor" ar fi „cheia stării de înapoiere" a acesteia.

Dările şi mizeria duc la ruinarea ţăranului clăcaş împroprietărit şi la transformarea sa în proletar. „Starea muncitorului de pămînt, a clasei cele mai producătoare şi cea mai interesantă a ţării, este într-adevăr vrednică de jale" [6, p. 189].

Fără îndoială că povara fiscală pe care trebuia să o suporte ţărănimea a constituit un factor care a frînat dezvoltarea agriculturii în timpul regimului burghezo-moşieresc, totuşi nu aceasta este cauza principală a stării ei de înapoiere, ci relaţiile de producţie feudale care nu au fost lichidate prin reforma agrară din 1864.

Opera economică a lui I. Ghica abundă de pasagii în care este descrisă în culori vii mizeria maselor ţărăneşti de la sate, cît şi a populaţiei muncitoare de la oraşe, din timpul regimului burghezo-moşieresc. Dăm doar un singur pasaj pe care-l considerăm semnificativ pentru situaţia ţărănimii din acea vreme :

„6 luni ale anului, mai toate satele de la Dunăre pînă la poalele munţilor sînt înecate în noroi şi în mocirle; case umede şi deschise ploii şi vîntului; copii bolnavi şi femeile lehuze cu picioarele goale pînă la genunchi în noroi şi zăpadă, bătrîni şi copii rău îmbrăcaţi, intraţi în iarnă, slăbiţi de friguri şi de lingoare, rău hrăniţi şi fără putere de a rezista la cea mai mică răceală, la cea mai uşoară epidemie, care îndată se preface în tifos, iată ce poţi vedea pe la ţară".

În lucrările sale economice I. Ghica se preocupă de o serie de probleme legate de organizarea statului burghez romîn. Astfel, el acordă o mare importanţă dezvoltării căilor de comunicaţie în ţara noastră şi în special drumului de fier, precum şi creditului, pentru care aveau interes toate păturile burgheziei, inclusiv moşierimea.

Merită atenţie studiile interesante şi de mare valoare documentară ale lui Ghica în legătură cu finanţele publice ale Romîniei burghezo-moşiereşti. Astfel, ele ne dau informaţii preţioase cu privire la împrumutul înrobitor Stern şi Oppenheimer contractat de guvernul romîn, cu privire la datoria publică, la veniturile şi cheltuielile statului etc.

4. Despre opera economică a lui I. Ghica au scris o serie întreagă de economişti burghezi dintre care amintim pe Victor Slăvescu, Eugen Demetrescu ş. a. Însă toţi aceşti istoriografi ai gîndirii economice preamăreau acele idei care slujeau interesele burghezo-moşierimii şi care constituie latura negativă a operei sale. Ei au

îmbrăţişat cu căldură concepţia lui Ghica despre „specificul agrar" al Romîniei şi apărarea de către acesta a programului agrar burghezo-moşieresc din ţara noastră.

Iată ce spune Victor Slăvescu într-o comunicare făcută la Academia Romînă cu ocazia împlinirii a 40 de ani de la moartea lui Ghica. „Cît de mare romîn şi întreg la minte ne apare Ion Ghica, atunci cînd se ocupă de proprietate şi de regimul agrar din ţară în vremea lui" [7, p. XXI].

Însă aceşti istoriografi burghezi ai gîndirii economice au căutat să treacă cu vederea, să minimalizeze, iar alteori să combată critica făcută de I. Ghica relaţiilor sociale din timpul regimului burghezo-moşieresc. Astfel, acelaşi autor spune că „uneori I. Ghica era şi nedrept în judecata lui" atunci cînd făcea „aprecieri atît de crude asupra situaţiei din ţară" [17, p. XXVI].

Ţinînd seama de felul cum a fost prezentat şi comentat în trecut I. Ghica, în prezent stau sarcini mari în faţa istoriografilor marxişti ai gîndirii economice.

5. Din cele arătate, rezultă că I. Ghica are următoarele merite în istoria gîndirii economice din ţara noastră:

a) El are meritul de a fi un pionier al ştiinţei economice romîneşti, de a fi printre acei care au luptat pentru răspîndirea cunoştinţelor economice în ţara noastră, de a fi un popularizator al acestor cunoştinţe. În această muncă de pionierat el a avut de învins greutăţi destul de mari.

b) S-a dovedit a fi un bun cunoscător al tehnicii organizării vieţii economice a societăţii burgheze, iar o parte din măsurile concepute de el în acest domeniu au fost aplicate în practică de tînărul stat burghez romîn.

c) Prin critica pe care o face relaţiilor sociale din timpul regimului burghezo-moşieresc şi prin materialul faptic care-l furnizează, opera sa economică capătă o însemnată valoare documentară.

În acelaşi timp, din concepţia economică a lui I. Ghica desprindem şi o latură reacţionară, determinată de poziţia sa de clasă, fiind un ideolog al moşierimii. Aceasta se referă în deosebi la eternizarea „specificului agrar" al Romîniei.

În ceea ce priveşte concepţia sa liber schimbistă trebuie de scos în evidenţă faptul că ea a fost justă pînă la unirea Ţărilor Romîne, deoarece ea a contribuit la formarea pieţii interne, şi dăunătoare după aceasta deoarece ea a constituit o justificare a stării de înapoiere şi a înfeudării economiei romîneşti de către imperialismul străin.

Prin opera sa economică I. Ghica a adus o contribuţie însemnată în domeniul gîndirii economice din ţara noastră.

Primit la 21 V 1961

Academia R.P.R., filiala Iaşi,
Colectivul de cercetări economice

BIBLIOGRAFIE

1. Ghica I., *Opere*, vol. **II**, ESPLA, Buc. 1956.
2. Marx K., *Contribuţii la critica economiei politice*, ESPLP, Buc., p. 207.
3. Ghica I., Propăşirea, 1844, *1*, p. 2, (citat după Probl. econ., 1957, *4*).
4. — *Opere*, vol. **IV**, Buc., 1914, p. 311.
5. Xenopol A. D., *Studii economice*, Craiova, 1882, p. 5.
6. Ghica I., *Scrieri economice*, vol. **II**, Buc., 1937.
7. Slăvescu V., *Opera economică a lui I. Ghica. Scrieri economice*, vol. **I**, Buc., 1937.

ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ТРУДЫ ИОНА ГИКИ

(Резюме)

Излагается, следуя документации эпохи, ряд проблем относящихся к истории экономической жизни Румынии, в решении которых Ион Гика имел несомненные заслуги.

L'OEUVRE ÉCONOMIQUE DE ION GHICA

(Résumé)

On expose, tout en tenant compte des documents de l'époque, nombre de problèmes concernant l'histoire de la pensée économique roumaine, où Ion Ghica a eu des mérites incontestables.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 331.6 (D)

STUDIUL DINAMICII FORŢEI DE MUNCĂ DIN PRINCIPALELE ÎNTREPRINDERI DIN ORAŞUL IAŞI

DE

EUGEN POPA, EUGEN BILIUŢĂ, I. LAZARU şi M. NICOLAE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

Se ştie că la baza dezvoltării economiei naţionale stau cadrele de producţie, cu calificarea şi capacitatea lor de muncă; ele asigură folosirea posibilităţilor create prin introducerea tehnicii noi şi prin perfecţionarea organizării producţiei şi a muncii.

O dată cu dezvoltarea economiei socialiste creşte numărul de salariaţi, modificîndu-se totodată şi structura repartizării forţei de muncă pe ramurile economiei naţionale. Dezvoltarea în ritm rapid a economiei noastre naţionale a făcut ca numărul populaţiei ocupate să crească din anul 1950 pînă la jumătatea anului 1959 cu 17%, iar al salariaţilor din sectorul socialist cu circa 42% (1 octombrie 1959).

Plenara Comitetului Central al Partidului Muncitoresc Romîn din 3...5 decembrie 1959 a prevăzut în legătură cu creşterea producţiei industriale şi agricole, cu dezvoltarea construcţiilor şi a celorlalte ramuri ale economiei naţionale, sporirea numărului de salariaţi cu peste 160 000 persoane.

Ritmul industrializării socialiste, marile prefaceri din anii regimului democrat popular, au determinat schimbări în structura populaţiei active pe ramuri de activitate. Astfel, populaţia activă din industrie a crescut de la 7,9% cît era în 1930, la 14,1% în 1956. Apariţia unor ramuri industriale noi şi dezvoltarea ramurilor existente, introducerea tehnicii înaintate în producţie şi modernizarea utilajului au determinat schimbări importante în structura populaţiei pe ocupaţii.

Ţinînd seama de aceste fapte ne-am propus să analizăm dinamica forţei de muncă şi a structurii ei în oraşul Iaşi, în perioada 1955...1959, în raport cu dinamica producţiei şi a productivităţii muncii. Ca an de referinţă am considerat anul 1950.

În oraşul Iaşi populaţia a crescut în 1958, faţă de 1938, cu 36%; în anul 1959 producţia globală a crescut faţă de 1950 cu 476%. Se remarcă o creştere mult mai mare a producţiei decît a numărului populaţiei, fapt care se datoreşte în mare măsură dezvoltării întreprinderilor care existau în anul 1950 precum şi în construirea de noi întreprinderi sau secţii (de exemplu fabrica de antibiotice Iaşi, filatura „Ţesătura" etc). Comparînd dinamica numărului de salariaţi în aceeaşi perioadă (1950...1959), cu dinamica producţiei globale, constatăm că în anul 1959 procentul de creştere a numărului de salariaţi în întreprinderile mai importante din oraşul Iaşi este de 61% faţă de anul 1950; aceasta denotă pe de-o parte creşterea populaţiei active în totalul populaţiei oraşului, iar pe de altă parte creşterea substanţială a productivităţii muncii, întrucît procentul de 61% de creştere a numărului de salariaţi este mult inferior procentului de creştere a volumului producţiei (476%).

În lucrarea noastră am analizat dinamica forţei de muncă şi a structurii ei, în ramurile industriale cele mai importante şi anume: întreprinderile dependente de Ministerul Transporturilor şi Telecomunicaţiilor (M.T.T.), întreprinderile textile, chimice, alimentare, de industrie locală, precum şi situaţia globală pe oraş.

Pe oraş, din tabelul 1 se constată următoarele:

Tabelul 1

Dinamica forţei de muncă în întreprinderile din oraşul Iaşi

Anii	1950	1955	1956	1957	1958	1959
Total personal	100,0	147,0	156,0	154,0	161,0	161,0
Muncitori	85,5	89,5	89,0	90,0	89,6	89,0
Ingineri şi tehnicieni	8,1	5,8	6,9	6,7	6,4	6,9
Funcţionari	6,4	4,7	4,1	3,3	4,0	4,1
Total muncitori	100,0	155,0	162,0	161,0	168,0	167,0
Din care:						
Muncitori de bază	58,6	63,8	61,8	61,7	59,2	66,0
Muncitori auxiliari	41,4	36,2	38,2	38,3	4 ,8	34,0
Producţia globală	100,0	230,0	274,0	374,0	420,0	476,0
Productivitatea muncii	100,0	150,0	170,0	232,0	250,0	286,0

Numărul total al salariaţilor creşte continuu şi rapid din anul 1950 pînă în anul 1959, ca urmare a dezvoltării întreprinderilor existente în oraşul Iaşi şi a creerii de noi întreprinderi; numeroase întreprinderi au fost lărgite şi înzestrate cu utilaj nou. O mare dezvoltare a luat industria locală.

Din punct de vedere al structurii, procentul muncitorilor creşte cu 3,5% în 1959 faţă de 1950; procentul de ingineri şi tehnicieni scade de la 8,1% în 1950, la 6,9% în 1959. Se remarcă însă că din anul 1956 numărul inginerilor şi tehnicienilor creşte de la 5,8% la 6,9%, datorită intrării în funcţiune a Fabricii chimice nr. 2, întreprindere cu o mare tehnicitate. Scăderea numărului de ingineri şi tehnicieni de la 8,1% în 1950, la 6,9% în 1959, (cu toată influenţa pozitivă a Fabricii de antibiotice) se datorează numai unei încadrări mai juste în anul 1954 a ajutorilor de meşteri de la grupa ingineri şi tehnicieni la grupa muncitori. Numărul funcţionarilor scade continuu, în 1959 fiind mai mic cu 2,3% faţă de 1950.

De altfel, linia pe care se dezvoltă forţa de muncă din oraşul Iaşi, pe categorii de salariaţi, reiese şi din tabelul 2, din care rezultă dinamica forţei de muncă pentru perioada de timp cercetată pe: muncitori, ingineri şi tehnicieni, precum şi funcţionari, pe întregul oraş şi în ramurile M.T.T., textilă şi industrie locală, în raport cu anul 1950, considerat ca an de bază, pentru fiecare din aceste categorii de salariaţi.

Din tabelul 2 se poate constata o creştere rapidă a numărului de muncitori pe oraş (în principalele întreprinderi) în perioada cercetată, a numărului de ingineri şi tehnicieni şi chiar a numărului de funcţionari, dar într-o proporţie mult mai redusă — numai cu 11% în anul 1959 faţă de anul 1950 — în timp ce numărul muncitorilor creşte cu 82%, iar cel al inginerilor şi tehnicienilor cu 38%.

Trebuie de remarcat că în totalul salariaţilor (şi pe categorii de salariaţi) pe oraş au fost incluse şi industria alimentară şi cea chimică, care nu apar în mod distinct în tabelul 2.

Motivele datorită cărora are loc această dinamică a forţei de muncă pe ramuri industriale (M.T.T., industria textilă şi industria locală) vor fi arătate mai departe, la analiza fiecărei ramuri în parte.

În consecinţă, structura forţei de muncă pe oraş (sector industrial) prezintă o dinamică justă, sănătoasă, întrucît numărul de ingineri şi tehnicieni creşte, iar numărul de funcţionari scade, crescînd totodată numărul muncitorilor; aceasta reflectă politica economică chibzuită a organelor locale, care s-au preocupat de raţionalizarea aparatului de conducere administrativ. O dată însă cu raţionalizarea aparatului de conducere, într-o mai mică măsură s-a procedat la mecanizarea muncii funcţionarilor.

Tabelul 2

Dinamica forței de muncă pe categorii de salariați

Anii	1950	1955	1956	1957	1958	1959
Muncitori						
Pe oraș	100	155	162	161	168	167
M. T. T.	100	124	116	105	105	101
Industria textilă	100	191	172	168	169	182
Industria locală	100	223	254	228	233	249
Ingineri și tehnicieni						
Pe oraș	100	104	134	126	127	138
M. T. T.	100	127	139	120	120	111
Industria textilă	100	65	67	64	66	83
Industria locală	100	254	260	246	248	246
Funcționari						
Pe oraș	100	108	118	106	104	111
M. T. T.	100	91	89	84	85	83
Industria textilă	100	101	110	96	90	94
Industria locală	100	151	129	135	127	162

Analizînd situația dinamicii și structurii forței de muncă, pe ramuri industriale, constatăm următoarele:

Numărul total al salariaților din întreprinderile industriei locale ale orașului Iași este în continuă creștere, atingînd procentaje maxime în 1956 și 1959 (240%) datorită descentralizării economiei și lărgirii atribuțiilor sfaturilor populare (v. tabelul 3).

Tabelul 3

Dinamica forței de muncă și a structurii ei în ramura industriei locale

Anii	1950	1955	1956	1957	1958	1959
Total salariați	100,0	219,0	242,0	220,0	224,0	240,0
Muncitori	83,6	86,6	87,5	86,5	87,0	87,8
Ingineri și tehnicieni	6,9	8,0	7,4	7,7	7,7	7,1
Funcționari	9,5	5,4	5,1	5,8	5,3	5,1
Total muncitori	100	223	254	228	233	249
Din care:						
Muncitori de bază	90	94	94	92	91	90
Muncitori auxiliari	10	6	6	8	9	10
Producția globală	100	171	179	191	200	216
Productivitatea muncii	100	122	107	124	130	130

În întreprinderile din industria uşoară creşterea de salariaţi atinge un maximum în anul 1955 (171%), apoi o scădere pînă în anul 1958 (153%) şi din nou o creştere în anul 1959 (165%). Această scădere se datoreşte în special reducerii unui schimb (schimbul de noapte) la ţesătoria fabricii „Ţesătura" (v. tabelul 4).

Tabelul 4

Dinamica forţei de muncă şi a structurii ei în ramura industriei uşoare

Anii	1950	1955	1956	1957	1958	1959
Total salariaţi	100,0	171,0	156,0	152,0	153,0	165,0
Muncitori	81,7	91,0	90,0	90,5	90,8	90,1
Ingineri şi tehnicieni	10,1	3,7	4,2	4,2	4,3	4,9
Funcţionari	8,2	5,3	5,8	5,3	4,9	5,0
Total muncitori	100	191	172	168	169	182
Din care :						
Muncitori de bază	80	74	72	74	74	76
Muncitori auxiliari	20	26	28	26	26	26
Producţia globală	100	198	207	214	242	248
Productivitatea muncii	100	105	120	128	143	137

O situaţie mai caracteristică o prezintă întreprinderile dependente de M.T.T., unde numărul salariaţilor se menţine în anul 1959, faţă de anul 1950, aproximativ acelaşi (98%), dar prezentînd fluctuaţii, în decursul perioadei cercetate, în special în anul 1955 (122%). Scăderea continuă a numărului de salariaţi în acest sector se datorează, în special, creşterii productivităţii muncii, fapt care a permis trecerea forţei de muncă disponibilă în alte sectoare de activitate, ca de exemplu în construcţii. La aceasta a contribuit şi exploatarea mai raţională, în ultimii ani, a parcului de locomotive şi vagoane, de către serviciile de exploatare C.F.R. (v. tabelul 5).

Tabelul 5

Dinamica forţei de muncă şi a structurii ei, în întreprinderile dependente de M. T. T.

Anii	1950	1955	1956	1957	1958	1959
Total salariaţi	100,0	122,0	116,0	107,0	107,0	98,0
Muncitori	85,4	86,1	85,0	85,0	84,5	85,0
Ingineri şi tehnicieni	9,2	9,5	10,6	10,4	10,7	10,5
Funcţionari	5,4	4,4	4,4	4,6	4,8	4,5
Total muncitori	100	124	116	105,0	105,0	101
Din care :						
Muncitori de bază	73	66	61	67,5	65,5	73
Muncitori auxiliari	27	34	39	32,5	34,5	27
Producţia globală	100	188	182	181	205	210
Productivitatea muncii	100	150	155	170	194	206

O creștere într-un ritm mai rapid se constată la Fabrica de antibiotice, unde numărul total al salariaților, în cei patru ani de activitate (1956..59) a crescut cu 33% datorită intrării în exploatare a unor sectoare de producție ca : aureomicina, vitamina B 12 etc. (v. tabelul 6).

Tabelul 6

Dinamica forței de muncă și a structurii ei în industria chimică

Anii	1956	1957	1958	1959
Total salariați	100,0	98,0	109,0	133,0
Muncitori	76,9	78,0	79,0	79,0
Ingineri și tehnicieni	17,9	17,8	15,8	16,5
Funcționari	5,6	4,2	5,2	4,5
Total muncitori	100,0	98	113,0	137
Din care :				
Muncitori de bază	77,5	78	78,5	76
Muncitori auxiliari	22,5	22	21,5	24
Producția globală	100	174	202	282
Productivitatea muncii	100	144	166	190

În ceea ce privește dinamica forței de muncă pe structura salariaților, din ramurile cercetate mai înainte, se constată următoarele :

Numărul muncitorilor în structura salariaților marchează tendințe de ușoare creșteri începînd din anul 1955, în toate cele trei ramuri, pe seama funcționarilor, deși în ramura industriei ușoare acest fenomen se produce și în contul grupei ingineri și tehnicieni, din motivele arătate mai sus, la analiza dinamicii forței de muncă pe ramuri.

Muncitorii de bază pe total oraș reprezintă în anul 1959 un procent de 66% din totalul de muncitori, remarcîndu-se tendința de creștere a numărului lor în perioada cercetată.

În industria ușoară muncitorii de bază ating în anul 1950 un procent de 80%, cu tendința de scădere în perioada de timp cercetată, ajungînd în anul 1959 la un procent de 76%.

În întreprinderile industriale dependente de M.T.T. procentul muncitorilor de bază este în anul 1959 de 73%, ca și în anul 1950, cu o scădere destul de pronunțată în anul 1956 (61%).

În industria locală procentul muncitorilor de bază rămîne de 90% în anul 1959, ca și în anul 1950, deși în cursul perioadei cercetate prezintă unele scăderi și în special în anul 1958 (91%).

Raportul dintre cele două grupe de muncitori, în toate ramurile, după cum rezultă din analiza întreprinsă, este satisfăcător, întrucît procentul muncitorilor de bază este mult mai mare decît cel al muncitorilor auxiliari. Acest fapt reflectă o bună organizare a producției și un ridicat nivel de mecanizare al procesului de fabricație.

Analizînd dinamica producției globale și a productivității muncii, se poate constata că ambii indicatori cresc simțitor în perioada cercetată, atingîndu-se în anul 1959 un procent de 476%, respectiv 286%. Și pe ramurile cercetate, cei doi indicatori marchează, de asemenea, creșteri importante ; productivitatea muncii crește însă într-un ritm mai lent, datorită creșterii numărului de salariați, cu excepția întreprinderilor dependente de M.T.T. Aici productivitatea muncii merge în același pas cu producția globală.

Concluzii

Din analiza dinamicii forţei de muncă din principalele întreprinderi industriale din oraşul Iaşi, rezultă următoarele:

1. Există un raport just între diferitele categorii de salariaţi (muncitori de bază, muncitori auxiliari, ingineri şi tehnicieni, funcţionari).

2. Se remarcă, de asemenea, o creştere a volumului producţiei într-un ritm mult mai accentuat, în raport cu creşterea numărului de salariaţi, fapt care asigură creşterea productivităţii muncii.

3. Numărul salariaţilor din oraşul Iaşi este, în general, în creştere, datorită creerii unor întreprinderi industriale noi în Iaşi şi a dezvoltării celor existente.

*

Înfăptuirea sarcinilor de plan stabilite de Plenara Comitetului Central al Partidului Muncitoresc Romîn, din 3...5 decembrie 1959, pentru anul 1960, şi a planului de şase ani, va duce la noi schimbări în structura economică, la continua îmbunătăţire a condiţiilor de trai ale oamenilor muncii şi se va oglindi în modificarea şi mai favorabilă a dinamicii şi structurii forţei de muncă din industria oraşului nostru.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de organizare şi planificare

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ТРУДОВЫХ РЕЗЕРВОВ В ГЛАВНЫХ ПРЕДПРИЯТИЯХ ГОРОДА ЯССЫ

(Резюме)

Исследуя динамику развития трудовых резервов в главных производственных предприятиях города Ясс, авторы приходят к следующим заключениям:

1. Существует правильное соотношение между категориями служащих (рабочих — постоянных и временных, инженеро , техников, служащих).

2. Отмечается, что режим роста производительности превосходит рост числа служащих, что обеспечивает рост производительности труда.

3. Число трудовых резервов в городе Ясс возросло, благодаря созданию новых производственных предприятий, а также расширению преждесуществующих.

ÉTUDE DE LA DYNAMIQUE DE LA FORCE DE TRAVAIL DANS LES PRINCIPALES ENTREPRISES DE LA VILLE DE JASSY

(Résumé)

En analysant la dynamique de la force de travail dans les principales entreprises de la ville de Jassy, les Auteurs aboutissent aux conclusions suivantes:

1. Il y a un rapport juste entre les différentes catégories de salariés (travailleurs de base, travailleurs auxiliairs, ingénieurs et techniciens, fonctionnaires).

2. On remarque un accroissement du volume de la production dans un rythme plus rapide que celui de l'accroissement du nombre de salariés, en assurant de cette manière l'augmentation de la productivité du travail.

3. Le nombre des salariés dans la ville de Jassy est en augmentation, compte tenu de la création des nouvelles entreprises et du developpement de celles existentes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

RECENZII
BOOK REVIEWS
BUCHBESPRECHUNGEN
РЕЦЕНЗИИ
COMPTES RENDUS
RECENSIONI
ANALISIS DE OBRAS

1. * * * *Troisième Colloque de Géometrie algébrique.* CBRM, Librairie Universitaire' Louvain (Belgique), Librairie Gauthier-Villars, Paris, 1960, 163 pp.

Lucrările acestui colocviu, constituind un omagiu adus şcolii italiene de geometrie prin faptul că, în afară de cunoscuţii matematicieni italieni prezenţi prin opera lor geometrică în volumul recenzat, totalitatea celorlalţi participanţi a studiat în Italia, s-au desfăşurat în momentul în care se caută noi metode de lucru în domeniul geometriei algebrice. Aceasta întrucît, paralel cu adîncirea căilor şi metodelor de investigaţie geometrico-algebrice, iniţiate prin lucrările lui Picard, Humbert, Castelnuovo, Enriques, Fano şi F. Severi, şi bazate pe considerarea funcţiilor algebrice ca funcţii analitice de variabile complexe, şi alături de cercetările în acest domeniu ale lui Hilbert şi Emmy Noether, de natură pur algebrică, s-a păşit a se elabora numeroase şi importante lucrări de geometrie algebrică în corpuri de numere foarte generale.

În imposibilitatea de a da aici mai multe detalii în această ordine de idei, la care, după o serie de expuneri de sinteză creatoare apărute în Успехи Математических Наук, contribuie din plin o pleiadă de cercetători sovietici şi din alte ţări, ca de exemplu şcoala japoneză promovată de C. Chevalley, reproducem mai jos liniile principale ale subiectelor înserate în prezentul volum: *Grup concentrat de intersecţii de curbe şi hipersuprafeţe algebrice* (C. Marchionna-Tibiletti); *Uniraţionalitatea unor varietăţi algebrice din punct de vedere al geometriei diferenţiale şi al topologiei* (B. Segre); *Varietăţi algebrice care admit grupuri continue de automorfisme* (L. Roth); *Asupra postulării varietăţilor algebrice şi asupra chestiunilor conexe* (E. Marchionna); *Aplicarea ideilor cristalografice la studiul grupurilor de transformări cremoniene* (P. Du Val); *Varietăţile algebrice avînd curbe-secţiuni conice* (D. Gallarati); *Probleme de existenţă a varietăţilor algebrice* (C. F. Manara); *Problemă relativă la suprafeţele algebrice dotate cu torsiune* (L. Nollet); *Suprafeţe algebrice regulate de gen geometric* $p_g = 0, 1, 2, 3$ *şi de gen liniar* $p^{(1)} = 3, 4, \ldots, 8p_g + 7$ (P. Burniat); *Unele rezultate asupra suprafeţelor de gen zero posedînd curbe bicanonice ireductibile* (L. Godeaux); *Teoremele lui Lefschetz şi teoria coomologiei fasciculelor de pe varietăţile algebrice* (M. Baldassari).

*

Il Rif. indica qui sopra alcuni dettagli concernenti il contenuto del presente volume, dedicato ai lavori del terzo Colloquio di geometria algebrica promosso dal Centro Belga di Ricerche Matematiche. *F. Marcus*

2. SZERSZEN S., *Nauka o rzutach.* Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1959, 432 pp.

Acest volum este a treia ediţie completată a cărţii de geometrie descriptivă. După o introducere istorică, în care se subliniază o serie de nume de profesori ruşi şi polonezi care s-au grăbit să introducă în învăţămîntul tehnic superior *metoda lui Monge*,

se trece treptat, fără a se presupune cunoştinţe mai înalte de matematică sau de geometrie sintetică sau analitică, la expunerea problemelor clasice în acest domeniu. Şirul de probleme de intersecţii liniare este continuat de probleme de intersecţii ale suprafeţelor şi, în particular, ale suprafeţelor de ordinul al doilea. La locurile cuvenite se dau noţiuni de axonometrie şi de geometrie cotată. Ref. subliniază îndeosebi atenţia acordată de autor aplicaţiilor geometriei descriptive în topografie, construcţii, mecanică etc. (cap. XIII, pp. 345 şi urm.) şi salută prezenţa ce trebuie lărgită şi la alte cărţi de geometrie descriptivă a unei îmbinări naturale între această disciplină şi geometria proiectivă (pp. 182 şi urm.). Redactată cu un talent pedagogic deosebit, tipărită în bune condiţii, cartea poate foarte bine deservi şcolile tehnice medii şi în parte şi institutele tehnice de învăţămînt superior, putînd fi un ghid de valoare în studiul individual al cadrelor tehnice de la uzine şi fabrici.

★

On expose ci-dessus en langue roumaine quelques détails concernant ce volume de géométrie descriptive, rédigé bien soigneusement par l'auteur, en langue polonaise. Le réf. souligne d'une manière particulière le contenu du chap. XIII consacré aux applications de la méthode de Monge à la science de l'ingénieur. *V. Ungureanu*

3. MITRINOVIĆ D. S., MIHAILOVIĆ D., *Linearna Algebra Analitička geometrija Polinomi*. Naučna Knjiga, Beograd, 1959, 414 pp.

Acest volum reflectă fidel conţinutul cursului de algebră liniară, geometrie analitică şi teoria polinoamelor, predat de autori la facultatea de electrotehnică a Universităţii din Belgrad. Lucrarea se bazează pe cele mai cunoscute şi apreciate cărţi sovietice şi operele clasice în acest domeniu ale matematicienilor din lumea întreagă. Astfel, de exemplu cele cinci capitole ce constituie partea de introducere şi anume: Numere; Metoda inducţiei; Formula binomului; Elemente de calcul combinatoriu; Elemente de calcul al probabilităţilor, prezintă la bibliografia de la finele lor, printre altele, cărţile lui A. J. Hincin, A. Ostrowski, E. Landau, G. H. Hardy, A. D. Alexandrov-A. N. Kolmogorov-M. A. Lavrentiev, S. N. Novoselov, L. Berzolari, G. Vivanti, D. Gigli, E. Borel, B. V. Gnedenko-A. Ia. Hincin, A. M. Iaglom-I. M. Iaglom ş. a. Expunerea şi aranjamentul materialului arată calităţi pedagogice incontestabile, unite cu convingerea că viitorii ingineri trebuie să se obişnuiască cu rigoarea matematică care le cultivă şi simţul răspunderii şi le dă orientarea cuvenită relativă la limitele de aplicabilitate a diferitelor aparate de investigaţie matematică. În imposibilitate de a ne opri aici asupra detaliilor ce pot fi destul de uşor urmărite în paginile concentrate ale cărţii, subliniem prezenţa la locurile cuvenite ale datelor istorice cărora li se alătură şi unele portrete de figuri de mari matematicieni. Nu este lipsit de interes să arătăm în încheiere subdiviziunile mari ale cărţii. Astfel, Algebra liniară cuprinde: I. Matrici, II. Determinanţi, III. Inversiunea matricilor, IV. Forme liniare. Geometria analitică cuprinde: I. Introducere în algebra vectorială, II. Curbe de ordinul al doilea, III. Punctul, IV. Planul, V. Curbe strîmbe, VI. Suprafeţe de ordinul al doilea. Suprafeţe de rotaţie, cilindrice, conice şi conoide. Funcţiile raţionale cuprind: I. Numere complexe, II. Polinoame speciale, III. Rezolvarea ecuaţiilor numerice, IV. Eliminarea, V. Polinoamele lui Hurwitz, VI. Descompunerea fracţiilor raţionale. Inegalităţi: I. Inegalităţi importante, II. Mărimi medii, III. Exemple de inegalităţi, IV. Culegere de inegalităţi. În anexă se dau: I. Noţiuni de algebră abstractă, II. Polinoame caracteristice şi numere caracteristice asociate unei matrici, III. Ecuaţii algebrice iraţionale, IV. Tabele numerice (de exemplu valorile constantelor importante; coeficienţi binomiali, pînă la $n = 20$; factoriale, numerele lui Bernoulli etc.).

★

On indique ci-dessus en langue roumaine les qualités incontestables de ce livre consacré à l'algèbre linéaire, à la géométrie analytique et à la théorie des polynomes et dont le contenu, basé sur les meilleurs livres des hommes de sciences soviétiques et des mathématiciens classiques, indiqués à la fin du chaque chapitre, constitue le cours professé par les Auteurs à la faculté d'Electrotechnique de l'Université de Béograd.
A. Oprea

4. NOBLE B., *Methods based on the Wiener-Hopf technique for the Solution of Partial Differential Equations*. International Series of Monographs on Pure and Applied Mathematics, Vol. **7**, Pergamon Press, London-New York-Paris-Los Angeles, 1958, X+246 pp.

Metodele descrise în acest volum permit rezolvarea unor probleme de contur de importanţă practică relative la ecuaţii de derivate parţiale. Se pleacă de la aparatul de investigaţie matematică constituit din funcţii analitice de variabilă complexă definite prin integrale, şi îndeosebi de la transformatele Fourier, bazîndu-se pe procedeul lui Wiener-Hopf ce constă în determinarea prealabilă a funcţiilor regulate $K_+(\alpha)$ pentru $\tau > \tau_-$ şi $K_-(\alpha)$, pentru $\tau < \tau_+$, astfel ca $A(\alpha)/B(\alpha) = K_+(\alpha)/K_-(\alpha)$, $A(\alpha)$ şi $B(\alpha)$ fiind funcţii cunoscute ce figurează în ecuaţia de rezolvat de forma

$$(*) \qquad A(\alpha)\,\Phi_+(\alpha) + B(\alpha)\,\Psi_-(\alpha) + C(\alpha) = 0,$$

avînd ca funcţii necunoscute $\Phi_+(\alpha)$, $\Psi_-(\alpha)$ din planul complex α, ecuaţia (*) fiind obţinută în urma aplicării transformatelor Fourier la ecuaţii cu derivate parţiale. Cap. II expune procedeele de bază ale metodei indicate şi ale variantelor ei elaborate ulterior pentru probleme de contur într-un semiplan. Cap. III prezintă variate probleme de propagare ondulatorie, iar cap. IV, V şi VI se ocupă respectiv de diferite extensiuni şi restricţii interesînd metoda indicată şi de unele metode de aproximaţie şi soluţia generală a problemei de bază a lui Wiener-Hopf.

Volumul recenzat fiind scris pentru cercetători care se interesează în primul rînd de aplicarea metodei şi nu de teoria care o fundamentează, poate fi citit cu profit de toţi acei care sînt familiarizaţi cu transformanta Laplace, cu formula de inversiune a acestei transformate în planul complex şi cu problema integrării funcţiilor de variabilă complexă. O bibliografie îndeajuns de bogată, ce ţine seama de fundamentalele aporturi în domeniul teoriei şi practicii a numeroaselor probleme de contur ale acad. N. I. Mushelişvili, L. A. Vainstein ş. a., la care se adaugă un îngrijit indice de materii, uşurează şi mai mult consultarea sau studierea acestui volum.

*

Written for the workers whose interests are primarily in applications of the theory rather than in the theory itself, *Methods based on the Wiener-Hopf technique for the Solution of Partial Differential Equations* can be read by anyone familiar with the Laplace transform, its complex inversion formula, and integration in the complex plane. Rev. gives oven in Roumanian language some details concerning this very useful and pretty printed volume. *Vl. Sciurevici*

5. KÄSTNER S., *Vektoren, Tensoren, Spinoren*. Akademie-Verlag, Berlin, 1960, IX+308 S.

Autorul, pornind de la aspectul geometric intuitiv al calculului vectorial în spaţiul euclidian tridimensional, ajunge treptat la algebra şi analiza tensorială în spaţii cu n dimensiuni, pentru a trece apoi la expunerea calculului tensorial în spaţii pseudoeuclidiene, în spaţii n-dimensionale riemanniene ş. a. care interesează îndeaproape teoria generală a relativităţii şi teoria cuantelor. Merită subliniată expunerea cu adevărat didactică a autorului, bazată pe un număr de cărţi şi tratate recente în domeniu, precum şi pe cîteva articole de reviste de specialitate.

*

Der Verfasser geht vom geometrisch anschaulichen Vektorkalkül im dreidimensionalen euklidischen Raum aus und macht den Leser schrittweise mit den Grundlagen des allgemeinen Tensorkalküls bekannt. Dabei werden die eingeführten Begriffe an Hand zahlreicher Rechenbeispiele und physikalischer Beispiele erläutert. A. Tensoralgebra, S. 1—127; B. Tensoranalysis, S. 128—230.

Schliesslich werden auch Tensoren in n-dimensionalen euklidischen bzw. pseudoeuklidischen Raum und im n-dimensionalen Riemannschen Raum behandelt, die im Rahmen der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie sowie der Quantentheorie eine massgebende Rolle spielen. Hinsichtlich des Literaturverzeichnisses wird kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben. Sachwortverzeichnis. Hübsches Ausgestaltung des Buches. *M. Bercovici*

6. HAHN W., *Theorie und Anwendung der direkten Methode von Ljapunov*. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzzgebiete, N.F.H. 22, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1959, VIII + 142 S.

Memorabila teză de doctorat asupra stabilității mișcării a lui M. A. Leapunov, apărută în 1893 în Commun. de la Soc. Math. Kharhow și lucrarea sa din același an relativă la studiul unui caz singular de stabilitate a mișcării, au atras atenția unui șir de matematicieni sovietici acum 25 ani. De atunci încoace numărul lucrărilor de specialitate, originale sau cu caracter de monografie, a crescut mult, aproape pretutindeni, întrucît metoda elaborată de Leapunov, numită adesea *metoda a doua*, sau *directă*, se pretează deosebit de bine la tratarea unei vaste game de aplicații din domeniul vibrațiilor mecanice sau electrice, dar mai ales din cel al tehnicii reglajului automat. Din punct de vedere teoretic metoda directă a lui Leapunov este baza teoriei generale a stabilității care îmbrățișează într-însa ca un caz particular ansamblul de probleme corespunzătoare din teoria ecuațiilor diferențiale ordinare.

Autorul a reușit să expună în acest volum, ce face parte din cunoscuta colecție *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete*, ținînd seama de o vastă literatură, îndeosebi sovietică, apărută în acest domeniu și publicată pînă în 1957, într-o prezentare științifică remarcabilă și cît mai completă cu putință, teoria stabilității ecuațiilor diferențiale ordinare în spațiul de fază euclidian. După expunerea bazei teoretice a metodei (cap. I și II), cap. III se ocupă cu prezentarea numeroaselor probleme de tehnică, printre care se semnalează diferite variante ale problemelor lui Aizerman și Lurie. În cap. IV...VII se expun diferite adînciri ale teoriei, cum este, de exemplu, aceea a lui Zubov, prezentată de acest autor în cartea sa *Методы А. М. Ляпунова и их применение* (Изд. Ленингр. Унив., 1957, 240 стр.), recenzată în acest *Buletin* (v. 1957, **3** (**7**), *3–4*, pp. 352—353). Ultimul capitol este consacrat diferitelor generalizări ale noțiunii de stabilitate, la care au contribuit esențial un număr mare de cercetători sovietici și în particular V. I. Zubov, precum și cîțiva cercetători din alte părți (W. Hahn, J. L. Massera ș. a.).

Trebuie menționată în mod deosebit folosirea la p. 46 a rezultatelor unei lucrări datorită cercetătorului romîn V. M. Popov, ce corespunde la cazul $n=2$ al schemei matematice neliniare stabilită în 1951 de A. I. Lurie pentru unele sisteme de reglare automată.

*

On expose ci-dessus quelques détails concernant ce très bon livre dédié à l'élaboration de la méthode directe de Liapounoff, et aux applications et quelques généralisations de celle-ci, tout en soulignant le fait qu'au dépit de la translation survenue en 1907 de la mémorable thèse de Liapounoff (1893) [1]), son importance n'a commencée d'être mise en évidence qu'il y a 25 ans par nombreux savants soviétiques.

D. Mangeron

7. VON KOPPENFELS W., STALLMANN F., *Praxis der konformen Abbildung*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. **100**, Springer Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1959, XV + 375 S.

Țelul inițial al cărții, jalonată acum mai bine de două decenii de către un cerc de specialiști în domeniul teoriei funcțiilor de variabilă complexă, printre care v. Koppenfels, Krames, Ullrich și Wegner, era analog cu acel al cunoscutului volum datorit lui E. Kamke consacrat ecuațiilor diferențiale. Faptul însă că teoria reprezentărilor conforme și mai ales practica acesteia ocupă un domeniu mult mai îngust decît acel al ecuațiilor diferențiale a făcut ca, o dată cu redactarea ei, să se ajungă la un conținut în care se oglindește o adîncire sensibilă a problemelor, ce poate fi urmărită independent de literatura de specialitate. Conținutul central al cărții este ocupat de teoria și practica reprezentărilor poligonale, elaborată ulterior pe baza manuscrisului rămas de la v. Koppenfels. Ea este precedată de trei părți în care se face expunerea succintă dar sistematică a problemei de reprezentare geometrică a numerelor complexe

[1]) Tradusă în limba franceză în Ann. Fac. Sci. Toulouse, 1907, **9**, pp. 203—474 și apoi publicată și în Ann. math. Studies, 1949, **17**, Princeton.

şi a funcţiilor de variabilă complexă, a problemei de reprezentare conformă prin funcţii speciale, precum şi a şirului de teoreme grupate în jurul teoremei de medie şi a teoremei de reprezentare a lui Riemann. Ref. subliniază îndeosebi conţinutul paragrafelor 16 şi 17 în care si-au găsit loc metode de aproximaţie relative la reprezentarea conformă, printre care şi un şir de metode recente, bazate pe teoria ecuaţiilor integrale, datorite regretatului matematician şi mecanician sovietic Gherşgorin. De un deosebit folos în aplicaţii este conţinutul părţii a doua a cărţii (partea B), intitulată *Catalog al reprezentării conforme*. Aici şi-au găsit loc numeroase probleme interesînd practica reprezentărilor conforme legate de domenii biunghiulare, triunghiulare, patruunghiulare şi poligonale cu contururi rectilinii sau constituite din arce de cerc sau de conice ş. a., precum şi teoria acestor reprezentări legată de stabilirea efectivă a formei funcţiilor reprezentative corespunzătoare. Un indicator al figurilor şi un indice de nume şi de materii măreşte şi mai mult valoarea cărţii, încadrată ca cel de al 100-lea volum în cunoscuta colecţie Springer, *Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen*.

*

Le ref., tout en soulignant ci-dessus la valeur de ce livre qui constitue une excellente mise au point du problème consacré à la théorie et à la pratique des représentations conformes, se ferme surtout sur l'analyse succinte des chapitres relatifs au problème des représentations polygonales, élaboré il y a à peu près une vingtaine d'années par v. Koppenfels. *Şt. Ruscior*

8. BELLMAN R., *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, N. J., XXV + 340 pp.

Cititorul romîn cunoaşte opera autorului *Teoria stabilităţii soluţiilor ecuaţiilor diferenţiale*, apărută în traducere în limba rusă în 1954; *Teoria programării dinamice* s-a tradus în aceeaşi editură (И. Л.) din Moscova, în 1960. Născută dintr-o serie de probleme tehnico-economice, cum sînt, de exemplu, problemele relative la folosirea optimă a maşinilor sau la programarea optimă a aprovizionării cu materiale, cartea recenzată este deosebit de importantă. Obiectul programării dinamice îl reprezintă studiul soluţiilor variatelor probleme de genul celor schiţate mai sus. Dificultatea şi totodată noutatea problemelor de acest gen constă în faptul că abordarea lor nu poate fi făcută de regulă cu ajutorul procedeelor clasice de teoria maximelor şi minimelor, ci reclamă studii aprofundate a variatelor sisteme de ecuaţii funcţionale.

Apariţia recentă în limba romînă a unei cărţi de teoria ecuaţiilor funcţionale, datorită prof. M. Ghermănescu, precum şi a unei cărţi în limba germană, elaborată de prof. J. Aczél de la Universitatea din Debreţin, va uşura fără îndoială pătrunderea materialului deosebit de interesant şi mult apreciat de către redactorul traducerii ei în limba rusă, prof. N. N. Vorobiev.

Aproape fiecare capitol este urmat de un mare număr de probleme şi exerciţii (în total 370 probleme).

*

The theory of dynamic programming, rapidly becoming more widely known and used in problems involving multi-stage decision processes is in this book, translated in Russian in 1960, presented from the beginning by the scientist who coined the term and developped the theory in its early stages. In introducing this theory R. Bellman furnishes a new and versatile mathematical tool, consisting in various resulting functional equations, for the treatment of many novel and interesting problems. Rev. gives above in Roumanian language some details concerning this first volume of real and great value. Many examples, containing applications to mathematical economics, logistic, scheduling theory, communication theory, control processes and a number of other fields as well (370 problems in all), are provided to aid the reader in mastering the material. *D. Mangeron*

9. MEDGYESSY P., *Decomposition of Superpositions of Distribution Functions*. Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences, Budapest, 1961, 227 pp.

În statistica matematică, fizică, biologie etc., se întîlneşte adesea următoarea problemă : o dată terminat un şir de experienţe, se obţine o curbă, secţiune a grafului de superpoziţii a funcţiilor de distribuţie de un tip d. t. Curba obţinută se foloseşte apoi la determinarea parametrilor necunoscuţi ai componentelor. Volumul este consacrat unei expuneri sistematice, făcută pentru prima oară în literatura de specialitate a acestei probleme, ce are la bază importante aspecte practice. Conţinutul lui reflectă totodată în bună măsură un vast şir de lucrări originale în domeniu datorite autorului (9 titluri din 31, citate în bibliografie). Prezentarea exterioară, bibliografia la zi, indicele de materii şi de simboluri, măresc valoarea cărţii, utilă atît pentru cercetătorii experimentatori, cît şi pentru matematicieni (îndeosebi pentru conţinutul celor 11 teme din apendicele cărţii.

*

In mathematical statistics, physics, biology, etc., the following problem often occurs : after finishing certain experiments, one obtains a curve which is a section of the graph of a superposition of distribution (density) functions (called „components") of a given type ; then this curve alone should be used to determine the unknown parameters (having a physical, etc., meaning) of the components (such a determination is called „decomposition"). The book gives the first systematic treatment, by means of the theory of probability, of this problem of practical background ; it relies, to a great extent, on the investigations of the author (9 titles in the bibliography from 31 in all). In the examples it gives an (exact of approximate) method of decomposition for numerous types of superpositions.

It is written, first of all, for readers working in the field of experimental sciences ; thus details claiming more preliminary knowledge then the average have been put, in general, in Appendices : 1. On the existence of a formant of a distribution (density) function ; 2... ; 11. A method of solution of a special system of equations of higher order. The book (mainly in these details concerning the Appendices) may be of interest also for specialists in the theory of probability.

The printing is very good. Bibliography. Symbols and notations. Name index.

A. Triandaf

10. KORGANOFF A., *Méthodes de calcul numériques*. I. *Algébre non linéaire*. Dunod Éditeur, Paris, 1961, XXI + 365 pp. Avec la colaboration de L. Bosset, J.-L. Groboillot, J. Johnson.

Consultarea atentă a revistelor de bibliografie matematică şi mecanică cu caracter internaţional scoate vădit în evidenţă creşterea vertiginoasă a numărului de articole de specialitate consacrate calculului numeric. Noua disciplină matematică, care a schimbat radical concepţia asupra problemelor, aducînd soluţii preţioase la un vast şir de probleme socotite pînă mai ieri ca fiind inabordabile, capătă pe zi ce trece, în diferite ţări, începînd cu cea dintîi carte în domeniu apărută pentru prima oară în 1911 în elaborarea academicianului A. N. Krîlov, cristalizări de anvergură din ce în ce mai mare.

Prezentul volum redactat în colaborare, face parte dintr-o vastă serie de volume destinate calculului numeric. El este consacrat problemelor de algebră neliniară, insistîndu-se asupra teoriei erorilor şi a diverselor metode de rezolvare numerică a ecuaţiilor algebrice, transcendente şi polinomiale, precum şi de determinare a valorilor proprii. Se remarcă o bibliografie deosebit de bogată şi efectiv utilizată. Ajunge să se menţioneze, de pildă, folosirea unei metode puţin cunoscute, dar eficace, elaborată de talentatul şi prematur dispărutul matematician sovietic Gherşgorin.

*

L'avvento odierno delle machine elettroniche non solo ha radicalmente transformato la pritica del calcolo numerico, ma ne ha esteso il suo dominio nei campi vasti dei problemi giudicati sinora come inabordabili. Nell'intento di cristallizzare lo stato attuale di questo dominio d'importanza capitale per la teoria e practica dell'ingegnere, questo primo volume di tutt'una larga serie ne fa la sintesi dei risultati sin'ora acqui-

siti concernenti ciò che si può chiamara l'algebra non-lineare. Preceduto da un capitolo sulla teoria degli errori che non può mancare in nessun libro dedicato al calcolo numerico, quasto volume contiene i metodi di calcolo numerico spettanti alla risoluzione delle equazioni trascendenti, le equazioni polinomiali ed il calcolo degli autovalori. Completato da un capitolo di esempi numerici effettivi e abbastanza vari, da un'introduzione alle calcolatrici elettroniche e da una vasta bibliografia generale e piu spettante anche ad ogni capitolo in parte, il volume ne constituisce un notevole contributo all'introduzione di questa disciplina „calcolo numerico" in ogni istituto d'isegnamento superiore. Ci è caro di sottolineare, che tra una vasta mole di metodi d'investigazione vi è riprodotto un metodo dovuto al prematuramente scopmarso ingegnosissimo matematico G e r s c h g o r i n. *L. Constantinescu*

11. * * * *Orbit Theory. Procedings of Simposia in Applied Mathematics.* Volume **IX.** American Mathematical Society, Providence, R. I., 1959, V+195 pp.

Teoria orbitelor, ce se asociază de regulă cu elaborările corespunzătoare reflectate în operele clasice ale matematicienilor începînd din secolul al XVII-lea, a căpătat astăzi o adîncire cu totul impresionantă, exteriorizată în modul cel mai strălucit în practică prin lansarea, pentru prima oară în istoria omenirii, la 4 octombrie 1957, de pe teritoriul U.R.S.S., a primului satelit artificial al Pămîntului.

Prezentul volum, în care se citează la locul de cinste literatura de specialitate sovietică cristalizată într-un volum special din revista Успехи физических наук (**1 A**, 1957), tradus în limba engleză sub titlul *The Russian literature of satellites*, este consacrat lucrărilor unui simpozion asupra teoriei orbitelor, ţinut la Universitatea din New-York în aprilie 1957. În imposibilitatea de a ne opri aici asupra detaliilor fiecărui articol în parte, reproducem mai jos tematica lucrărilor prezentate, trimiţînd pentru adîncire la referatele de specialitate, în revistele de bibliografie mecanică şi astronomică cu caracter internaţion l Реф. Ж. Мех., Реф. Ж. Астрономия etc.

1. *Stabilitatea orbitală în acceleratori de particule* (E. D. C o u r a n t); 2. *Mişcarea particulelor cosmice în cîmpuri magnetice galactice* (S. O l b e r t, p. 10); *Orbitele lui Störmer* (W. H. B e n n e t t, p. 19); *Teoria generală a perturbaţiilor cauzate de turtirea Pămîntului* (P. H e f g e t, p. 29); *Problemele fundamentale legate de precizarea poziţiilor sateliţilor artificiali* (F. L. W h i p p l e, p. 36); *Orbitele cislunare* (K. A. E h r i c k e, p. 48); *Traiectoriile rachetelor purtătoare ale sateliţilor* (J. W. S i r y, p. 75); *Determinarea numerică a orbitelor exacte* (W. J. E c k e r t, p. 145); *Comentarii asupra teoriilor generale a orbitelor planetare* (D. B r o u w e r, p. 152); *Orbitele din cîmpul central al lui Birkhoff* (C. G r a e f - F e r n á n d e z, p. 167). Volumul se încheie cu un indice de materii deosebit de util.

*

Codesto volume, è consacrato alla riproduzione degli articoli esposti dai vari specialisti nel dominio della teoria delle orbite durante i lavori di un simposio tenutosi nel 1957 presso l'Università di Nuova York. Il Rif. riproduce qui sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti la serie di dieci articoli ivi inseriti, i quali, connettati alla serie degli articoli inseriti nell'apposito volume della rivista Успехи физических наук (**1 A**, 1957), apparso all'occasione del lancio il 4 Ottobre 1957 del primo satellite artificiali sovietico, tradotto poscià anche in inglese, danno una spinta possente ai studi ulteriori atti di far conquistare la spazio per il benessere dell'umanità. *N. Calinicenco*

12. LAWDEN D. F., *A Course in applied Mathematics.* Vol. **II**, Part. **III**: *Field Theory.* Part. **IV**: *Hydromechanics.* The English Universities Press Ltd., London, 1960, XIII+ +pp. 353—653.

Teoria cîmpului expusă în acest volum este subdivizată în: problema potenţialului, fiind urmată de teorema lui G a u s s, ecuaţia lui P o i s s o n, medii polarizate, variate fenomene interesînd curentul continuu şi electromagnetismul, iar hidromecanica nu conţine decît elemente de hidrostatică, studiul unidimensional al fluidelor perfecte şi o introducere în mişcarea generală a fluidelor. Tratarea subiectelor se face folosind aparatul matematic adecvat (analiza şi algebra vectorială, calculul diferenţial şi integral

clasic ş. a.), ansamblul problemelor expuse, mai ales în ceea ce priveşte hidrodinamica, este însă în bună parte învechit. De altfel, materialul conţinut în volum nu corespunde nicidecum programelor noastre din primii doi ani de învăţămînt superior tehnic sau universitar. Numeroase exerciţii şi probleme, dintre care unele sînt urmate şi de rezolvări corespunzătoare, pot fi de folos în aplicaţiile cursurilor de matematici speciale, electrotehnică, hidraulică. În fine, o omisiune: vectorul lui P o y n t i n g este în fond vectorul U m o v-Poynting.

★

Volume II of this work is devoted to the field theories of gravitation, electromagnetism and hydromechanics. The notation is modern and the techniques of vector analysis have been employed throughout. A knowledge of elementary vector algebra and calculus is assumed, but the more advanced ideas associated with the operators, „div", „grad" and „curl" have been developed *ab initio* as they are required. The fundamental laws of mechanics are carefully presented to be consistent with the special theory of relativity, and the difficulties associated with the definition of the electromagnetic field vectors in dielectrics and magnetic media are also given special consideration. Answers are provided for all the exercices. Rev. underlines the necessity to introduce in the next edition some novelties just introduced in various new books concerning this domains. It is one omission: instead of P o y n t i g's vector one consider usually U m o v-Poynting's vector. *C. Ciobanu*

13. ZURMÜHL R., *Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker*. Dritte verbesserte Auflage. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, XVI+548 S.

Ritmul rapid de creştere a metodelor de calcul numeric, generate de nevoile tehnicii moderne, a făcut şi face mereu să se intensifice apariţia de noi cărţi şi tratate destinate acestei ramuri a matematicilor de astăzi. Volumul recenzat, datorit cunoscutului specialist prof. dr. R. Z u r m ü h l, autor al unui volum consacrat teoriei matricilor, tradus şi în limba rusă, conţine cele mai de seamă capitole de teoria şi practica calculului numeric, ce constituie astăzi ramura matematicii indispensabilă oricărui inginer. Ref., subliniind mai jos unele caracteristici ale acestui volum de utilitate incontestabilă, menţionează ca un fapt pozitiv în comparaţie cu unele cărţi din acelaş domeniu apărute în ultima vreme în occident, folosirea pe scară largă a literaturii matematicii universale şi totodată moderne. Astfel, de exemplu, importantele metode de aproximaţie ale cunoscutului matematician şi mecanician rus P. L. C e b i ş e v se împletesc cu metodele matematicianului polonez T. B a n a c h i e w i c z, fără a neglija folosirea unor cristalizări reuşite anterioare, ca de pildă, cărţile lui Fr. A. W i l l e r s, J. K u n t z m a n n ş. a.

★

Das Buch, gedacht als Ergänzung und Fortführung der mathematischen Grundvorlesung, möchte den Studierenden zur Beschäftigung mit den für die zahlenmässige Behandlung von Ingenieuraufgaben alle Art grundlegend wichtigen numerischen Methoden der praktischen Mathematik anregen. In diese Methoden, ihre Theorie und ihre praktische Handhabung, führt das Buch in einer verständlichen Darstellung ein, wobei gleicher Wert auf klare Entwicklung der theoretischen Grundgedanken wie auf Einzelheiten der Zahlenrechnung gelegt wird.

Hauptgegenstände sind: Auflösung allgemeiner und algebraischer Gleichungen, Stabilitätskriterien, Behandlung linearer Gleichungssysteme und allgemeiner Matrizenaufgaben, insbesondere des Eigenwertproblems, Interpolation, numerische und graphische Integration, Verfahren der Statistik und Ausgleichsrechnung, harmonische Analyse, Ausgleichsparabeln und Annäherung willkürlicher Funktionen. Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichungen nebst deren Rand- und Eigenwertaufgaben. Für jeden Aufgabenkreis werden die wichtigsten und praktisch bewährten Methoden unter Berücksichtigung auch der modernen Entwicklung ausführlich dargestellt und an Zahlenbeispielen erläutert. Es sei beispielweise zu erwähnen: Tschebyscheffsche Approximation, Methode von T. B a n a c h i e w i c z und viele andere. Die äussere Gestaltung des Buches ist traditionnellerweise ausgezeichnet. *A. Oprea*

14. * * * *Очерки развития основных физических идей.* АН СССР, Инст. ист. естест. и техн., Изд. АН СССР, М., 1959, 589 стр.

Interesul general pentru cunoaşterea principiilor şi noţiunilor fundamentale din fizică, amplificat astăzi prin discuţiile profunde ce se poartă de către specialişti în cadrul concepţiilor de bază despre spaţiu, timp, cîmpuri şi particule elementare, a dat colectivului de autori ce lucrează la Institutul de istorie a ştiinţelor naturii şi a tehnicii al Academiei de ştiinţe al U. R. S. S., fericita ideie să grupeze într-o carte o seamă de articole menite a permite înţelegerea şi însuşirea unei vaste game de probleme de seamă ale fizicii, începînd cu analiza apariţiei şi dezvoltării ideilor infinităţii şi omogenităţii spaţiului, relativităţii mişcării, conservării energiei, ireversibilităţii fenomenelor macroscopice, caracterului de probabilitate şi de fluctuaţie al proceselor, realităţii cîmpului electromagnetic, caracterului discret al acţiunii în microprocese. În imposibilitatea de a ne opri aici în detaliu asupra conţinutului articolelor înserate în volum (V. P. Zubov, *Ideile fizice ale antichităţii; Ideile fizice ale evului mediu; Ideile fizice ale renaşterii,* B. G. Kuznețov, *Geneza explicării mecaniciste a fenomenelor fizice şi ideile fizicii carteziene; Principiile fundamentale ale fizicii lui Newton; Ideile fundamentale ale teoriei relativităţii restrînse; Ideile fundamentale ale mecanicii cuantice,* P. S. Kudreavţev, *Principalele direcţii de dezvoltare a ideilor în fizică în secolul al XVIII-lea; Legea conservării energiei; Evoluţia ideilor în termodinamică şi în fizica atomică; Dezvoltarea teoriei cîmpului electromagnetic,* I. S. Polak, *Originile fizicii cuantice,* D. D. Ivanenko, *Ideile fundamentale ale teoriei relativităţii generale, particule elementare),* menţionăm cu satisfacţie prezenţa contribuţiilor de seamă romîneşti: „Noţiunea de magneton Bohr a fost introdusă de fizicianul romîn Procopiu" (art. D. D. Ivanenko, p. 469), cu care prilej se citează lucrarea acad. Şt. Procopiu, *Sur les éléments d'énergie,* Ann. Sci. Univ. Jassy, 1912, **7**, pp. 280—290, şi „Astfel de ecuaţii generalizate (este vorba de generalizarea celebrelor ecuaţii ale lui Maxwel, D. M.) au fost obţinute la începutul celui de al patrulea deceniu de către L. de Broglie şi Al. Proca. Ecuaţiilor fizicianului romîn Al. Proca le sînt destinate paginile 482 şi 483 din articolul lui D. D. Ivanenko.

*

Le Réf. indique ci-dessus quelques détails concernant ce volume rédigé par quelques insignes spécialistes de l'Institut d'Historie des Sciences et de la Technique de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., consacré au développement des idées fondamentaux de la physique. On y fait la mention spéciale relative aux apports importants dus à deux illustres physiciens roumaints, à savoir celui de l'académicien Şt. Procopiu qui a introduit la notion de magnéton de Bohr dans son article *Sur les éléments d'énergie,* inséré dans les Annales Scientifiques de l'Université de Jassy, 1912, **7**, pp. 280—290, et d'A. Proca, qui a généralisé, avec M. L. de Broglie, les équations de Maxwell.

D. Mangeron

15. EISBERG R. M., *Fundamentals of Modern Physics.* John Wiley Co. Sons, Inc. N. Y.-London, 1961, XII+729 pp.

Acest volum, consacrat expunerii celor mai de seamă capitole de fizică modernă, foloseşte la bază o serie de cărţi şi tratate recente în domeniu, fără a reflecta însă în bibliografia utilizată cele mai noi cuceriri ale fizicii actuale, cristalizate în diferite reviste de specialitate. Acest fapt corespunde de altfel cu planul autorului care nu şi-a propus decît o redactare la un nivel intermediar între cel superior şi cel mediu.

Expunerea faptică a problemelor de teoria relativităţii şi de mecanică cuantică şi aplicarea nemijlocită a rezultatelor la variate probleme de spectre ale moleculelor poliatomice, verificate experimental, face din această carte un volum de studiu ce merită atenţie. Un vast indice, îngrijit întocmit, uşurează consultarea volumului cînd nu se are în vedere decît vre-o temă mai restrînsă.

*

This volume gives an integrated presentation of relativity theory, the old quantum theory, and quantum mechanics, and then uses these theories in a moch more mature discussion of atoms and nuclei than is usual in several modern physics texts.

The autor's book provides: a rapid but thourough treatment of the important developments leading up to Schroedinger quantum mechanics. A materialistic

approach is justified by a careful introduction to the basic theory of that subject, using an inductive rather than a postulatory presentation. The illustrations of the theory are given through a complete discussion of a large number of typical calculations. Finally, he uses the theory to give a detailed explanation of the properties of atoms and nuclei.

Professor Eisberg treats the various interactions present in multi-electron atoms, introducing these interactions one at a time in order of decreasing importance so that a completely explanation of the complex features of the structure and spectra of these atoms is given.

Following the author's analytical development of this are of physics approached on an intermediate level, the bibliography reflects quite exclusively various books and treatises. An extensive Index (pp. 707–729) is very useful. *E. Luca*

16. GOLDSMITH W., *Impact. The theory and physicalbehaviour of colliding solids.* Edward Arnold, Publishers Ltd., London, 1960, XV+379 pp.

Necesităţile tehnicii moderne au atras atenţia cercetătorilor în ultimele trei decade asupra problemei ciocnirilor corpurilor solide. Fundamentarea matematică a complexului fenomen al ciocnirii solidelor a rămas vreme foarte îndelungată în urma aplicaţiilor tehnice întrucît necesita un aparat de investigaţie deosebit de complex atît teoretic, cît şi acel de înregistrări de date experimentale. Autorul, bazat pe o bibliografie vastă şi recentă (442 titluri), în care ne este plăcut a sublinia prezenţa — spre deosebire de unele tratate din occident care nu folosesc din plin bine fundamentata literatură de specialitate sovietică —, în afară de numeroase citări de autori sovietici, şi a unor lucrări de autori romîni (Gr. C. Moisil, N. Cristescu), aduce o contribuţie de seamă prin elaborarea acestui volum consacrat problemei ciocnirilor corpurilor solide. Prima parte a volumului (cap. II...V: Ciocnire mecanică spaţială; Aspectul vibratoriu al ciocnirii: Fenomene de contact produse în ciocnirea corpurilor elastice; Procese dinamice ce includ deformaţii plastice) conţine analiza matematică a fenomenului de ciocnire, pe cînd partea a doua (cap. VI şi VII) este dedicată expunerii datelor experimentale recente relative la ciocniri precum şi la proprietăţile dinamice ale materialelor. Volumul poate servi drept izvor de referinţe pentru cercetători în domeniul mecanicii aplicate. Consultarea lui presupune cunoaşterea teoriei ecuaţiilor cu derivate parţiale, a calculului operaţional, precum şi a teoriei elasticităţii.

*

During the last three decades, scientists and engineers have exhibited an increasing interest in the solution of problems concerned with the impact of solid bodies. This book is intended to serve as a source of reference for workers in the field of applied mechanics interested in both: the mathematical analysis and the results of experiments designed to substantiate various theories of impact. It is worth to underline also one up to date bibliography (442 titles) and on valuable subject index.

N. Calinicenco

17. GÁBOS Z., *Termodinamica fenomenologică.* Seria *Bazele Fizicii moderne.* Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1959, 317 pag.

Volumul recenzat, al doilea dintr-o serie de patru volume intitulat *Bazele fizicii moderne* (redactor responsabil prof. dr. T. T. Vescan), este consacrat termodinamicii fenomenologice, adică studiului proprietăţilor de ansamblu a sistemelor formate dintr-un număr finit de corpuri materiale din punct de vedere al termodinamicii. Volumul, subdivizat în 14 capitole, are două parţi mari: 1. *Termostatica,* avînd ca obiect studiul stării de echilibru a sistemelor, precum şi a proceselor prin care trece sistemul de la o stare de echilibru la o altă stare de echilibru şi 2. *Termodinamica,* care studiază procese ce decurg cu viteze finite (variaţii de stare). Folosind aparatele moderne matematice de investigaţie ştiinţifică aflate în neîncetată perfecţionare şi adîncire [1]) şi reflectînd materialul bogat

[1]) De pildă, pentru elaborarea cu totul recentă a teoriei transportului molecular de energie şi materie (de A. V. Ivanov, A. V. Likov şi I. A. Mihailov, AN BSSR, 1959, Minsk), bazată pe termodinamica proceselor ireversabile, a fost nevoie, între altele, de calculul operaţional, cu totul nou, cu mai multe variabile, şi de teoria transformatelor integrale cu intervalul de integraţie finit.

consultat, reprodus în bibliografiile înserate la finele fiecărui capitol în parte, autorul reuşeşte să expună la un nivel adecvat planului iniţial al întregii lucrări, ansamblul problemelor şi rezultatelor obţinute prin aplicarea metodei fenomenologice în cadrul acestui mare capitol al termodinamicii. Aplicarea metodei statice din cadrul termodinamicii statistice, folosită simultan cu acea fenomenologică în studiul materiei, permite apoi să se atribuie un conţinut fizic mai adînc ecuaţiilor fenomenologice şi duce la dezvoltarea acestora. În imposibilitate de a se opri aici asupra detaliilor de conţinut deosebit de interesante al acestui volum (cap. I, II, Principiul întîi şi al doilea al termodinamicii; cap. III, IV, V, Aplicarea lor la corpuri termodinamice fără şi cu reacţie chimică sau la sisteme cu un singur component; cap. VI, Sistemele bifazice cu doi componenţi; cap. VII, Sisteme eterogene cu reacţie chimică; cap. VIII, Termodinamica suprafeţelor de separare; cap. IX, Principiul al treilea al termodinamicii; cap. X, Termodinamica relativistă; cap. XI, Fluctuaţii; cap. XII, Termodinamica proceselor ireversibile; cap. XIII, Cîteva probleme de termodinamică tehnică (termodinamica gazului în mişcare şi maşini termice; cap. XIV, Probleme speciale în legătură cu propagarea căldurii şi difuzia), ref. subliniază atenţia deosebită, menţionată şi în prefaţă, acordată iluminării neîncetate a problemelor cardinale ale termodinamicii prin ansamblul unitar al legilor generale din cadrul concepţiei noastre materialist-dialectice despre lume. Unele unificări de terminologie şi pe alocuri şi îmbunătăţiri de stil vor trebui să constituie o preocupare la o a doua ediţie. Menţionăm totodată, din cadrul unor detalii care măresc valoarea cărţii, atenţia acordată de autor rezolvării unor probleme legate de istoria ştiinţei şi în particular de istoria ştiinţei din patria noastră. Astfel, de pildă, la p. 45 se arată că metodele folosite de C. Carathéodory cu ocazia stabilirii teoremei sale publicată în 1909 şi care interesează introducerea funcţiei de entropie empirică au fost expuse, cu rezultate similare, de profesorul G. Farkas din Cluj (1895) si N. N. Schiller din Kiev (1897), propunîndu-se ca metoda utilizată în § 2, pp. 1—6, să fie numită metoda Farkas-Shiller-Carathéodory. De asemenea se vorbeşte pe larg de cercetările acad. Şt. Procopiu (p. 36 ş. a.).

*

Si danno qui sopra alcuni dettagli concernenti questo libro consacrato all'esposizione della termodinamica fenomenologica, che ne constituisce il secondo volume di una pregiata serie in quattro volumi, edita dall'Academia della Repubblica Popolare Romena intitolata *I Fondamenti de Fisica moderna*. *N. Calinicenco*

18. * * * *Jenaer Jahrbuch 1960. Wissenschaftiche Veröffentlichungen.* VEB Gustav Fischer Verlag, Jena, I. Teil. Herausgeber VEB Carl Zeiss, 1960, 319 S.

Acest volum, al zecelea din seria de volume editate de *VEB Carl Zeiss-Jena*, prezintă acelaşi interes ştiinţific şi tehnic pentru toţi acei care se ocupă cu optica geometrică, electronică sau fotonică, ca şi volumele precedente. Redactat la un nivel superior de un număr de colaboratori ai uzinei Zeiss, sub conducerea tehnico-ştiinţifică a prof. H. Schrade, laureat al premiului de stat al RDG, şi a prof. P. Görlich, director al Institutului de cercetări al uzinei Zeiss, profesor la Universitatea „Friedrich Schiller" din Berlin şi director al Institutului de optică şi spectroscopie al Academiei germane de ştiinţe din Berlin-Adlershof, volumul conţine o serie de lucrări de optică geometrică, dintre care cităm, în particular, articolele consacrate calculului sistemelor optice în coordonatele lui Speer, execuţiei unor noi obiective de proiecţie cinematografică, studiilor spectrelor ultraroşii de absorbţie pentru minereurile de bor cu un conţinut pronunţat de H_2O, precum şi variate cercetări de optică electronică, dintre care articolul consacrat cercetării scînteierii cristalelor bombardate de razele α, β şi γ interesează fără îndoială tehnica măsurătorilor din domeniul fizicii nucleare.

*

Ce volume, dixième de la série publiée par *VEB Carl Zeiss-Jena*, est consacré à un nombre de problèmes assez actuels relatifs à l'optique électronique et à l'optique géométrique. On indique ci-dessus en langue roumaine quelques détails concernant ce volume, dont les problèmes y inclus constituent, comme en étaient d'ailleurs ceux insérés dans les volumes précédents, des véritables mises au points en matière.

N. Irimiciuc

19. KAUZMAN W., *Quantum Chemistry An introduction*, Academic Press, N.Y, 1957.

Rezultatele lucrărilor de specialitate din ultimele trei decenii au condus, o dată cu elaborarea metodelor de legături de valenţă şi a metodelor orbitelor moleculare şi a variantelor lor, la considerarea teoretică a structurii diferitelor clase de compuşi chimici. Marile succese ale teoriei structurii moleculare în plină dezvoltare care au permis să se prevadă un şir de fenomene verificate apoi prin experienţă, au justificat din plin adîncirea ulterioară a teoriei, la care au contribuit în toate etapele, în mod esenţial, puternicele şcoli de savanţi sovietici conduse de B. I. Stepanov, M. A. Eliaşevici, M. V. Volkenştein ş. a.

Volumul, destinat acelora care vor să-şi completeze cunoştinţele în domeniul teoriei şi aplicaţiilor chimiei cuantice, conţine expunerea bazelor matematice şi a principiilor fundamentale de mecanică cuantică, urmată apoi de rezultatele aplicaţiei acesteia în domeniul chimiei. Se prezintă, în detaliu, folosindu-se puternice şi moderne aparate matematice şi mecanice de investigaţie ştiinţifică (însuşirea cărora redactorul traducerii în l. rusă [1]) acad. Ia. K. Sîrkin o consideră obligatorie pentru chimiştii de astăzi, probleme legate de structura atomului şi a moleculei, probleme legate de acţiunea luminii asupra substanţei (fenomene de absorbţie a luminii, radiaţie, dispersie refracţie etc.). Ref. subliniază în deosebi capitolele din partea a doua a cărţii ce conţin aplicaţiile ecuaţiei lui Schrödinger la un mare număr de probleme concrete (oscilator, trecerea prin bariere de potenţial, atomul de hidrogen etc.) precum şi problema momentelor unghiulare. Urmează apoi studiul problemei valenţelor dirijate, calculul moleculei de benzen ş. a. Autorul nu-şi pune ca scop expunerea materialului, extrem de vast în acest domeniu, în legătură cu calculul actual al moleculelor, ci tratează în detaliu un număr de molecule dintre cele mai simple, pregătind astfel temeinic cititorul pentru munca ştiinţifică creatoare şi pentru înţelegerea literaturii de specialitate. În ultima parte a cărţii se studiază variate procese nestaţionare ce se aplică apoi la studiul fenomenelor speciale, a activităţii optice etc. Volumul referat este mai bun decît celelalte cărţi consacrate expunerii problemelor de chimie cuantică. Volumul tradus nu conţine prefaţa autorului ce nu are legătură directă cu conţinutul cărţii, iar unele interpretări dintr-însa sînt în contradicţie cu concepţia noastră materialist-dialectică despre lume.

*

On expose ci-dessus, tout en utilisant la préface du rédacteur de la traduction russe, l'acad. Ya. K. Syrkin, les mérites de ce livre consacré à l'exposition d'une série de problèmes de la chimie quantique. *Şt. Ruscior*

20. WILSON E. B. Jr., DECIUS J. C., CROSS P. C., *Molecular Vibrations. The Theory of Infrared and Raman Vibrational Spectra*. Mc. Graw-Hill Publishing Company, N. Y. — London—Toronto.

Volumul este, după cum se exprimă prof. V. M. Tataevski în prefaţa la traducerea în limba rusă [2]), o foarte preţioasă monografie consacrată expunerii sistematice a teoriei spectrelor de oscilaţie a moleculelor. Meritul deosebit al cărţii constă în prezentarea sistematică şi totodată riguroasă, făcîndu-se apel la metode speciale matematice de investigaţie ştiinţifică, a metodelor de interpretare a spectrelor de oscilaţie a moleculelor poliatomice. Constituind, prin conţinutul său, un fundament solid al unei vaste serii de lucrări atît teoretice cît şi practice în acest domeniu de seamă al chimiei şi fizicii moderne şi încadrîndu-se în şirul de lucrări însemnate elaborate în ultimii ani atît în U.R.S.S., cît şi în alte ţări, volumul expune problema relativă la spectrele moleculelor atît din punctul de vedere al mecanicii clasice a vibraţiilor (problema micilor oscilaţii a sistemelor de mase punctuale), cît şi din punctul de vedere al mecanicii ondulatorii. Subliniind legătura ce există între oscilaţiile moleculelor şi proprietăţile de simetrie, aici se expun diverse metode ce permit a se ţine seama de altfel de proprietăţi de simetrie, indicîndu-se posibilităţile de folosire a teoriei grupurilor. În rezumat, studierea atentă a problemelor expuse riguros, clar şi simplu, în acest volum, contribuind la dezvoltarea ulterioară a spectroscopiei moleculare şi a chimiei şi fizicii

[1]) Козман У., *Введение в квантовую химию*, ИЛ, М., 1960, 560 стр.

[2]) Вилсон Е., Дешюс Дж., Кросс П., *Теория колебательных спектров молекул*, ИЛ, М., 1960, 357 стр.

în ansamblu, reclamă pentru facultăţile de chimie şi chimie industrială, cunoaşterea unui aparat de investigaţie din domeniile matematicii şi mecanicii teoretice mai vast sau cel puţin tot atît de vast ca şi acel ce se cere astăzi la facultăţile de specialitate electrotechnică şi electronică.

*

Ce volume est, selon les paroles de M. le prof. V. M. Tataévski, rédacteur de la traduction en langue ruse, une véritable mise au point concernant l'exposition systématique de la théorie des spectres d'oscillation des molécules. Le mérite essentiel de ce livre consiste dans une présentation rigoureuse, claire et assez simple des méthodes d'interprétation des spectres d'oscillation des molécules polyatomiques, tout en faisant appel à l'appareil moderne et puissant mathématique d'investigation scientifique dont le diapason varie entre l'ensemble des théorème utilisés dans la mécanique classique des vibration, la mécanique ondulatoire et quantique et les méthodes d'utilisation des machines mathématiques de calcul. *I. Matei*

21. ORR CL. jr., DALLA VALLE J. M., *Fine particle measurement.* N. Y., Macmillan Company, 1959, XVI+345 pp.

Lucrarea reprezintă prima monografie publicată pînă acum asupra măsurării dimensiunii particulelor fine, a suprafeţei lor şi a volumului porilor. Extinderea crescîndă a utilizării pulberilor în diverse tehnologii precum şi importanţa lor în cercetările meteorologice, în studiul solurilor etc., fac ca apariţia acestei cărţi să fie deosebit de utilă. În ce priveşte metodele de măsurare a dimensiunii particulelor fine, autorii expun metodele microscopice, cele prin cernere, metodele prin sedimentare, metodele inerţiale şi cele de dispersie a luminii. Pentru măsurarea suprafeţei particulelor se expun metodele permeametrice, prin absorbţie de gaze, sorbţie în faza lichidă şi altele. Un spaţiu mai restrîns este acordat măsurării dimensiunii porilor dar sînt tratate toate metodele importante.

Bibliografia, fără a fi completă, menţionează aproape 400 de lucrări şi urmăreşte literatura pînă în anul 1958.

În prezentarea celor peste 70 de metode luate în considerare de autori, se dau bazele teoretice ale metodelor, se indică domeniul de aplicaţie şi în unele cazuri schema aparaturii şi tehnica de lucru. Din acest ultim punct de vedere lucrarea este în general prea succintă, cititorul fiind obligat în majoritatea cazurilor să apeleze la lucrările originale.

În concluzie, lucrarea este deosebit de interesantă, excelentă sub raport informativ şi critic, dar mai restrînsă decît ar fi de dorit în privinţa tehnicii de lucru.

*

Ci troviamo di fronte alla prima monografia sinora pubblicata concernente la misurazione delle particole fine, della loro superficie e del volume dei pori. La pregevole utilità del volume ne risulta dall'estensione vieppiù crescente nelle varie tecnologie dell'utilizzazione delle polveri e dell'importanza di esse negli studi di meteorologia ed in quelli del suolo ecc. Il rif. indica qui sopra in lingue romena alcuni dettagli che la concernano. *I. Curievici*

22. KAMMERMEYER K., OSBURN J. O., *Process Calculations.* Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., IX + 188 pp.

Lucrarea reprezintă o introducere în calculul chimico-inginerese. Ea dă noţiunile elementare, indică metodica de calcul şi prezintă apoi exemple rezolvate şi probleme în legătură cu întocmirea bilanţului de materiale, calculul stoechiometric şi efectul termic al reacţiilor. Interesantă şi uneori originală este tratarea bilanţurilor de materiale ; fără a face o generalizare prea avansată, se indică tipurile de bilanţuri şi se dau exemple instructive de calcul al bilanţurilor de materiale în procesele discontinui, continui şi în procesele ciclice. Bine studiată şi clar expusă este tehnica alcătuirii schemei de lucru şi a graficelor ajutătoare pentru calculele tehnico-chimice.

Cartea prezintă un deosebit interes din punct de vedere didactic; ea arată că se pot introduce noţiuni şi tehnici moderne de calcul în învăţămîntul pregătitor pentru ingineria chimică, clarificîndu-se astfel preliminar multe probleme dificile. Atît elevii şcolilor medii tehnice de chimie cît şi studenţii începători pot rezolva, pe baza expunerii şi exemplelor date, probleme mai complexe, şi pot ataca de pe un teren bine consolidat domeniile avansate ale studiului ingineriei chimice.

*

Il libro ne costituisce un'introduzione al calcolo d'ingegneria chimica. In esso si trovano esposti le nozioni elementari e la metodica di calcolo, seguiti poscià da esempi risoluti e problemi conducenti all'eseguirsi del bilancio dei materiali, al calcolo stoechimetrico ed all'effetto termico delle reazioni. Questo libro, all'infuori del fatto di essere din un notevole interesse didattico, ne de la prova della possibilità ed anzi della necessità d'introduzioni nell'insegnamento preparatorio all'ingegneria chimica di nozioni e tecniche moderne di calcolo specifico, atti di chiarire già in questo periodo molti problemi difficili. *I. Curievici*

23. СВЕЧНИКОВ С. В., *Основы технической электроники*, часть **I**, *Энергетическая электроника*, Гостехиздат, УССР, Киев, 1959.

Folosirea mijloacelor oferite de electronica tehnică în reglajul automat al proceselor de producţie constituie una din trăsăturile cele mai caracteristice ale progresului tehnic modern. Electronica tehnică rezolvă problemele impuse de folosirea practică a aparaturii electronice, ionice şi a semiconductoarelor în vederea măsurării şi reglajului automat, a convertirii curentului electric, al blocării, protecţiei, semnalizării etc. Ea tratează dispozitivele electronice ca pe nişte circuite electrice speciale, prezentînd o serie de proprietăţi specifice: conductibilitate unilaterală, lipsă de inerţie şi elasticitate a caracteristicilor lămpilor etc. Aceste proprietăţi sînt folosite în redresoare, invertere, amplificatoare, oscilatoare etc., care constituie elementele structurale ale unor sisteme electronice mai complexe.

Cartea de faţă ţine seama de faptul că în ciuda diversităţii schemelor particulare folosite în vederea rezolvării unei probleme date, aceste elemente structurale îşi păstrează caracterele lor tipice, ceea ce uşurează stabilirea metodelor de calcul.

Materialul părţii întîia este împărţit în cinci secţii: 1. Convertirea curentului alternativ (c.a.) în curent continuu (c.c.), 2. Redresoare comandate; 3. Convertirea c. c. în c. a.; 4. Filtrele în circuitele de alimentare; 5. Stabilizatoarele electronice de tensiune şi de curent.

Cartea este dedicată inginerilor din sectorul electronicii energetice, dar poate fi folosită şi de studenţi.

*

L'utilisation des moyens offerts par l'électronique technique, en ce qui concerne le réglage automatique des processus de production, constitue un des traits caractéristiques de la technique moderne. Dans le livre on constate qu'en dépit de la diversité des schémas particuliers utilisés pour accomplir une certaine fonction, différents éléments structuraux gardent leur caractère typique, ce qui facilite l'établissement des méthodes de calcul. Le contenu de la I-ère partie est divisé en cinq sections: 1. Conversion du courant alternatif (c. a.) en courant continu (c. c.); 2. Redresseurs commandés; 3. Conversion du c. c. en c.a.; 4. Filtres; 5. Stabilisateurs de tension et de courant.

Adressé aux ingénieurs du secteur de l'électronique énergétique le livre peut-être utilisé aussi par les étudiants. *Gh. Şerban*

24. БАМДАС А. М., СОМОВ В. А., ШМИДТ А. О., *Трансформаторы и стабилизаторы, регулируемые подмагничиванием шунтов*, ГЭИ, М-Л., 1959.

În problemele de automatizare, în alimentarea unor aparate de măsură, precum şi în numeroase alte împrejurări în care este neapărat necesară o tensiune constantă, sau o tensiune care să poată fi variată după dorinţă fără ca schema să conţină piese în mişcare, transformatoarele şi stabilizatoarele de tensiune, cu reglaj prin premagnetizarea şunturilor magnetice, oferă largi posibilităţi.

Monografia pe care autorii au alcătuit-o referitor la acest subiect, bazată pe consultarea literaturii existente şi pe activitatea lor de cercetare, cuprinde: descrierea, teoria, metodica de calcul însoţită de exemple, parametrii prototipurilor construite, precum şi schemele de comandă automată a transformatoarelor şi autotransformatoarelor stabilizate.

Cartea interesează pe inginerii electricieni din industrie şi mai ales pe cei din institutele de cercetări sau proiectări.

*

De nombreuses problèmes d'automatisation, l'alimentation de quelques appareils de mesure et aussi d'autres circonstances dans lesquelles on ressent l'utilité d'une tension constante ou variable à notre gré, sans introduire des pièces mobiles dans le schéma, les transformateurs et les stabilisateurs de tension reglables par la prémagnétis tion des shunts magnétiques offrent des vastes possibilités.

Cette monographie est basée sur la littérature existente et sur les recherches scientifiques des auteurs et contient: la description, la théorie, la méthode de calcul, les paramètres des appareils déjà construits et aussi les schémas de comande automatique des transformateurs et autotransformateurs stabilisés. Le livre intéresse les ingénieurs électriciens de l'industrie et spécialement ceux qui travaillent dans les instituts de recherches.

Gh. Şerban

25. BOŢAN N., CONSTANTINESCU E., POEATĂ A., *Reţele electrice. Calculul electric.* Ed. Tehn., Buc., 1961, 340 pp.

Ritmul impetuos de dezvoltare a electrificării în R.P.R. a determinat extinderea considerabilă a reţelelor electrice. O dată cu realizarea planului de electrificare au fost construite reţele de interconexiune care leagă marile centrale electrice între ele şi cu centrele de consum, ducînd la crearea sistemelor electroenergetice regionale şi la interconectarea lor în sistemul energetic naţional. Ritmul impetuos de dezvoltare a adus la necesitatea rezolvării a numeroase probleme tehnico-ştiinţifice şi la formarea de cadre corespunzătoare care să le rezolve. În literatura din R.P.R. în domeniul reţelelor electrice exista o mare lacună, care prin acest manual este pe deplin împlinită.

Manualul este conceput în aşa fel încît să poată fi folosit atît de inginerii şi tehnicienii care lucrează în problemele de proiectare şi exploatare a reţelelor electrice precum şi de studenţii institutelor de învăţămînt superior care se specializează în acest domeniu.

Lucrarea tratează în cele opt capitole, problemele principale ale calculului electric al reţelelor electrice. Problemele de calcul mecanic urmează să fie tratate de un alt colectiv, într-un volum special.

Primul capitol tratează parametrii electrici ai liniilor şi transformatoarelor. Cap. 2 cuprinde calculul liniilor de joasă şi înaltă tensiune de diferite configuraţii, în funcţie de căderile de tensiune. Cap. 3 subliniază importanţa reglării tensiunii în sistemele electrice, expune mijloacele de reglare a tensiunii în funcţie de conformaţia sistemului, insistîndu-se în mod deosebit asupra sistemelor de reglare prin modificarea circulaţiei puterii reactive. Cap. 4 tratează problemele referitoare la transportul energiei electrice la distanţe foarte mari, analizîndu-se în mod special regimurile de funcţionare ale liniilor. Calculul termic şi economic este tratat în cap. 5 şi 6. În cap. 7 sînt tratate sistemele speciale de transport şi distribuţie a energiei electrice, sisteme mult discutate în special în cazul electrificărilor rurale şi deci actuale pentru necesităţile din R. P. R. În sfîrşit ultimul capitol cuprinde principii de proiectare a reţelelor electrice, indicîndu-se metodele privind alegerea tensiunii, stabilirea sarcinilor de calcul precum şi alegerea schemelor de conexiune ale reţelelor.

Lucrarea se caracterizează printr-o expunere clară a problemelor. Tratarea se face întîi după metode exacte, iar apoi se expun şi metodele aproximative, acceptabile din punct de vedere practic. Teoria expusă în fiecare capitol este concretizată printr-un număr mare de exemple de calcul. De asemenea sînt binevenite tabelele şi nomogramele, care permit folosirea directă a manualului la proiectare.

Cu toate că subtitlul manualului nu permite, se putea introduce un capitol introductiv în care să se facă, fie şi numai sumar, descrierea instalaţiilor de transport de energie electrică.

De asemenea ar fi prezentat interes, din punct de vedere al unității problemei, cîteva considerațiuni în legătură cu transportul energiei electrice în curent continuu.

Lucrarea privită în ansamblu are un nivel înalt și satisface exigențele necesare unei proiectări judicioase a rețelelor electrice.

*

Le réf. expose ci-dessus quelques détails concernant le livre *Réseaux électriques. Calcul électrique*, par N. Boțan, E. Constantinescu et A. Poeată, Ed. Tehn., Buc., 1961. *V. Corlățeanu*

26. BUDDEN K. G., *Radio Waves in the Ionosphere. The mathematical Theory of the Reflection of Radio Waves from stratified ionised Layers.* The University Press, Cambridge, 1961, XXIV+542 pp.

Volumul este consacrat expunerii la nivelul cunoștințelor matematice actuale a teoriei matematice de propagare a undelor de radio în ionosferă precum și reflexiei acestora de la păturile stratificate ionizate. Dat fiind stadiul de elaborare a acestei teorii matematice, volumul conține ansamblul de probleme relative la stratificarea orizontală a ionosferei. Autorul nu și-a propus să abordeze aici prelucrarea datelor obținute recent, în deosebi datorită noilor rezultate obținute prin măsurători transmise sau culese în cursul AGI relative la propagarea și reflexia undelor de radio prin structuri cilindrice. Sînt excluse de asemenea din volum probleme legate de mecanica statistică a mediilor ionizate și de interacțiunile dintre unde, acestea depinzînd de temperatura electronului. Baza matematică a teoriilor expuse se clădește pe vasta serie de lucrări datorite lui E. Appleton precum și pe numeroasele calcule executate de D. R. Hartree ș.a. la laboratorul de matematică de la Cambridge. În imposibilitatea de a intra aici în detalii relative la conținutul acestui volum, a cărui cunoaștere permite inginerilor radiotehnicieni să rezolve o vastă gamă de probleme practice, reproducem mai jos unele indicații relative la conținutul său: 1. Introducere; 2. Ecuații de bază; 3. Relații constitutive (interdependențe între deplasarea electrică D, polarizarea electrică P și intensitatea cîmpului electric E); 4. Propagarea într-un mediu izotrop omogen; 5. Propagarea într-un mediu anizotrop omogen. Teoria magnetoionică; 6. Proprietățile formulei lui Appleton-Hartree; 7. Definiția coeficienților de reflecție și transmisie; 8. Reflexia în cazul frontierei excitate; 9. Medii de variație înceată. Soluții de bună aproximație a ecuațiilor lui Maxwell sau așa-numitele soluții W. K. B.; 10 și 11. Teoria radiației pentru incidență verticală sau oblică în cazul neglijării cîmpului magnetic terestru; 12 și 13. Teoria radiației pentru incidență verticală sau oblică în care se include și cîmpul magnetic terestru; 14. Problema generală de trasare a traiectoriilor radiațiilor; 15. Funcția integrală a lui Airy și fenomenul lui Stokes; 16. Gradient liniar de densitate electronică; 17. Profile variate de densitate electronică în cazul neglijării cîmpului magnetic terestru; 18. Medii anizotrope. Ecuații de undă cuplate și W. K. B. soluții; 19. Aplicații ale ecuațiilor de undă cuplate; 20. Metoda integrală de fază; 21. Soluție de undă completă în cazul includerii cîmpului magnetic terestru; 22. Metode numerice de determinare a coeficienților de reflexie; 23. Problema reciprocității. Un apendice, o bogată bibliografie (293 titluri) și un indice de nume și de materii ușurează folosirea volumului, de utilitate deosebită atît pentru inginerii practicieni cît și pentru cercetătorii în domeniul radiocomunicațiilor.

*

This nice printed and very useful book both for practising engineers and for research workers in the field of radio communication gives the full mathematical theory of the propagation of radio waves in the ionosphere and their reflection from it. Rev. underlines oven in Roumanian language some valuable characteristics of this important work and express his wishes to see some new topics mentionated in the Author's preface included in next edition of this book. *Gh. Vasiliu*

27. FROMY E., *Mesures en radiotechnique.* 3-ème éd., Dunod, Paris, 1958, 784 pp.

Acest volum reprezintă conținutul cursului profesat de autor la Școala superioară de electricitate din Paris. Autorul își propune și reușește să pună la îndemîna cititorului un manual care să-l ajute să devină un bun experimentator în domeniul măsură-

rilor în radiotehnică. Ref. dă mai jos unele detalii în privinţa conţinutului acestei opere, a cărei utilitate se vădeşte prin apariţia la intervale relativ mici a trei ediţii ale cărţii.

*

L'ouvrage, qui constitue le Cours de Mesures de la Section de Radioélectricité de l'École Supérieure d'Électricité de Paris, est divisé en 11 chapitres. Le premier s'occupe des organes constitutifs des circuits, sources de courant, appareils de mesure, etc. Dans le second on expose la théorie des ponts de mesure et celle du circuit oscillant. Le troisième chapitre est consacré aux mesures en basse fréquence tandis que les deux suivants s'occupent de la mesures des caractéristiques des tubes à vide et des mesures des impédances en haute fréquence. Le sixième chapitre contient l'exposition des méthodes de mesure des constantes d'un diélectrique, mesures des lignes de transmission, mesures des antennes etc. Les cinq derniers chapitres contiennent respectivement diverses méthodes usuelles de mesure des fréquences radioélectriques, méthodes principales de mesure en très haute fréquence, mesures sur les émetteurs, mesures des champs électromagnétiques et mesures sur les récepteurs. L'ouvrages s'adresse tout d'abordaux étudiants destinés à devenir des expérimentateurs. Il peut-être utilisé aussi par des techniciens avertis possedant à fond les connaissances relatives aux mesures en courant continu et alternatif de fréquence industrielle. Grâce à l'exposition d'un nombre de développements théoriques de base (v., p. ex., les chapitres II et V) l'ouvrage peut intéresser aussi tout ingénieur ou physicien qui doit faire appel dans son travail à des procédés de mesures radioélectriques. *Al. Papp*

28. REICHARDT W., *Grundlagen der Elektroakustik*. 3. Neubearbeitete Auflage. Akademische Verlagsgesellschaft Geest u. Portig, K.—G., Leipzig, 1960, VII+651 S.

Volumul conţine expunerea problemelor legate de vastul domeniu modern al electroacusticii, constituind un manual introdus în diferite institute de învăţământ universitar şi tehnic superior din Republica Democrată Germană. Aranjarea materialului face o bună punte de legătură între domeniile acusticii şi electrotehnicii, urmărindu-se oridecîte ori este posibil folosirea analogiilor electromecanice. Apariţia într-un interval de timp deosebit de scurt a acestei a 3-a ediţii, probează de la sine valoarea deosebită ştiinţifică şi pedagogică a cărţii. După o trecere în revistă a notaţiilor, simbolurilor matematice, a sistemelor de măsură urmată de o expunere a problemelor de electroacustică, volumul este consacrat următoarelor părţi principale: Fundamentele fizice ale problemei sunetului (liniare şi neliniare); Percepţia sunetului de către om; Transformatoare de sunete; Microfoane; Tehnica propagării sunetelor; Transmisia electrică a sunetului şi Înregistrarea sunetului. Inegale ca mărime — ce rezultă în mod natural din însăşi titlurile de mai sus — folosind la locurile cuvenite numeroase diagrame, figuri, tabele foarte bine executate şi bazîndu-se pe un aparat de investigaţie matematic adecvat, capitolele cărţii, bazate pe o bibliografie bogată şi la zi (952 titluri), cărora li se adaugă un foarte îngrijit indice de materii, constituie un tot armonios, de înaltă ţinută ştiinţifică. Ref. recomandă traducerea cărţii şi în limba romînă.

*

Ce volume est la troisième édition du cours des *Fondements de l'électroacoustique*, professé par le physicien distingué allemand prof. dr. ing. W. Reichardt à l'École Polytechnique de Dresde et recommandé comme manuel pour les universités et les écoles supérieures d'enseignement technique dans la République Démocrate Allemande. Le réf. indique ci-dessus en langue roumaine quelques détails concernant cet excellent volume dont la traduction dans d'autres langues ne se fera pas attendre trop. *C. Onu*

29. KRAUTKRÄMER J., KRAUTKRÄMER H., *Werkstoffprüfung mit Ultraschall*. Unter Bearbeitung v. W. Grabendörfer u. L. Niklas. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, XII + 601 S.

Marele diapazon al aplicaţiilor de astăzi ale ultrasunetelor, cristalizat, de exemplu, în monumentalul volum, tradus în limba rusă, prevăzut cu 5 225 indicaţii bibliografice, al lui L. Bergmann, *Ultrasunete*, (И. Л., М., 1956), a făcut necesară apariţia unor

cărți și manuale tematice separate În acest șir se situează cartea autorilor, consacrată în mod exclusiv aplicațiilor ultrasunetelor în încercări de materiale. Ref., subliniind în mod deosebit vasta gamă a aplicațiilor ultrasunetelor la studiul comportării și al structurii pieselor prelucrate, aranjat după destinație și formă și apoi și după materialele din care sînt confecționate (pp. 238—438), indică mai jos unele detalii relative la acest volum, elaborat cu competență, pe baza literaturii de specialitate la zi.

*

Der Versuch, ein Lehrbuch ausschliesslich über die Anwendung des Ultraschalls zur Werkstoffprüfung zu schreiben, rechtfertigt sich daraus, dass dieses Gebiet in den vorliegenden Lehr- und Handbüchern, welche entweder das Gesamtgebiet des Ultraschalls (S. L. Bergmann, *Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik*, 6. völlig überarbeitete und erweiterte Auflage, in das Russische übersetzt, И. Л., M., 1956) oder das der zerstörungsfreien Werkstoffprüfung umfassen, notgedrungen zu kurz kommt.

Das Buch behandelt zuerst leicht fasslich ohne mathematischen Aufwand die Grundlagen der Ultraschall-Akustik, soweit sie für die verschiedenen Werkstoff-Prüfverfahren in Betracht kommen. Dazu gehört die Ausbreitung von Ultraschallwellen und ihr Verhalten an Grenzflächen vor allem im festen Körper, ferner ihre Erzeugung und ihr Nachweis. Besonderer Wert wurde auf die Unterscheidung von geometrisch-optischer und wellenphysikalischer Betrachtungsweise gelegt (geometrische Ultraschalloptik, S. 44—100).

Bei der anschliessenden Beschreibung der Verschiedenen Verfahren des Rezonanz-, Intensitäts- und Intensitäts-Laufzeit-Verfahrens werde auch verschiedene heutzutage befindlichen Geräte beschreiben. Der Schwerpunkt liegt, wie auch bei der Behandlung praktischer Prüfaufgaben, auf dem Impulsechoverfahren, entsprechend seiner überwiegenden Verbreitung.

Im letzten, praktischen Teil werden nach eingehender Besprechung der Prüftechnik, ihrer Schwierigkeiten und Tricks, konkrete Aufgaben behandelt, geordnet nach Art unf Form technischen Werkstücke und nach ihrem Werkstoff (S. 238—438). Auch medizinische Ultraschalldiagnostik und wissenschaftliche Anwendung von Ultraschall-Impulsen im festen Körper werden kurz gestreift (Gehirn, Augen, Herz, andere Körperteile, S. 439—445). Tabellen, Diagramme, Schrifttum, Sachverzeichnis vervollständigen dieses tadellos ausgestaltetes Werk. *Gh. Vasiliu*

30. KUMMEL F., *Regel-Transduktoren. Theorie und Anwendungen in der Regelungstechnik*. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, XII+455 S.

Progresele actuale ale tehnicii reglării automate se reflectă din ce în ce mai mult în dezvoltarea ulterioară a elementelor constructive ca regulatoare, amplificatoare sau fixatoare. Cartea este destinată teoriei și practicii traductorilor. Constînd în esență din termeni neliniari, tratarea matematică a traductorilor rezultă dificilă și necesită cunoașterea adîncă a literaturii de specialit te și urmărirea neîncetată a progreselor ce se realizează între timp în domeniul tratării schemelor teoretice corespunzătoare. Aceasta întrucît nu se cunoaște pînă acum vre-o teorie generală a problemelor neliniare. Autorul, căutînd să conserve pentru acest volum caracterul unui manual de studiu, renunță judicios la unele aspecte care joacă un rol în problemele cantitative însă nu împietează esențial asupra comportării calitative a fenomenelor studiate. Ref. expune mai jos unele particularități ale problemelor tratate. Bibliografia la zi, concentrată sistematic la finele volumului, reflectă folosirea materialelor presărate în numeroase reviste de specialitate dintre care multe reviste de seamă sovietice (Электричество, Автоматика и телемеханика).

*

Die Transduktoren erforden mehr als alle anderen Verstärkerarten eine eingehende Kenntnis ihrer Wirkungsweise. Ihre günstigen statischen und dynamischen Betriebseigenschaften sind abhängig von der Wahl der geeigneten, für den Anwendungsfall passenden Schaltung und von der richtigen Bemessung.

Der Transduktor besteht im wesentlichen aus nichtlinearen Gliedern. Deshalb ist seine mathematische Behandlung schwierig und unergiebig. Sie bleibt deshalb in diesem Buch auf die Fälle beschränkt, bei denen, trotz weitgehender Idealisierung, wichtige qualitative Aussagen gemacht werden können. Die physikalische Wirkungs-

weise steht dafür im Vordergrund der Betrachtungen. Sie wird für die wichtigsten Schaltungen möglichst lückenlos erklärt. Auch der Einfluss abweichenden Belastung auf die statischen und dynamischen Betriebseigenschaften finden ihre Berücksichtigung.

Nach einer kurzen Einführung in die Magnetik werden zunächst die wichtigsten Bauelemente: Drosselnund Gleichrichter, behandelt. Daran schliesst sich die Betrachtung der wichtigsten ein- und dreiphasigen strom- und spannungssteuernden Transduktoren an. Neben den Fragen der Arbeitskennlinie und der Zeitkonstante werden die Einflüsse einer induktiven Belastung und einer Belastung mit Gegenspannung besprochen.

Die Anwendung der Transduktoren wird ausführlich dargestellt. Im Hinblick auf den Einsatz in Regelan'agen wird unter anderem gezeigt, wie der Transduktor durch Beschaltung mit Rückführung ein einstellbares Zeitverhalten erhält und welches Gesichtspunkte bei der Bemessung als Leistungsverstärker massgeblich sind. Besonder wird auf die bei der Ankerspeisung von Gleichstrommotoren auftretenden Probleme eingegangen (S. 349 — 378). Es wird gezeigt, dass sich mit Transduktoren schnelle Regelkreise aufbauen lassen, die den an moderne Regelanlagen zu schnellenden Anforderungen entsprechen.

Das Schrifttum ist abschnittweise am Ende des Buches zusammengefasst. Im Hinblick auf den Lehrbuchcharakter sind im Text nur die Arbeiten zitiert, die Sonderfragen betreffen, deren Erklärung kurz gehalten werden müsse. Sachverzeichnis (S. 450—455). Die äussere Gestaltung des Buches ist tadellos. *C. Onu*

31. *** *Beiträge zur Technik elektronischer Analogrechner.* Herausgeber J. Wosnik. Bd. **17** der Beihefte der Nachrichtentechnische Fachberichte. Verlag F. Vieveg u. Sohn, Braunschweig, 1960, 47 S. + 17 A S.

Volumul, constituind o continuare a seriei de anexe la revista Nachrichtentechnische Fachberichte, este consacrat următoarelor două probleme: 1. D e h n W., *Proiectarea şi construcţia unui calculator analogic repetitor* şi 2. H a u g A., *Generatoare şi memorizatoare de funcţii de forma* $y = f(x)$ *şi* $z = f(x, y)$. În prima, după o trecere în revistă a dispozitivelor de calcul dintr-un calculator electronic, se stabilesc relaţiile ce interced între erorile de calcul statice şi dinamice şi proprietăţile sistemelor de control. Se descriu circuitele pentru dispozitivele de calcul ale unui calculator analogic repetitor (25 Hz), proiectat şi construit ţinîndu-se seama în mod special de precizia de calcul dinamică. Articolul se încheie cu unele exemple de calcul făcîndu-se evaluări de erori comise. Cea de-a doua problemă, pornind de la faptul că sîntem deseori nevoiţi să reprezentăm prin analogii electrice relaţii conţinînd una sau mai multe variabile, în cadrul rezolvării schemelor matematice cu ajutorul calculatorilor analogici electrici, indică metode pentru reprezentarea funcţiilor $y = f(x)$ şi $z = f(x, y)$. În ceea ce priveşte această din urmă reprezentare se dau cîteva metode pentru $z = x.y$ şi $z = x/y$, discutîndu-se apoi cu mai multe detalii, literatura de specialitate, ce nu este extinsă, relativă la unele reprezentări mai generale.

*

The volume is devoted to the following two problems. 1. D e h n W., *Design of a repetitive analogue computer* and 2. H a u g A., *Generators and storage devices for functions of the forms* $y = f(x)$ *and* $z = f(x, y)$. In the first, the relation between the static and dynamic errors on the one side and the feedback properties characterized by the gain and the stability against oscillation on the other side are treated in a general discussion on the computing elements of an electronicanalogue computer. Circuits are given for the computing elements of an analogue computer with a repetition rate 25 c/s, which has been designed and built with a particular view to dynamic accuracy in computing. The performance of the computer as far as errors are concerned is demonstrated with the aid of some examples of calculations. In the second, methods for representation the functions $y = f(x)$ and $z = f(x, y)$ are described and discussed.

Gh. Vasiliu

32. DITL A., *Richtfunkverbindungen*. Bücherei der Hochfrequenztechnik, Bd. 9. Akademische Verlagsgesellschaft, Geest u. Portig, K.-G., Leipzig, 1960, IX+218 S.

Perfecţionarea neîncetată a comunicaţiilor radiodirijate, bazată pe introducerea în practică a seriilor mereu noi de aparate de radiodirijare, este reflectată în acest volum la nivelul corespunzător cerinţelor ştiinţei şi tehnicii înalte mondiale conţinînd şi o fundamentare teoretică corespunzătoare.

Din ansamblul capitolelor ce se succed imediat după trecerea în revistă a problematicii comunicaţiilor radiodirijate din introducere şi care sînt consacrate respectiv: II. Transmiterii informaţiilor prin legături radiodirijate; III. Cuadripolilor liniari; IV. Amplificatoarelor de bandă largă: V. Tehnicii microundelor în comunicaţii radiodirijate; VI. Modulaţiei şi demodulaţiei; VII. Exemplelor de sisteme radiodirijate; VIII. Consideraţiilor teoretice relative la transmiterea informaţiilor precum şi unei anexe (IX) ce conţine unele date din aparatajul matematic folosit, ref. subliniază îndeosebi conţinutul cap. VI în care se discută — în cadrul luării atente în seamă şi a factorilor economici — problema modulării şi a demodulării, de fundamentală importanţă pentru calitatea semnalelor transmise. Puternicul aparat de investigaţie matematică folosit pentru studiul spectrului în cazul modulării de amplitudine, de frecvenţă şi de modulaţie, cuprinde, în particular, desfăşurări în serii de funcţii procedînd după funcţii Bessel, transformate Fourier şi transformate Hilbert ş. a. Se menţionează de asemenea bogata bibliografie, cu totul recentă (260 titluri).

*

Le réf. souligne ci-dessus, en langue roumaine, l'importance du contenu de ce volume de la série „Bibliothèque de la technique de haute fréquence" (vol. 9), consacré aux communications radiodirigées. On relève surtout le chap. VI: Modulation et démodulation dont la teneur consentit, grâce à l'utilisation d'un puissant et adéquat appareil mathématique d'investigation scientifique, la résolution du problème fondamental relatif à la qualité des signaux transmis. Une riche bibliographie (260 titres) est une véritable mise au point du problème traité. *C. Onu*

33. POPOW E. P., *Dynamik automatischer Regelsysteme*. Akademie-Verlag, Berlin, XI+780 S.

Volumul recenzat, tradus din limba rusă sub redacţia prof. dr. H. Bilharz şi dr. P. Sagirow de la Universitatea din Würzburg, a apărut pentru prima oară în editura Гостехиздат din Moscova (1954), fiind deosebit de bine primit de către lumea specialiştilor de pretutindeni (a se vedea, de ex., recenzia acad. I. I. Artobolevski în revista Наука и жизнь, 1957, *1*, pp. 60 şi urm.). Cititorul romîn cunoaşte şi apreciază acest tratat fundamental în domeniul dinamicii sistemelor de reglare automată, iar marea masă a tehnicienilor de la noi a folosit şi foloseşte volumul mai redus ca număr de pagini (296 pp.) consacrat problemelor fundamentale de reglare automată, apărut în U.R.S.S. în ediţia a doua în 1957, redactat de acelaşi autor într-un stil mai popular ce nu pretinde decît cunoştinţe de matematică elementară (integrarea şi derivarea funcţiilor şi ecuaţii diferenţiale liniare). Se expun mai jos cu unele detalii, datele esenţiale asupra acestui tratat care nu va întîrzia să fie tradus şi în alte limbi.

*

Des progrès théoriques et pratiques vraiment considérables ont été réalisés ces dernières années dans la théorie et pratique du réglage automatique. Ce traité tout à fait remarquable, dont l'original a été publié à Moscou en 1954, est consacré à la théorie du réglage automatique. Divisé en 19 chapitres, groupés à leur fois en cinq parties, à savoir: Notions fondamentaux concernant des systèmes automatiques du réglage; Systèmes de réglage automatiques linéaires ordinaires; Systèmes spéciaux de réglage automatique; Systèmes de réglage non linéaires; Méthodes concernant la construction des courbes de réglage, le livre s'adresse aux spécialistes capables d'utiliser le calcul numérique moderne et les calculatrices analogiques et chiffriques. Étroitement lié aux problèmes de la Cybernétique et de la Théorie des informations, le sujet de ce livre est exposé magistralement par l'auteur qui a réussi, tout en utilisant un minimum de connaissances de mathématiques modernes et surtout les méthodes du calcul symbolique, d'être bien compris par un nombre assez élevé d'ingénieurs et techniciens,

Le Réf. souligne d'une manière particulière le contenu des annexes qui ne figurent pas dans l'édition russe et qui reflètent l'effort remarquable de l'auteur d'y ajouter dans un nombre assez réduit de pages des résultats obtenus depuis la parution de celle-ci: Annexe I. Systèmes combinés (pp. 686–690); Annexe II. Processus aléatoires dans des systèmes automatiques non linéaires; Annexe III. Sur les choix des paramètres des systèmes automatiques non linéaires à l'aide de l'évaluation approximative de la qualité de l'automation (pp. 727–774). *D. Mangeron*

34. БЕДЕЛЬБАЕВ А. К., *Устойчивость нелинейных систем автоматического регулирования.* АН КазахССР, Алма Ата, 1960, 163 стр.

Celebra problemă a marelui matematician rus A. M. Leapunov relativă la determinarea condiţiilor care asigură stabilitatea mişcării diferitelor sisteme mecanice şi-a găsit şi-şi găseşte mereu noi şi vaste domenii de aplicaţie, de fundamentală importanţă în tehnica modernă. Acest volum este consacrat studiului stabilităţii sistemelor neliniare de reglare automată, executat prin aplicarea metodei directe (a doua) a lui Leapunov. Redactat cu ocazia împlinirii a patruzeci de ani de la crearea Republici Socialiste Sovietice Cazahe şi avînd la bază ciclul de lecţii ţinute în anul şcolar 1956/57, volumul se subdivide în opt capitole, şi anume: I. Unele date asupra sistemelor de reglare automată; II. Unele date asupra teoriei stabilităţii mişcării; III. Formele canonice ale ecuaţiilor sistemelor de reglaj; IV. Criteriul de stabilitate a lui Lurie şi unele variante; V. Elaborarea unor criterii simplificate de stabilitate a sistemelor de reglaj; VI. Criteriile de stabilitate a sistemelor de reglaj nestabile în sens propriu; VII. Comportarea sistemelor de reglaj la limita domeniului de stabilitate; VIII. Stabilitatea mişcărilor nestabilizate a sistemelor reglabile. Ref. subliniază îndeosebi conţinutul cap. IV şi al următoarelor două care conţin unele rezultate preţioase, puţin cunoscute specialiştilor noştri. Aici îşi găsesc loc, în afară de şirul de lucrări ale lui A. I. Lurie din cadrul problemei tratate, şi unele rezultate în domeniu ale lui A. M. Letov, I. G. Malkin şi A. K. Bedelbaev, (autorul cărţii). Ultimul capitol constituie o bună introducere în dificila problemă a stabilităţii mişcărilor tranzitorii a sistemelor de reglaj automat, iniţierea fiind realizată prin tratarea unui număr de exemple, pentru care s-a aplicat metoda micului parametru, o transformare a lui Malkin şi un criteriu a lui Persidski.

*

On indique ci-dessus en langue roumaine quelques détails concernant ce très intéressant volume consacré à l'étude de la stabilité des systèmes non linéaires de réglage automatique. On souligne surtout le contenu des chapitres IV, V et VI où on trouve l'exposition du critère de stabilité du à A. I. Lurié et quelques-uns de ses variantes. Nombreux exemples qu'on y discute augmente l'utilité de ce livre qui se range parmi les meilleurs parus pendant ces derniers temps et consacrés aux applications du célèbre problème de A. M. Liapounoff. *S. Deleanu*

35. САВИН Г. Н., ГЕОРГИЕВСКАЯ В. В., *Развитие механики на Украине за годы Советской власти.* Изд. АН УССР, Киев, 1961, 283 стр.

Prezentul volum, elaborat de acad. G. N. Savin, conducător al puternicii şcoli de teoria elasticităţii din R. S. S. Ucraina şi autor al operei monografice *Concentrarea de eforturi în jurul orificiilor,* recenzată în acest „Buletin" şi tradusă aproape imediat după apariţie în limbile germană, chineză şi engleză ca fiind „cea mai de seamă lucrare în domeniu din ultimul deceniu", este consacrat trecerii în revistă a direcţiilor principale de cercetare în domeniul mecanicii teoretice şi aplicate în R. S. S. Ucraina în ultimii 40 ani (pînă la 1958 inclusiv). El este întregit, prin grija coautoarei cărţii V. V. Gheorghievskaia, cu un foarte preţios şi practic complet ansamblu de date bibliografice, care au necesitat un extrem de mare volum de muncă întrucît reflectă o perioadă în care nu au existat reviste de bibliografie mecanică cu caracter internaţional.

Liniile principale ale acestei importante lucrări de sinteză ştiinţifică, a cărei traducere şi în limba romînă o socotim indispensabilă, se pot cristaliza în următoarele:

1. Scoaterea în evidenţă a creşterii vertiginoase a producţiei ştiinţifice în domeniul mecanicii teoretice şi aplicate după Marea Revoluţie Socialistă din Octombrie ; 2. Rolul şcolii ucrainiene de teoria elasticităţii jalonată de acad. A. N. Dinnik în dezvoltarea construcţiei de maşini în comparaţie cu celelalte două şcoli sovietice, acea din Leningrad-Moscova (B. Galerkin) şi din Tbilisi (acad. Mushelişvili) ; 3. Rolul pe care-l joacă astăzi, cînd omul cucereşte cosmosul, lucrările lui Grdina, publicate încă în 1911, consacrate dinamicii organismelor vii ; 4. Rolul în dezvoltarea mecanicii fine a sistemelor neolonome a lucrărilor regretatului şi prematur dispărutului om de ştiinţă Voroneţ ; 5. Rolul pe scară mondială jucat de opera ştiinţifică a acad. G. N. Savin şi a şcolii sale în problema de interes fundamental actual ce constă în determinarea eforturilor în jurul orificiilor în pînze subţiri.

*

Реф. горячо приветствует появление в свет настоящей работы, дающей краткий но глубокий по содержанию, обзор основных направлений развития науки механики на Украине за последние 40 лет (по 1958 г. включительно). Предлагаемый в виде естественной составной части, во второй части книги, список научных работ по механике, выполненных на Украине и опубликованных в различных изданиях имеет большое значение и в том смысле, что он гармонически пополняет замечательный труд проделанный для всего СССР в области систематизации биобиблиографических данных касающихся развития математики, помещенных во втором томе *Математика в СССР за 40 лет.*

Из работ, опубликованных до 1917 г., в реферируемой книге приведены труды характеризирующие уровень развития науки в России в дооктябрьский период, или ставшие в настоящее время классическими, т.е. отправными пунктами для дальнейших исследований советской механики.

Следует подчеркнуть преодоление больших трудностей при составлении списка литературы, вызванных отсутствием до последнего времени реферативных журналов по механике и технике, а также и тем, что большое число работ (особенно по приложениям механики в различных отраслях механики) было опубликовано в непериодических изданиях научно-исследовательских институтов, вузов, лабораторий, которые часто распространялись лишь ведомственным путем.

Что касается основного текста, составленного акад. Г. Н. Савиным, то референт счастлив подчеркнуть главные пункты важного для развития механики, а значит и науки и техники, указанные в книге, так как они ярко выкристализовались в результате плодотворных бесед и дискуссий проведенных с акад. Г. Н. Савиным на общешской конференции по Динамике машин (18...20 октября 1961 г., Смоленице).

1. В первую голову бросается в глаза подавляющее количество работ по механике появляющееся в свет из года в год, быстро растущими темпами, в СССР и в частности в УССР, начиная с 1922 г, по сравнению с научной продукцией дооктябрьского периода.

2. Многогранно и красочно рельефируется плодотворная и глубокая с держанием школа по теории упругости УССР акад. А. Н. Динника, внесшая большой вклад в украйнскую черную металлургию и тяжелое машиностроение. Замечательно инструктивно так же сопоставление с деятельностью других двух школ СССР — Б. Галеркина (Москва, Ленинград) и Н. И. Мусхелишвили (Тбилиси).

3. Современные проблемы неразрывного включения человека, скажем, с спутником, вливают новый свет и указывают на огромное научное и практическое значение в связи с повышением производительности труда и автоматизацией механических процессов, проблем динамики живых механизмов, систематически разрабатываемых на Украине еще с 1911 г. Грдина.

4. Правильно отмечает акад. Савин существенный вклад в дело развития тонкой механики неголономных систем талантливого и безвременно ушедшего от нас учёного Воронца.

5. Глубоко анализируется современный вклад школы акад. Г. Н. Савина, замечательная книга которого о напряжениях около отверстий в оболочках, переведенная теперь и на английский язык, прореферирована в этом же выпуске журнала. Реф. горячо рекомендует перевод книги и на румынский язык. *D. Mangeron*

36. SAVIN G. N., *Stress Cancentration around Holes.* International Series of Monographs in Aeronautics and Astronautics. Division I: Solid and Structural Mechanics Vol. I, 1961, Pergamon Press, Oxford-London-N.Y.-Paris, 430 pp., (Translated from the Russian).

Acest volum, consacrat studiului problemei fundamentale a distribuției eforturilor în jurul orificiilor, este o traducere din limba rusă după cartea, apărută în 1951, a acad. G. N. Savin, fiind completat în cap. V cu un paragraf consacrat determinării eforturilor într-un mediu cu mare greutate specifică, datorite unei cavități cilindrice vertica'e în care este împlîntat un cilindru elastic (pp. 296–301).

Publicat după apariția clasicelor volume ale acad. N. I. Mușhelișvili, care au jalonat dezvoltarea rapidă a teoriei elasticității pe scară mondială în trei direcții de cercetare și anume: a) dezvoltarea metodelor generale de rezolvare a problemelor de teoria plană a elasticității, b) utilizarea metodelor lui Mușhelișvili la rezolvarea problemelor tehnice importante (A. N. Dinnik, G. N. Savin, S. G. Lehnițki ș. a.), c) dezvoltarea metodelor generale de rezolvare a problemelor fundamentale de teoria plană a elasticității în medii anizotrope, precum și determinarea soluțiilor practice în unele probleme concrete în domeniu, acest volum este prezentat de cunoscutul specialist american prof. J. N. Goodier ca fiind *cei mai important tratat de teoria elasticității publicat în ultimul deceniu.*

Ref., subliniind mai jos unele detalii relative la conținutul cărții, deosebit de utile atît pentru ingineri cît și pentru matematicieni și pentru că conține numeroase tabele și grafice ce reflectă cele mai noi cercetări în domeniu datorite autorului și școlii sale de la Institutul de mecanică al Academiei de Științe a R. S. S. Ucraina din Kiev, recomandă cu căldură traducerea ei în limba romînă [1]), exprimîndu-și satisfacția că în paginile acestui „Buletin" urmează a se însera o nouă lucrare originală a acad. G. N. Savin consacrată studiului eforturilor în jurul orificiilor în învelișuri subțiri, ce constituie fundamentul celui de al doilea volum al operei sale în curs de elaborare.

*

All engineering structures and machines designed according to modern principles have to be strong and sufficient rigid, whilts using a minimum quantity of materials for their manufacture. When designing such structures and machines, various factors have to be taken into consideration. One of these is the „stress concentration" around holes and recesses in plane and three-dimensional parts.

This book deals throroughly with the problem of streasses set up around holes of various shapes in beams and plates subject to different kinds of loading. It consists mainly of the results of the work of the author and his students over the past fifteen years, but results obtained by other authors in this field are also included.

The most important results on stress concentration are clearly compiled as graphs and tables, thus enabling engineers and designers to arrive at conclusions important to them without having to make a detailed study on the thecry.

According to a review of the original Russian edition by Professor J. N. Goodier, a leading American authority, *this is one of the most important books on elasticity* which has been published in the last decade. It is certainly a book which should be of considerable interest to mathematicians and engineers.

The present translation is based on the text as amended in 1959 by Academician Savin, with a new section „The stress in a heavy medium due to a vertical cylindrical cavity into which an elastic cylinder has been inserted" (pp. 296–301), included in chapter V „Stress concentration around holes which are strenthened by elastic rings" (pp. 234–301).

The book is subdivided into eight chapters: I. Fundamental equations in the theory of plane elasticity (pp. 4–40); II. Stress distribution in a plane isotropic sheet weakened by any type of hole (pp. 41–151); III. Influence of the anisotropy of the material on the stress concentration around an elliptical or circular hole (pp. 152–204); IV. Stress concentration beyond the limit of elasticity around a circular hole (pp. 205–233), V. (see above); VI. Stressed around holes during the bending of thin plates (pp. 302–350); VII. Bending of thin plates containing a circular hole into which an

[1]) Originalul în limba rusă a volumului recenzat a mai fost tradus în limba germană în 1955 și în limba chineză în 1957.

elastic ring is welded (pp. 351-391); VIII. Experimental data on stress concentration around holes and its comparison with theoretically obtained results.

The Editorial Staff of this „Bulletin" is happy to publish in the next volume of it a new research work of Dr. Savin, *The Stress Concentration around Holes in thin Shells*, which constitutes the basic results of the second volume of this monograph dealing with problems of stress concentration due to cavities and fil'ets and also those of three dimensional stress concentration. *D. Mangeron*

37. ZIEMBA S., *Analiza Drgan*. Tom II. Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1959, 386 pp.

Curînd după apariţia volumului cu caracter didactico-ştiinţific datorit academicianului polonez Ştefan Ziemba şi consacrat teoriei vibraţiilor (*Analiza Drgan*, PWN, Warszawa, 1957, 502 pp.) în care s-a expus, cu destule detalii, pe lîngă teoria clasică a vibraţiilor liniare, şi bazele mecanicii neliniare a vibraţiilor cu un singur grad de libertate, insistîndu-se îndeosebi asupra vibraţiilor parametrice şi a autooscilaţiilor, a fost publicat şi acest al doilea volum consacrat celor mai de seamă aplicaţii tehnice ale teoriei vibraţiilor la studiul sistemelor mecanice cu un număr finit sau infinit de grade de mobilitate.

În partea întîia, în care se expun, după o ordonare sistematică, variate probleme de vibraţii interesînd sisteme cu unul sau mai multe grade de libertate, se tratează problema vibraţiilor diferitelor sisteme de arcuri sau resoarte, trecîndu-se apoi la unele probleme în care se ţine seama de forţe giroscopice. Probleme tehnice şi mai importante se abordează cu prilejul studiului vibraţiilor electromotoarelor, automobilelor şi a arborilor. Cu acest prilej se discută şi problema izolării elementelor de construcţie de influenţa vibraţiilor nocive.

În partea a doua, consacrată studiului mecanicii vibraţiilor sistemelor cu un număr infinit de grade de libertate (pp. 133 şi urm.), se tratează succesiv problema vibraţiei tijelor şi acea de vibraţii transversale ale corzilor. Se trece apoi la aplicarea rezultatelor obţinute la unele probleme tehnice, ca, de exemplu, vibraţia indicatoarelor maşinilor cu aburi, unele vibraţii ale arborilor, vibraţii ale diferitelor feluri de grinzi fixate în diverse moduri etc. Deosebit de interesante formulări de probleme se găsesc în paragraful consacrat problemei vibraţiilor podurilor şi turbinelor (pp. 315 şi urm.). Studiul vibraţiilor inelelor, membranelor şi a plăcilor este urmat, în fine, de unele probleme de dinamica maşinilor, insistîndu-se îndeosebi asupra problemei vibraţiilor fundaţiilor maşinilor, a clădirilor în care sînt instalate întreprinderi industriale sau a clădirilor vecine.

Merită subliniată şi bogăţia bibliografiei consultate (pp. 383-386).

*

Senza dubbio alcuno anche questo secondo volume consacrato dall'illustre ed infatigabile specialista polacco prof. Stefano Ziemba all'esposizione delle applicazioni tecniche della teoria delle vibrazioni ne serà accolto favorevolmente dal mondo scientifico internazionale. Ciò è dovuto alla mole svariatissima delle applicazioni tecniche che vi hanno trovato posto. I problemi trattativi, concernenti ad esempio vari sistemi meccanici con un numero finito di gradi di libertà come lo sono i veicoli auto etc. ne trovano oltre la schematizzazione matematica adeguata, anche la risoluzione completa. Ciò è dovuto in primo luogo al contenuto del primo volume ove era stato esposto con abbastanza complettezza il problema attuale di meccanica nonlineare delle vibrazioni. Una traduzione del primo e del secondo volume in altre lingue si reccomanda da sè. *D. Mangeron*

38. GREEN A. E., ADKINS J. E., *Large Elastic Deformations and Non-Linear continuum Mechanics*. Oxford, at the Clarendon Press, Oxford University Press, London, XIII+348 pp.

Pe măsura adîncirii inepuizabilelor fenomene ale naturii s-au complicat schemele matematice ale fenomenelor studiate, făcînd necesară introducerea în tehnică, în preocuparea de zi cu zi a inginerului, a aparatelor matematice de investigaţie din ce în ce mai complicate. Fenomene ce s-au încadrat pînă mai ieri doar în teoria oscilaţiilor

neliniare, această creaţie a acad. sovietici K r î l o v şi B o g o l i u b o v, denumită de ei mecanica neliniară, s-au constituit astăzi în teorii de sine stătătoare, lărgindu-se astfel domeniul iniţial fixat pentru această ramură de bază a mecanicii moderne. Volumul de faţă conţine o expunere sistematică a unui număr de probleme de elasticitate neliniară. După tratarea problemelor legate de studiul funcţiei de energia deformaţiilor pentru diferite clase de cristale, urmează studiul relaţiilor ce interced între solicitări şi deformaţii, pentru a se trece apoi la aplicaţii relative îndeosebi la probleme de elasticitate neliniară plană, teoria membranelor şi tratarea lor prin diferite metode de aproximaţie. Ref. subliniază îndeosebi un şir de probleme neliniare legate de ancorarea corpurilor elastice prin corzi inextensibile precum şi probleme relative la termoelasticitatea şi stabilitatea deformaţiilor finite (cap. VIII, IX, pp. 259–285). Deosebit de interesante sînt unele date din capitolele finale, care reflectă variate încercări de verificare a sistemelor neliniare ce constituie schematizări de fenomene neliniare de teoria elasticităţii, făcute pe mostre de cauciuc, materiale plastice etc. Este plăcut a se menţiona că la p. 183 este folosită o metodă a aproximaţiilor succesive elaborată de cercetătorul romîn M. M i ş i c u de la Institutul de mecanică aplicată „Traian Vuia", Academia R.P.R., din Bucureşti.

*

This book attempts to give a systematic exposition of some of the main topics on the non-linear theory of large elastic deformations. An examination of the strain energy function for the crystal classes and various forms of the stress strain relations is followed by chapters on exact solutions, plane strain, plane stress and membrane theory, and approximation methods. Other topics treated include the reinforcement of elastic bodies by inextensible cordes and the theory of thermoelasticity and stability for finite deformations. The elastic theory is linked naturally on the one hand with experiments on rubber and on the other with general non linear continuum theories, and these are considered in the final chapters. Pretty printing, the Author and Subject Indexes are also to be mentionated. *V. Bauşic*

39. PARKUS H., *Mechanik der festen Körper*. Springer-Verlag, Wien, 1960, VIII + + 264 S.

Preocuparea sistematică de adaptare a cursurilor de mecanică, această temelie a tehnicii moderne, la nevoile cerinţelor actuale, îmbogăţindu-le în conţinut, fără însă a împieta asupra numărului de ore afectate cursului prin planurile de învăţămînt, a constituit şi constituie o preocupare de seamă la noi şi în alte părţi.

Volumul recenzat coincide prin conţinutul său cu vederile referentului, în plină concordanţă cu actuala programă analitică a mecanicii teoretice de la noi. Conţinutul volumului a fost primit favorabil şi de critica internaţională. Efortul meritoriu al autorului s-a soldat printr-o redactare succintă, clară şi precisă a materialului indispensabil oricărui viitor inginer, în care maximum de atenţie s-a acordat capitolelor relative la teoria giroscopului, ecuaţiile lui L a g r a n g e, teoria oscilaţiilor şi a stabilităţii mişcării, probleme de torsionare şi de şocuri, folosindu-se sistematic, ca metodă de lucru, unele procedee din domeniul calculului matematic modern, ca de exemplu, metoda lui R i t z. Datorită acestui fapt se asigură şi un fundament solid pentru expuneri la un nivel corespunzător şi a cursurilor de rezistenţa materialelor, făcîndu-se totodată simţită, mai mult decît în alte cursuri existente, avînd acelaşi număr de pagini, legătura dialectică intimă şi adîncă cu celelalte discipline inginereşti.

*

Das vorliegende Lehrbuch will der moderner Entwicklung der Mechanik, diese wichtigste Grundlage der Technik, Rechnung tragen. Richtunggebend war dabei der Gedanke, den umfangreichen, die allgemeine Mechanik und die Elastomechanik umfassenden Stoff unter Weglassung alles Entbehrlichen und Veralteten so zu gliedern und darzustellen, dass er in der den Studenten heute zur Verfügung stehenden Zeit wirklich bewältigt werden kann. Dazu musste vom traditionellen Aufbau der Mechanik völlig abgegangen werden. Die Stoffauswahl wurde den modernen Erfordernissen angepasst und so getroffen, dass auch der bereits in der Praxis stehende Ingenieur das Buch als Nachschlagewerk verwenden kann. Hervorgehoben seien hier zum Beispiel die Abschnitte über Kreiseltheorie, Lagrange'sche Gleichungen, Schwingungen und

Stabilität, Wölbkrafttorsion, Wärmespannungen und über das Ritz'sche Verfahren. Auf präzise und knappe Darstellung wurde besonderer Wert gelegt. Die äussere Form ist ebenfalls Traditionellerweise ausgezeichnet. *D. Mangeron*

40. WAGNER F. G., *Mechanik,* 1959, 220 S.; *Festigkeitslehre,* 1960. Verlag W. Girardet, Essen, 175 S.

Cele două volumaşe, apărute într-o formă intermediară între un manual de specialitate şi un memorator tehnic, sînt consacrate seriilor de probleme clasice de mecanică teoretică şi de rezistenţa materialelor. Ref. indică mai jos unele caracteristici ale acestei lucrări.

*

Neben einer Zusammenstellung von Grundbegriffen der Mechanik behandelt das erste Werk folgende Hauptgebiete: Mechanik des materiellen Punktes; Mechanik des starren Körpers, Mechanik unelastischer Flüssigkeiten; Mechanik elastischer Flüssigkeiten und Ähnlichkeitsmechanik. Ein ausführliches Stichwortverzeichnis ermöglicht ein rasches Nachschlagen.

Das zweite Werk, ausgehend von den allgemeinen Grundbegriffen und dem Zusammenhang zwischen Mechanik und Festigkeitslehre, folgende Hauptgebiete erörtert: Festigkeitsprüfung, Festigkeitszahlen; Einfache Belastungsfälle; Zusammengesetzte Beanspruchung; Knickung gerader Stäbe; Biegung gekrümmter Stäbe; Festigkeitsberechnung von Federn; Festigkeit von Platten und Gefässen. Ferner enthält das Buch Ausblicke auf spezielle Probleme, um dem Ingenieur die über den Rahmen dieses Taschenbuches hinausgehende Arbeit zu ermöglichen und ihn Anschluss an die Spezial-Literatur gewinnen zu lassen. *N. Irimiciuc*

41. GONDA J., *Kmitanie pruznych telies.* Vydavatelstvo Slovenskej Akadémie Vied, Bratislava, 1961, 365 pp.

Volumul, editat în colecţia iniţiată de secţia de ştiinţe tehnice a academiei de ştiinţe slovace de sub redacţia ing. Ivan Plander, este consacrat studiului vibraţiilor corpurilor elastice. Importanţa problemei expuse pentru aplicaţiile practice legate de construcţia de maşini, în care trebuie ţinut seama de întreaga gamă de vibraţii posibile ale discurilor, arborilor, membranelor, tijelor, grinzilor etc. componente, se reflectă totodată în schematizarea matematică a fenomenelor vibratorii, cristalizată în ecuaţii cu derivate parţiale de ordinul al doilea şi de ordin superior, cu două sau trei variabile independente şi în variate feluri de condiţii de contur sau iniţiale. Metodele folosite pentru rezolvarea sistemelor diferenţiale corespunzătoare cazurilor studiate sînt de regulă din domeniul calculului numeric, folosindu-se pentru elaborarea proceselor de programare metoda lui Rayleigh, Ritz, Galerkin ş. a. şi calculîndu-se soluţiile obţinute, cu o aproximaţie dorită, cu ajutorul maşinilor electronice de calcul, cifrice sau analogice, de care dispune Institutul de automatizare şi de teoria maşinilor de sub conducerea acad. Ján Gonda din Bratislava. Mai mult de jumătate din volum este consacrat problemelor de studiu a oscilaţiilor de încovoiere ale tijelor precum şi a oscilaţiilor torsionale şi circulare ale arborilor. Subliniindu-se necesitatea adîncirii teoriei oscilaţiilor corpurilor elastice prin luarea în consideraţie a deformaţiilor neelastice, adică prin renunţarea la schematizarea corpurilor ca fiind complet elastice, autorul prezintă pentru inginerii şi cercetătorii de la institutele de proiectări, cu rigoarea matematică necesară, problema liniarizată.

Ultima parte a lucrării conţine expunerea problemelor clasice ce se întîlnesc în studiul ecuaţiilor de tip eliptic sau hiperbolic, bazele teoriei mişcării ondulatorii în corpurile elastice şi o introducere în teoria aerodinamică a aripei în vibraţie.

O bibliografie destul de vastă, constînd din numeroase cărţi recente, printre care se găsesc şi alte trei cărţi ale autorului şi cunoscutul cititorilor noştri cel puţin din recenzia apărută în „Studii şi cercetări de Mecanică aplicată" (1959, *3,* p. 949, ref. Cr. Pelecudi) volum de *Dinamica maşinilor* al acad. J. Kozesnik, precum şi din

mai multe articole de reviste, un indice de nume şi de materii sporeşte şi mai mult valoarea acestui volum indispensabil inginerilor şi cercetătorilor în domeniul construcţiei de maşini.

*

Die vorliegende Arbeit behandelt Schwingungssysteme verteilter Parameter, also die Schwingung elastischer Körper deren Deformationen klein und in linearer Abhängigkeit von der Spannung sind. Als solche elastische Körper sind einfache Körper gemeint, die als Konstruktionselemente im Maschinenbau Verwendung finden, also Seile, Stäbe, Achsen, Träger, Membranen und Platten. In der Arbeit wird die Lösung von Schwingungsproblemen nach den Methoden d'Alembert, Fourier, Rayleigh, Ritz, Galerkin gebracht. Für manche Lösungen war es Analogrechenmaschinen Verwendung gelungen. Reiches Literaturverzeichnis, Namen- und Sachregister erhöhen das Wert dieses ausgezeichnetes Buches. *D. Mangeron*

42. KOLOUSEK V., *Dynamika stavebních konstrukcí.* **III.** Státní Nakladatelství technické literatury, Praha, 1961, 408 pp.

Acest volum, constituind partea a treia a operei mult apreciate de lumea specialiştilor [1]), este consacrat problemelor speciale de dinamica construcţiilor. El este redactat sub formă de articole ce pot fi aprofundate sau consultate în mod independent unul de altul. Primul articol, datorit autorului volumului, este consacrat determinării soluţiilor statice şi dinamice în problema vibraţiilor elementelor sudate (pp. 19—65). În cel de al doilea, şi el datorit aceluiaşi autor, se dă soluţia solicitărilor dinamice în diferite poduri de fier sau de beton armat avînd structuri complicate Al treilea articol, elaborat de L. Frýba, avînd, ca şi de altfel şi toate celelalte, la bază, un aparat matematic modern (transformate Laplace-Carson, funcţia δ a lui Dirac etc., este consacrat studiilor interesante relative la vibraţia şinelor de cale ferată (pp. 99—160). Al patru'ea articol, datorit autorului şi cunoscutului matematician Ivo Babuška, redactor şef al revistei „Aplikace Matematiky", expune teoria liniară a frecării interioare în cazul vibraţiilor elementelor cu resorturi, bazată pe o serie de cercetări recente ale lui E. S. Sorokin, F. Bleich, G. Teodorsen şi mai ales pe teoria liniară şi neliniară a frecării interioare, elaborată în ultimii doi ani de Ivo Babuška. Articolul al cincilea, datorit lui J. Jerábek, este consacrat, avînd la bază o bogată literatură la care a contribuit cu patru articole şi autorul, importantei probleme teoretice şi experimentale legate de şocuri. O atenţie specială s-a acordat în această parte a lucrării comportării la şoc a fundamentelor construcţiilor (pp. 191—264). Articolul al şaselea, elaborat de ing. Miloš Novák, avînd la bază, printre altele, o serie de cercetări ale acad. J. Kožešnik, L. Půst, A. Tondl ş. a., este consacrat studiului vibraţiilor fundaţiilor masive pe sol. Ultimele două articole, redactate respectiv de V. Horák şi J. Henrych, se referă la aplicarea teoriei rezonanţei parametrice la vibraţia construcţiilor şi aceea a tijelor sudate şi a ramelor. La pp. 365—403 este reprodusă tabelarea cu cinci zecimale a unor funcţii noi care au intervenit în calculul soluţiilor obţinute.

Deosebitul interes al problemelor tratate, încadrate armonios în materialul pregătitor şi de nivel expus în primele două volume, face să recomandăm traducerea operei acad. V. Kolousek şi în limba romînă.

*

Le réf. expose ci-dessus quelques détails concernant le troisième volume consacré à la dynamique des constructions, élaboré par l'auteur en collaboration avec Ivo

[1]) Primele două volume ale autorului au şi fost traduse în limba germană.

Babuška, Ladislav Fryba, Josef Henrych, Václav Horák, Jaroslav Jerábek, Miloš Novák, tout en soulignant la nécessité de le faire traduire aussi en langue roumaine. *D. Mangeron*

43. * * * *Труды второго всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов. Анализ и синтез механизмов*, 212 стр., *Динамика машин*, 240 стр., *Теория машин автоматического действия и теория точности в приборостроении и машиностроении*, 220 стр., *Теория передач в машиностроении*, 174 стр., Машгиз, М., 1960.

Primul volum din această valoroasă serie, consacrată lucrărilor celei de a doua Conferinţe Unionale de Teoria mecanismelor şi maşinilor (Moscova, 24...28 martie 1958) [1]), conţine şaptesprezece articole, elaborate de specialişti sovietici, germani, polonezi şi romîni, gravitînd, în afară de două articole monografice datorite acad. I. I. Artobolevski şi A. A. Blagonravov, dedicate respectiv expunerii studiilor dezvoltării actuale a teoriei mecanismelor şi maşinilor şi teoriei maşinilor şi automatizării proceselor de producţie, în jurul problemelor de analiză şi sinteză a mecanismelor plane şi spaţiale cu cuple cinematice inferioare şi superioare. Aici se aruncă lumină asupra problemelor de teoria şi sinteza mecanismelor ce reproduc diferite curbe algebrice şi transcendente. În cadrul expunerii unor probleme de structură, clasificaţie şi analiză cinematică a mecanismelor şi-au găsit loc o serie de noi metode de studiu a mecanismelor: metoda calculului virial, metoda matricială, metoda acceleraţiilor reduse şi metoda de interpolaţie, iar în şirul problemelor de sinteză — sinteza mecanismelor plane cu şase organe.

Al doilea volum conţine douăzeci de articole ale oamenilor de ştiinţă sovietici, romîni, polonezi, cehi, expuse şi discutate la Conferinţă, din domeniul calculului dinamic al sistemelor mecanice complexe. Aici şi-au găsit loc, în particular, numeroase studii consacrate mecanicii tehnice a vibraţiilor liniare şi neliniare.

Cel de al treilea volum din această serie cuprinde înserate şasesprezece articole ale specialiştilor sovietici consacrate unor probleme actuale din domeniul preciziei în construcţia de maşini şi aparate precum şi teoriei generale a maşinilor automate şi a metodelor de calcul a unor astfel de maşini cu comandă de program, iar cel de-al patrulea volum, consacrat teoriei transmisiei în maşini, conţine unsprezece articole ale autorilor sovietici şi cehi.

Ref., subliniind conţinutul constructiv şi plin de idei al articolului final consacrat hotărîrilor plenarei de închidere a Conferinţei [2]), menţionează încheierea unui articol recent al acad. I. I. Artobolovski din care rezultă — dat fiind rolul din ce în ce mai însemnat al teoriei mecanismelor şi maşinilor în automatizarea proceselor de producţie — necesitatea de a se lărgi şi adînci şi mai mult cursul de teoria mecanismelor şi maşinilor în institutele tehnice de învăţămînt superior şi în facultăţile de matematică ale universităţilor.

*

The four volumes reviewed abowe *Works of the Second All-Union Conference on the fundamental Problems in the Theory of Mechanisms and Machines* [3]): 1. *The analysis and synthesis of mechanisms;* 2. *Machine dynamics;* 3. *Theory and accuracy in machine and apparatus construction. Theory of automatic machines;* 4. *Theory of machine drives,* present the reports and scientific notes read and discussed during this very important Conference. The last volume also includes the resolution of the closing session of the conference containing valuable indications of the lines along which future studies and investigations are to be carryed out. *D. Mangeron*

---

[1]) A se vedea acest *Buletin,* 1958, **4** (**8**), *1—2,* pp. 471—478.

[2]) A se vedea recenzia asupra volumului *Итоги второго совещания по основным проблемам теории машин и механизмов* (Ин-т машиноведения АН СССР, М., 1956) în acest *Buletin,* 1958, **4** (**8**), *3—4,* pp. 451—453.

[3]) See this *Bulletin,* 1958, **4** (**8**), *3—4,* pp. 451—453.

44. ТАВХЕЛИДЗЕ Д. С., *Синтез и кинематика пространственных четырехзвенных механизмов.* Изд. ЦОДНА, Тбилиси, ГрузССР, 1960, 200 стр.

Se analizează mai jos, în limba rusă, monografia acad. D. S. Tavhelidze, *Sinteza şi cinematica mecanismelor spaţiale cu patru organe,* ce se încadrează armonios în importantul şir de volume, consacrate fundamentalei probleme de sinteză a mecanismelor, apărute recent în U.R.S.S., în elaborarea acad. I. I. Artobolevski, N. I. Levitski, S. A. Cerkudinov, Ia. L. Gheronimus şi recenzite în tomurile precedente ale acestui *Buletin.*

*

Рецензируемая монография, включающаяся по своему содержанию в ценный ряд фундаментальных работ по синтезу механизмов акад. И. И. Артоболевского, Н. И. Левитского, С. А. Черкудинова, Я. Л. Геронимуса, посвящена весьма актуальной проблеме исследования пространственных механизмов, в которой даётся окончательное оригинальное решение некоторых сложных задач. Работа состоит из трех разделов текста и таблиц, полученных на основании сопоставлений и подсчётов основных параметров различных механизмов.

Первый раздел посвящен вопросу существования одного и двух кривошипов в пространственных четырехзвенных механизмах. Эту проблему, которая имеет большое теоретическое и практическое значение для машиностроения, решена впервые Д. С. Тавхелидзе.

До публикации трудов автора монографии здесь анализируемой, были получены частные решения отдельных задач. Так напр., Грасгоф в девятнадцатом веке решил геометрическим путем частную задачу о существовании кривошипа в плоском четырехзвенном механизме, а акад. Н. Г. Бруевич, используя уравнение сферической тригонометрии в тридцатых годах нашего века решил вопрос о существовании кривошипа в сферическом четырехзвенном механизме.

Д. С. Тавхелидзе, в этом разделе своей монографии, дает остроумное графоаналитическое решение этой задачи в целом для четырехзвенного пространственного механизма, откуда как частные задачи получается теорема Грасгофа при угле $\varphi_0 = 0$, т. е. когда оси кинематических пар расположены параллельно и теорема академика Н. Г. Бруевича при $a_0 = 0$, т. е. когда оси кинематических пар пересекаются в одной точке.

Д. С. Тавхелидзе дает аналитическое решение теоремы в виде нескольких соотношений основных параметров четырехзвенных пространственных механизмов, но в этом же разделе разработан чисто графический метод решения этой теоремы, что дает возможность конструкторам, не прибегая к аналитическим расчетам по схематическому чертежу, определить проворачиваемость звеньев пространственных или сферических механизмов.

В данном разделе разобраны несколько практических примеров и на основании изучения движения ведущего и ведомого звена при различных параметрах механизма автор доказывает, что в зависимости от условий практической задачи, можно так подобрать постоянные параметры механизма, чтобы получить требуемый вид движения ведомого звена при равномерном движении ведущего.

Второй и третий разделы монографии посвящены кинематике сферических механизмов. К вопросам кинематики сферических механизмов относится много работ в современной технической литературе. Д. С. Тавхелидзе, при решении этой задачи в отличие от других исследователей, применяет принцип вращения твердого тела вокруг неподвижной точки классически разработанный Л. Эйлером. Он увязывает основные параметры сферических механизмов с углами Эйлера. Определяет углы нутации, прецессии и частого вращения Эйлера через углы поворота ведущего и ведомого звеньев и остальных параметров механизма. После того, как ему удалось найти основные зависимости, уже пользуясь формулами теоретической механики определяет проекции скоростей и ускорений отдельных точек сферического механизма. Методом Д. С. Тавхелидзе, увязывания основных параметров механизма с углами Эйлера, скорости и ускорения точек сферического механизма определяются аналитическим путем и полученные зависимости не требуют трудоемких вычислительных работ. Д. С. Тавхелидзе использовав принцип начертательной геометрии разработал метод определения положения звеньев пространственных и сферических механизмов. Он применяет свой метод определения положений звеньев для установления зависимости между углами поворота ведущих и ведомых звеньев механизма. На основании много-

кратных изменений параметров сферических механизмов, он составляет специальные таблицы и табличные материалы применяет для составления эмпирических формул. На нескольких примерах автор показывает последовательность задач.

На основании анализа табличных материалов, в котором при постоянстве некоторых параметров определяются углы поворота ведомых звеньев, Д. С. Тавхелидзе удалось обнаружить несколько новых сферических механизмов в которых при равномерном движении ведущего звена ведомое звено совершает движение с остановками или с большим коэффициентом неравномерности.

Рецензируемая монография вызовет несомненно большой интерес научных работников и конструкторов машиностроительной промышленности. *D. Mangeron*

45. КАЛИЦИН Г., *Теория на механизмите и машините*. Държавно изд. Техника, София, 1960, 315 стр.

Acest volum este consacrat expunerii problemelor fundamentale de teoria mecanismelor şi maşinilor. Întocmit în conformitate cu programa analitică în vigoare în R. P. Bulgaria pentru Institutul tehnic forestier din Sofia, volumul este totodată primul manual pentru această disciplină (în R. P. Bulgaria) pentru specialităţile nemecanice. Expunerea, făcută la un înalt nivel ştiinţific însă totod tă şi pedagogic, face ca volumul să poată fi consultat cu folos şi de toţi acei c re urmează cursurile fără frecvenţă sau vor să-şi ridice calificarea tehnico-inginerească. Volumul începe prin expunerea istorică a dezvoltării teoriei mecanismelor şi maşinilor, subliniind documentat contribuţiile fundamentale rusă şi sovietică şi menţionînd şi rolul important jucat de şcolile germană, franceză şi engleză în acest domeniu, atît de important pentru automatizarea proceselor de producţie. Merită să se scoată în evidenţă şi paragraful consacrat căilor de dezvoltare în viitorul apropiat a acestei discipline, elaborate în lumina recomandărilor făcute de plenara celei de-a doua Sesiuni Unionale de Teoria Mecanismelor şi Maşinilor (Moscova, 24...28 martie 1958). Partea întîia a cărţii, ocupîndu-se de structura şi cinematica mecanismelor, are la bază formulele lui Somov şi Malişev, îşi bazează clasificarea pe lucrările acad. I. I. Artobolevski şi V. V. Dobrovolski şi, după studiul analitic şi grafic al cinematicii mecanismelor, expune bazele de proiectare a mecanismelor cu cuple cinematice inferioare plane precum şi a unor astfel de mecanisme spaţiale. Partea a doua este consacrată dinamicii maşinilor şi mecanismelor. Aici îşi găsesc loc studiile ecuaţiei dinamice a mişcării unei maşini, problema frecării în mecanisme şi maşini, studiul forţelor ce acţionează într-un mecanism şi studiul mişcării mecanismelor şi maşinilor sub acţiunea forţelor date. În partea a treia se aplică rezultatele obţinute la studiul unor mecanisme importante în practică (mecanisme cu fricţiune, roţi dinţate plane şi spaţiale, problema corijării roţilor dinţate etc.). Volumul se încheie cu fundamentele teoriei echilibrării, a reglării automate şi a automatizării. Bibliografia de la finele volumului conţine, în afară de numeroase cărţi şi tratate sovietice şi străine, un număr de articole de reviste (îndeosebi celebrele Труды Семинара по теории машин и механизмов).

*

Questo volume del valente scienziato G. Kalitzin è un pregevole corso di teoria dei meccanismi e delle macchine, elaborato per le facoltà d'ingegneria fuorchè quelle di costruzione delle macchine, secondo il programma tuttora vigente nelle Repubblica Popolare Bulgaria. Il Rif. riproduce qui sopra, in lingua romena, alcuni dettagli concernenti il suo contenuto. *O. Munteanu*

46. LENT D., *Analysis and Design of Mechanisms*. Prentice-Hall, Inc. Engelwood Cliffs, N. J., 1951, VIII+328 pp.

Acest volum de analiză şi sinteză a mecanismelor, prezentat din punctul nostru de vedere mult prea elementar, constituie o introducere în teoria mecanismelor şi maşinilor, bazată pe trecerea în revistă prealabilă a unor date de cinematică grafică relative la viteză şi acceleraţie. 150 de exerciţii, rezolvate analitic sau grafic, şi uneori prin ambele metode, precum şi circa 400 de figuri şi ilustraţii relative la angrenaje,

trenuri de angrenaje, mecanisme plane articulate şi came plane permit urmărirea lesnicioasă a întregii expuneri.

*

This book is written expressly for those who are beginning the study of mechanisms and a stepping stone to machine design. The approach is an elementary one that simply and clearly develops the fundamentals of displacement, velocity, and acceleration and applies these to both the analysis and design of mechanisms. It follows various applications concerning analysis and design of gearing, gear trains, lincages and cams. There are 150 individual problems, some analytical, some graphical, some both. In addition to this sound, but from our standpoint too elementary, foundation in mechanism analysis and in techniques of design, techniques of precision drawing are carefully presented to aid the development of drafting skills. *Gh. Tudor*

47. SHINGLEY J. E., *Dynamic Analysis of Machines.* McGraw-Hill Series in Mechanical Engineering. McGraw-Hill Book Company, Inc., N. Y.-Toronto-London, 1961, X+341-645 pp.

Acest volum constituie continuarea directă a primei părţi, consacrată analizei cinematice a mecanismelor, apărută în aceeaşi editură în 1959. Meritul autorului constă în folosirea sistematică, la nivel corespunzător cerinţelor actuale, pentru prima oară în literatura de teoria mecanismelor şi maşinilor elaborată în limba engleză, a aparatului de investigaţie matematic şi în particular a calculului vectorial. Merită subliniate capitolele consacrate studiului repartiţiei forţelor în mecanisme spaţiale, studiului vibraţiilor în mecanisme, problemei echilibrării maselor, dinamicii camelor şi, mai ales, capitolul de interes actual relativ la dinamica sistemelor de control automat (pp. 599-632). În apendice se dau tabele de momente de inerţie clasice, unele diagrame de cicluri de funcţionare a motoarelor şi un indice de materii.

*

Dynamic Analysis of Machines is a companion volume to Professor Shingley's *Kinematic Analysis of Mechanisms,* published in 1959.

A strong feature of the book is its use of the unit vector approach from the beginning to determine the static and dynamic forces in machinery. The Rev. gives oven in Roumanian language some details concerning this useful book. One underlines especially Ch. 22, Dynamics of Feedback Control Systems. *O. Munteanu*

43. KIRILLOW I. I., *Regelung von Dampfturbinen,* VEB Verlag Technik, Berlin, 395 S. Übersetzung aus dem Russischen.

Autorul, specialist în domeniul teoriei şi construcţiei turbinelor cu aburi şi cu gaze (a se vedea de ex., noul său volum *Аэродинамика проточной части паровых и газовых турбин*, И. И. Кириллов и др., Машгиз, М., 1958, 248 стр.), a reuşit să elaboreze, spre deosebire de numeroase alte cărţi din acest domeniu, o teorie modernă a tehnicii reglării turbinelor, ţinînd seama de teoria matematică şi mecanică a vibraţii'or. Volumul conţine, în afară de teoria reglării maşinilor, studiul diferitelor sisteme de reglare precum şi datele constructive esenţiale ale elementelor acestor sisteme. În partea întîia se expune statica reglării. Ref. subliniază în deosebi partea a doua consacrată dinamicii reglării, în care această problemă, legată în de-aproape de problema fundamentală a stabilităţii, se expune riguros, pe baza lucrărilor lui A. Stodola şi I. A. Vîşnegradski. Se studiază în particular reglările directă şi indirectă, stabilindu-se cu acest prilej şi ecuaţiile schemelor matematico-mecanice corespunzătoare. Partea a treia conţine expunerea problemelor speciale legate de diferite variante ale reglării turbinelor cu aburi. Aici s-au introdus rezultatele studiilor recente în domeniu referitoare la dinamica reglării în prezenţa reglării presiunii de ulei, la reglarea hidrodinamică a turbinelor compresoare etc. Urmează apoi o serie de indicaţii preţioase asupra celor mai de seamă dispozitive de protecţie precum şi fundamentarea economică a alegerii diferitelor sisteme de reglare automată. Ultima parte a cărţii conţine expunerea bazelor dinamicii reglării turbinelor cu gaz deschise, pentru studiul cărora a lipsit pînă acum literatura necesară.

Nombre de travaux fondamentaux dus à A. Stodola, I. A. Wychnegradski, I. N. Wosnessenski, suivis par les recherches recentes de l'A., A. A. Andronow, A. I. Louryé, A. W. Stchéglyaïeff et d'autres encore, ont conduit l'auteur à l'élaboration d'une théorie systématique du reglage des turbines à vapeur et à gas. Ce livre — meilleur dans le domaine consacré à ce sujet selon les spécialistes comme en est par exemple M.le prof. C. Zietemann, rédacteur de la traduction allemande — est soudivisé en quatre parties, à savoir: Statique du réglage; Dynamique du réglage; Réglage des turbines a vapeur et Réglage des turbines à gas. On indique ci-dessus quelques détails concernant les mérites de cette mise au point. *G. d'Albon*

49. РАБИНОВИЧ А. Н., *Автоматизация производственных процессов в машиностроении*, ГИТЛ УССР, Киев, 1959.

Factorul cel mai important pentru ridicarea productivităţii muncii în domeniul construcţiei de maşini este automatizarea proceselor tehnologice. Dacă se compară ceea ce s-a făcut în acest domeniu, ţinînd seama de posibilităţile actuale, cu succesele spectaculoase obţinute, de exemplu, în teleghidajul rachetelor sau în reglarea automată a funcţionării unor uzine de produse chimice, se poate spune că automatizarea în construcţia de maşini şi în industria matalurgică în general, apare ca o realizare destul de modestă. În aceste condiţii, orice încercare de a o trece în revistă trebuie privită cu atenţie, în primul rînd pentru că lucrările de acest gen nu sînt încă prea numeroase şi nici destul de cuprinzătoare, iar în al doilea rînd, tocmai pentru că există încă trepte care trebuie urcate neîntîrziat.

Cartea lui A. N. Rabinovici *Automatizarea proceselor tehnologice în construcţia de maşini*, este o reuşită încercare de acest fel, deşi este foarte greu de a cuprinde în limitele unei cărţi dinainte mărginită ca volum, numărul imens de probleme ce se pun în acest domeniu. Nu este de mirare că în lucrarea de faţă unele probleme secundare au fost lăsate intenţionat de o parte, iar altele au fost semnalate doar în trăsăturile lor mai caracteristice.

Materialul prezentat, cu grijă ales, este concentrat în şapte capitole, din care două sînt destinate descrierii procedeelor şi dispozitivelor automate întîlnite în general la alimentarea cu semifabricate a maşinilor unelte şi la fixarea lor automată pe maşini. Alte două capitole sînt destinate automatizării operaţiilor pe diversele maşini unelte, cu sau fără comandă programată. Programarea cu preselecţie, cu înscriere pe bandă perforată sau pe bandă magnetică, este prezentată succint în principiu, dar prin maşinile date ca exemplu: strung revolver automatizat dupa sistemul Nichols, strungul Institutului de maşini unelte pentru scule din Moscova, a unei maşini de frezat sistem Breido, Kobrinski şi Besstraşnov, maşina de găurit SKB-3, toate cu comandă automată, cu program înscris pe bandă de hîrtie, sau prin exemple de maşini cu program pe bandă magnetică, cu cicluri complexe, cu scheme de reţea optică folosită în aparate spectroscopice, sînt suficiente pentru o înţelegere a tendinţelor actuale de folosirea programării în maşinile unelte. În acest domeniu o mai largă pătrundere în schemele blocurilor de programare deşi ar fi adus informaţii foarte utile celor interesaţi în programarea maşinilor, ar fi dezechilibrat conţinutul lucrării, fără a folosi prea mult celor care sînt preocupaţi de problemele mai generale ale automatizării şi mecanizării producţiei în construcţia de maşini.

Alte două capitole sînt dedicate procedeelor de automatizare a operaţiilor de control, bazate atît pe principiile de sortare a pieselor, cît şi pe metodele active de control.

În fine, lucrarea se încheie cu o trecere în revistă, în ultimul capitol, a direcţiilor şi perspectivelor de dezvoltare a automatizării în construcţia de maşini.

Trecînd în revistă problemele conducătoare din acest domeniu astfel grupate, autorul dă informaţii preţioase şi indică căile principale care pot duce la realizări concrete, utile mai ales pentru constructorii de maşini din R. P. R., angajaţi în introducerea tehnicii înaintate în decursul şesenalului şi îndrumaţi de directivele celui de al III-lea Congres al P.M.R.

★

Реф. излагает выше, на румынском языке, некоторые дателн касающиеся ряда важных вопросов разработанных в книге, в связи с фундаментальными проблемами автоматизации производственных процессов в машиностроении. *C. Buda*

50. ⁎*⁎ *Advanced Mechanics of Fluids.* Hunter Rouse, Editor. Contributors: D. W. Appel, P. G. Hubbard, L. Landweber, E. M. Laursen, J. S. McNown, H. Rouse, T. T. Siao, A. Toch and C. S. Yih. J. Wiley a. Sons, Inc., Chapman a. Hall, Lim., London, 1959, XVI+444 pp.

Acest volum, rezultat dintr-o muncă colectivă, constituind o continuare naturală a volumului aceluiaşi editor, H. Rouse, *Mecanica elementară a fluidelor,* şi presupunînd din partea cititorului ansamblul cunoştinţelor de bază în domeniul mecanicii fluidelor, este consacrat expunerii metodelor moderne de cercetare, menite a permite adîncirea şi prevederea fenomenelor realităţii obiective în domeniul corespunzător. După o expunere succintă a aparatului de investigaţie matematic folosit în măsurători experimentale, se trece succesiv la o tematică grupată în jurul următoarelor subiecte: curgere irotaţională, reprezentarea conformă a curgerii plane, mişcări laminare, turbulenţă, straturi limită (laminare şi turbulente), curgere turbulentă limită (jeturi etc.). Se menţionează prezenţa a numeroase diagrame, grafice şi tabele de date numerice ce reproduc diferite experienţe în acest domeniu. Un număr de 276 probleme, distribuite judicios în cadrul fiecărui capitol (8 în total), la care se adaugă şi un bogat material bibliografic, la zi — spre deosebire de unele tratate din occident care nu reflectă îndeajuns marile contribuţii sovietice în domeniile corespunzătoare ale ştiinţei sau tehnicii — şi cu literatura clasică rusă şi actuala literatură sovietică în domeniu, ridică valoarea cărţii, ce poate fi consultată cu folos de toţi acei care studiază mecanica fluidelor.

⁎

In this volume, a long-awaited continuation to Rouse's *Elementary Mechanics of Fluids,* full atention is given to the development of research methods whereby the frontiers of the science itself can be further enlarged. Rev. gives oven in Roumanian some details concerning various problems exposed in the eight chapters of this treatise, where, parallely to the theoretical approach, is constantly underlined that experience must ever remain the control of scientific progress. *C. Ciobanu*

51. ⁎*⁎ *Session de 1960 de l'Association Technique Maritime et Aéronautique.* Bulletin de l'ATMA, N° *60.* Ouvrage publié avec le concours du Centre National de la Recherche Scientifique. Paris, 1960, ATMA, 659 pp.

Seria de volume, cuprinzînd textele lucrărilor susţinute de diferiţi specialişti la sesiunile ştiinţifice ale Asociaţiei Tehnice Maritime şi Aeronautice din Franţa, conţine de regulă diferite articole de mecanică aplicată, mecanica fluidelor, rezistenţa materialelor, construcţii de maşini, hidro- şi aerodinamică etc., redactate la nivelul corespunzător ştiinţei şi tehnicii moderne.

În imposibilitatea de a ne opri aici asupra conţinutului celor 29 articole înserate în acest volum, subliniem seria de lucrări ce se încadrează în Mecanica tehnică a vibraţiilor. Din aceasta fac parte, de exemplu, lucrările consacrate analizei statistice a vibraţiilor verticale cu două noduri a carcaselor navelor (S. Marsich), studiului vibraţiilor longitudinale a liniilor de arbori a unui petrolier de 21 000 t (J. Lachassagne) ş. a.

Trebuie remarcată de asemenea utilitatea reproducerii la finele fiecărui articol a totalităţii discuţiilor purtate.

⁎

Le Bulletin n°*60* de l'Association Technique Maritime et Aéronautique, dont quelques détails concernant son contenu ont été donnés ci-dessus en langue roumaine, reproduit le texte complet des mémoires présentés par nombre de spécialistes à la Session tenue par l'Association, en Mai 1960. Le réf. souligne surtout l'utilité des intéressantes discussions qui ont suivi l'exposé de ces mémoires tant que de la liste des mémoires publiés dans les dix derniers volumes qui embrassent presques tous les domaines de la Mécanique appliquée et de la Construction des machines et des navires.

C. Ciobanu

52. АНАНЬИН С. Г., АЧЕРКАН Н. С., БОГУСЛАВСКИЙ Б. Л., ЕРМАКОВ В. В., ИГНАТЬЕВ Н. В., КУДРЯШОВ А. А., ПУШ В. Э., ФЕДОТЕНОК А. А., ХРЫКОВ А. Н., *Металлорежущие станки*, Машгиз, М., 1958.

Reflectînd tradiţia constructorilor de maşini unelte ruşi şi sovietici, precum şi avîntul deosebit pe care l-a luat construcţia de maşini unelte în U.R.S.S. după Marea Revoluţie Socialistă din Octombrie, lucrarea (*Maşini unelte*) îmbină în mod armonios multiplele probleme tehnico-ştiinţifice în legătură cu construcţia, cinematica, proiectarea, acţionarea hidraulică, exploatarea şi încercarea maşinilor unelte.

Prin structura sa lucrarea se adresează în special studenţilor facultăţi'or de mecanică, secţia tehnologia construcţiei de maşini, fiind împărţită în următoarele 7 părţi :

I. Cursul general de maşini unelte, redactat de prof. S. G. Ananin al cărui obiectiv îl constituie prezentarea maşinilor unelte universale, a maşinilor unelte specializate şi speciale, precum şi a maşinilor unelte semiautomate şi automate.

II. Cinematica maşinilor unelte, redactat de docentul A. A. Fedotenok, destinat prezentării legăturilor cinematice, a compunerii mişcărilor precum şi analizei cinematice a maşinilor pentru tăierea roţilor dinţate, a maşinilor unelte pentru tăierea filetului şi a unor maşini unelte specializate. De remarcat faptul că primele două capitole ale acestei părţi, referitoare la legăturile cinematice şi compunerea mişcărilor la maşini unelte, se bazează pe cercetările autorului (А. А. Федотенок, *О кинематической структуре металлорежущих станков*, Сборник *Исследования в области металлорежущих станков*, Вып. *3*, Машгиз, М., 1955).

III. Calculul şi construcţia maşinilor unelte, în redactarea prof. N. C. Acerkan, cunoscut constructorilor de maşini şi studenţilor din R.P.R. (*Calculul şi construcţia maşinilor unelte*, Ed. Tehn., Buc., 1955) şi a docenţilor V. E. Puş şi N. V. Ignatiev.

IV. Acţionarea hidraulică a maşinilor unelte, redactată de docentul V. V. Ermakov, a cărui lucrare *Основы расчета гидропривода*, Машгиз, М., 1951, este de asemenea cunoscută în ţara noastră.

V. Automatizarea maşinilor unelte, în redactarea prof. B. L. Boguslavki, autorul lucrării *Токарные автоматы и полуавтоматы*, Машгиз, М., 1948.

VI. Exploatarea şi încercarea maşinilor-unelte, autor docent A. N. Hrîkov.

VII. Maşini unelte speciale pentru producţia sculelor, autor docent A. A. Kudreaşov.

Experienţa bogată a autorilor în activitatea ştiinţifică, de proiectare şi în elaborare de manuale, a permis ca într-un volum relativ mic (1 000 pp.) să sintetizeze un material deosebit de vast (224 lucrări citate, dintre care 26 ale autorilor), scoţîndu-se în evidenţă tendinţele actuale în dezvoltarea construcţiei maşinilor unelte.

Lucrarea a trezit un deosebit interes din partea oamenilor de ştiinţă, a constructorilor de maşini şi a studenţilor din R.P.R., epuizîndu-se scurt timp după apariţie.

*

Le réf. indique ci-dessus en langue roumaine quelques détails concernant ce beau livre consacré à la théorie et à la pratique des machines outils. *V. Belous*

53. SEGAL H., LINDE CR., PURCARIU I., *Maşini de ridicat şi transportat*, Ed. tehn., Buc., 1960.

Dezvoltarea impetuoasă a economiei R. P. R. în viitorii ani pune în faţa constructorilor de maşini, a inginerilor şi tehnicienilor din industria construcţiilor, energetică, extractivă, a transporturilor şi alimentară, sarcini deosebit de importante în ceea ce priveşte mecanizarea şi automatizarea proceselor de producţie. Este suficient a se aminti că în anul 1965 se vor produce de trei ori mai multe maşini de ridicat ca în 1959. Aceasta face ca apariţia unei lucrări de sinteză asupra teoriei, calculului, construcţiei şi utilizării maşinilor de ridicat şi transportat, legată strîns de realităţile construcţiei socialiste în R. P. R., să fie deosebit de utilă pentru cei ce vor traduce în viaţă obiectivele planului şesenal.

Destinată inginerilor şi tehnicienilor din proiectare şi producţie precum şi studenţilor din institutele tehnice de învăţămînt superior, în calitate de manual, lucrarea cuprinde patru părţi :

I. *Organele specifice ale maşinilor de ridicat*, în cadrul căreia se prezintă construcţia, utilizarea, standardizarea, teoria şi calculul de proiectare a organelor flexibile pentru ridicare, a organelor pentru ghidarea şi acţionarea lanţurilor şi cablurilor, a organelor

pentru suspendarea sau apucarea sarcini'or, a organelor de blocare şi de frînare, a organelor pentru deplasare, precum şi a organelor şi instalaţiilor pentru acţionare.

II. *Construcţia şi principiile de calcul ale scheletului metalic al maşinilor de ridicat.*

III. *Maşini de ridicat,* destinată construcţiei, utilizării şi calculelor specifice aparatelor de ridicat, macaralelor cu platforme rulante, macaralelor rotitoare staţionare, macaralelor rotitoare deplasabile şi ascensoarelor.

IV. *Maşinile şi instalaţiile de transport continuu,* în cadrul căreia se prezintă transportoarele cu şi fără organ flexibil de tracţiune, insta'aţiile auxiliare ale transportoarelor (buncăre, închizătoare, alimentatoare) şi maşinile de transportat fără şine.

Structura unitară a capitolelor, stilul concis şi adecvat, capacitatea autorilor de a evidenţia în mod natural esenţialul din fiecare problemă tratată, nivelul înalt ştiinţific de prezentare, fac ca lucrarea să poată fi folosită eficient atît în calitate de material de bază pentru inginerul şi tehnicianul proiectant şi din producţie, cît şi în calitate de manual pentru studenţi.

Bogatul material consultat, experienţa de cercetători şi proiectanţi a autorilor îmbinate cu o muncă migăloasă şi exigenţă în redactare, asigură lucrării un nivel corespunzător celor mai reuşite lucrări din acest domeniu apărute în străinătate.

*

Le réf. expose ci-dessus quelques détails concernant le livre *Appareils à lever et transporteurs* par H. Segal, Cr. Linde, I. Purcariu, Ed. Tehn., Buc., 1960.

V. Belous

54. ДРАЙГОР Д. А., *Износостойкость и усталостная прочность стали в зависимости от условий обработки и процесса трения,* Изд. АН УССР, Киев, 1959.

Cartea, intitulată *Rezistenţa la uzură şi la oboseală a oţelului funcţie de condiţiile de prelucrare şi de procesul de frecare,* răspunde unor probleme de deosebită actualitate legate de mărirea duratei de exploatare a maşinilor, fiind destinată colaboratorilor ştiinţifici şi personalului tehnico-ingineresc din întreprinderile constructoare de maşini.

Lucrarea este împărţită în următoarele 3 capitole:

I. *Starea fizică a stratului superficial de metal după prelucrarea mecanică,* în cadrul căruia se studiază influenţa elementelor regimului de aşchiere asupra ecruisării şi structurii straturilor superficiale, precum şi interdependenţa între structura oţelului şi calitatea suprafeţei, între proprietăţile metalului, viteza de aşchiere şi ondulaţiile suprafeţei.

II. *Rezistenţa la uzură şi rezistenţa la oboseală a oţelului în funcţie de starea fizică a stratului superficial după prelucrarea mecanică,* în care se prezintă influenţa microgeometriei suprafeţei, a ecruisării stratului superficial, a condiţiilor de prelucrare termică şi mecanică, a neomogenităţii structurii şi a tensiunilor interne din stratul superficial asupra rezistenţei la uzură şi la oboseală a oţelului.

III. *Influenţa condiţiilor de frecare asupra rezistenţei la oboseală a oţelului.*

Cartea recenzată reprezintă sinteza lucrărilor experimentale ale autorului şi colaboratorilor săi (16 lucrări citate) precum şi a altor lucrări publicate în U.R.S.S. şi peste hotare (135 lucrări citate) şi poate fi folosită eficient de către oamenii de ştiinţă, inginerii şi tehnicienii care se preocupă de mărirea duratei de funcţionare a maşinilor.

*

Il Rif. indica qui sopra in lingua romena alcuni dettagli concernenti questo pregevole libro dedicato allo studio della resistenza all'usura e alla stanchezza dell'acciaio dal punto di vista delle condizioni di fabbricazione e del processo di frizione.

V. Belous

55. KEGEL K., *Die Praxis der induktiven Warmbehandlung.* Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961 VIII + 167 S.

Paralel cu introducerea pe scară din ce în ce mai largă în construcţia de maşini şi de aparate de precizie a metodelor raţionale s-a impus şi adîncirea studiilor legate de tratamentul termic al metalelor. Acest volum este consacrat expunerii practicii tratamentu'ui termic prin inducţie. Ref. indică mai jos unele detalii relative la conţinutul volumului, insistînd îndeosebi asupra problemei importante a tratării, în vederea întăririi, a suprafeţelor diverselor organe de maşini şi aparate (pp. 66—112).

Literatura folosită este la zi, reflectînd între altele importante lucrări de specialitate înserate în diferite reviste germane, sovietice ş. a.

*

In der modernen Fertigung des Maschinen- und Feingerätebaues geht man zu immer rationelleren Methoden über, so auch bei der Warmbehandlung von Metallen. Die induktiven Warmbehandlungsmethoden kommen hier dem Betriebs- und Fertigungsingenieur entgegen. Die Methoden sind heute in der Entwicklung so weit vorangeschritten, dass die einschlägige Industrie in der Lage ist für jeden Zweck die geeignete Anlage zu liefern. Neben der Auswahl der Anlagen für das induktive Glühen, Schmieden, Löten und Härten nach ihrem zweckentsprechenden Einsatz und ihrer taktgebundenen Leistung, soll der Betriebs- und Fertigungsingenieur wie auch der Konstrukteur entscheiden, welches Material verwendet wird, welche Kosten entstehen und welche technologischen Ergebnisse zu erzielen sind.

In dem Buch werden, weitgehend den Bedürfnissen des Praktikers angepasst, allgemeine Richtlinien und praktische Grundlagen zu den einzelnen induktiven Verfahren, Glühen, Schmieden, Löten, Schweissen und vor allem Oberflächenhärten (charakteristische Härtebeispiele, S. 66—112), gegeben. Die Stromquellen für induktive Warmbehandlung, die Übertrager und die maschinellen Einrichtungen für die Aufnahme und behandlung der Werkstücke werden ausführlich gesprochen (Mittel- und Hochfrequenzgeneratoren, S. 113—136 und maschinelle Einrichtungen, S. 137—150). Zum Schluss werden noch Hinweise zur Betriebssicherheit der Anlagen und zur Vermeidung von Betriebsstörungen aller Art gegeben.

Literaturverzeichnis (S. 162—163) und Sachverzeichnis (S. 164—167) sowie eine sehr gute äussere Gestaltung erhöhen noch mehr das Wert des Buches. *Gh. Ailincăi*

56. BICKEL E., *Die metallischen Werkstoffe des Maschinenbaues*. Dritte durchgesehene Auflage. Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, XII+439 S.

Succesul incontestabil al celor două ediţii precedente ale acestui volum, apărut pentru prima oară în 1954 şi consacrat studiului multilateral al materialelor metalice folosite în construcţii de maşini, a făcut ca această nouă, a treia ediţie, să nu mai reflecte, în comparaţie cu cele precedente, decît o serie de perfecţionări şi îmbunătăţiri cu totul locale.

Întreaga operă, elaborată de un cunoscut specialist în domeniu, este subdivizată în patru părţi mari: Structura materialelor metalice de construcţii (pp. 1–86); Aliaje (pp. 87–148); Proprietăţile materialelor metalice de construcţii şi încercarea lor (pp. 149–235) şi Tehnologia specială a metalelor (pp. 236–430). Toate capitolele au ţinut seama în redactarea lor de nivelul actual al cunoştinţelor. Astfel, expunerea părţii întîia este bazată temeinic pe cele mai noi date în legătură cu structura cristalină şi cu forţele de legătură în cristale; partea a doua este zidită pe o bună îmbinare între datele experimentale, reprezentate prin numeroase şi îngrijite diagrame (diagrame de stare de variate tipuri, diagrame relative la materiale în ternă etc., şi pe teoria fazelor. Pentru rezultatele încercărilor de materiale s-a ţinut seama de datele noi, legate de maşinile de încercat moderne, sensibile la o mare gamă de variaţie a mărimilor de măsurat. Era natural, dat fiind faptul că astăzi se folosesc, în cadrul construcţiilor de maşini, din ce în ce mai multe şi mai variate combinaţii de metale, ca partea cea mai vastă a volumului să fie consacrată studiului şi tehnologiei corespunzătoare, subdiviziunile ei fiind consacrate în primul rînd diverselor probleme moderne legate de metale feroase (oţel şi fier), metalelor grele neferoase (zinc, plumb, staniu, nichel, crom, cupru), metalelor uşoare (aluminiu şi aliajele sale, magneziu şi aliajele sale), metalelor pentru lagăre, metalelor pentru rezistenţă şi metalurgiei pulberilor. Acest din urmă subcapitol, dată fiind marea importanţă pe care o capătă astăzi, va trebui să fie mai dezvoltat în ediţia viitoare. Un vast indice de materii şi prezentarea tradiţională deosebit de îngrijită a editurii ridică şi mai mult valoarea volumului referat.

*

Dieses zusammenfassendes Lehrbuch den dem Gebiet der allgemeinen und der speziellen Metallkunde sowie der Werkstoffprüfung gewidmet ist wird jedem Maschineningenieure unentbehrlich werden. Ref. gibt oben, in rumänischer Sprache, einige Einzelheiten über diese dritte durchgesehene Auflage und unterstreicht seinen Wert sowie die äussere traditionellgute Herstellung des Bandes. *N. Popinceanu*

Sr 148

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul VII (XI)

FASC. 3 – 4

1961

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

SERIE NOUĂ

Tomul VII (XI)

FASC. 3 – 4

1961

COMITETUL DE REDACȚIE

Prof. ATANASIU D., prof. FĂRCAȘ TOMA, prof. GOLGOȚIU TIBERIU, prof. MANGERON D., prof. MATEI ILIE, membru corespondent al Academiei R.P.R, prof. ONU C., prof. RUSU D.

Redactor responsabil: prof. SIMIONESCU CRISTOFOR, membru corespondent al Academiei R. P. R.

Secretar: lector ROSMAN HUGO

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
TOMUL VII (XI), fasc. 3—4 1961

SUMAR

Pag.

REDACŢIONALE XV

* * * Vizita tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej şi a altor conducători de partid şi de stat în regiunea Iaşi XVII

AL. CLIMESCU, Vectorii ca bipuncte 1

J. ACZEL, Asupra homomorfismelor şi izomorfismelor grupurilor afine de corpuri şi de inele 7

I. P. MITIUK, Unele aplicaţii ale principiului simetrizării . . . 15

P. CARAMAN, Două extensiuni ale teoremei curbei 0 şi o nouă demonstraţie a teoremei invarianţei domeniilor în spaţiul euclidian n dimensional 19

D. MANGERON şi L. E. KRIVOŞEIN, Metoda polinomială în integrarea ecuaţiilor integro-diferenţiale (I) 27

JÓSEF GOLECKI, Statica unui solid elastic izotrop incompresibil . . 43

S. R. MAJUMDER, Mişcarea a două sfere în contact, într-un fluid perfect, paralel cu linia comună a centrelor 51

U. A. SASTRY, Torsiunea unui cilindru gol cu secţiune dreaptă epitrohoidală 57

N. COBURN, Ecuaţii caracteristice intrinsece pentru scurgeri relativiste hidromagnetice compresibile 61

MILOMIR M. STANIŠIĆ, Asupra determinării ecuaţiei integrale pentru o scurgere nestaţionară în jurul unei aripi delta în zbor supersonic . 83

S. G. RÎJANOV, Intersecţia suprafeţelor energetice de nivel la nucleele grele şi tranziţie α foarte dificilă 105

RADU VASILIU, Dispozitiv pentru controlul nivelului la lichide . . 111

M. ŞCHIOPU, OLIMPIA BOŢ şi VIORICA ONU, Studiul termdinamic şi cinetic al sistemului acetat de n-butil—apă (I) 115

GH. BURLACU, CORNELIA IOAN şi RODICA ŞMOCOT, Caracteristici polarografice şi oscilografice ale ionilor de Pb, Cd şi Zn în soluţii de azotiţi şi azotaţi 119

Pag.

CANDIN LITEANU şi EMIL CORDOŞ, Metode rapide de analiză (V) . 127

V. ARMEANU, E. DIAMANDESCU, S. HORNAR şi L. MARINESCU, Substanţe chimice indicatoare de temperatură. Termoindicatori . 133

M. I. BATUEV, A. A. AHREM şi A. D. MATVEEVA, Studiul structurii 2-metiloxiciclohexiletilenoxizilor prin dispersia combinată a luminii . 139

V. KUBELKA, Contribuţii la studiul problemei apelor de evacuare din industria de tananţi 145

GH. ALEXA, L. SIRETEANU şi GH. BURGHELEA, Consideraţiuni asupra unor factori care influenţează calitatea extractului de stejar indigen . 161

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, AGLAIA CHIRIŢĂ, H. HASS, V. NĂNESCU, şi GEORGETA NĂNESCU, Studiul tăbăcirii combinate cu uree-formol-crom a pieilor pentru feţe de încălţăminte . . . 177

C. STRUB, I, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, DANIEL JUCHUM şi CORNELIA MAGA, Contribuţiuni la creşterea randamentului în suprafaţă, în faza uscării, a pieilor tăbăcite în crom . . . 185

GH. ROZMARIN, Centenarul teoriei structurii chimice a lui A. M. Butlerov 193

EMIL LUCA, I. LUCA şi ANASTASIA VASILIU, Despre acţiunea ultrasunetelor asupra unor dielectrici lichizi şi a unor amestecuri eterogene formate din: ferite — ulei de parafină, glicerină — ulei de parafină şi monoclorbenzen — ulei de parafină 203

V. CORLĂŢEANU, IOSIF BERGMAN, GH. ŞERBAN, P. LEONTE şi V. ŞTIRBU, Autoexcitarea maşinii trifazate cu colector, alimentată prin stator, cu trei perii pe perechea de poli 207

EMIL HANGANU şi D. BĂRBULESCU, Rezistenţe neliniare de joasă tensiune 221

V. A. VENIKOV, şi I. P. SIUDA, Asupra condiţiilor optime de transport a energiei electrice 225

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER, Asupra transmisiei cu factor de putere optim a energiei active prin sisteme electrice . . . 243

AUREL POPOVICI, Model pentru demonstrarea producerii cîmpului magnetic învîrtitor în maşinile electrice 257

V. A. SAPA şi A. M. JAROV, Asupra problemei de mişcare a unui punct cu masă variabilă sub acţiunea unei forţe centrale . . . 263

N. IRIMICIUC, Asupra unei probleme de dinamica solidului supus la legături 269

THOMAS R. KANE şi SIDNEY SHORE, Generalizarea principiului lucrului mecanic virtual 273

A. S. KELZON, Studiul influenţei frecării vîscoase asupra oscilaţiilor şi stabilităţii unui rotor rigid în rotaţie pe reazeme articulate şi elastice 281

GH. CAŞLER şi AL. RENER, Determinarea parametrilor forţei principale de aşchiere în procesul de strunjire longitudinală la oţelurile romîneşti (VII) 287

Pag.

TIBERIU GOLGOŢIU, TOMA FĂRCAŞ, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ, EMIL ANDREI şi BOGDAN GHEORGHIU, Consideraţiuni asupra exprimării rezistenţei la coroziune a metalelor şi aliajelor . . 289

TIBERIU GOLGOŢIU, TOMA FĂRCAŞ, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ, EMIL ANDREI, BOGDAN GHEORGHIU şi I. HOPULELE, Comportarea la coroziune a oţelurilor carbon STAS 500–49 . . 293

D. S. TAVHELIDZE şi D. MANGERON, O clasă de „invarianţi" diferenţiali relativi la problema determinării acceleraţiilor de ordin oarecare în mecanisme plane complexe 301

V. I. BELEŢKI, În legătură cu articolul „Asupra determinării dimensiunilor fundamentale ale mecanismelor cu came şi levier oscilant" . 305

V. I. BELEŢKI, Metodă analitică de determinare a dimensiunilor fundamentale ale unui mecanism cu came cu tachet, în mişcare de translaţie 307

G. N. SAVIN, Concentrarea eforturilor în jurul orificiilor în învelişuri subţiri 315

M. DIACONU şi N. PREDA, Contribuţii la calculul barelor comprimat-încovoiate 325

J. VALENTA, Rezolvarea teoretică a învelişurilor cilindrice cu pereţi subţiri de grosime variabilă 333

E. POHL, Studiul densităţii şi armării betonului prin folosirea iradierii prin raze gama 349

VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN RADU, Unele aspecte privind comportarea termică a pereţilor din panouri mari de beton armat . . . 361

D. ATANASIU, AL. CHELĂRESCU, ELISABETA PĂUNEL şi D. GANJULA, Contribuţii la studiul adezivităţii lianţilor hidrocarbonaţi la bazalt 371

V. P. ANANIEV, Proprietăţi ale pămînturilor loessoide şi ale minereurilor lor 381

VOINEA COCIU, LĂCRĂMIOARA DUMA şi AGRIPINA FICA, Consideraţii asupra stabilirii regimului optim de umezire a unor piei de feţe la confecţionarea încălţămintei 385

M. ANTONIU, VOINEA COCIU şi W. DAVID, Procedee şi dispozitive de măsurare a suprafeţei pieilor pe cale electrică 399

VOINEA COCIU, LĂCRĂMIOARA DUMA şi AGRIPINA FICA, Consideraţii asupra stabilirii mecanismului deformaţiilor remanente în boxul cu faţa corectată la tragerea pe calapod 407

D. RUSU, P. MÎLCOMETE şi I. HĂLĂLĂU, Industrializarea socialistă — obiectiv principal al politicii economice a Partidului Muncitoresc Romîn. 420

Pag.

I. HĂLĂLĂU şi AL. TACU, Cu privire la accelerarea vitezei mijloacelor circulante într-o întreprindere integrată de bumbac . . . 427

ALFRED JEANRENAUD şi RODICA CEPĂREANU, Dezvoltarea industriei locale de stat în regiunea Iaşi, în anii regimului democrat-popular (1948...1959) (I) 443

RECENZII 459

GH. CHIRIŢĂ, Aniversarea a 70 ani de viaţă a profesorului dr. Gh. Alexa 478

ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
НОВАЯ СЕРИЯ
Том VII (XI), выпуск 3—4 1961 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ОТ РЕДАКЦИИ XV

* * * Посещение ясской области товарищем Георге Георгиу-Деж и другими партийными и государственными руководителями XVII

АЛ. КЛИМЕСКУ, Векторы как опорядоченные пары точек . . 1

И. ОЦЕЛ, О гомоморфизмах и изоморфизмах афинных групп тел и колец 7

И. П. МИТЮК, Некоторые применения принципа симметризации . . 15

П. КАРАМАН, Два обобщения теоремы гиперповерхности θ и новая демонстрация теоремы сохранения областей в евклидовом n-мерном пространстве 19

Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН, Многочленный метод в решении задачи по интегро-дифференциальным уравнениям (I) . . 27

И. ГОЛЕЦКИЙ, Статика упругого изотропного несжимаемого тела . 43

С. Р. МАДЖУМДЕР, Движение двух соприкасающихся шаров в идеальной жидкости параллельно общей линии центров . . . 51

У. А. САСТРИ, Кручение полого цилиндра с эпитрохоидальным прямым разрезом 57

Н. КОБЭРН, Внутренние характеристические уравнения релятивистских сжимаемых гидромагнитных течений 61

МИЛОМИР М. СТАНИШИЧ, Об определении интегрального уравнения для неустановившегося течения вокруг Δ-крыла в сверхзвуковом полете 83

С. Г. РЫЖАНОВ, Пересечение уровенных энергетических поверхностей в тяжелых ядрах и сильно-затрудненные α-переходы . . . 105

РАДУ ВАСИЛИУ, Прибор для контроля уровня жидкости . . 111

М. ШКИОПУ, ОЛИМПИЯ БОЦ и ВИОРИКА ОНУ, Термодинамические и кинетические исследования системы ацетат n-бутил—вода (I) . 115

Стр.

Г. БУРЛАКУ, КОРНЕЛИЯ ИОАН и РОДИКА ШМОКОТ, Полярографические и осциллографические свойства ионов Pb, Cd и Zn в нитритных и нитратных растворах 119

КАНДИН ЛИТЯНУ и ЕМИЛ КОРДОШ, Быстрые методы анализа (V) 127

В. АРМЯНУ, Е. ДИАМАНДЕСКУ, С. ХОРНАР и Л. МАРИНЕСКУ, Химические температурные индикаторы 133

М. И. БАТУЕВ, А. А. АХРЕМ и А. Д. МАТВЕЕВА, Исследование конформации 2-метил-1-оксициклогексилэтилен-оксидов комбинационным рассеянием света 139

В. КУБЕЛКА, К задаче отбросных вод в таннидной промышленности 145

Г. АЛЕКСА, Л. СИРЕТЯНУ и Г. БУРГЕЛЯ, О некоторых факторах влияющих на качество экстракта отечественного дуба . . 161

Г. АЛЕКСА, Г. КИРИЦЭ, АГЛАЯ КИРИЦЭ, Х. ХАСС, В. НЭНЕСКУ, ДЖОРДЖЕТА НЭНЕСКУ, Изучение комбинированного мочевино-формалино-хромового дубления обувной кожи . . . 177

К. ШТРУБ, ИРИНА ЯРОШЫНСКИЙ-ДРАБИК, ДАНИЕЛ ЖУХУМ, КОРНЕЛИЯ МАГА, Расширение поверхности кож хромового дубления во время сушки 185

Г. РОЗМАРИН, Столетие теории химического строения А. М. Бутлерова 193

ЕМИЛ ЛУКА, И. ЛУКА и АНАСТАСИЯ ВАСИЛИУ, О действии ультразвуков на жидкие диэлектрики и некоторые гетерогенные смеси из феррита—парафиннового масла, глицерина—парафинового масла и монохлорбензена—парафинового масла 203

В. КОРЛЭЦЯНУ, И. БЕРГМАН, Г. ШЕРБАН, П. ЛЕОНТЕ и В. ШТИРБУ, Самовозбуждение трехфазных коллекторных машин с питанием со стороны ротора и с единой щеточной системой . 207

ЕМИЛ ХАНГАНУ и Д. БЭРБУЛЕСКУ, Нелинейные электрические сопротивления низкого напряжения 221

В. А. ВЕНИКОВ и И. П. СИУДА, К вопросу о наилучшем использовании электропередач 225

ГУГО РОСМАН и АЛЬФРЕД БРАЙЕР, О передачи с найлучшим коэффициентом мощности активной энергии через электрические системы 243

АУРЕЛ ПОПОВИЧ, Модель для доказательства создания вращающегося магнитного поля в электрических машинах . . . 257

В. А. САПА и А. М. ЖАРОВ, К вопросу о движении точки переменной массы под действием центральной силы 263

Н. ИРИМИЧУК, О задаче динамики твердого тела со связями . . 269

ТОМАС Р. КЭН и СИДНЕЙ ШОР, Обобщение принципа виртуальных работ 273

Стр.

А. С. КЕЛЬЗОН, Исследование влияния вязкого трения на колебания и устойчивость жесткого ротора, вращающегося в шарнирной и упругой опорах 281

Г. КАШЛЕР и АЛ. РЕНЕР, Определение технических характеристик сил резания в процессе токарной продольной обработки румынских сталей (VII) 287

ТИБЕРИУ ГОЛГОЦИУ, ТОМА ФЭРКАШ, Г. АИЛИНКЭЙ, К. ЧОКИНЭ, ЕМИЛ АНДРЕЙ и БОГДАН ГЕОРГИУ, К вопросу выражения результатов измерения коррозионой устойчивости металлов и сплавов 289

ТИБЕРИУ ГОЛГОЦИУ, ТОМА ФЭРКАШ, Г. АИЛИНКЭЙ, К. ЧОКИНЭ, ЕМИЛ АНДРЕЙ, БОГДАН ГЕОРГИУ и И. ГОПУЛЕЛЕ, Корозионная характеристика углеродистых сталей STAS 500–49 . . 293

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН, Об одном классе дифференциальных „инвариантов" в задаче распределения ускорений любого порядка в сложных плоских механизмах 301

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ, Дополнение к статье „К определению основных размеров кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем 305

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ, Аналитический метод определения основных размеров кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем 307

Г. Н. САВИН, Концентрирование напряжений вокруг отверстий в тонких оболочках 315

М. ДЬЯКОНУ и Н. ПРЕДА, К расчету балок на сжатие и изгиб . . 325

И. ВАЛЕНТА, Теоретические решения цилиндрических оболочек с тонкими стенками неоднородной толщины 333

Е. ПОЛ, Изучение плотности и оковки бетона при помощи иррадиации гамма-лучей 349

ВИРДЖИЛ ФОКША и АДРИАН РАДУ, К вопросу термического поведения крупнопанельных стен 361

Д. АТАНАСИУ, АЛ. КЕЛЭРЕСКУ, ЕЛИСАБЕТА ПЭУНЕЛ, Д. ГАНЖУЛА, Исследование сцепления между балластом и органическими вяжущими материалами 371

В. П. АНАНЬЕВ, Свойства лессовых грунтов и их минералы . . 381

ВОЙНЯ КОЧУ, ЛЭКРЭМИОАРА ДУМА и АГРИПИНА ФИКА, К установлению оптимального режима увлажнения некоторых типов мягких кож в производстве обуви 385

М. АНТОНИУ, ВОЙНЯ КОЧУ и В. ДАВИД, Методы и приборы для измерения поверхности кожи электрическим путем . . . 399

ВОЙНЯ КОЧУ, ЛЭКРЭМИОАРА ДУМА и АГРИПИНА ФИКА, К определению механизма остаточных деформаций хрома с искусственным лицом при натяжке на колодку 407

Д. РУСУ, П. МЫЛКОМЕТЕ и И. ХЭЛЭЛЭУ, Социалистическая индустриализация — главная цель экономической политики Румынской Рабочей Партии 421

Стр.

И. ХЭЛЭЛЭУ и АЛ. ТАКУ, Об увеличении скорости движения оборотных средств в хлопчатобумажном предприятии 427

АЛФРЕД ЖАНРЕНО и РОДИКА ЧЕПЭРЯНУ, Развитие местной государственной промышленности в ясской области в годы народно-демократической власти 443

РЕЦЕНЗИИ 459

Г. КИРИЦЭ, К 70-летию профессора д-ра Г. Алекса . . . 477

BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
NEW SERIES
VOL. VII (XI), Fasc. 3—4 1961

CONTENTS

Pag.

EDITORSHIP'S ANNOUNCEMENTS XV

* * * La visite du camarade Gheorghe Gheorghiu-Dej et des autres dirigeants du parti et de l'état dans la région de Jassy . . XVII

AL. CLIMESCU, Les vecteurs comme bipoints 1

J. ACZÉL, Über Homomorphismen und Isomorphismen der affinen Gruppen von Körper und Ringe 7

I. P. MITIOUK, Quelques applications du principe de la symétrisation . 15

P. CARAMAN, Deux extensions du théorème de la courbe θ et une nouvelle démonstration du théorème de la conservation du domaine pour l'espace euclidien à n dimensions 19

D. MANGERON è L. E. CRIVOSCEIN, Il metodo polinomiale nell'integrazione delle equazioni integro-differenziali (I) . . . 27

JÓZEF GOLECKI, Statics of an isotropic incompressible elastic solid . 43

S. R. MAJUMDER, The motion of two spheres in contact parallel to the common line of centres in an incompressible, homogeneous non-viscous fluid 51

U. A. SASTRY, Torsion of a hollow cylinder of epitrochoidal cross-section 57

N. COBURN, Intrinsic characteristic equations for relativistic compressible hydromagnetic flows 61

MILOMIR M. STANIŠIĆ, On the formulation of the integral equation for the nonsteady flow around a delta-wing in supersonic flight . 83

S. G. RYZANOV, The intersection of the level power surfaces in heavy α-transition 105

RADU VASILIU, Dispositif pour le contrôle du niveau des liquides . 111

M. ŞCHIOPU, OLIMPIA BOŢ et VIORICA ONU, L'étude thermodynamique et cinétique du système acetate de n-butyle — eau (I) . 115

Pag.

GH. BURLACU, CORNELIA IOAN et RODICA ŞMOCOT, Les caractéristiques polarographiques et oscillographiques de ions de Pb, Cd et Zn dans les solutions des nitrites et nitrates . . . 119

CANDIN LITEANU et EMIL CORDOŞ, Méthodes rapides d'analyse (V) 127

V. ARMEANU, E. DIAMANDESCU, S. HORNAR et L. MARINESCU, Indicateurs chimiques de température. Thermoindicateurs . . 133

M. I. BATUYEV, A. A. AKHREM and A. D. MATVEEVA, A study of the conformations of 2-methyl-1-oxycyclohexylethyleneoxides by the combinations scatteryng of light 139

V. KUBELKA, Beitrag zum problem der Gerbereiabwässer. Sedimentierende Vorreinigung durch „Selbstklärung" 145

GH. ALEXA, L. SIRETEANU et GH. BURGHELEA, Considérations concernant quelques facteurs qui influencent la qualité de l'extrait de chêne indigène 161

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, H. HASS, V. NĂNESCU et GEORGETA NĂNESCU, L'étude du tannage combiné urée-formaldéhyde-chrôme des cuirs pour empeignes 177

C. STRUB, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, DANIEL JUCHUM et CORNELIA MAGA, Contribution à l'acroissment en surface pendant le séchage, des cuirs tannés au chrôme 185

GH. ROZMARIN, Centenaire de la structure chimique de A. M. Butleroff 193

EMIL LUCA, I. LUCA et ANASTASIA VASILIU, Sur l'action des ultrasons sur quelques diélectriques liquides et quelques mélanges hétérogénes de ferrites — huile de paraffine, glicérine — huile de paraffine et monochlorbenzène — huile de paraffine 203

V. CORLĂŢEANU, IOSIF BERGMAN, GH. ŞERBAN, P. LEONTE und V. ŞTIRBU, Die Selbsterregung der Dreiphasen-Ständergespeisten-stromwendermaschine, mit einfachem Bürstensatz 207

EMIL HANGANU et D. BĂRBULESCU, Résistances électriques nonlinéaires de basse tension 221

V. A. VENIKOV et I. P. SIOUDA, Sur les conditions optimales du transport de l'énergie électrique 225

HUGO ROSMAN et ALFRED BRAIER, Sur la transsmision à facteur de puissance optimum de l'énergie active par des systèmes électriques 243

AUREL POPOVICI, Modèle pour la démonstration de l'obtention du champ magnétique tournant dans les machines électriques . . . 257

V. A. SAPA et A. M. JAROFF, Sur le problème du mouvement d'un point de masse variable sous l'action d'une force centrale . . . 263

N. IRIMICIUC, Sur un problème de la dynamique du solide indéformable soumis aux liaisons 269

THOMAS R. KANE and SIDNEY SHORE, A generalized principle of virtual work 273

A. S. KELZON, Influence of viscous damping of vibration and stability of stiff pivot rotating in hinger and elastical supports . . . 281

Pag.

GH. CAŞLER et AL. RENER, Détermination des paramètres des forces de coupe concernant les aciers roumains soumis au tournage longitudinal (VII) 287

TIBERIU GOLGOŢIU, TOMA FĂRCAŞ, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ, EMIL ANDREI und BOGDAN GHEORGHIU, Betrachtungen über den Ausdruck des Korrosionwiderstandes der Metallen und deren Legierungen 289

TIBERIU GOLGOŢIU, TOMA FĂRCAŞ, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ, EMIL ANDREI et I. HOPULELE, Comportement à la corrosion des aciers-carbon STAS 500-49 293

D. S. TAVHELIDZE and D. MANGERON, A class of differential „invariants" concerning the problem of determining accelerations of any order in complex mechanisms 301

V. I. BELETZKI, Sur l'article „Sur la détermination des dimensions fondamentales des mécanismes aux cames et balancier" . . . 305

V. I. BELETZKI, Méthode analytique de détermination des dimensions fondamentales d'un mécanisme aux cames et tacquet en mouvement de translation 307

G. N. SAVIN, Stress concentration around holes in thin shells . . 315

M. DIACONU et N. PREDA, Contribution à l'étude des barres soumises à compression et flexion 325

J. VALENTA, Theoretische Lösung der dünnwandigen Zylinderschale veränderlicher Dicke 333

E. POHL, Dichte- und Bewehrungsuntersuchung von Eeton durch Ausnützung der Streustrahlung bei Gammastrahlung . . . 349

VIRGIL FOCŞA und ADRIAN VULPE, Das termische Verhalten der Grossplattenbauten 361

D. ATANASIU, AL. CHELĂRESCU, ELISABETA PĂUNEL et D. GANJULA, Contributions à l'étude de l'adhésivité des liants hidrocarbonés au ballast 371

V. P. ANANIEV, Properties of loess species and their minerals . . 381

VOINEA COCIU, LĂCRĂMIOARA DUMA et AGRIPINA FICA, Considérations sur le choix du régime optimum pour humecter certains cuirs destinés à la confection de la chaussure 385

M. ANTONIU, VOINEA COCIU et W. DAVID, Procédés et dispositifs à mesurer par voie électrique les aires des peaux de cuir . . 399

VOINEA COCIU, LĂCRĂMIOARA DUMA et AGRIPINA FICA, Considérations sur l'établissement du mécanisme des déformations permanentes dans le box-calf à fleur corrigée soumis à la tension . 407

D. RUSU, P. MÎLCOMETE et I. HĂLĂLĂU, L'industrialisation socialiste—objectif principal de la politique économique du Parti Ouvrier Roumain 421

Pag.

I. HĂLĂLĂU et AL. TACU, Sur l'accélération de la vitesse des moyens circulants dans une entreprise de cotton 427

ALFRED JEANRENAUD et RODICA CEPĂREANU, Le développement de l'industrie d'état de dépendence locale de la région de Jassy pendant les années du régime de démocratie populaire (1948...1959) (I) 447

BOOK REVIEWS 459

GH. CHIRIȚĂ, Au 70-e anniversaire du professeur dr. Gh. Alexa . 478

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

REDACŢIONALE

ОТ РЕДАКЦИИ

EDITORSCHIP'S ANNOUNCEMENTS

Articole ale colaboratorilor străini primite la redacţia revistei *Buletinul Institutului politehnic din Iaşi*

Статьи иностранных сотрудников полученные редакцией журнала *Известия Ясского политехнического института*

Papers received from abroad by the Editorial Staff of the *Bulletin of the Polytechnic Institute of Jassy*

АРЕШИДЗЕ Х. И., БЕНАШВИЛИ Е. М., (Академия Наук ГрССР, Тбилиси, СССР), *Исследование конденсированных ароматических углеводородов керосиновой фракции норийской нефти.*

РАЗУВАЕВ Г. А., БОГУСЛАВСКАЯ Л. С., (Горьковский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, СССР), *К вопросу о реакционной способности свободных гидроксильных радикалов в реакции с алифатическими сложными эфирами в растворе.*

МАХАРАДЗЕ Г. М., (Грузинский политехнический институт им. В. И. Ленина, Тбилиси, СССР), *О проблеме переходных процессов при несимметрических режимах работы синхронных машин.*

ЦВЕТКОВ В. Н., (Московский технологический институт легкой промышленности, СССР), *Силовое соотношение ниточного соединения подошвы в обуви.*

ЦВЕТКОВ В. Н., (Московский технологический институт легкой промышленности, СССР), *Силовые соотношения в гвоздевых креплениях низа обуви.*

YUAN S. W., PENG Y., (University of Texas, Austin, Texas), *Laminar nonisothermal pipe flow with coolant injection at wall.*

KOLOUŠEK V., (Czechoslovak Academy of Sciences, Prague, S. R. Czechoslovakia), *Vibrations of continuous and multistorey rigid frames.*

v. KRZYWOBLOCKI M. Z., (Michigan State University, Michigan, U.S.A.), *On compressible wakes behind bodies of rotation (I).*

SALOKANGAS J., (Staatliche technische Forschungsanstalt, Helsinki, Finnland), *Eine neue Maschine zur Schlagprüfung im Verdrehungsversuch und die Zähigkeit eines Werkzeugstahls bei schlagartiger Verdrehung in Abhängigkeit von der Anlasstemperatur.*

CHAPMAN S., (Geophysical Institute, University of Alaska, U.S.A.) and KENDALL P.C., (Bedford College, University of London, England), *The motion of charged particles in a model discontinuous magnetic field.*

ЧИХЛАДЗЕ Г. Е., (Грузинский политехнический институт им. В. И. Ленина, Тбилиси, СССР), *К вопросу влияния масштабного фактора на контактную жесткость стальных деталей.*

ГАЗАРОВ А. Т., (Владимирский филиал Московского вечернего машиностроительного института, СССР), *Синтез кулачковых механизмов с наивыгоднейшими углами передачи при равномерном движении коромысла.*

ЛЕБЕДЕВ П. А., (Ленинградский текстильный институт, СССР) и МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, РНР), *Алгоритм составления алгебраических уравнений линейно огибающих шатунных кривых.*

ЛЕБЕДЕВ П. А., (Ленинградский текстильный институт, СССР) и МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, РНР), *Определение скоростей и ускорений различных порядков движения звеньев плоских механизмов.*

ODERFELD J., (Polytechnic Institut, Warsaw, P.R. Poland), *On the dynamic load in cylindrical gears.*

RMA MOHANA RAO M., (Osmania University, Hyderabad, India), *The local uniqueness and successive approximation.*

TOPENTCHAROV V. V., (Institut de Mécanique appliquée et d'Électricité, Sofia, R.P. Bulgarie), *Éléments cinématiques d'ordre quelconque dans le mouvement relatif d'une figure plane dans son plan.*

BOGUSZ W., (Kraków University, P.R. Poland), *Non oscillatory problem for nonlinear single degree of freedom systems.*

AGARVAL J. P., (Indian Institute of Technology, Kharagpur, India), *Magnetohydrodynamic effect in lubrication (II).*

SKOWRONSKI J., (Polish Academy of Sciences, Warsaw, P.R. Poland), *Some new problems on nonlinear vibrations.*

CARRINGTON A., (University Chemical Laboratory, Cambridge, England), *On the electron spin resonance of aromatic ions.*

КАТАМАДЗЕ Д., (Грузинский политехнический институт, Тбилиси, СССР) и МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, РНР), *Тангенциальные функциональные зависимости в исследовании плоских механизмов.*

ТАВХЕЛИДЗЕ Д. С., (Грузинский политехнический институт, Тбилиси, СССР) и МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, РНР), *Применение тангенциальных координат в исследовании пространственных механизмов.*

КРИВОШЕИН Л. Е., (Киргизский государственный университет, Фрунзе, СССР) и МАНЖЕРОН Д., (Ясский политехнический институт, РНР), *Класс нелинейных граничных задач для интегро-дифференциальных уравнений.*

RAMACHARYULU N. CH. PATTABHI, (Regional Engineering College, Warangal, India), *Steady laminar flow through an annulus with porous walls.*

PLANDER I., (Slovac Academy of Sciences, Bratislava, S. R. Czechoslovakia), *Some applications of the computer in the theory of mechanisms.*

ZIEMBA S., (Polish Academy of Sciences, Warsaw, P.R. Poland), *Some new procedures in the theory of nonlinear vibrations.*

SUKUMAR B, (Bengal Engineering College, Bengal, India), *Note on the large deflection of a circular plate of variable thickness under lateral loads.*

ARNOLD K., (Geodätisches Institut, Potsdam, D.D.R.), *Ein χ-Test fur die Widerspruche bei Wiederholungsmessungen.*

ŠIK F., (Universität, Brno, S. R. Tchechoslovakei), *Kompakt erzeugte vollständige l-Gruppen.*

GOLAB S., (Université de Cracovie, R.P. Pologne), *Contribution à la theorie des mouvements dans les espaces de Riemann.*

MILTZLAFF G., (Technische Hochschule „Otto von Guericke", Magdeburg, D.D.R.), *Einige Bemerkungen zur Theorie der linearen Integrodifferentialgleichungen (I).*

LAKSHMINARAYANA G., (Regional Engineering College, Warangal, India), *Bending of an incompressible circular block.*

MILTZLAFF G., (Technische Hochschule „Otto von Guericke", Magdeburg, D.D.R.), *Einige Bemerkungen zur Theorie der linearen Integrodifferentialgleichungen (II).*

v. KRZYWOBLOCKI M. Z., (Michigan State University, Michigan, U.S.A.), *On compressible wakes behind bodies of rotation (II).*

SASTRI U. A., (Regional Engineering College, Warangal, India), *Flexure of beams whose sections are bounded by quartic curves.*

ZATULOVSKAYA CLAIRE, (Institut énergétique, Ivanovo, U.R.S.S.), *Sur les équations différentielles trinômes.*

ГУСЕВ В. А., (Ивановский энергетический институт, Иваново, СССР), *О некоторых матричных дифференциальных операторах.*

ГЕРОНИМУС Я. Л., (Харьковский авиационный институт, СССР), *О принципе виртуальных перемещений.*

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

VIZITA TOVARĂŞULUI GH. GHEORGHIU-DEJ ŞI A ALTOR CONDUCĂTORI DE PARTID ŞI DE STAT ÎN REGIUNEA IAŞI

Vizita tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej şi a altor conducători de partid şi de stat în oraşul şi regiunea Iaşi, între 22 şi 24 septembrie 1961, se încadrează în eforturile pe care partidul nostru le depune în permanenţă pentru cunoaşterea realităţilor din economia ţării noastre, pentru o mai strînsă legătură a partidului cu masele de oameni ai muncii şi pentru dezvoltarea economică şi culturală a ţării.

Iaşul, ca şi celelalte oraşe ale ţării, cunoaşte o adevărată perioadă de renaştere. Pentru tot ce s-a înfăptuit în regiunea şi oraşul Iaşi oamenii muncii din regiunea noastră poartă o dragoste nemărginită partidului. Acest măreţ sentiment şi l-a exprimat populaţia Iaşului în mod direct, cu prilejul vizitei tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej şi a altor conducători de partid şi de stat, în oraşul şi regiunea Iaşi.

Cu acest prilej s-a putut constata încă odată cît de profunde şi puternice sînt legăturile partidului cu masele, cît de calde, tovărăşeşti, sînt relaţiile dintre conducătorii de partid şi oamenii muncii, cît de viu este ataşamentul celor ce muncesc faţă de partid.

Sub conducerea înţeleaptă a partidului, în ţara noastră a fost creată baza economică a socialismului, păşindu-se cu hotărîre la realizarea sarcinilor desăvîrşirii construcţiei socialiste, sarcini trasate de către cel de al III-lea Congres al partidului.

Prin aplicarea consecventă a politicii de repartiţie raţională a forţelor de producţie pe teritoriul ţării, în regiuni în trecut rămase în urmă din punct de vedere economic — Moldova, Dobrogea, Oltenia, Regiunea Mureş-Autonomă Maghiară — s-au construit şi se construiesc puternice complexe industriale, care schimbă harta economică a ţării.

Pe fondul imensului şantier al ţării noastre, regiunea Iaşi se prezintă în continuă înnoire.

Partidul Muncitoresc Romîn acordă o deosebită atenţie dezvoltării armonioase a tuturor ramurilor economiei naţionale şi a tuturor regiunilor.

În timpul regimului burghezo-moşieresc, datorită dezinteresului cercurilor guvernante, în Moldova industria era aproape inexistentă, agricultura se practica în mod rudimentar, bolile sociale domneau în voie iar masele populare trăiau într-o completă sărăcie şi înapoiere culturală.

Această moştenire tristă a fost lichidată într-o perioadă istorică scurtă datorită politicii înţelepte a partidului nostru, grijii deosebite pe care o acordă repartizării judicioase a investiţiilor pentru construcţiile de obiective industriale, pentru ridicarea agriculturii, pentru nevoile social-culturale.

Ca rezultat, producţia industrială globală a regiunii Iaşi a crescut în ultimii 10 ani de aproape 6 ori (1961 faţă de 1950).

Ca urmare a măsurilor luate de partid şi guvern pentru ridicarea nivelului de trai al oamenilor muncii a crescut puterea de cumpărare a populaţiei din regiunea Iaşi, ceea ce se reflectă în creşterea de peste 3 ori, în ultimii 10 ani, a volumului desfacerilor de mărfuri cu amănuntul prin comerţul socialist.

Numai în regiunea noastră, unde în trecut aproape jumătate din populaţie nu ştia carte, acum funcţionează la sate peste 1 000 şcoli cu 140 500 elevi, 872 cămine culturale, 500 biblioteci cu un fond de cărţi de aproape 1 800 000 volume, 198 cinematografe, 136 staţii de radioficare cu 24 000 difuzoare etc.

În ultimii 2 ani producţia industrială a regiunii a crescut cu peste 34% faţă de anul 1959. S-a înregistrat o creştere a productivităţii muncii cu 15,2%, s-au realizat economii peste prevederile planului la preţul de cost şi la cheltuielile de circulaţie iar beneficiile peste plan au sporit simţitor.

* * *

Vizita tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej şi a altor conducători de partid şi de stat în oraşul şi regiunea Iaşi a constituit un eveniment deosebit de important. Cu acest prilej s-a făcut o trecere în revistă a realizărilor obţinute de oamenii muncii din regiune, sub conducerea partidului, în dezvoltarea economiei şi a culturii socialiste.

Expunerea tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej la adunarea activului de partid din regiune constituie programul de dezvoltare economică şi social-culturală a regiunii Iaşi.

Se deschid perspective minunate, care însufleţesc şi mobilizează pe toţi oamenii muncii, pentru noi şi noi victorii.

Potrivit acestui vast program, în regiunea noastră se vor construi pînă în anul 1965 un număr de 26 întreprinderi industriale noi. Se vor crea în regiune ramuri industriale noi cum ar fi: siderurgia, construcţia de utilaj chimic, industria de mase plastice şi altele.

În prezent a şi început construirea unor importante obiective industriale iar construcţia altora urmează să înceapă în curînd.

În domeniul agriculturii, ca urmare a politicii leniniste a partidului nostru, sarcina trasată de Congresul al III-lea al partidului cu privire la încheierea colectivizării pînă în anul 1965 a fost îndeplinită cu 4 ani mai devreme. La 13 martie 1962 a fost încheiată colectivizarea agriculturii şi în regiunea Iaşi. Acest fapt deschide posibilităţi nelimitate dezvoltării forţelor de producţie în agricultură, creşterii producţiei şi productivităţii muncii agricole.

Pentru contribuţia adusă la încheierea colectivizării, la opera de făurire a orînduirii socialiste, Consiliul de stat al R.P.R. a conferit regiunii Iaşi, Ordinul Steaua Republicii Populare Romîne clasa I-a. Această înaltă

distincţie a fost primită cu un puternic sentiment de bucurie şi mîndrie patriotică de către oamenii muncii din regiune.

O dată cu dezvoltarea forţelor de producţie se prevede şi extinderea acţiunilor social-culturale.

Astfel, pentru perioada 1960...1965 se prevede, pentru regiunea Iaşi, construirea unui număr de 14...16 000 de apartamente, dintre care 12...13 000 de apartamente numai în oraşul Iaşi, ceea ce înseamnă că în această perioadă peste 1/3 din populaţia oraşului se va muta în locuinţe noi. În timpul regimului burghezo-moşieresc Iaşul avea cartiere întregi cufundate în întuneric, cu case sărăcăcioase şi insalubre.

Sarcinile mari puse de Congresul al III-lea al partidului privind desfăşurarea construcţiei socialiste în ţara noastră cer un mare număr de specialişti cu pregătire superioară în toate domeniile de activitate.

Corespunzător necesităţilor crescînde, economia noastră naţională va primi în anii 1960...1965 peste 100 000 de noi cadre tehnice medii, iar învăţămîntul superior va pregăti circa 54 000 de absolvenţi. O deosebită atenţie se va acorda învăţămîntului tehnic superior, aşa încît numărul total al inginerilor pe întreaga economie va fi în anul 1965 de circa 80 000, faţă de 9 000 de ingineri, cîţi existau în anul 1938.

Oamenii muncii din oraşul Iaşi au primit pe conducătorii de partid şi de stat cu multă bucurie. Sentimentele de ataşament profund faţă de partid şi-au găsit o expresie elocventă şi cu prilejul vizitei la Universitatea „Al. I. Cuza". Au fost prezenţi profesorii şi celelalte cadre didactice de la institutele de învăţămînt superior din Iaşi. Salutînd cu multă căldură pe oaspeţi, prof. univ. Ion Creangă, rectorul universităţii, a făcut un scurt istoric al dezvoltării, în anii regimului de democraţie populară, a centrului universitar Iaşi. În acest centru universitar funcţionează astăzi 23 de facultăţi, cu aproape 12 000 de studenţi, din care 10 000 studenţi la cursurile de zi.

Pentru a asigura condiţii tot mai bune de viaţă şi învăţătură studenţilor, în ultimii doi ani s-au construit noi cămine şi cantine studenţeşti. Astăzi locuiesc în cămine peste 7 300 de studenţi iar numărul bursierilor a depăşit cifra de 6 200 studenţi.

În cuvîntul rostit la universitatea ieşeană tovarăşul Gheorghe Gheorghiu-Dej a mulţumit pentru primirea călduroasă şi a transmis din partea Comitetului Central al partidului, a Consiliului de Stat al R.P.R. şi a Consiliului de Miniştri, un călduros omagiu corpului didactic din Iaşi care a adus şi aduce o mare contribuţie la înflorirea economică şi culturală a ţării, la formarea de cadre cu o calificare superioară. Adresîndu-se studenţilor tovarăşul Gheorghe Gheorghiu-Dej i-a îndemnat să folosească din plin condiţiile minunate ce le-au fost create de regimul democrat popular, învăţînd cît mai temeinic.

Cu această ocazie primul secretar al C.C. al P.M.R. a spus: „Avem un popor minunat, care năzuieşte să-şi însuşească în tot mai mare măsură comorile ştiinţei şi ale culturii. Să consacrăm toate forţele, toată energia noastră, înfăptuirii acestei năzuinţe, căci nu există ţel mai nobil decît a ajuta poporul tău să se ridice pe culmile civilizaţiei, ale bunăstării materiale şi spirituale. Am venit la Iaşi — a arătat în continuare tovarăşul Gheorghe Gheorghiu-Dej — într-o vizită de lucru...". „Cum arăta Moldova,

cum arăta Iaşul de odinioară, nu e nevoie s-o mai spunem. S-au schimbat multe şi pe aici în anii puterii populare, acum am acumulat forţe mai mari şi putem porni la noi acţiuni pentru dezvoltarea regiunii dvs. Începutul e bun şi sîntem convinşi că ceea ce ne-am propus să realizăm pînă în anul 1965, şi ceea ce prevedem pe mai departe, se va înfăptui în totul".

Printre obiectivele social-culturale ce urmează a fi construite în următorii ani, se numără la loc de frunte şi Institutul politehnic din Iaşi, noua cetate a ştiinţei şi tehnicii.

Construcţia nouă a institutului va permite şcolarizarea unui număr de 5 500 studenţi, adică aproape de două ori mai mult faţă de numărul actual al studenţilor institutului nostru.

Această nouă construcţie a politehnicii va fi dotată în mod corespunzător cerinţelor bunei desfăşurări a învăţămîntului şi va avea create condiţii pentru ca centrul universitar Iaşi să aducă o contribuţie mărită la formarea cadrelor de ingineri, atît de necesari economiei noastre socialiste în plin avînt.

Cadrele didactice, studenţii şi întregul personal administrativ, tehnic şi de îngrijire vor munci cu elan sporit pentru a justifica pe deplin încrederea partidului şi guvernului.

* * *

Hotărîrea oamenilor muncii din regiunea şi oraşul Iaşi, voinţa lor unanimă, este de a nu-şi cruţa eforturile pentru înfăptuirea măreţelor sarcini stabilite de partid şi guvern pentru dezvoltarea economică şi social-culturală a regiunii şi oraşului Iaşi.

Cu ocazia conferinţei organizaţiei regionale de partid Iaşi, din 20 ianuarie 1962, tovarăşul Virgil Cazacu, prim secretar al Comitetului regional Iaşi al P.M.R., a exprimat în numele participanţilor la conferinţă, în numele comuniştilor şi al tuturor oamenilor muncii din regiunea Iaşi, adîncă recunoştinţă şi calde mulţumiri conducerii partidului, personal tovarăşului Gheorghe Gheorghiu-Dej, pentru ajutorul multilateral, permanent, şi grija deosebită pe care o acordă dezvoltării continue a regiunii noastre.

Oamenii muncii, în frunte cu comuniştii, vor depune toate eforturile pentru traducerea în viaţă a acestui măreţ program, conştienţi că astfel îşi aduc contribuţia la desăvîrşirea construcţiei socialiste în scumpa noastră patrie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 512.8

VECTORII CA BIPUNCTE

DE

AL. CLIMESCU

1. Se ştie că în esenţă, adică pînă la izomorfism, există un singur spaţiu vectorial de dimensiune n finită asupra unui corp comutativ oarecare. Realizările concrete ale unui spaţiu finit dimensional pot fi însă foarte diverse şi să permită îmbogăţirea structurii algebrice a spaţiului; în această situaţie se găsesc vectorii obişnuiţi, corpul scalarilor fiind acela al numerelor reale. Ne propunem în Nota de faţă să construim realizarea concretă uzuală a vectorilor pe o cale pur algebrică.

2. Definiţia I. (a), (a, b), (a, b, c) se numesc respectiv punct uni-, bi- şi tridimensional (numerele $a, b, c,$ sînt reale). Un punct se simbolizează prin o literă majusculă cu sau fără indice, de exemplu $P, Q, P_1, \ldots$

O pereche ordonată de puncte se va numi un bipunct (P, Q).

Definiţia II. O relaţie binară ϱ între bipuncte se va numi liniară dacă este definită prin anularea simultană a unor polinoame de gradul I, cu coeficienţi constanţi, în coordonatele celor două bipuncte. În particular dacă ϱ este definită prin anularea unui singur polinom se va numi liniară simplă sau, pe scurt, simplă.

De exemplu dacă (P, P_1) şi (Q, Q_1) sînt bipuncte unidimensionale, o relaţie simplă va avea forma: $\alpha a + \beta a_1 + \gamma b + \delta b_1 + \varepsilon = 0$, ($\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$ — constante reale) unde $P = (a), P_1 = (a_1), Q = (b), Q_1 = (b_1)$.

Propoziţia 1. *O relaţie simplă şi reflexivă este o echivalenţă.*

De exemplu în cazul unidimensional reflexivitatea revine la $(\alpha + \gamma) a + (\beta + \delta) a_1 + \varepsilon \equiv 0$, deci ϱ se scrie sub forma

$$\alpha (a - b) + \beta (a_1 - b_1) = 0, \tag{1}$$

pe care se citeşte imediat simetria şi tranzitivitatea. Similar pentru dimensiunile doi şi trei.

Dacă se mai impune condiţia $(P, P)\, \varrho\, (Q, Q)$, oricare ar fi P, Q, se obţine $(\alpha + \beta)(a - b) = 0$, deci $\beta = -\alpha$ şi ϱ devine

$$\alpha [(a_1 - a) - (b_1 - b)] = 0. \tag{2}$$

Dacă $\alpha = 0$, există o singură clasă, iar dacă $\alpha \neq 0$, atunci $a_1 - a = b_1 - b$, deci se obţin vectorii unidimensionali obişnuiţi. Aşadar:

P r o p o z i ţ i a 2. *Vectorii unidimensionali clasici sînt caracterizaţi prin: liniaritate, reflexivitate,* $(P, P)\,\rho\,(Q, Q)$ *oricare ar fi* P, Q, *şi prin existenţa a mai multor clase ale relaţiei* ρ.

Este convenabil să numim dublu un bipunct de forma (P, P).

În cazul bidimensional condiţiile ca ϱ să fie reflexivă şi bipunctele duble să se găsească în aceeaşi clasă conduc la următoarea formă pentru echivalenţa ϱ:

$$(3)\quad (P, Q)\,\varrho\,(P_1 Q_1) \longleftrightarrow \alpha[(c - a) - (c_1 - a_1)] + \beta[(d - b) - (d_1 - b_1)] = 0,$$

unde $P = (a, b), Q = (c, d)$ etc.

Intersecţia tuturor relaţiilor (3), în sensul teoriei relaţiilor, în ansamblul relaţiilor liniare, este evident echivalenţa liniară dată prin dubla condiţie

$$(4)\qquad c - a = c_1 - a_1,\ d - b = d_1 - b_1,$$

ale cărei clase sînt tocmai vectorii uzuali. Lucrurile se petrec la fel în cazul tridimensional, de unde:

P r o p o z i ţ i a 3. *Vectorii clasici bi-, respectiv tridimensionali, se obţin ca clase ale echivalenţei definită prin intersecţia tuturor relaţiilor simple reflexive care mai satisfac la condiţia ca toate bipunctele duble să se găsească în aceeaşi clasă.*

Dacă simbolizăm un vector printr-o literă grecească supraliniată, putem enunţa

P r o p o z i ţ i a 4. *Există corespondenţă biunivocă* φ *între:*

1°. *Numerele reale şi vectorii unidimensionali, unde* $\varphi(\overline{\alpha}) = b - a$, *iar* (P, Q), $P = (a)$, $Q = (b)$ *este un bipunct oarecare din clasa lui* $\overline{\alpha}$.

2°. *Perechile ordonate de numere reale şi vectorii bidimensionali, unde* $\varphi(\overline{\alpha}) = (a_1 - a,\ b_1 - b)$, iar $(P, Q), P = (a, b), Q = (a_1, b_1)$, *este un bipunct oarecare din clasa lui* $\overline{\alpha}$.

3°. *Ternele ordonate de numere reale şi vectorii tridimensionali, unde* $\varphi(\overline{\alpha}) = (a_1 - a, b_1 - b, c_1 - c)$, *iar* $(P, Q), P = (a, b, c), Q = (a_1, b_1, c_1)$, *este un bipunct oarecare din clasa lui* $\overline{\alpha}$.

D e f i n i ţ i a III. $a_1 - a, b_1 - b, c_1 - c$ se numesc proiecţiile lui $\overline{a}$ şi similar pentru dimensiunile unu şi doi.

3. O transformare afină în spaţiul numeric induce o transformare similară asupra proiecţiilor unui vector, ceea ce ne permite să stabilim caracterul afin al vectorului şi interpretarea lui ca obiect geometric în raport cu grupul afin.

Adunarea vectorilor şi înmulţirea cu scalarii se definesc în modul cunoscut, cu ajutorul bipunctelor reprezentante, iar stabilirea caracterului afin şi al altor proprietăţi ale acestor operaţii nu prezintă nici o

dificultate. De asemenea nu sînt greutăţi în ceea ce priveşte definiţia independenţei liniare şi a consecinţelor ce decurg din ea (de exemplu existenţa a exact trei vectori independenţi în cazul tridimensional, ceea ce justifică *a posteriori* denumirea întrebuinţată).

Se poate lesne caracteriza produsul scalar. În cazul unidimensional, notînd prin x, y proiecţiile a doi vectori, relaţiile

$$\varphi(kx, ly) = kl\varphi(x, y), \quad \varphi(1, 1) = 1 \tag{5}$$

caracterizează complet produsul scalar. Se mai constată că $+\sqrt{\varphi(x, x)}$ are caracterul unei norme invariante la grupul metric unidimensional.

În cazul tridimensional avem:

Propoziţia 5. *Produsul scalar a doi vectori daţi prin proiecţiile lor* $(x, y, z), (x_1, y_1, z_1)$ *este o funcţie numerică caracterizată prin proprietăţile:*

1°. *Continuitate în raport cu cele şase variabile.*

2°. *Distributivitate în raport cu adunarea, adică*

$$\begin{aligned}\varphi(x, y, z, x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2) = \\ = \varphi(x, y, z, x_1, y_1, z_1) + \varphi(x, y, z, x_2, y_2, z_2),\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}\varphi(x + x_1, y + y_1, z + z_1, x_2, y_2, z_2) = \\ = \varphi(x, y, z, x_2, y_2, z_2) + \varphi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2).\end{aligned} \tag{7}$$

3°. *Reducerea la produsul unidimensional pentru vectorii de tip.ul* $(x, 0, 0)$, *respectiv* $(0, y, 0)$, *respectiv* $(0, 0, z)$, *adică:*

$$\varphi(x, 0, 0, x_1, 0, 0) = xx_1, \quad \varphi(0, y, 0, 0, y_1, 0) = yy_1, \quad \varphi(0, 0, z, 0, 0, z_1) = zz_1 \tag{8}$$

4°. *Ortogonalitatea, adică:*

$$\varphi(x, 0, 0, 0, y, 0) = 0, \quad \varphi(x, 0, 0, 0, 0, z) = 0, \quad \varphi(0, y, 0, 0, 0, z) = 0. \tag{9}$$

5°. *Comutativitatea.*

Într-adevăr 1° şi 2° dau în virtutea proprietăţilor cunoscute ale ecuaţiei lui Cauchy [1, pp. 153—154]

$$\begin{aligned}\varphi = c_1 xx_1 + c_2 xy_1 + c_3 xz_1 + d_1 yx_1 + d_2 yy_1 + d_3 yz_1 + e_1 zx_1 + \\ + e_2 zy_1 + e_3 zz_1.\end{aligned}$$

Relaţia (8) dă $c_1 = 1$, $d_2 = 1$, $e_3 = 1$; ortogonalitatea dă $c_2 = 0$, $c_3 = 0$, $d_3 = 0$, iar comutativitatea mai impune $d_1 = 0$, $e_1 = 0$, $e_2 = 0$.

Lăsînd de o parte posibilitatea definirii unor produse vectoriale în spaţiile uni- şi bidimensionale, cale pe care se obţine foarte lesne interpretarea numerelor complexe ca vectori legaţi, avem şi:

Propoziţia 6. *Produsul vectorial clasic este caracterizat printre produsele vectoriale posibile de forma*

$$(x, y, z) \times (x_1, y_1, z_1) = (f(x, y, z, x_1, y_1, z_1), g(...), h(...))$$

prin următoarele proprietăţi:

1°. *Continuitatea celor trei funcţii în raport cu cele şase variabile.*

2°. *Distributivitatea în raport cu adunarea, adică:*

$$(10)\quad \begin{cases} (x, y, z) \times (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2) = (x, y, z) \times (x_1, y_1, z_1) + \\ \qquad + (x, y, z) \times (x_2, y_2, z_2), \\ (x + x_1, y + y_1, z + z_1) \times (x_2, y_2, z_2) = (x, y, z) \times (x_2, y_2, z_2) + \\ \qquad + (x_1, y_1, z_1) \times (x_2, y_2, z_2). \end{cases}$$

3°. *Anularea pentru vectorii coliniari, adică:*

$$(11)\quad (x, y, z) \times (kx, ky, kz) = (0, 0, 0), \quad (cx, cy, cz) \times (x, y, z) = (0, 0, 0).$$

4°. *Caracterul ciclic, adică:*

$$(12)\quad \begin{gathered} (1, 0, 0) \times (0, 1, 0) = (0, 0, 1), \quad (0, 1, 0) \times (0, 0, 1) = (1, 0, 0), \\ (0, 0, 1) \times (1, 0, 0) = (0, 1, 0). \end{gathered}$$

Din 1° şi 2° rezultă caracterul biliniar al funcţiilor f, g, h, în raport cu cele două şiruri de variabile x, y, z şi x_1, y_1, z_1; 3° impune forma:

$$f(x, y, z, x_1, y_1, z_1) = c_1(xy_1 - yx_1) + c_2(yz_1 - zy_1) + c_3(zx_1 - xz_1),$$
$$g(x, y, z, x_1, y_1, z_1) = d_1(xy_1 - yx_1) + d_2(yz_1 - zy_1) + d_3(zx_1 - xz_1),$$
$$h(x, y, z, x_1, y_1, z_1) = e_1(xy_1 - yx_1) + e_2(yz_1 - zy_1) + e_3(zx_1 - xz_1),$$

iar 4° dă pe rînd: $c_1 = 0$, $d_1 = 0$, $e_1 = 1$, $c_2 = 1$, $d_2 = 0$, $e_2 = 0$, $c_3 = 0$, $d_3 = 1$, $e_3 = 0$, adică tocmai produsul vectorial clasic.

Invarianţa produsului scalar în raport cu grupul metric şi caracterul intrinsec al produsului vectorial în raport cu grupul metric restrîns se constată ulterior fără greutate.

4. Observaţii.

1°. Construcţia indicată mai sus este riguroasă, iar corespondenţa biunivocă dintre segmente orientate şi bipuncte îi conferă imediat un caracter intuitiv.

2°. Propoziţia 3 arată că vectorii clasici sînt caracterizaţi printr-o proprietate de minimalitate.

3° Se poate pune întrebarea următoare: care sînt relaţiile definite prin ecuaţii între coordonatele bipunctelor ce sînt echivalente cu relaţiile simple? Problema revine la dubla implicaţie

$$(f_1 = 0) \wedge (f_2 = 0) \wedge \ldots \wedge (f_k = 0) \longleftrightarrow \sum a_i x_i + \sum b_i y_i + \sum c_i z_i + d = 0,$$

unde f_i sînt funcţii de variabilele $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3, z_1, z_2, z_3$.

4⁰. În raport cu caracterizarea dată de către J. Aczél [1, pp. 41—43] pentru cele două produse, cea arătată mai sus prezintă particularităţile de a nu presupune automorfismul în raport cu un grup liniar dat şi de a nu utiliza noţiunea de unghi.

Primită la 20 XI 1961

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Aczél J., *Vorlesungen über Funktionalgleichungen und ihre Anwendungen.* Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1961, 331 S.

ВЕКТОРЫ КАК УПОРЯДОЧЕННЫЕ ПАРЫ ТОЧЕК

(Резюме)

Производится построение векторного исчисления, исходя из бинарного и линейного соотношения ϱ (определение II) между упорядоченными парами точек (у. п. т.).

ϱ является соотношением эквивалентности, если оно рефлексивно; если же, в добавок, двойные у. п. т. принадлежат одному и тому же классу, тогда ϱ имеет форму (3) в случае 2-х измерений.

Пересечение всех соотношений (3) является соотношением, определенным посредством (4), которое дает классические векторы, и то же самое имеет место и для 3-х измерений.

Предложения 5 и 6 содержат характеристику обоих произведений векторов без предположения их автоморфизма по отношению к некоторой линейной группе и без использования понятия угла, в то время как характеристика, данная Ж. Ацелем [1, стр. 41—43], предполагает автоморфизм по отношению к группе вращений и использует в доказательстве углы.

Фактическое содержание предложений 5 и 6 следующее:

5. Скалярное произведение двух векторов, данных своими проекциями (x, y, z), (x_1, y_1, z_1) — числовая функция характеризуемая свойствами:

1°. Непрерывность по отношению ко всем шести переменным.

2°. Дистрибутивность по отношению к сложению, (6), (7).

3°. Сводимость к одномерному произведению для векторов вида $(x, 0, 0)$ или же соответственно $(0, y, 0)$, $(0, 0, z)$, (8).

4°. Ортогональность, (9).

5°. Коммутативность.

6. Классическое векторное произведение характеризуется в среде возможных векторных произведений вида

$$(x, y, z) \times (x_1, y_1, z_1) = (f(x, y, z, x_1, y_1, z_1), g(\ldots), h(\ldots)),$$

следующими свойствами:

1°. Непрерывность всех трех функций по отношению к всем шести переменным.

2°. Дистрибутивность по отношению к сложению, (10).

3°. Сводимость к нулю для колинейных векторов, (11).

4°, Циклический характер, (12).

LES VECTEURS COMME BIPOINTS

(Résumé)

On construit le calcul vectoriel en partant d'une relation binaire et linéaire entre les bipoints (déf. II) ; si ϱ est réflexive, elle est une équivalence qui a — pour la dimension deux — la forme (3), si en outre les bipoints doubles appartiennent à une même classe. L'intersection de toutes les relations (3) est la relation définie par (4), qui donne les vecteurs classiques et les choses se passent de même pour la dimension trois.

Les propositions 5 et 6 contiennent la caractérisation des deux produits de vecteurs sans supposer leur automorphisme par rapport à un groupe linéaire quelconque et sans utiliser la notion d'angle, tandis que la caractérisation donnée par J. Aczél [1, pp. 41—43] suppose l'automorphisme par rapport au groupe des rotations et utilise les angles dans la démonstration.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. K. 512.8 ; 517.948

ÜBER HOMOMORPHISMEN UND ISOMORPHISMEN DER AFFINEN GRUPPEN VON KÖRPER UND RINGE

VON

J. ACZÉL

In einer früheren Arbeit [1] hat der Verf. die Homo- (Endo-) und Iso- (Auto-)morphismen der affinen Gruppe der euklidischen Gerade (also des Körpers der reellen Zahlen) bestimmt.

In der vorliegenden Arbeit will Verf. einerseits zeigen, wie sich diese Betrachtungen vom Körper der reellen Zahlen auf allgemeine Körper übertragen lassen, andererseits will er als Beispiel der Verallgemeinerungsmöglichkeit auf Ringe die Homomorphismen der affinen Gruppe des Ringes der reellen Matrizen in die affine Gruppe des Körpers der reellen Zahlen bestimmen.

§ **1.** Die affinen Transformationen der Elemente p eines Körpers $\mathbf{K}$ werden durch $p' = up + v$ angegeben. Hier sind u und v die Parameter („Punkte des Parameterraumes"). Nach einer zweiten Transformation $p'' = xp' + y$ erhält man $p'' = xup + xv + y$. Dies kann auch so gedeutet werden, dass zwischen den Elementenpaaren (x, y) und (u, v) die Operation

$$(x, y) \circ (u, v) = (xu, xv + y) \tag{1}$$

gebildet wird. Falls $xu \neq 0$ ist, dann bildet die Menge der Paare von Körperelementen bezüglich dieser Operation eine Gruppe die sog. *affine Gruppe* (oder *lineare Substitutionsgruppe*). Wir wollen aber auch $x = 0$ bzw. $u = 0$ zulassen, der Einfachheit halber sprechen wir aber auch weiter über affine *Gruppe* (unsere Betrachtungen bleiben übrigens auch bei Ausschliessen von $xu = 0$ gültig).

Die *Homomorphismen* der derart definierten Struktur eines Körpers $\mathbf{K}$ in die eines Körpers $\mathbf{K}$ sind offenbar Abbildungen

$$X = F(x, y),\ Y = G(x, y),\ (x \in \mathbf{K}, y \in \mathbf{K};\ X \in \bar{\mathbf{K}},\ Y \in \bar{\mathbf{K}}), \tag{2}$$

die die Operation (1) behalten, also das Funktionalgleichungssystem

$$F(xu, xv + y) = F(x, y)\, F(u, v), \tag{3}$$

$$G(xu, xv + y) = F(x, v)\, G(u, v) + G(x, y) \tag{4}$$

erfüllen. Ist die Abbildung (2) ein-eindeutig, so handelt es sich um *Isomorphismen*.

Es bezeichne o und e das Null- bzw. Einselement von $\mathbf{K}$, O und E das von $\mathbf{K}$. Es ist zweckmässig vorerst den Fall

$$F(x,y) \equiv 0 \quad \text{für alle } x \in \mathbf{K},\ y \in \mathbf{K} \tag{5}$$

zu untersuchen.

Dann wird aus (4) $G(xu, xv + y) = G(x,y)$ und mit $x = e$, $y = o$, $G(u,v) = G(e,o)$, also ist $G(u,v)$ konstant. Wir werden diese Konstante aus später zu erklärenden Gründen mit $-B$ (Inverse eines Elementes B in der additiven Gruppe von $\mathbf{K}$) bezeichnen, was man ja immer tun darf. Man erhält also den (recht trivialen) Homomorphismus

$$X = F(x,y) \equiv 0, \quad Y = G(x,y) \equiv -B \tag{6}$$

als Lösung des Funktionalgleichungsystems (3), (4), die diese Gleichungen auch tatsächlich erfüllt. (Wird — vgl. die nach (1) gemachte Bemerkung— $X = 0$ ausgeschlossen, so fällt diese Lösung weg).

Dies vorausgeschickt suchen wir jetzt weniger triviale Homomorphismen und untersuchen zuerst die Gleichung (3) allein. Wir führen die Bezeichnungen

$$F(x,o) = M(x), \quad G(e,y) = N(y) \tag{7}$$

ein. Das Einsetzen vor $y = v = o$ bzw. $x = u = e$ in (3) ergibt

$$M(xu) = M(x)\, M(u) \quad \text{für alle } x \in \mathbf{K},\ u \in \mathbf{K} \tag{8}$$

bzw.

$$N(y+v) = N(y)\, N(v) \quad \text{für alle } y \in \mathbf{K},\ v \in \mathbf{K} \tag{9}$$

d. h. M bzw. N sind Homomorphismen der multiplikativen bzw. additiven Struktur von $\mathbf{K}$ in die multiplikative Struktur von $\mathbf{K}$. Wir wollen jetzt $F(x,y)$ aus den zwei Funktionen (7) zusammensetzen, indem wir in (3) $x = e$, $v = o$, $u = s$, $y = t$ substituieren:

$$F(s,t) = N(t)\, M(s). \tag{10}$$

Aus (8), (9) und (10) ist klar, dass $M(x_0) = 0$ für ein $x_0 \neq o$, ebenso wie $N(y_0) = 0$ für ein y_0, das Bestehen von $M(x) \equiv 0$ bzw. $N(y) \equiv 0$ und beide $F(s,t) \equiv 0$ mit sich bringen und das ist der schon erledigte Fall (5). Deshalb darf

$$M(s) \neq 0, \quad (s \neq o), \quad N(t) \neq 0 \tag{11}$$

vorausgesetzt werden. Setzen wir noch in (3) $u = e$, $y = o$, $x = s$, $v = t$ und nehmen ausser (7) auch (10) in Betracht, so erhalten wir $M(s)\, N(st) = M(s)\, N(t)$ d. h. wegen (11) $N(st) = N(t)$, $s \neq o$, und somit für $t = e$, $N(s) = N(e) = N$ (konstant) wenigstens für $s \neq o$. Dies in (9) eingesetzt erhält man $N^2 = N$ und da wegen (11) $N = N(s) \neq 0$ ist, $N = E$ und ebenfalls wegen (9) ($v = o$) auch $N(o) = E$, also $N(t) = E$ für alle $t \in \mathbf{K}$ und aus (10) folgt endlich

$$F(s,t) = M(s) \text{ für alle } s \in \mathbf{K},\ t \in \mathbf{K}, \tag{12}$$

wo M ein Homomorphismus der ganzen (möglicherweise auch mit o ergänzten) multiplikativen Gruppe von **K** in die von **K̄** ist. Wegen $M(u) \not\equiv 0$ folgt aus (8) $(x = e)$ auch $M(e) = E$.

Jetzt wenden wir uns zur Gleichung (4), welche wegen (12) in

$$G(xu, xv + y) = M(x)\, G(u, v) + G(x, y) \tag{13}$$

übergeht. Wir untersuchen zwei Fälle:

a) $M(x) \equiv E$, dann wird $G(xu, xv + y) = G(x, y) + G(u, y)$, eine Gleichung, die von ganz ähnlicher Gestalt wie (3) ist und man erhält in vollständig analoger Weise wie (12) und (8), dass $G(x, y) = L(x)$ ist, wo $L(xu) = L(x) + L(u)$ gilt, also L einen Homomorphismus der multiplikativen Gruppe von **K** in die additive von **K** darstellt. (Wenn $u = o$ der multiplikativen Gruppe von **K** hinzugefügt wird, so muss $L(x) \equiv 0$ sein). So erhalten wir den Homomorphismus.

$$X = F(x, u) = E,\ Y = G(x, y) = L(x),\ (L(xu) = L(x) + L(u)), \tag{14}$$

als eine weitere Lösung des Funktionalgleichungssystems (3), (4). Auch (14) erfüllt nämlich die Gleichungen (3), (4) immer.

Der zweite Fall ist

b) $M(x) \not\equiv E$, d. h. es gibt ein x_0 derart, dass

$$M(x_0) \neq E. \tag{15}$$

Mit $y = v = o$, wird aus (13) $G(xu, o) = M(x)\, G(u, o) + G(x\ o)$ und wegen der Symmetrie der linken Seite muss auch die rechte symmetrisch gegenüber Vertauschen von x und u sein, d. h. $M(x)\, G(u, v) + G(x, o) = M(u)\, G(x, o) + G(u, o)$. Mit $u = x_0$ wird wegen (15) $G(x, o) = (M(x_0) - E)^{-1}\, G(x_0, o)\, (M(x) - E)$ oder mit $(M(x_0) - E)^{-1}\, G(x_0, o) = B$, (konstant),

$$G(x, o) = B\,(M(x) - E). \tag{16}$$

Andererseits wird aus (13) mit $x = u = e$, $G(e, v + y) = G(e, v) + G(e, y)$, d. h.

$$G(e, v) = A(v) \tag{17}$$

ist ein Homomorphismus der additiven Gruppe von **K** in die von **K̄**:

$$A(y + v) = A(y) + A(v). \tag{18}$$

Jetzt wollen wir $G(x, y)$ aus (16) und (17) zusammensetzen. Das machen wir gleich auf zweierlei Arten und der Vergleich der zwei erhaltenen Formeln wird uns schneller zum Ziel führen als das Zurücksetzen einer von ihnen in (13). Wir setzen nämlich zuerst $x = e$, $v = o$, $u = s$, $y = t$ in (13) und erhalten wegen $M(e) = E$, (16) und (17)

$$G(s, t) = B\,(M(s) - E) + A(t), \tag{19}$$

dann setzen wir $u = e$, $y = o$, $x = s$, $v = t$ und nehmen ausser (16) und (17) auch (19) in Betracht: $B(M(s) - E) + A(st) = M(s)\, A(t) + B(M(s) - E)$, d. h. $A(st) = M(s)\, A(t)$, woraus mit $t = e$, $A(e) = A$

(20) $$A(s) = AM(s)$$

folgt.

Ist nun $A = 0$, so haben wir aus (12) und (19) den Homomorphismus

(21) $$X = F(x,y) = M(x), \quad Y = G(x,y) = BM(x) - B, \quad (M(xu) = M(x)M(u)),$$

als weitere Lösung des Funktionalgleichungssystems (3), (4), denn (21) erfüllt diese Gleichungen tatsächlich. Man sieht gleich, dass die frühere Lösung (6) der entartete Fall $M(x) \equiv 0$ von (21) ist. Auch (14) wird zu einem Spezialfall $M(x) \equiv E$ von (21), falls $x = 0$ erlaubt, also $L(x) \equiv 0$ ist.

Ist dagegen $A \neq 0$, dann folgt aus (20) und (18) $M(y+v) = M(y) + M(v)$ für alle $y \in \mathbf{K}$, $v \in \mathbf{K}$, was zusammen mit (8) zeigt, dass $M(x) = H(x)$ ein *Homomorphismus des Körpers* $\mathbf{K}$ in $\mathbf{K}$ ist und da $M(x) \not\equiv 0$, ist dieser Homomorphismus *ein Isomorphismus von* $\mathbf{K}$ *in einen Unterkörper von* $\mathbf{K}$. Wir erhalten wieder aus (12) und (19) den Homomorphismus

(22) $$X = F(x,y) = H(x), \quad Y = G(x,y) = BH(x) - B + AH(y),$$
$$(H(x+y) = H(x) + H(y), \quad H(xy) = H(x)H(y))$$

als Lösung des Funktionalgleichungssystems (3), (4). Auch diese erfüllt nämlich die Gleichungen (3), (4) immer. Wie man unmittelbar sieht, ist dies dann und nur dann ein *Isomorphismus* der affinen Gruppe von $\mathbf{K}$ auf die von $\mathbf{K}$ falls der Unterkörper von $\mathbf{K}$ auf welchen $\mathbf{K}$ durch H abgebildet wird, ein uneigentlicher ist, nämlich mit $\mathbf{K}$ zusammenfällt. So haben wir den

Satz 1. *Die Funktionensysteme* (14), (21) *und* (22) *und nur diese sind Lösungen des Funktionalgleichungssystems* (3), (4) *auf Körper, d. h. durch* (14), (21) *und* (22) *werden alle möglichen Homomorphismen der affinen Gruppe eines Körpers* $\mathbf{K}$ *in die eines Körpers* $\bar{\mathbf{K}}$ *angegeben. Von diesen kann nur* (22) *einen Isomorphismus der affinen Gruppe von* $\mathbf{K}$ *in die von* $\bar{\mathbf{K}}$ *angeben, und zwar genau dann, wenn* $\mathrm{H}(\mathrm{x}) = \mathrm{X}$ *für alle* $\mathrm{X} \in \bar{\mathbf{K}}$ *eine eindeutige Lösung* $\mathrm{x} \in \mathbf{K}$ *hat d. h.* H *ein Isomorphismus von* $\mathbf{K}$ *auf* $\bar{\mathbf{K}}$ *ist.*

Man sieht ohne weiteres wie sich das auf den Fall spezialisieren lässt, wo $\mathbf{K} = \bar{\mathbf{K}} = \mathbf{R}$ der reelle Zahlenkörper ist. Die Lösungen (14) und (21) bleiben unverändert, während (22) in $X = F(x,y) = x$, $Y = G(x,y) = Bx + Ay - B$ übergeht, da der einzige nichttriviale ($H(x) \not\equiv 0$) Endomorphismus des reellen Zahlenkörpers der identische $H(x) = x$ ist.

§ 2. Jetzt trete an Stelle vom Körper $\mathbf{K}$ ein Ring, nämlich der Ring $\mathbf{M}$ der reellen quadratischen Matrizen gegebener Ordnung, während $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ der Körper der reellen Zahlen ist. Um die Homomorphismen $x = f(X,Y)$, $y = g(X,Y)$, ($X \in \mathbf{M}$, $Y \in \mathbf{M}$, $x \in \mathbf{R}$, $y \in \mathbf{R}$), der affinen Gruppe von $\mathbf{M}$ in die von $\mathbf{R}$ zu bestimmen, müssen wir in Analogie zu (3), (4) das Funktionalgleichunssystem

(23) $$f(XU, XV + Y) = f(X,Y)f(U,V),$$

(24) $$g(XU, XV + Y) = f(X,Y)g(U,V) + g(X,Y)$$

lösen (vgl. für ein ähnliches System die Arbeiten [2], [3] und [4]). Von

affiner *Gruppe* kann man streng genommen nur dann reden, wenn X und U reguläre Matrizen sind, wir wollen aber auch singuläre zulassen.

Da müssen wir, da die multiplikative Struktur des Matrizenringes weder kommutativ, noch regulär ist, etwas anders vorgehen als in § **1**. Wir beschäftigen uns aber auch hier vorerst mit (23) und führen — in Analogie zu (7) — die Funktionen

$$f(X, O) = m(X), \quad f(E, Y) = n(Y) \tag{25}$$

ein (O ist die Null-, E die Einheitsmatrix). Aus (23) folgt mit $Y = V = O$ bzw. mit $X = U = E$ sofort

$$m(XU) = m(X)\, m(U) \text{ für alle } X \in \mathbf{M},\ U \in \mathbf{M}, \tag{26}$$

bzw.

$$n(Y + V) = n(Y)\, n(V) \text{ für alle } Y \in \mathbf{M},\ V \in \mathbf{M}, \tag{27}$$

d. h. m und n sind Homomorphismen der multiplikativen bzw. additiven Strukturen von **M** in die multiplikative Struktur von **R**. Wir setzen wieder $f(X, Y)$ aus den zwei Funktionen (25) zusammen. Wir setzen nämlich $X = E$, $V = O$, $U = S$, $Y = T$ in (23) und erhalten wegen (25)

$$f(S, T) = m(S)\, n(T). \tag{28}$$

Dann setzen wir $U = E$, $Y = O$, $X = 2E\,(= E + E)$, $V = T$ in (23) und nehmen ausser (25) auch (28) in Betracht:

$$m(2E)\, n(2T) = m(2E)\, n(T). \tag{29}$$

Wir unterscheiden zwei Fälle:

a) $m(2E) = 0$, dann folgt aus (26) mit $X = 2E$, $U = \frac{1}{2} S$, $m(S) = m(2E)\, m\left(\frac{1}{2} S\right) \equiv 0$, also wegen (28) $f(S, T) \equiv 0$ und (24) wird zu $g(XU, XV + Y) = g(X, Y)$, oder mit $X = E$, $Y = O$, $g(U, V) = g(E, O) = -b$, so erhalten wir wieder den trivialen Homomorphismus

$$x = f(X, Y) = 0, \quad y = g(X, Y) = -b \tag{30}$$

als Lösung von (23), (24), die diese Gleichungen auch tatsächlich erfüllt.

Der zweite Fall ist:

b) $m(2E) \neq 0$, dann folgt aus (29) $n(2T) = n(T)$ und da aus (27) $n(2T) = n(T + T) = n(T)\, n(T) = n(T)^2$ folgt, muss $n(T) = n(T)^2$, d.h. $n(T) = 0$ oder $n(T) = 1$ bestehen. $n(T) = 0$ ergibt wegen (27) $n(Y) \equiv 0$ und wegen (28) $f(X, Y) \equiv 0$, d. h. den schon erledigten Fall (30). So ist $n(T) \equiv 1$ und (28) ergibt

$$f(S, T) = m(S) \not\equiv 0, \quad (m(XU) = m(X)\, m(U)), \tag{31}$$

als Lösung von (23). Wegen $m(X) \not\equiv 0$ folgt aus (26) mit $U = E$

$$m(E) = 1. \tag{32}$$

Jetzt wenden wir uns der Gleichung (24) zu, die wegen (31) die Gestalt

(33) $$g(XU, XV + Y) = m(X)\, g(U, V) + g(X, Y)$$

annimmt und führen wieder zu (25) ähnliche Bezeichnung ein:

(34) $$g(X, O) = b(X), \quad g(E, Y) = a(Y).$$

Mit $X = U = E$ folgt aus (33) wegen (32)

(35) $$a(Y + V) = a(Y) + a(V)$$

d. h. a ist ein Homomorphismus der additiven Gruppe ven **M** in die von **R**. Weiter wird mit $Y = V = 0$ ebenfalls aus (33)

(36) $$b(XU) = m(X)\, b(U) + b(X).$$

Wieder setzen wir $g(X, Y)$ aus den zwei Funktionen (34) zusammen. Wir substituieren nämlich in (33) $X = E$, $V = O$, $U = S$, $Y = T$ und erhalten wegen (32) und (34)

(37) $$g(S, T) = b(S) + a(T),$$

dann setzen wir in (33) $U = E$, $Y = O$, $X = S$, $V = T$ und nehmen ausser (34) auch (37) in Betracht: $b(S) + a(ST) = m(S)\, a(T) + b(S)$, d. h.

(38) $$a(ST) = m(S)\, a(T),$$

oder mit $T = E$, $a(E) = a$,

(39) $$a(S) = am(S).$$

Ist $a = 0$, so wird $a(S) = 0$ und aus (31), (37) wird

(40) $$f(S, T) = m(S), \quad g(S, T) = b(S),$$

wo die Funktionen m und b durch das Funktionalgleichungssystem (26), (36) verbunden sind. Dieses System wurde von M. Kuczma [5] gelöst. Er erhielt die zwei Lösungssysteme

(41) $$m(X) \equiv 1, \quad b(X) = \lambda(\det X)$$

und

(42) $$m(X) = \mu(\det X), \quad b(X) = b(\mu(\det X) - 1)$$

als allein mögliche Lösungen, wo $\det X$ die Determinante der Matrix X ist und μ ein Endomorphismus der multiplikativen Struktur von **R** in sich ist: $\mu(xy) = \mu(x)\, \mu(y)$, während λ ein Homomorphismus derselben multiplikativen Gruppe in die additive Gruppe von **R** ist:

(43) $$\lambda(xy) = \lambda(x) + \lambda(y).$$

(Wird die multiplikative Gruppe von **R** mit $x = 0$ d. h. die von **M** mit den singulären Matrizen ergänzt, so folgt aus (43) $\lambda(y) \equiv 0$ und dann ist (41) in (42) enthalten). So haben wir im Falle $a = 0$ aus (40), (41) und (42) die Homomorphismen

(44) $$x = f(X, Y) \equiv 1, \quad y = g(X, Y) = \lambda(\det X), \quad (\lambda(xy) = \lambda(x) + \lambda(y)),$$

$$f(X, Y) = \mu(\det X), \quad y = g(X, Y) = b\,\mu(\det X) - b, \tag{45}$$
$$(\mu(xy) = \mu(x)\,\mu(y)),$$

als Lösungen von (23), (24). Man sieht nämlich leicht, dass diese die Gleichungen (23), (24) immer erfüllen. Die frühere Lösung (30) ist wieder als entarteter Fall $\mu(x) = 0$ in (45) enthalten.

Ist endlich $a \neq 0$, so folgt aus (39) und (35) $m(Y+V) = m(Y) + m(V)$ für alle $Y \in \mathbf{M}$, $V \in \mathbf{M}$, was zusammen mit (26) besagt, dass $m(X)$ ein Homomorphismus des reellen Matrizenringes **M** in den reellen Zahlenkörper **R** ist. Als solchen gibt es bekanntlich nur den trivialen $m(X) \equiv 0$, was in (30) und somit in (45) enthalten ist.

Zusammenfassend haben wir den

Satz 2. *Die Funktionensysteme* (44) *und* (45) *und nur diese sind Lösungen der Funktionalgleichungssystems* (23), (24), *wo die Veränderliche reelle Matrizen, die Funktionenwerte reelle Zahlen sind, d. h. durch* (44) *und* (45) *werden alle möglichen Homomorphismen der affinen Gruppe der reellen Matrizen in die der reellen Zahlen angegeben. Alle diese sind von* Y *unabhängig, bilden also Homomorphismen der zentroaffinen Gruppe der Matrizen in die affine Gruppe der reellen Zahlen.*

Da die Funktionen in (44) und (45) von Y unabhängig sind, kann natürlich keine Rede von Isomorphismen zwischen den affinen Gruppen von **M** und **R** sein, was ja auch im vornherein klar war.

Ein aufmerksames Betrachten zeigt, dass die meisten der Betrachtungen des § **2** auch auf allgemeinere Körper und Ringe übertragen werden können.

Eingegangen am 21 VI 1961

Universität, Debrecen,
V. R. Ungarn

LITERATURVERZEICHNIS

1. Aczél J., Boll. Un. Mat. Ital. (3), 1960, **15**, pp. 479—484.
2. Aczél J., Golab S., *Funktionalgleichungen der Theorie der geometrischen Objekte,* Monografie mat. **39**, Warszawa, 1960.
3. Golab S., Kucharzewski M., Tensor NS, 1958, **8**, pp. 79—89.
4. Kucharzewski M., Kuczma M., Ibid., 1960, **10**, pp. 245—254.
5. Kuczma M., Publ. Math. Debrecen, 1959, **6**, pp. 72—78.

О ГОМОМОРФИЗМАХ И ИЗОМОРФИЗМАХ АФФИННЫХ ГРУПП ТЕЛ И КОЛЕЦ

(Резюме)

В работе изучается общее решение системы функциональных уравнений (3) и (4), или, что равносильно этому, задача определения всех гомоморфизмов (2) аффинной группы допускающей операцию (1), где а) **K** и $\overline{\mathbf{K}}$ —общие алгебраические тела (§1) или же б) **K** — кольцо действительных квадратных матриц данного порядка и $\overline{\mathbf{K}}$—тело действительных чисел (§ **2**).

Статья заканчивается указанием на другие возможности обобщения задачи.

ASUPRA HOMOMORFISMELOR ŞI IZOMORFISMELOR GRUPURILOR AFINE DE CORPURI ŞI DE INELE

(Rezumat)

Se studiază soluţia generală a sistemelor de ecuaţii funcţionale (3) şi (4,) sau, ceea ce este tot una, problema de determinare a tuturor homomorfismelor (2) ale grupului afin ce admite operaţia (1). Se ţine seama de faptul că: a) $\mathbf{K}$ şi $\overline{\mathbf{K}}$ sînt corpuri algebrice generale (§ 1) sau b) $\mathbf{K}$ este inelul matricelor reale pătrate de ordin dat şi $\overline{\mathbf{K}}$ este corpul numerelor reale (§ 2).

Articolul se încheie cu indicaţia altor posibilităţi de generalizare a problemei expuse.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 517.53

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ПРИНЦИПА СИММЕТРИЗАЦИИ

И. П. МИТЮК

В заметке, с помощью принципа симметризации, получаются обобщения некоторых теорем об регулярных (однозначных) отображениях данной однолистной плоской области. В частности, дается обобщение некоторых теорем З. Нехари [1] и Ю. Е. Аленицына [2].

Пусть R — класс регулярных (однозначных) в круге $|z|<1$ функций $w=f(z)$, $f(0)=a_0$. Образ круга $|z|<1$ при отображении $w=f(z)\in R$ обозначим через D_f. Имеет место следующий

Принцип симметризации (см. [3, стр. 104]). *Если функция* $\mathrm{w}=\mathrm{f}(\mathrm{z})\in\mathrm{R}$, *а область* D^*, *полученная в результате симметризации области* $\mathrm{D_f}$ *относительно прямой или луча, проходящего через точку* $\mathrm{w}=\mathrm{a_0}$, *лежит в односвязной области* $\mathrm{D_0}$, *то справедливо неравенство*

$$r_0\geqslant|f'(0)|, \tag{1}$$

где $\mathrm{r_0}$ — *внутренний конформный радиус области* $\mathrm{D_0}$ *относительно точки* $\mathrm{w}=\mathrm{a_0}$. *Знак равенства в* (1) *имеет место тогда и только тогда, когда область* $\mathrm{D_0}$ *совпадает с областью* D^*, *и получается из области* $\mathrm{D_f}$ *в результате поворота вокруг точки* $\mathrm{w}=\mathrm{a_0}$.

Теорема 1. *Если функция* $\mathrm{w}=\mathrm{f}(\mathrm{z})\in\mathrm{R}$, *то любая прямая, проходящая через точку* $\mathrm{w}=\mathrm{a_0}$, *пересекает область* $\mathrm{D_f}$ *по системе интервалов, сумма* L *длин которых удовлетворяет точному неравенству*

$$L\geqslant|f'(0)|. \tag{2}$$

Доказательство. Предположим, что прямая l, проходящая через $w=a_0$, пересекает область D_f по системе интервалов, сумма L длин которых удовлетворяет неравенству

$$L<|f'(0)|. \tag{3}$$

Произведем симметризацию (Штейнера) области D_f относительно прямой, проходящей через a_0 и перпендикулярной к l. Прямая l будет пересекать симметризованную область D^* по интервалу длины $L^*=L<|f'(0)|$. С другой стороны, так как, в силу принципа симметризации (в качестве D_0 берем D^*), внутренний конформный радиус r^* области D^* относительно точки $w=a_0$ удовлетворяет неравенству $r^*\geqslant|f'(0)|$, то по теореме Т. Радо (см., напр., [4]), $L^*\geqslant|f'(0)|$, что

приводит к противоречию. Точность оценки (2) следует из достижимости ее для функции $w = a_0 + az/(1-z^2)$, где $|a| \neq 0$.

Рассмотрим класс функций S_p, состоящий из функций $f(z) = z^p + \cdots$, $p \geqslant 1$, (здесь и в дальнейшем многоточие означает ряд без обязательных пропусков), для которых функция $\varphi(z) = \ln[f(z)/z^p]$ — однозначна и регулярна в круге $|z| < 1$, причем дополнение в w-плоскости ($w = u + iv$) к области значений D_φ функции $\varphi(z)$ в круге $|z| < 1$, при каждом действительном v, содержит последовательность точек $vi + (u + nM)$, $-\infty < n < +\infty$, где u может зависеть от v.

Теорема 2. *Если функция* $\mathrm{w} = \mathrm{f(z)}$ *принадлежит классу* $\mathrm{S_p}$, *то она звездообразна в наибольшем круге с центром в начале координат, все точки которого удовлетворяют условию*

$$|z|/(1-|z|^2) > p\pi/(2M). \tag{4}$$

Этот круг дает как наибольший радиус звездообразности функций рассматриваемого класса, так и наилучший радиус круга, отображаемого любой функцией класса $\mathrm{S_p}$ *на риманнову поверхность с единственной точкой ветвления в начале координат.*

Теорема 2 обобщает соответствующие теоремы работ Нехари [1], ($p=1$), и Аленицына [2], ($p \geqslant 1$), в случае, когда рассматриваемые там области совпадают с единичным кругом.

Доказательство. Применяя к функции $w = \varphi(z)$ слегка видоизмененную теорему Хеймана (см. [3, стр. 109]), получим

$$|\varphi'(z)| \leqslant (2M/\pi)[1/(1-|z|^2)]. \tag{5}$$

В дальнейшем, при доказательстве теоремы, следуем работе [2]. Из (5) получим

$$|f'(z)/f(z) - p/z| \leqslant (2M/\pi)[1/(1-|z|^2)].$$

В точках, где выполняется неравенство (4), имеем $|zf'(z)/f(z) - p| < p$, следовательно, $\mathcal{R}e[zf'(z)/f(z)] > 0$, а это означает, что функция $f(z)$ звездообразна в любом круге с центром в начале координат, в каждой точке которого выполнено (4). Если z_0 — ближайшая к $z=0$ точка, в которой $|z_0|/(1-|z_0|^2) = p\pi/(2M)$, то она будет точкой ветвления для функции

$$f_0(z) = z^p\{[1 + \varepsilon(z - z_0)/(1 - z\bar{z}_0)]/[1 - \varepsilon(z - z_0)/(1 - z\bar{z}_0)]\}^{M/\pi i},$$

где $\varepsilon = -ie^{-i\arg r_0}$ которая принадлежит классу S_p.

Рассмотрим класс T_p, состоящий из функций $F(z) = z^p + \cdots$, $p \geqslant 1$, для которых функция $\Phi(z) = \ln[F'(z)/z^{p-1}]$ однозначна и регулярна в круге $|z| < 1$, причем дополнение в w-плоскости ($w = u + iv$) к области значений D_φ функций $\varphi(z)$ в круге $|z| < 1$, при каждом v, содержит последовательность точек $vi + (u + nM)$, $-\infty < n < +\infty$, где u может зависеть от v.

Теорема 3. *Если функция* $\mathrm{w} = \mathrm{F(z)}$ *принадлежит классу* $\mathrm{T_p}$, *то она выпукла в наибольшем круге с центром в начале координат, все точки которого удовлетворяют условию*

$$|z|/(1-|z|^2) \leqslant p\pi/(2M). \tag{6}$$

Теорема 3 является обобщением теоремы 4 работы Нехари [1], в случае, когда рассматриваемая там область совпадает с кругом.

Теорему 3 можно было бы доказать аналогично тому, как была доказана теорема 2. Мы дадим здесь другое доказательство ее. Сравнивая определения функций классов S_p и T_p, нетрудно заметить, что функции $\varphi(z)$ и $\Phi(z)$, входящие в их определение, подчиняются одним и тем же ограничениям. Отсюда следует, что каждую функцию $\Phi(z)$ можно рассматривать также, как функцию $\varphi(z)$ и наоборот.

Лемма. *Если функция* $w = f(z)$, *принадлежащая классу* S_p *и определяемая уравнением* $\ln [f(z)/z^p] = \varphi(z)$, *звездообразна в круге* $|z| < r$, *то функция* $w = F(z)$, *определяемая уравнением* $\ln [F'(z)/z^{p-1}] = \varphi(z)$, *выпукла в том же круге.*

Действительно, из уравнений определяющих $f(z)$ и $F(z)$, получим $f(z) = z^p e^{\varphi(z)}$, $F'(z) = z^{p-1} e^{\varphi(z)}$. Отсюда получим $zf'(z)/f(z) = 1 + zF''(z)/F'(z)$, а следовательно:

$$\mathcal{R}e\,[zf'(z)/f(z)] = 1 + \mathcal{R}e\,[zF''(z)/F'(z)]. \tag{7}$$

Так как, согласно условию леммы, левая часть равенства (7) больше нуля в круге $|z| < r$, то и правая часть (7) также там больше нуля, а следовательно, функция $w = F(z)$ выпукла в круге $|z| < r$.

Из доказанной только что леммы и теоремы 2 вытекает справедливость теоремы 3. Если z_0 — ближайшая $z = 0$ точка, в которой $|z|/(1 - |z|^2) = p\pi/(2M)$, то экстремальная функция имеет вид

$$\int_0^z \zeta^{p-1} \{[1 + \varepsilon(\zeta - z_0)/(1 - \zeta\bar{z}_0)]/[1 - \varepsilon(\zeta - z_0)/(1 - \zeta\bar{z}_0)]\}^{M/(\pi_1)}\, d\zeta,$$

где $\varepsilon = -ie^{-i \arg z_0}$.

Принцип симметризации позволяет обобщить ряд теорем об регулярных отображениях круга на взаимно неналегающие области. Приведем, в качестве примера, обобщение теоремы М. А. Лаврентьева [5].

Теорема 4. *Если регулярные (однозначные) функции* $w = f_i(z)$, $f_i(0) = a_i$, $(i = 1, 2)$, *отображают круг* $|z| < 1$ *на области* D_i, $(i = 1, 2)$, *и при этом выполняется одно из следующих двух условий:* а) *области* D_1 *и* D_2 *взаимно неналегающие;* б) *области* D_1 *и* D_2 *имеют симметризованные относительно некоторых прямых или лучей, проходящих через точки* a_1 *и* a_2, *взаимно неналегающие области, то справедлива точная оценка*

$$|f_1'(0)\, f_2'(0)| \leqslant |a_1 - a_2|^2. \tag{8}$$

Знак равенства (8) имеет место тогда и только тогда, когда области D_1 и D_2 с точностью до вращения вокруг точки A — середины отрезка, соединяющего точки a_1 и a_2, совпадают с полуплоскостью, ограниченной прямой, проходящей через A, перпендикулярно к прямой, проходящей через a_1 и a_2.

Поступила 8 IV 1961 г.

Киевский политехнический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Nehari Z., Am. J. Math., 1949, **71**, pp. 845—852.
2. Аленицын Ю. Е., ДАН СССР, 1950, **73**, стр. 245—248.
3. Хейман В. К., *Многолистные функции*, ИЛ, М. 1960.
4. Бермант А. Ф., Матем. сб., 1947, **20**, стр. 55—112.
5. Лаврентьев М. А., Тр. физ.-мат. ин-та АН СССР, 1934, **5**, стр. 159—246.

QUELQUES APLICATIONS DU PRINCIPE DE LA SYMÉTRISATION

(Résumé)

On obtient, grâce à l'application du principe de symétrisation, quelques généralisations des théorèmes concernant les représentations (uniformes) régulières d'un domaine donné plan à un seul tenant. On expose, en particulier, des généralisations de certains théorèmes de Z. Nehari [1] et de Yu. E. Alénitzyne [2] (pourvu que les domaines y considérés coïncident avec le cercle $|z| < 1$).

UNELE APLICAŢII ALE PRINCIPIULUI SIMETRIZĂRII

(Rezumat)

Aplicînd principiul simetrizării, se obţin unele generalizări ale teoremelor relative la reprezentări (uniforme) regulate a unui domeniu dat, unifoliu. Se dau, în particular, generalizări ale unor teoreme aparţinînd lui Z. Nehari şi Iu. E. Aleniţîn [2] (cu condiţia ca domeniile considerate într-însele să coincidă cu cercul $|z| < 1$).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. D. 517 55

DEUX EXTENSIONS DU THÉORÈME DE LA COURBE θ ET UNE NOUVELLE DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE LA CONSERVATION DU DOMAINE POUR L'ESPACE EUCLIDIEN À *n* DIMENSIONS

PAR

P. CARAMAN

Note présentée à la session jubilaire de l'Université „Al. I. Cuza" de Jassy, 28 — 30 Octombre 1960

Une première extension du théorème de la courbe θ est la suivante:

Théorème 1. *Une surface à* n — 1 *dimensions* θ *composée de troi surfaces Jordan ouvertes disjointes à* n — 1 *dimensions* S_i, (i = 1, 2, 3), *e de leur frontière commune* C — *où* C *est une surface Jordan fermée à* n—2 *dimensions — divise l'espace euclidien à* n *dimensions* E_n *en trois domaines disjoints.*

Avant de passer à la démonstration, précisons la terminologie. Par surface Jordan ouverte à *n*—1 dimensions nous entendons l'image homéomorphe d'une hémisphère à *n* — 1 dimensions, tandis que par surface Jordan fermée à *n*—1 dimensions, nous entendons l'image homéomorphe d'une sphère à *n* — 1 dimensions. Deux hypersurfaces S_i quelconques et leur frontière commune *C* forment ensemble une surface Jordan fermée à *n* — 1 dimensions.

Ce théorème a été établi pour la première fois par Brouwer [1] en 1912 dans le cas de l'espace euclidien à *n* dimensions, mais seulement dans l'hypothèse très restrictive quand l'une des trois surfaces S_i est un domaine polyédrique formé par les faces de certains cubes à *n* dimensions. En 1939, Newman [2, p. 108], donne une démonstration de ce théorème de Brouwer, pour *n* = 2, dans le cas général, dont voici l'énoncé: „*Si les deux extrémités d'une transversale* L *d'un domaine* D ⊂ X^2 *sont situées sur la même composante connexe de* CD *(complémentaire de* D*), alors* D — L *a deux composantes connexes, et* L *est contenue dans la frontière des deux*". L'énoncé donné par nous du théorème de Brouwer, correspond à celui donné par Whyburn [3, p. 31] dans le cas *n* = 2, où le théorème est connu sous le nom de „théorème de la courbe θ".

Et maintenant passons à la démonstration du théorème.

Soient $\mathcal{J}_i$ les hypersurfaces Jordan fermées données par les relations : $\mathcal{J}_1 = S_2 + S_3 + C$, $\mathcal{J}_2 = S_3 + S_1 + C$, $\mathcal{J}_3 = S_1 + S_2 + C$, où l'on a noté par $+$ la réunion d'ensembles disjoints. Chaque hypersurface $\mathcal{J}_i$ divise l'espace euclidien à n dimensions en deux domaines disjoints en vertu du théorème de Jordan généralisé par Brouwer [4] pour les espaces à n dimensions. Si R_i représente un des domaines complémentaires, déterminé par l'hypersurface $\mathcal{J}_i$, nommément celui qui ne contient pas l'hypersurface $\theta - \mathcal{J}_i$, alors notre théorème affirme que dans ce cas $E_n - \theta = R_1 + R_2 + R_3$.

La méthode de démonstration sera celle par réduction à l'absurde. Supposons par conséquent que $\Delta = D_1 . D_2 . D_3 \neq \emptyset$, où $D_i = E_n - \mathcal{J}_i - R_i$, $\emptyset$ représente l'ensemble vide et . signifie l'intersection. Si D représente une composante connexe de Δ, alors fr D (c'est-à-dire la frontière de D) contient des points de S_1. En effet, un point quelconque $q \in D \subset D_1$ peut être joint à un point $a \in S_1$ par un arc simple $\widehat{qa} \subset D_1$. Si r représente le premier point de S_1 rencontré en parcourant $\widehat{qa}$ de q vers a, alors $q - r$ doit appartenir à D, car d'un côté tout point $p \in \text{fr}\, D$ doit appartenir à l'hypersurface θ, c'est à-dire doit être point frontière d'au moins un D_i (autrement ou bien p serait intérieur à tous les D_i, mais alors *a fortiori* il serait intérieur aussi à D, ou bien p serait extérieur au moins à un D_i, mais alors il serait *a fortiori* extérieur aussi à D) ; d'un autre côté, les seuls points de θ contenues dans D_1 sont les points de l'hypersurface S_1. Donc il résulte $\widehat{qr} - r \subset D$, et $r \in \text{fr}\, D$ (r ne peut pas être extérieur à D, car $\widehat{qr} - r \subset D$, et ni intérieur à D, car $r \in S_1 \subset \text{fr}\, D_2 \cdot \text{fr}\, D_3$).

Démontrons maintenant que $S_1 . \text{fr}\, D = \emptyset$. Dans ce but nous allons utiliser quelques résultats obtenus par Brouwer. Celui-ci montre dans son mémoire [4], qu'on peut construire une hypersurface polyèdrique Σ qui soit située dans le domaine intérieur déterminé par une hypersurface Jordan fermée $\mathcal{J}$ et qui jouisse des propriétés suivantes : $\Sigma . \mathcal{J} = \emptyset$ et $\Sigma \subset C$, où C est une surface Jordan fermée à $n-2$ dimensions donnée à l'avance et située sur $\mathcal{J}$. (Par domaine intérieur déterminé par une hypersurface Jordan fermée nous entendons le domaine qui ne contient pas le point à l'infini). Ensuite, dans son article [1] Brouwer établit le théorème 1, dans le cas où l'une des trois hypersurfaces S_i est une hypersurface polyèdrique Σ. Supposons que le point à l'infini est situé dans R_2 (ce qui ne restreint pas la généralité) et ensuite appliquons ce théorème de Brouwer aux hypersurfaces S_1, S_2 et Σ. Il résulte que l'hypersurface Σ divise R_3 en deux domaines disjoints R_3' et R_3'' et que la frontière de R_3' coïncide avec $\Sigma + S_1 + C$ et celle de R_3'' avec $\Sigma + S_2 + C$. Si nous appliquons ce même théorème de Brouwer aux hypersurfaces S_1, S_3 et Σ, il résulte que l'hypersurface Σ divise l'extérieur de R_2 en deux domaines disjoints R_1' et R_1'' et que la frontière de R_1' coïncide avec $\Sigma + S_3 + C$ et celle de R_1'' avec $\Sigma + S_1 + C$. Nous affir-

mons que $R_3' = R_1''$. Supposons le contraire. Alors en tenant compte du fait que les deux domaines ont la même frontière $S_1 + \Sigma + C$, il résulterait que R_3' et R_1'' sont disjoints. Mais Σ divise l'extérieur de R_2 en R_1' et R_1'', et R_3' se trouve à l'extérieur de R_2, car $R_3' \subset R_3$, de sorte que $R_3' \subset R_1'$. Mais ceci implique $\operatorname{fr} R_3' \subset R_1'$, c'est-à-dire $\Sigma + S_1 + C \subset R_1' + \Sigma + S_3 + C$, ce qui est impossible, car cette inclusion impliquerait à son tour $S_1 \subset R_1'$, tandis que R_1' étant contenu dans l'extérieur de R_2 il est disjoint de S_1. Donc $R_1'' = R_3'$. De ce qui précède il résulte $E_n = R_2 + \operatorname{ext} R_2 + S_1 + S_3 + C = R_2 + (R_3' + \Sigma + R_1') + S_1 + S_3 + C$. Le domaine D étant disjoint de R_2, $R_3' + \Sigma \subset R_3, S_1, S_3, C$ il résulte $D \subset R_1'$, ce qui implique $\operatorname{fr} D \subset R_1' = R_1' + S_3 + C + \Sigma$, qui est disjoint de S_1, ce qui contredit le résultat établi au commencement de cette démonstration. De cette contradiction résulte la falsité de l'hypothèse $\Delta \neq \emptyset$, ce qui démontre le théorème.

Pour le cas de l'espace euclidien à trois dimensions ce théorème a été généralisé par nous dans l'article [5].

Le théorème de la courbe θ peut être généralisé aussi d'une autre manière, si au lieu de trois arcs (respectivement trois hypersurfaces) Jordan ouverts disjoints l'on considère n arcs (respectivement n hypersurfaces). Le théorème pour le cas de l'espace euclidien à n dimensions s'enonce ainsi :

Théorème 2. *Une surface à* n — 1 *dimensions,* θ_n, *composée de* n *surfaces Jordan ouvertes disjointes à* n—1 *dimensions,* S_i, (i = 1, 2 ,..., n), *et de leur frontière commune* C — *où* C *est une surface Jordan fermée* n—2 *dimensions — divise l'espace euclidien* E_n *en* n *domaines disjoints.*

Pour démontrer ce théorème, nous utiliserons le principe de l'induction complète. Le cas d'une seule hypersurface ($n = 1$) est une banalité, le cas de deux hypersurfaces ($n = 2$) représente le théorème de séparation de Jordan, démontré par Brouwer [4], et le cas de trois hypersurfaces ($n = 3$) représente justement le théorème précédent.

Supposons le théorème vrai pour $n - 1$. Soient S_j, ($j = 1 ,..., n - 1$), $n - 1$ surfaces Jordan ouvertes à $n - 1$ dimensions ayant en commun seulement leur frontière C. En vertu de l'hypothèse faite, ces $n - 1$ surfaces et leur frontière C divisent l'espace euclidien E_n en $n - 1$ domaines disjoints R_j, ($j = 1 ,..., n - 1$). Soit S_n une surface Jordan ouverte à $n - 1$ dimensions disjointe des autres $n - 1$ et ayant comme frontière justement l'hypersurface C. Étant disjointe des autres, S_n sera contenue dans un R_i, nommément $S_n \subset R_{n-1}$. La surface Jordan fermée à $n - 1$ dimensions, $\mathfrak{J}_{n-1}$, qui limite R_{n-1}, divise E_n en deux domaines disjoints R_{n-1} et D_{n-1}, où D_{n-1} contient les $n - 2$ autres domaines R_k, ($k = 1 ,..., n - 2$). Les deux surfaces Jordan ouvertes disjointes à $n - 1$ dimensions qui composent $\mathfrak{J}_{n-1}$ (si l'on ajoute aussi C) et l'hypersurface S_n représentent trois hypersurfaces qui vérifient les conditions du théorème précédent, donc elles divisent E_n en trois domaines disjoints : R_1', R_2', R_3'. Choisissons par exemple $R_1' = D_{n-1}$ et $R_2' + R_3' + S_n = R_{n-1}$ et notons $\theta_{n-1} = \sum_{i=1}^{n-1} S_i + C$ et $\theta_n = \theta_{n-1} + S_n$. Nous aurons $E_n - \theta_{n-1} =$

$= R_1 + R_2 + \cdots + R_{n-2} + R_{n-1} = R_1 + \cdots + R_{n-2} + R'_2 + R'_3 + S_n$, d'où $E_n - \theta_n = E_n - \theta_{n-1} - S_n = R_1 + \cdots + R_{n-2} + R'_2 + R'_3$ et donc le théorème est vrai pour n'importe quel n.

Maintenant donnons une nouvelle démonstration du théorème de la conservation des domaines établit par Brouwer [5]. (Notre demonstration appartient à la topologie générale, tandis que celle de Brouwer à la topologie combinatoire).

Théorème 3. *Si la fonction vectorielle* $T = f(t) = u^i(x^1, \ldots, x^n)\, e_i$ *est continue et univalente dans le domaine euclidien à* n *dimensions* g, *alors l'ensemble des valeurs* $G = f(g)$ *est toujours un domaine, et la fonction inverse* $t = f^{-1}(T)$ *est toujours continue.*

La démonstration contiendra les étapes suivantes : d'abord nous établirons que G est un ensemble ouvert, ensuite qu'il est connexe et finalement que la fonction inverse est continue dans G. La partie la plus difficile sera de démontrer que G est ouvert. Dans ce but nous utiliserons l'extension du théorème de séparation de Jordan pour le cas euclidien à n dimensions (démontré par Brouwer [4]) et le théorème 1 (extension du théorème de la courbe θ).

Pour des motifs de symétrie nous supposerons l'espace euclidien compactifié par l'adjonction de l'infini.

Soit t_0 un point arbitraire de g et $T_0 = f(t)$ son image par $T = f(t)$. Considérons le voisinage $q_0 \subset g$ du point t_0, que nous supposerons être — sans restreindre la généralité — l'intérieur d'un cube à n dimensions ayant t_0 pour centre si $t_0 \neq \infty$, ou bien l'extérieur d'un cube à n dimensions ayant l'origine pour centre, si $t_0 = \infty$. Nous supposerons que les faces à $n-1$ dimensions du cube sont parallèles aux plans à $n-1$ dimensions du trièdre de référence et qu'elles ne passent par $t = \infty$ (si un tel point existe).

Notons par d_0 l'hypersurface du cube q_0 et par $\delta_0 = f(d_0)$ son image qui présente une hypersurface Jordan fermée, contenue dans l'espace fini. Nous montrerons que l'image de l'intérieur du cube q_0 coïncide soit avec l'intérieur, soit avec l'extérieur de l'hypersurface δ_0 (c'est-à-dire avec l'un des deux domaines Jordan délimités par δ_0 d'après le théorème de Brouwer), d'où nous allons conclure qu'il existe un voisinage de T_0 contenu dans G, c'est-à-dire que G est un ensemble ouvert.

Soit D_0 celui des deux domaines ayant comme surface frontière δ_0 qui contient T_0. Nous avons $f(q_0) \subset D_0$. En effet, si $t \in q_0$ et λ est un arc de courbe Jordan qui joint t_0 à t dans l'intérieur du domaine q_0, alors $l = f(\lambda)$ sera un arc de courbe Jordan qui joindra $T_0 = f(t_0)$ à $T = f(t)$. λ n'a pas de points communs avec d_0, de sorte que ni l ne peut avoir de points communs avec $\delta_0 = \mathrm{fr}\, D_0$, et du fait que le point initial T_0 de la courbe l appartient à D_0, il résulte qu'aussi le point T de cette courbe doit appartenir à D_0.

Démontrons encore que chaque point du domaine D_0 est l'image d'un point q_0, c'est-à-dire que $f(q_0)$ coïncide avec D_0. La méthode de

démonstration sera celle par réduction à l'absurde. Supposons donc qu'il existe un point $T' \in D_0$, $T' \bar{\in} f(q_0)$. Joignons T_0 à T' par un arc de courbe Jordan $l_0 \subset D_0$. L'ensemble e des points de $f(q_0)$ qui appartient à l_0 est fermé. En effet, soit a un point limite pour e. En vertu du fait que l'ensemble de tous les points de la courbe l_0 est fermé a doit appartenir à l_0. Considérons une suite de points $\{T_n\} \in e$ et qui converge au point a. Les images inverses $\{t_n\}$ de ces points appartiennent à q_0 et on peut y extraire une sous-suite $\{t_{n_k}\}$ qui converge à un point $\alpha \in q_0$.

En vertu de la continuité de $f(t)$ nous aurons $\lim\limits_{k\to\infty} T_{n_k} = \lim\limits_{k\to\infty} f(t_{n_k}) = f(\alpha)$ mais d'autre part $\lim\limits_{k\to\infty} T_{n_k} = a$. Donc $a = f(\alpha)$. Ayant en vue que α ne peut pas appartenir à d_0, il résulte que $a \in e$. Donc e est un ensemble fermé.

Du fait que e est un ensemble fermé il résulte que si l'on parcourt la courbe l_0, qui peut s'écrire paramétriquement $T = \varphi(s)$, du point $T_0 = \varphi(s_0) \in e$ jusqu'au point $T' = \varphi(s') \bar{\in} e, (s < s')$, on doit rencontrer un dernier point $T_1 = \varphi(s_1)$ contenu dans e. En effet, soit σ la borne supérieure des valeurs du paramètre s pour lesquelles $\varphi(s) \in e$. Evidemment $\sigma < s'$, car $\varphi(s') \bar{\in} e$; à part cela $\varphi(\sigma) \in e$ grâce à la continuité de la fonction $\varphi(s)$ et du fait que e est fermé. Donc $T_1 = \varphi(\sigma)$ est le dernier point de l'ensemble e rencontré sur la courbe l_0 qui mène de T_0 à T'.

De cette façon nous avons trouvé un arc l de la courbe continue l_0 ayant la propriété que son point initial T_1 appartient à $f(q_0)$, tandis que tous ses autres points n'y appartiennent pas.

Construisons dans q_0 un cube q_1 de frontière d_1, de centre $t_1 = f^{-1}(T_1)$ et ayant ses faces à $n-1$ dimensions parallèles aux hyperplans du trièdre de référence, comme nous l'avons fait pour $t_0 \in g$. Soit $\delta_1 = f(d_1)$ l'image de d_1, et D_1 celui de deux domaines ayant comme hypersurface frontière δ_1 qui contient le point T_1 et en même temps aussi l'image $f(q_1)$ du domaine q_1. Du fait que la courbe l n'a pas d'autres points communs avec $f(q_0)$ que $T_1 = f(t_1)$ et celui-ci n'appartient pas à δ_1 (car $t_1 \bar{\in} d_1$), il résulte que la courbe l n'a pas de points communs avec $\delta_1 \subset f(q_0)$, donc elle doit être située entièrement dans celui des deux domaines ayant comme hypersurface frontière δ_1, qui contient le point T_1 de cette courbe, c'est-à-dire dans D_1.

Décomposons q_1 en deux parties égales à l'aide d'un hyperplan à $n-1$ dimensions passant par t_1 et parallèle à l'une des faces à $n-1$ dimensions qui délimitent le cube. L'image $f(\eta')$ du cube à $n-1$ dimensions, η', qui représente l'intersection de l'hyperplan à $n-1$ dimensions en question avec l'intérieur du cube q_1, est une hypersurface Jordan ouverte à $n-1$ dimensions, H'. Son hypersurface frontière est une hypersurface Jordan fermée à $n-2$ dimensions, C, située sur D_1, tous les autres points de H' étant situés dans D_1. C décompose

δ_1 en deux hypersurfaces Jordan ouvertes à $n-1$ dimensions complémentaires S' et S'', qui forment avec H' deux hypersurfaces Jordan fermées δ_1' et δ_1''. En vertu du théorème 1 il résulte que les trois hypersurfaces S', S'' et H' divisent l'espace euclidien E_n en trois domaines disjoints. Deux de ces domaines : D' et D'', ayant comme hypersurfaces frontières S' et S'', seront contenues dans D_1, de telle sorte que $D_1 = D_1' + D_1'' + H'$.

Soit D' celui des deux domaines D_1', D_1'' qui contient le point T' et $\delta' = \operatorname{fr} D'$ une des hypersurfaces δ_1', δ_1''. Alors D' contient tous les points de la courbe l (à l'exception de T_1), car cette courbe est située entièrement dans D, et n'a pas d'autres points communs avec H' que T_1. Soit $T \in \delta_1$, $T \in \operatorname{fr} H'$, et $t = f^{-1}(T)$. Alors $t \in d_1$, $t \in \operatorname{fr} \eta'$. Si $\{t_k\}$ est une suite de points du cube q_1, $t_k \in \eta'$, qui converge à t, alors la suite des images $\{T_k\}$ appartient au domaine D_1 et converge à T. D' ici il résulte que dans le domaine D' il existe des points de la suite T_k ; dans le cas contraire tous les T_k seraient contenus dans celui des domaines D_1', D_1'' qui est différent de D' et donc leur point limite T appartiendrait à l'adhérence de ce domaine différent de D', ce qui serait impossible si nous tenons compte de la manière dont nous avons choisi T. Si $T_{k_0} = f(t_{k_0})$ appartient à D_1' et le point $t_{k_0} \in q'$, q' étant l'un des deux domaines qui résulte de la division de q_1 par η', alors $f(q') \subset D'$. Donc au lieu de q_1, dont l'image $f(q_1) \subset D_1$ a pour frontière $\delta_1 = f(d_1)$, on obtient le domaine $q' \subset q_1$, ayant comme hypersurface frontière d' et dont l'image $f(q') \subset D' \subset D_1$ a comme hypersurface frontière $\delta' = f(d')$. L'essentiel de ce qui précède est que le domaine D_1, de même que le domaine D', contiennent la courbe fixe l. Si l'on décompose le parallélipipède en deux parties égales, par un hyperplan à $n-1$ dimensions passant par t_1 et parallèle à l'une des faces à $n-1$ dimensions de q', alors par un raisonnement analogue on peut choisir une des moitiés comme domaine $q_2 \subset q_1$, ayant comme frontière une hypersurface d_2 et dont l'image $f(q_2) \subset D_2 \subset D_1$ a comme frontière l'hypersurface $f(d_2)$, de sorte que $l \subset D_2$. Continuant ce raisonnement nous construisons dans l'espace euclidien à n dimensions de la variable hypercomplexe t une suite de domaines à n dimensions q_n, $(q_{n+1} \subset q_n)$, qui tendent à la limite vers le point t_1 de sorte que leurs images $f(q_n)$ sont contenus respectivement dans les domaines D_n, $(D_{n+1} \subset D_n)$, qui contiennent tous la courbe fixe l.

En vertu de la continuité de la fonction $f(t)$, les hypersurfaces Jordan fermées $\delta_n = f(d_n)$ doivent se réduire à un point $f(t)$. Mais ceci est empêché par l'existence de la courbe fixe l avec les extrémités T_1 et $T' \neq T_1$ et contenu dans chaque domaine D_n ayant comme hypersurface frontière δ_n. Le fait que l'intersection des domaines D_n se réduit à un point apparait plus évident si l'on représente l'espace euclidien compactifié sur l'hypersurface à n dimensions d'une hypersphère à $n+1$

dimensions par l'analogue de la représentation stéréographique de l'espace euclidien à deux dimensions.

De la contradiction trouvée il résulte que $f(q_0)$ coïncide avec le domaine D_0. Donc l'image $f(g)$ du domaine g est un ensemble ouvert.

Pour démontrer que $f(g)$ est un domaine il nous reste à établir la connexion de l'ensemble $f(g)$. Mais ceci est évident. En effet, si T_1 et T_2 sont deux points de $f(g)$ et $t_1 = f^{-1}(T_1)$, $t_2 = f^{-1}(T_2)$, alors joignant t_1 et t_2 dans l'intérieur de g par une courbe continue λ, il résulte que $l = f(\lambda)$ sera une courbe continue, qui joint T_1 à T_2 dans l'intérieur de $f(g)$. Donc l'image du domaine g par $T = f(t)$ est toujours un domaine.

Pour nous convaincre que la représentation considérée est homéomorphe, il nous reste à établir qu'aussi la représentation inverse $t = f^{-1}(T)$ est continue dans le domaine $G = f(g)$. Soit T_0 un point arbitraire de G et U_0 un voisinage de $t_0 = f^{-1}(T_0)$. $f(U_0)$ — en vertu de la propriété de la conservation des domaines dont jouit $T = f(t)$ (d'après ce que l'on a établi précédemment) — est un domaine contenu dans G. Choisissons le voisinage V_0 du point T_0 de façon à ce que $V_0 \subset f(U_0)$. Dans ce cas toutes les valeurs $f^{-1}(T)$, $T \in V_0$, seront contenues dans U_0. Mais du fait que U_0 peut être choisi arbitrairement petit, il résulte la continuité de $f^{-1}(T)$. Ainsi le théorème est complètement démontré.

Observation. Pour cette démonstration du théoreme de Brouwer [5] nous avons pris comme modèle celle donnée par Markouchéwitch [7] pour le cas de l'espace euclidien à deux dimensions. Toutefois — comme nous l'avons signalé aussi dans notre article [5] — le théorème de Markouchéwitch présente une erreur dans la démonstration. L'affirmation qui dans la démonstration de Markouchéwitch a été déduite par un raisonnement erroné, peut être démontrée comme une conséquence directe du théorème de la courbe θ, et dans le cas du théorème précédent, comme une conséquence de l'extension de ce théorème pour le cas des domaines euclidiens à n dimensions, c'est-à-dire du théorème 1.

Ces théorèmes nous seront nécessaires pour réaliser une économie d'hypothèses dans l'étude des représentations quasi-conformes des domaines euclidiens à n dimensions.

Reçu le 5 VII 1960

Académie de la République Populaire Roumaine, Filiale de Jassy

BIBLIOGRAPHIE

1. Brouwer L. E. J., Math. Ann., 1912, **71**, S. 320—327.
2. Newman H. A., *Elements of the topology of plane sets of points*, Cambridge, Press of Univ., 1939.
3. Whyburn G. T., *Topological Analysis*, Princeton, New Jersey, Princeton Univ. Press, 1958.
4. Brouwer L. E. J., Math. Ann., 1912, **71**, S. 314—319.
5. Caraman P., St. şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Mat., 1960, **XI**, 2, pp. 235-241.
6. Brouwer L. E. J., Math. Ann., 1912, **71**, S. 305—313.
7. Маркушевич А. И., *Теория аналитических функций*, Гостехиздат, М., 1950, 703 стр.

ДВА ОБОБЩЕНИЯ ТЕОРЕМЫ ГИПЕРПОВЕРХНОСТИ θ И НОВАЯ ДЕМОНСТРАЦИЯ ТЕОРЕМЫ СОХРАНЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ В ЕВКЛИДОВОМ *n*-МЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

(Резюме)

В первой части настоящего сообщения устанавливается теорема гиперповерхности θ:

(n—1)-*мерная поверхность*, θ, *составленная из трех открытых жордановых* (n—1)-*мерных поверхностей и из их общей границы* C (*где* C— *замкнутая жорданова* (n—2)-*мерная поверхность*) *разделяет евклидово трехмерное пространство на три взаимно простые области.*

Затем, распространяется эта теорема на случай когда взято *n* поверхностей вместо трех открытых жордановых гиперповерхностей.

Теорема гиперповерхности θ служит для нового доказательства теоремы топологического сохранения областей Брауера. Наше доказательство основывается на соображениях общей топологии, а доказательство Брауера — на комбинаторной топологии.

DOUĂ EXTENSIUNI ALE TEOREMEI CURBEI θ ŞI O NOUĂ DEMONSTRAŢIE A TEOREMEI INVARIANŢEI DOMENIILOR ÎN SPAŢIUL EUCLIDIAN *n*-DIMENSIONAL

(Rezumat)

În prima parte a acestei Note se stabileşte teorema hipersuprafeţei θ:

O suprafaţă (n—1)-*dimensională*, θ, *compusă din trei suprafeţe Jordan deschise* (n—1) *dimensionale şi din frontiera lor comună* C (*unde* C *este o suprafaţă Jordan închisă* (n—2)-*dimensională*) *împarte spaţiul euclidian* n-*dimensional în trei domenii disjuncte.*

Apoi, se extinde această teoremă la cazul cînd în loc de trei suprafeţe Jordan deschise se consideră *n* suprafeţe.

Teorema hipersuprafeţei θ serveşte pentru a da o nouă demonstraţie teoremei invarianţei domeniilor stabilită de Brouwer. Demonstraţia noastră se bazează pe considerente de topologie generală, pe cînd demonstraţia lui Brouwer—pe considerente de topologie combinatorie.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 517.948.32

МНОГОЧЛЕННЫЙ МЕТОД В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

I. ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛИНОМОВ С. Н. БЕРНШТЕЙНА

Д. МАНЖЕРОН и Л. Е. КРИВОШЕИН

Глубокие и систематические исследования проводимые в настоящее время в СССР по теории интегро-дифференциальных уравнений, (и.-д. у.), описывающих многие физические явления в которых существенно влияние наследственности[1]), разрабатываемых особенно интенсивно М. И. Розовским, Я. В. Быковым, К. Т. Ахмедовым, В. В. Васильевым, Т. И. Вираненко, Ю. К. Ландо, Б. И. Александрийским, Т. Ф. Яковлевой, Т. А. Агонцем, А. И. Егоровым, М. И. Маналиевым, И. Н. Гурьяновым, Л. Е. Кривошеиным, Л. М. Лихтарниковым и др., а в частности исследования проводимые Киргизской математической школой под руководством Я. В. Быкова [1]...[3], послужили основой, имеющей некоторые начала и в работах появившихся в свет в РНР С. Василаке [4], Д. Манжерона [5], [6] и др., относящихся непосредственно к и.-д. у. или же к различным граничным задачам для неэллиптических дифференциальных уравнений высшего порядка, для ряда совместных работ авторов [7], [8]. Так, напр., в [9] исследован ряд задач относящихся к новому классу и.-д. у. в «полных производных» вида

$$
\begin{aligned}
&D^n u(x,y) - \lambda(n-1)!^2 [A(x,y)u(x,y) + B(x,y)D^r u(x,y)] = \\
&= (n-1)!^2 \left[f(x,y) + \lambda \iint_P E(x,y,\xi,\eta) \sum_0^n F_p(\xi,\eta) D^p u(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta \right],
\end{aligned} \tag{1}
$$

где: Du — полная производная М. Пиконе [10] по аргументам x, y или же ξ, η, $A(x,y)$, $B(x,y)$, $E(x,y,\xi,\eta)$, $F_p(\xi,\eta)$ — известные непрерывные функции действительных аргументов x, y, ξ, η, не обращающиеся тождественно в нуль в P_1 и $P - P_1$, $P = \{a \leqslant \xi, x \leqslant c, b \leqslant y, \eta \leqslant d\}$, $P_1 = \{a \leqslant \xi \leqslant x, \ b \leqslant \eta \leqslant y\}$, λ — параметр, $u(x,y)$ — искомое решение удовлетворяющее (однородная задача Гурса)

---

[1]) К числу таких явлений можно отнести сейсмостойкость сооружений, крутильные колебания валов, термопластические явления в плитах и стержнях, перенос лучистой энергии и т. д.

(2) $$[D^i u]_{x=a} = [D^i u]_{y=b} = 0, \quad (i = 0, 1, ..., n-1),$$

или же, в случае $r = p = 0$, выбранном в целях упрощения выкладок,

(3) $$u|_L = 0, \; Du|_{L_1} \equiv \ldots \equiv D^{n-1} u|_{L_1} = 0,$$
$$L_1 \equiv \{x = a, \; b \leqslant y \leqslant d; \; y = b, \; a \leqslant x \leqslant c\},$$

(однородная краевая задача), причем L — контур области P, тогда как, в рамках запросов «машинной математики», первый из авторов разработал метод интегральных уравнений в механике нелинейных систем [11], а второй, активно участвуя в широком творческом развитии уже упомянутой выше Киргизской школы по и.-д. у., опубликовал совершенно недавно обширный вклад в мощный метод акад. А. И. Некрасова решения и.-д. у. n-го порядка, приводящий, на основе фундаментальной системы решений дифференциального оператора, к построению системы интегральных уравнений эквивалентных исходному и.-д. у. и разработал построение приближенных решений и.-д. у. методами С. А. Чаплыгина, Ю. Д. Соколова, близкого оператора, возмущения, коллокации, разностным и др. [12], [3].

Идея рассматриваемого ниже метода состоит в том, чтобы, пользуясь известной теоремой К. Вейерштрасса [13] об аппроксимации непрерывной функции полиномами, применить эти полиномы для построения приближенных решений обыкновенных и.-д. у.

В настоящей статье широко используются полиномы С. Н. Бернштейна $B_r(x)$ [14]. Возможность непосредственного применения этих полиномов к решению и.-д. у. основана на теореме [15, стр. 114—115]: *Если* $f(x)$ *имеет непрерывную производную* k*-го порядка* $f^{(k)}(x)$, *то производные* $B_r^{(k)}(x)$ *имеют пределом* $f^{(k)}(x)$:

$$\lim_{r \to \infty} B_r^{(k)}(x) = f^{(k)}(x), \quad (k = 1, 2, ...,).$$

Ш. Е. Микеладзе [16] применил полиномы $B_r(x)$ к решению и.-д. у. вида

(4) $$y(x) + \int_0^1 K(x, t) \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F[y(t)] \, \mathrm{d}t = f(x).$$

Ниже решаются краевые задачи для и.-д. у. более высокого порядка чем (4), и несколько иными путями.

Не оговаривая каждый раз особо, отметим, что в дальнейшем предполагается существование и единственность решений рассматриваемых задач.

§ 1. *Приближенное решение краевой задачи на основе систем интегральных уравнений*

1. Пусть требуется решить неоднородную краевую задачу

(1.1) $$R_j[y] \equiv \sum_{i=0}^{n-1} [\alpha_{ij} y^{(i)}(0) + \beta_{ij} y^{(i)}(1)] = \gamma_j, \quad (j = 1, 2, ..., n)$$

для и.-д. у. типа Фредгольма

$$\sum_{i=0}^{n} a_i(x) y^{(i)}(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 \sum_0^m K_j(x,t)\, y^{(j)}(t)\, dt, \tag{1.2}$$

где a_{ij}, β_{ij}, γ_j — известные числа, $a_\nu(x)$, $(\nu = 1,2,\ldots,n)$, и $K_s(x,t)$, $(s = 0,1,\ldots,m)$ — непрерывные функции, $a_n(x) \equiv 1$, для $x, t \in [0,1]$, λ — числовой параметр, $n \geqslant m$.

Решение задачи (1.1), (1.2) строим в форме

$$y(x) = \sum_1^n d_i z_i(x) + \int_0^1 G(x,t)\varphi(t)\,dt, \tag{1.3}$$

где: $z(x),\ldots,z_n(x)$ — известная n раз дифференцируемая система функций, вронскиян которой $\delta(x)$ не обращается в нуль на $[0,1]$, $d_1, d_2,\ldots,d_n$ — пока что неизвестные постоянные, $G(x,t)$ — функция Грина задачи

$$R_j[z] = 0, \quad (j = 1,2,\ldots,n), \tag{1.4}$$

$$z^{(n)}(x) + \sum_1^n c_i(x) z^{(n-i)}(x) = 0, \tag{1. }$$

где $c_i(x)$, $(i = 1,2,\ldots,n)$ — известные непрерывные на $[0,1]$ коэффициенты, а $z_1(x)$, $z_2(x),\ldots,z_n(x)$ — фундаментальная система решений уравнения (1.5).

Из (1.1), (1.3) имеем

$$\sum_{i=1}^n d_i R_j[z_i] = \gamma_j, \quad (j = 1,2,\ldots,n). \tag{1.6}$$

Пусть

$$d_i = \varrho_i, \quad (i = 1,2,\ldots,n), \tag{1.7}$$

где $\varrho_1, \varrho_2,\ldots,\varrho_n$ — известные величины, есть решение системы (1.6). Тогда (1.3), с учетом (1.7), примет вид

$$y(x) = \psi(x) + \int_0^1 G(x,t)\,\varphi(t)\,dt, \tag{1.8}$$

где

$$\psi(x) \equiv \sum_1^n \varrho_i z_i(x).$$

Если ввести функции

$$M_1(x,t) \equiv -\sum_0^{n-2} a_i(x) G_x^{(i)}(x,t) - \sum_n^1 a_i(x)\,[G_x^{(i)}(x, t+0) + G_x^{(i)}(x, t-0)],$$
$$x \leqslant t+0 \qquad x \geqslant t-0$$

$$F(x,\lambda)\equiv f(x)+\lambda\int_0^1\sum_0^m K_i(x,t)\,\psi^{(i)}(t)\,dt-\sum_{i=0}^n a_i(x)\sum_{j=1}^n \varrho_j z_j^{(i)}(x),$$

$$\int_0^1 M_2(x,t)\,\varphi(t)\,dt\equiv\int_0^1\sum_0^m K_i(x,\tau)\left[\int_0^1 G(\tau,t)\varphi(t)\,dt\right]^{(i)}d\tau,$$

то подстановка (1.8) в (1.2) приводит к интегральному уравнению

$$\varphi(x)-\int_0^1[M_1(x,t)+\lambda M_2(x,t)]\,\varphi(t)\,dt=F(x,\lambda). \tag{1.9}$$

Система интегральных уравнений (1.8), (1.9), эквивалентна задаче (1.1), (1.2) в том смысле, что функция (1.8), где $\varphi(x)$ удовлетворяет уравнению (1.9), является решением задачи (1.1), (1.2).

Пусть $\varphi_1(x)$ — приближенное решение уравнения (1.9). Тогда в качестве приближенного решения исходной задачи принимается функция

$$y_1(x)=\psi(x)+\int_0^1 G(x,t)\,\varphi_1(t)\,dt. \tag{1.10}$$

В качестве функции $\varphi_1(x)$ возьмем полином С. Н. Бернштейна

$$b_r(x)\equiv\sum_0^r C_r^i x^i(1-x)^{r-i}\varphi(i:r), \tag{1.11}$$

где C_r^i — число сочетаний из r по i элементов. Неизвестные постоянные $\varphi(i:r)$ определим из условия

$$\varphi(x')-\int_0^1 M(x',t,\lambda)\,b_r(t)\,dt=F(x',\lambda), \tag{1.12}$$

для всех $x'=0,1:r,\ 2:r,\ldots,\ (r-1):r$, где $M(x,t,\lambda)\equiv M_1(x,t)+\lambda M_2(x,t)$. Перепишем (1.12) в виде

$$\sum_{j=0}^r s_{ij}(\lambda)\varphi(j:r)=F(i:r,\lambda),\quad (i=0,1,\ldots,r). \tag{1.13}$$

Пусть определитель $\Delta_r(\lambda)$ системы (1.13) отличен от нуля:

$$\Delta_r(\lambda)\equiv\det|s_{ij}(\lambda)|\neq 0. \tag{1.14}$$

Тогда

$$\varphi(j:r)=\Delta_{rj}(\lambda):\Delta_r(\lambda),\quad (j=0,1,\ldots,r), \tag{1.15}$$

где определитель $\Delta_{rj}(\lambda)$ получен из $\Delta_r(\lambda)$, если в j-ом столбце последнего вставить $F(0,\lambda),\ldots,F(1,\lambda)$.

Таким образом, в качестве приближенного решения задачи (1.1), (1.2) возьмем функцию

$$(1.16)\qquad y_r(x)=\psi(x)+\int_0^1 G(x,t)\sum_0^r C_r^i t^i(1-t)^{r-i}[\Delta_{ri}(\lambda):\Delta(\lambda)]\,dt,$$

при этом

$$(1.17)\qquad \lim_{r\to\infty} y_r(x)=y(x)$$

— точное решение задачи (1.1), (1.2).

Замечания **1.** Коэффициенты $\varphi(i:r)$ можно определять не из (1.13), а из системы

$$\sum_{j=0}^{r} P_{ij}(\lambda)\varphi(j:r)=F(i:r,\lambda),\quad (i=0,1,\ldots,r),$$

где

$$P_{ij}(\lambda)=C_r^j\left[(i:r)^j(1-i:r)^{r-j}-\int_0^1 M(i:r,t,\lambda)t^j(1-t)^{r-j}\,dt\right].$$

2. Корни уравнения $\Delta_r(\lambda)=0$ принимаются за приближенное выражение собственных значений задачи (1.1), (1.2).

Если $m=n+p$, $p\geqslant 1$, и функции $a_i(x)$, $f(x)$, $K_j(x,t)$, $(i=1,2,\ldots,n;$ $j=0,1,\ldots,m)$, дифференцируемы по x p раз, то приближенное решение нашей задачи можно строить следующим образом. Пусть

$$(1.18)\qquad y(x)=\sum_1^m d_i z_i(x)+\int_0^x K(x,t)\varphi(t)\,dt,$$

где: $c_1, c_2,\ldots, c_m$ — неизвестные постоянные, $z_1(x), z_2(x),\ldots, z_m(x)$ — линейно независимая m раз дифференцируемая система функций, вронскиан которой $\delta(x)\neq 0$, для всех $x\in[0,1]$,

$$(1.19)\qquad K(x,t)\equiv\sum_1^m \delta_i(t)z_i(x):\delta(t),$$

$\delta_i(t)$ — алгебраическое дополнение элемента, стоящего на пересечении i-го столбца и последней строки определителя $\delta(t)$.

Подстановка (1.18) в (1.1) и (1.2) приводит соответственно к уравнениям:

$$(1.20)\qquad \sum_{i=1}^m d_i R_j[z_i]=\gamma_j-R_j\left[\int_0^x K(x,t)\varphi(t)\,dt\right],\qquad (j=1,2,\ldots,n),$$

$$(1.21)\qquad \int_0^x M_3(x,t)\varphi(t)\,dt = f(x) + \sum_1^m c_i\sigma_i(x,\lambda) + \lambda\int_0^1 M_4(x,t)\varphi(t)\,dt,$$

где $M_3(x,t)$, $\sigma_i(x,\lambda)$, $M_4(x,t)$ — известные функции.

Из (1.21) дополнительно получаем:

$$(1.22)\qquad \sum_{i=0}^m c_i\sigma_i^{(j)}(x,\lambda)\Big|_{x=0} = -\left[f(x) + \lambda\int_0^1 M_4(x,t)\varphi(t)\,dt\right]^{(j)}_{x=0},$$
$$(j = 0, 1, \ldots, p-1).$$

Если определитель $\det\ R_j[z_i]$, $\sigma_i^{(k)}(0,\lambda)$ системы (1.20), (1.22) отличен от нуля, то отсюда, так же как и в случае $n \geqslant m$, находим

$$(1.23)\qquad c_i = p_i(\lambda) + \int_0^1 \xi_i(t,\lambda)\varphi(t)\,dt, \quad (i = 1, 2, \ldots, m).$$

Продифференцировав (1.21) p раз и пользуясь (1.23), придем к интегральному уравнению вида

$$(1.24)\qquad \varphi(x) - \int_0^x M_5(x,t)\varphi(t)\,dt - \int_0^1 M_6(x,t,\lambda)\varphi(t)\,dt = \Phi(x,\lambda).$$

(1.18), с учётом (1.23), перепишем в форме

$$(1.25)\qquad y(x) = \psi(x,\lambda) + \int_0^1 G(x,t)\varphi(t)\,dt.$$

Теперь видно, что дальнейшие выкладки можно проводить тем же путем, что в начале настоящего параграфа.

2. Полином $b_r(x)$ строился в предположении, что мы можем вычислить в замкнутом виде квадратуры

$$(1.26)\qquad \int_0^1 M(x,t,\lambda)t^i(1-t)^{r-i}\,dt, \quad (i = 0, 1, \ldots, r).$$

В противном случае изложенный выше метод становится малоэффективным. Если точное значение квадратуры (1.26) неизвестно, то (1.26) вычисляется приближенно. Аппроксимацию функции $\varphi(x)$ можно выполнить, например, и с помощью полиномов Э. Ландау [17]:

$$(1.27)\qquad L_k(x) = \frac{1}{2}\,\frac{(2k+1)!!}{2k!!}\int_0^1 \varphi(t)\,[1-(x-t)^2]^k\,dt.$$

Теперь подстановка (1.27), например, в (1.9) приводит к интегральному уравнению 1-го рода типа Фредгольма:

$$\int_0^1 D_k(x, t, \lambda)\varphi(t)\,dt \approx L(x, \lambda). \tag{1.28}$$

Отсюда

$$\sum_1^r A_i D_k(x, t_i, \lambda)\varphi(t_i) \approx L(x, \lambda) - \varrho(x, \lambda), \tag{1.29}$$

где: A_i и t_i — соответственно коэффициенты и узлы выбранной механической квадратуры [2]), $\varrho(x, \lambda)$ погрешность квадратуры.

Если определитель $\det |A_i D_k(t_j, t_i, \lambda)| \neq 0$, то, полагая в (1.29) $x = t_j$, и отбрасывая $\varrho(x, \lambda)$, найдем приближенное значение $\varphi(x)$ в узлах t_i, $\varphi(t_i) \approx \zeta_i(\lambda)$, $(i = 1, 2, ..., r)$. Разлагаем правую часть (1.27) по формуле

$$\int_0^1 \varphi(t)\,[1-(x-t)^2]^k\,dt \approx \sum_1^r A_i\,[1-(x-t_i)^2]^k\,\varphi(t_i) \approx \tag{1.30}$$

$$\approx \sum_1^r A_i\,[1-(x-t_i)^2]^k \zeta_i(\lambda).$$

Следовательно, в качестве приближенного решения (1.1), (1.2) можно взять функцию

$$y_k(x) = \psi(x) + \frac{1}{2}\,\frac{(2k+1)!!}{(2k)!!} \sum_1^r A_i\,\zeta_i \int_0^1 G(x, t)\,[1-(t-t_i)^2]^k\,dt. \tag{1.31}$$

3. Пусть в (1.1) $n \geqslant m$ и $\beta_{ij} = 0$, для всех $i = 0, 1, ..., n-1$; $j = 1, 2, ..., n$. Тогда задача (1.1) из краевой превращается в задачу с начальными данными

$$R_j[y] \equiv \sum_{i=0}^{n-1} a_{ij}\,y^{(i)}(0) = \gamma_j, \quad (j = 1, 2, ..., n). \tag{1.32}$$

Решение задачи (1.1), (1.32) строим в форме

$$y(x) = \sum_1^n d_i z_i(x) + \int_0^x D(x, t)\varphi(t)\,dt, \tag{1.33}$$

---

[2]) Авторы намечают использовать в одной из последующих статей по аппроксимации решений и.-д. у. ряд квадратурных формул успешно разработанных в последние годы в Клужском Институте вычислительной математики Академии Р. Н. Р. под руководством проф. Т. Поповича и проф. Д. В. Ионеску.

где: $z_i(x)$, $(i = 1, 2, ..., n)$ — линейно независимая система функций, вронскиан $\delta(x)$ которой отличен от нуля на $[0, 1]$, $d_1, d_2, ..., d_n$ — известные числа, определенные из системы уравнений

$$\sum_{i=1}^{n} d_i z_i^{(j)}(0) = \gamma_j, \quad (j = 1, 2, ..., n), \quad D(x, t) \equiv \sum_{1}^{n} \delta_i(t) z_i(x) : \delta(t),$$

где $\delta_i(t)$ — алгебраическое дополнение элемента, стоящего на пересечении i-го столбца и последней строки определителя $\delta(t)$.

Подстановка (1.33) в (1.1) приводит к интегральному уравнению вида

$$\varphi(x) - \int_0^x P_1(x, t)\varphi(t)\,dt - \lambda \int_0^1 P_2(x, t)\varphi(t)\,dt = f(x, \lambda), \tag{1.34}$$

решение которого можно аппроксимировать полиномом (1.11).

Дальнейшие выкладки производятся так же, как и в п. **1.**

4. Пусть решается задача (1.32) для и.-д. у. типа Вольтерра

$$\sum_{0}^{n} a_i(x) y^{(i)}(x) = f(x) + \lambda \int_0^x \sum_{0}^{m} K_i(x, t) y^{(i)}(t)\,dt, \quad n \geqslant m. \tag{1.35}$$

Тогда подстановка (1.33) в (1.35) приводит к интегральному уравнению типа Вольтерра:

$$\varphi(x) - \int_0^x [P_1(x, t) + \lambda P_3(x, t)]\varphi(t)\,dt = h(x, \lambda), \tag{1.36}$$

где $P_1(x, t)$, $P_3(x, t)$ и $h(x, t)$ — известные функции.

При этом коэффициенты $\varphi(i : r)$ определяются из системы

$$\sum_{i=0}^{r} s_{ij}(\lambda)\varphi(i : r) = h(j : r, \lambda), \quad \varphi(0) = h(0, \lambda), \quad (j = 0, 1, ..., r - 1), \tag{1.37}$$

тем же путем, что и в п. **1.**

Если $\varphi(i : r) = g_i(\lambda)$, $(i = 0, 1, ..., r)$ — решение системы (1.37), то

$$y_r(x) = \sum_{1}^{n} d_i z_i(x) + \int_0^x D(x, t) \left[\sum_{0}^{r} C_r^i t^i (1 - t)^{r-i} g_i(\lambda) \right] dt \tag{1.38}$$

— приближенное решение задачи (1.32), (1.35).

5. Пусть в (1.1) $a_{ij} = 0$, $(i = 0, 1, ..., n - 1;\ j = 1, 2, ..., n)$. Тогда

$$R_j[y] \equiv \sum_{i=0}^{n-1} \beta_{ij} y^{(i)}(1) = \gamma_j, \quad (j = 1, 2, ..., n). \tag{1.39}$$

Теперь подстановка (1.33) в и.-д. у. (1.35) приводит к смешанному

интегральному уравнению, отличающемуся несколько от (1.34). Действительно, подставляя (1.33) в (1.39), получим

$$(1.39') \qquad \sum_{i=1}^{n} d_i R_j[z_i] = \gamma_j - \sum_{i=0}^{n-1} \beta_{ij} \int_0^1 D_x^{(i)}(1, t)\varphi(t)\,dt, \quad (j = 1, 2, ..., n).$$

Так как определитель $\det |R_j(z_i)| \neq 0$, то из (1.39') находим

$$d_i = \varepsilon_i + \int_0^1 \varepsilon_i(t)\varphi(t)\,dt, \quad (i = 1, 2, ..., n).$$

Следовательно,

$$(1.40) \qquad y(x) = \sum_1^n \varepsilon_i z_i(x) + \int_0^x D(x, t)\varphi(t)\,dt + \int_0^1 \sum_1^n z_i(x)\varepsilon_i(t)\varphi(t)\,dt.$$

Вставляя (1.40) в (1.35), приходим к интегральному уравнению

$$\varphi(x) - \int_0^x [P_1(x, t) + \lambda P_2(x, t)]\varphi(t)\,dt = g(x, \lambda) + \int_0^1 [P_4(x, t) + \lambda P_5(x, t)]\varphi(t)\,dt.$$

Для определения коэффициентов $\varphi(i:r)$ строим систему вида (1.37), которую обозначим через (1.37'). Если $\det |\bar{s}_{ij}(\lambda)| \neq 0$, то коэффициенты $\varphi(i:r)$ однозначно определяются из системы (1.37'), а приближенное решение задачи (1.38), (1.35) строится в форме

$$y_r(x) = \sum_1^n \varepsilon_i z_i(x) + \int_0^x D(x, t) b_r(t)\,dt + \int_0^1 \sum_1^n z_i(x)\varepsilon_i(t) b_r(t)\,dt.$$

Корни уравнения

$$(1.41) \qquad \det |\bar{s}_{ij}(\lambda)| = 0$$

являются приближенными выражениями собственных значений задачи (1.38), (1.35).

6. Как известно, для полиномов С. Н. Бернштейна $b_r(x)$ порядок погрешности равен $1:r$, т. е. $|b_r(x) - \varphi(x)| = O(1:r)$, поэтому и

$$(1.42) \qquad |y_r(x) - y(x)| = O(1:r).$$

При соблюдении некоторых дополнительных требований удается построить эффективную оценку погрешности. Изложим метод оценки погрешности на примере задачи (1.1), (1.32).

Введем функцию

$$P(x, t, \lambda) \equiv \begin{cases} P_1(x, t) + \lambda P_2(x, t), & 0 \leqslant t \leqslant x, \\ \lambda P_2(x, t), & x \leqslant t \leqslant 1. \end{cases}$$

Тогда уравнение (1.34) перепишется в виде

$$\varphi(x) - \int_0^1 P(x, t, \lambda)\,\varphi(t)\,dt = f(x, \lambda). \tag{1.43}$$

Пусть $\omega_r(x, \lambda)$ — невязка, образованная от подстановки $b_r(x)$ в (1.43). Тогда

$$b_r(x) - \varphi(x) - \int_0^1 P(x, t, \lambda)\,[b_r(t) - \varphi(t)]\,dt = \omega_r(x, \lambda). \tag{1.44}$$

Если в области $g = \{0 \leqslant x \leqslant 1;\ \lambda_1 \leqslant \lambda \leqslant \lambda_2\}$ имеет место неравенство

$$l = 1 - \max_g \int_0^1 |P(x, t, \lambda)|\,dt > 0, \tag{1.45}$$

то

$$\max_{[0,\,1]} |b_r(x) - \varphi(x)| \leqslant \max_g |\omega_r(x, \lambda)| : l = \mu_r.$$

Следовательно, уклонение функции

$$y_r(x) = \sum_1^n d_i z_i(x) + \int_0^x D(x, t) b_r(t)\,dt$$

от точного решения (1.33) рассматриваемой задачи можно оценить согласно неравенства

$$|y_r(x) - y(x)| \leqslant \mu_r \int_0^x |D(x, t)|\,dt, \quad x \in [0, 1]. \tag{1.46}$$

Сходным путем строятся оценки погрешностей и в остальных случаях.

§ 2. *Приближенное решение краевой задачи без построения вспомогательных интегральных уравнений*

1. Построим приближенное решение задачи (1.1), (1.2), минуя составление разрешающих систем интегральных уравнений.

Пусть

$$B_r(x) = \sum_0^r C_r^i x^i (1 - x)^{r-i}\, y(i : r) \tag{2.1}$$

— полином С. Н. Бернштейна решения $y(x)$ задачи (1.1), (1.2), ($r = n + k$, k — натуральное число).

Подстановка (2.1) в (1.1) приводит к системе

$$\sum_{i=0}^{n-1} y(i:r)\, R_\nu [C_r^i x^i (1-x)^{r-i}] = \gamma_\nu - \sum_{i=n}^{r} y(i:r)\, R_\nu [C_r^i x^i (1-x)^{r-i}],$$

$$(\nu = 1, 2, \ldots, n),$$

которую перепишем в более компактной форме

$$\sum_{i=0}^{n-1} \omega_{i\nu}\, y(i:r) = \gamma_\nu - \sum_{i=n}^{r} y(i:r)\, \omega_{i\nu}, \quad (\nu = 1, 2, \ldots, n). \tag{2.2}$$

Пусть

$$\det |\omega_{i\nu}|_0^{n-1} = \begin{vmatrix} \omega_{01} & \omega_{11} & \cdots & \omega_{n-1\,1} \\ \omega_{02} & \omega_{12} & \cdots & \omega_{n-1\,2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \omega_{0\,n-1} & \omega_{1\,n-1} & \cdots & \omega_{n-1\,n-1} \end{vmatrix} \neq 0. \tag{2.3}$$

Тогда из (2.2) получаем

$$y(i:r) = s_i + \sum_{\nu=n}^{r} s_{i\nu}\, y(\nu:r), \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1), \tag{2.4}$$

где s_i и $s_{i\nu}$ — известные постоянные.

Поэтому

$$B_r(x) = \sum_{i=0}^{n-1} C_r^i x^i (1-x)^{r-i} \left[s_i + \sum_{\nu=n}^{r} s_{i\nu}\, y(\nu:r) + \right.$$

$$\left. + \sum_{n}^{r} C_r^i x^i (1-x)^{r-i}\, y(i:r) \right] \equiv \psi_r(x) + \sum_{\nu=n}^{r} \psi_{r\nu}(x)\, y(\nu:r). \tag{2.5}$$

Оставшиеся неизвестными коэффициенты $y(\nu:r)$, $(\nu = n, n+1, \ldots, r)$, определяем из условия обращения невязки

$$\alpha_r(x, \lambda) \equiv \sum_{0}^{n} a_i(x) B_r^{(i)}(x) - \lambda \int_0^1 \sum_{0}^{m} K_i(x, t)\, B_r^{(i)}(t)\, dt - f(x) \equiv$$

$$\equiv \sum_{\nu=n}^{r} w_\nu(x, \lambda, r)\, y(\nu:r) - \eta(x, \lambda, r) \tag{2.6}$$

в нуль в узлах интерполяции $x = n:r$, $(n+1):r, \ldots, 1:$

$$\sum_{\nu=n}^{r} w_\nu(i:r, \lambda, r)\, y(\nu:r) = \eta(i:r, \lambda, r), \quad (i = n, n+1, \ldots, r). \tag{2.7}$$

Пусть определитель $\det |w_\nu(i:r, \lambda, r)|$ системы (2.7) отличен от нуля. Тогда из (2.7) находим

$$y(\nu:r) = \sigma_\nu(r, \lambda), \quad (\nu = n, n+1, \ldots, r). \tag{2.8}$$

Таким образом,

$$B_r(x) = \psi_r(x) + \sum_{\nu=n}^{r} \psi_{r\nu}(x)\, \sigma_\nu(r, \lambda). \tag{2.9}$$

Корни уравнения

$$\det \left| w_\nu(i:r, \lambda, r) \right| = 0 \tag{2.10}$$

принимаются за приближенные выражения собственных значений задачи (1.1), (1.2).

Аналогичным образом строится приближенное решение задачи (1.1) для и.-д. у. типа Вольтерра (1.35).

2. Коэффициенты $y(i:r)$ полиома (2.1) можно определить и несколько другим путем.

Пусть, например, решается задача (1.1), (1.2). Введем оператор

$$T[y] \equiv -\sum_{0}^{n-1} a_i(x)\, y^{(i)}(x) + \lambda \int_0^1 \sum_{0}^{m} K_i(x, t)\, y^{(i)}(t)\, dt.$$

Тогда из (1.2) следует

$$y(x) = \sum_{0}^{n-1} x^i\, y_0^{(i)} : i! + \int_0^x [(x-t)^{n-1} : (n-1)!]\, T[y]\, dt \equiv$$

$$\equiv \xi(x) + \int_0^x R(x, t)\, T[y]\, dt, \tag{2.11}$$

где постоянные $y_0^{(i)} = y^{(i)}(0)$ найдены согласно условию (1.32). Коэффициенты $y(i:r)$ определим из условия

$$y(i:r) = \xi(i:r) + \int_0^{i:r} R(i:r, t)\, T[B_r]\, dt, \quad (i = 1, 2, \ldots, r), \tag{2.12}$$

или

$$y(i:r) - \sum_{j=0}^{r} m_{ij}(\lambda)\, y(j:r) = \xi_i, \quad (i = 1, 2, \ldots, r), \tag{2.13}$$

где

$$m_{ij}(\lambda) = C_r^j \int_0^{i:r} R(i:r, t)\, T[t^j (1-t)^{r-j}]\, dt, \quad \xi_i = \xi(i:r).$$

Пусть определитель $d_r(\lambda)$ системы (2.13) отличен от нуля. Тогда отсюда обычным образом находим

$$y(j:r) = \mu_j(\lambda), \quad (j = 1, 2, \ldots, r). \tag{2.14}$$

Следовательно,

$$B_r(x) = \sum_0^r C_r^i x^i (1-x)^{r-i} \mu_i, \tag{2.15}$$

где $\mu_0 = y(0) = y_0$.

Аналогичным образом решается задача (1.32), (1.35).

Если решается задача (1.1), (1.2), то в этом случае постоянные $y_0^{(i)}$ выражаются с помощью интегралов от $T[y]$. Действительно, подстановка (2.11) в (1.1) приводит к системе уравнений

$$\sum_{i=0}^{n-1} y_0^{(i)} R_j[x^i : i!] = \gamma_j - \sum_{i=0}^{n-1} \beta_{ij} \int_0^1 [(1-t)^{n-i-1} : (n-i-1)!]\, T[y]\, dt. \tag{2.16}$$

Поэтому, если выполняется условие

$$\det |R_j[x^i : i!]| \neq 0, \tag{2.17}$$

то из (2.16) получаем

$$y_0^{(i)} = l_i + \int_0^1 l_i(t)\, T[y]\, dt, \quad (i = 0, 1, \ldots, n-1), \tag{2.18}$$

где l_i и $l_i(t)$ — известные величины.

Вставляя (2.18) в (2.11), имеем

$$\begin{aligned} y(x) &= \sum_0^{n-1} \left[l_i + \int_0^1 l_i(t)\, T[y]\, dt \right] x^i : i! + \int_0^x R(x,t)\, T[y]\, dt \equiv \\ &\equiv \xi_1(x) + \int_0^x R(x,t)\, T[y]\, dt + \int_0^1 B(x,t)\, T[y]\, dt. \end{aligned} \tag{2.19}$$

Теперь коэффициенты $y(i:r)$ будем определять из системы

$$y(i:r) - \int_0^{i:r} R(i:r,t)\, T[B_r]\, dt - \int_0^1 B(i:r,t)\, T[B_r]\, dt =$$

$$= \xi_1(i:r), \quad (i = 0, 1, \ldots, r),$$

или

$$y(i:r) - \sum_{j=0}^r n_{ij}(\lambda)\, y(j:r) = \xi_1(i:r), \quad (i = 0, 1, \ldots, r), \tag{2.20}$$

где

$$n_{ij}(\lambda) = C_r^j \left\{ \int_0^{i:r} R(i:r,t)\, T[t^j (1-t)^{r-j}]\, dt + \int_0^1 B(i:r,t)\, T[t^j (1-t)^{r-j}]\, dt \right\}.$$

Если

$$\det \left| n_{ij}(\lambda) \right| \neq 0, \tag{2.21}$$

то из системы (2.20) находим $y(i:r) = k_i$, $(i = 0, 1, ..., r)$,

$$B_r(x) = \sum_0^r C_r^i x^i (1-x)^{r-i} k_i \tag{2.22}$$

— искомое приближенное решение, а корни уравнения $\det \left| n_{ij}(\lambda) \right| = 0$ — приближенные выражения собственных значений нашей задачи.

Аналогичным образом поступаем и в остальных случаях.

Отметим, что метод п. **2**, § **2**, может оказаться более удобным для практических целей, чем метод п. **1**, § **2**.

Замечания. **3.** Сходным образом решаются полилокальные и интегральные краевые задачи для и.-д. у. (1.2), (1.32).

4. Если в (2.7), (2.13) или (2.20) квадратуры не вычисляются точно, то, выражая их с помощью аппроксимирующих агрегатов, мы будем вычислять коэффициенты $y[i:r]$ приближенно.

5. Очевидно, что в п. **2**, § **2**, условие $r > n$ можно опустить.

6. Изложенный метод, с соответствующими изменениями, может быть применен и к решению систем и.-д. у.

7. Достойные внимания результаты получены для и.-д. у. в частных производных. При этом используются некоторые результаты А. Ф. Ипатова [18] по аппроксимации функций двух аргументов обобщенными полиномами Бернштейна.

Поступила 1 IX 1961 г.

Ясский политехнический институт,
г. Яссы, РНР,
и
Киргизский государственный университет,
г. Фрунзе, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Быков Я. В., *О некоторых методах построения решений интегральных и интегро-дифференциальных уравнений*, Изд. АН Кирг. ССР, Фрунзе, 1961, 110 стр.
2. * * * *Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям в Киргизии*, Вып. *1*, Изд. АН Кирг.ССР, Ин-т физ., мат. и мех., Фрунзе, 1961, 286 стр.
3. Кривошеин Л. Е., *Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям в Киргизском гос. университете.* В сборнике *„Материалы 10-й научной конференции профессорско-преподавательского состава физико-математического факультета (секция математики)*, Изд. Кирг. гос. унта-Фрунзе, 1961, стр. 3—13.
4. Vasilache S., St. şi cerc. mat., Acad. R.P.R., 1955, **6**, *1-2*, pp. 55—78.
5. Mangeron D., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **4** (**8**), *1-2*, pp. 65—68.
6. — Ibid., 1957, **3** (**7**), *3-4*, pp. 49—51.
7. Манжерон Д, Кривошеин Л. Е., Ibid., 1960, **6** (**10**), *3-4*, pp. 21—30.
8. — Ibid., 1960, **6** (**10**), *1-2*, pp. 17—28.
9. Mangeron D., Krivochéine L. E., Bull. Acad. Polon. Sci., Sci. Math., 1961 **9**, *10*, pp. 707—712.
10. Picone M., Ann. Sci. Univ. Jassy, 1940, **26**, *1*, pp. 183—232.
11. Mangeron D., *The Integral Equations method in nonlinear mechanics.* В сб. „*Symposium on nonlinear vibrations*“, IUTAM, Inst. of Math., Acad. Sci. Ukrain. SSR, Kiev, 1961, pp. 1—4.

12. Кривошеин Л. Е., *Об одном общем методе решения систем интегро-дифференциальных уравнений.* В сб. цитированном в [2], стр. 191—200.
13. Weierstrass C., *Über die analytische Darstellbarkeit sogenannter willkürlicher Funktionen reeller Argumente. Math. Verke,* Bd. **III**, Abh. *III*, Berlin, Mayer & Müller, 1903, S. 1—37.
14. Бернштейн С. Н., *Доказательство теоремы Вейерштрасса, основанное на теории вероятностей, Соч.*, т. **1**, Изд. АН СССР, М., 1952, стр. 105—106.
15. Гончаров В. Л., *Теория интерполирования и приближения функций*, изд. 2-е, ГИТТЛ, М., 1954.
16. Микеладзе Ш. Е., Тр. Тбил. матем. ин-та им. Размадзе, 1959, **26**, стр. 264—279.
17. Landau E., Rend. Circ. Mat. Palermo, 1908, **25**, pp. 337—345.
18. Ипатов А. Ф., Уч. зап. Петрозав. ун-та, 1955 (1957), **4**, *4*, стр. 31—48.

IL METODO POLINOMIALE NELL'INTEGRAZIONE DELLE EQUAZIONI INTEGRO-DIFFERENZIALI

I. Applicazione dei polinomi di S. N. Bernstein

(Sunto)

Una serie di lavori degli autori è stata consacrata in questi ultimi anni all'elaborazione dei metodi di approssimazione delle soluzioni dei problemi al contorno e dei problemi ai limiti per vari classi di equazioni integro-differenziali ordinari o alle „derivate totali" [7]...[12].

Nel § **1** di questo lavoro si risolvono, nel quadro dell'elaborazione sistematica del metodo polinomiale, tramite i polinomi di S. N. Bernstein [14], vari problemi al contorno ed ai valori iniziali, come lo sono, ad esempio, i problemi (1.1), (1.2); (1.1), (1.32); (1.32), (1.35); (1.1), (1.39). La risoluzione prosegue traducendovi i problemi formulati nelle equazioni integrali equivalenti di Fredholm, Volterra o misti.

Nel § **2** i medesimi problemi si risolvono conseguendosi una variante del metodo polinomiale la uqale conduce al risultato senza dovervi ricorrere alle equazioni integrali.

Si trova, ad esempio, pel sistema (1.1), (1.2), in corrispondenza al caso $n \geqslant m$, la soluzione approssimativa ricercata sotto la forma (1.16), mentre nel caso $m = n + p$, $p \geqslant 1$, tale soluzione si presenta sotta la forma (1.31).

Il punto **6** del § **1** è consacrato al problema dell'evaluazione dell'errore commesso spettante alla soluzione approssimativa troveta. Ad esempio, nel caso del problema (1.1), (1.32) una simile evaluazione è data dall' (1.46).

Da un cospicuo numero di osservazioni concernenti il problema dell'estensione possibile dei risultati aquisiti si sottolinea sopratutto quella concernente la possibilità di estensione del metodo elaborato al caso di equazioni integro-differenziali alle derivate parziali. Questa affermazione ne ha come fondamento alcune ricerche recenti concernenti la proprietà dei polinomi di Bernstein generalizzati [18].

METODA POLINOMIALĂ ÎN INTEGRAREA ECUAŢIILOR INTEGRO-DIFERENŢIALE

I. Aplicarea polinoamelor lui S. N. Bernstein

(Rezumat)

Autorii au consacrat în ultimii ani un şir de lucrări elaborării metodelor de aproximare a soluţiilor problemelor de contur şi de valori iniţiale relative la diferite clase de ecuaţii integro-diferenţiale, de importanţă din ce în ce mai vădită în abordarea ştiinţifică a problemelor de stabilitate seismică a construcţiilor, de calculul oscilaţiilor torsionale ale arborilor, de studiul fenomenelor termoplastice în plăci sau tije, de adîncirea fenomenelor de transport a energiei radiante etc. [7], [8].

Răspunzînd nevoilor de rezolvare a problemelor de calcul numeric modern s-a studiat separat sau în colaborare o nouă clasă de ecuaţii cu derivate totale [9], s-a elaborat metoda ecuaţiilor integrale în mecanica neliniară a vibraţiilor [11], s-a lărgit şi s-a adîncit metoda acad. A. I. Nekrasov de rezolvare a ecuaţiilor integro-diferenţiale [12] etc.

În această lucrare se rezolvă, în cadrul metodei polinomiale de integraţie a ecuaţiilor integro-diferenţiale, probleme de contur (1.1) pentru ecuaţii integro-diferenţiale de ordin superior de forma (1.2), utilizîndu-se în acest scop polinoamele acad. S. N. Bernstein [14].

În § 1, variate probleme de contur şi de valori iniţiale, ca de exemplu problemele (1.1), (1.2); (1.1), (1.32); (1.32), (1.35); (1.1), (1.39), ce se referă la ecuaţii integro-diferenţiale de tip Fredholm, Volterra sau mixte, se rezolvă prin metoda polinomială, formîndu-se în prealabil sisteme de ecuaţii integrale echivalente.

În § 2 aceleaşi probleme se rezolvă printr-o variantă a metodei polinomiale, care permite eludarea trecerii prin intermediul ecuaţiilor integrale.

Se găseşte, de exemplu, pentru sistemul (1.1), (1.2), în cazul $n \geqslant m$, soluţia aproximativă căutată sub forma (1.16), iar în cazul $m = n + p$, $p \geqslant 1$, soluţia căutată se prezintă sub forma (1.31).

Punctul **6** din § **1** este consacrat problemei de evaluare a erorii comise prin adoptarea soluţiilor aproximative găsite. Astfel, de exemplu, în cazul problemei (1.1), (1.32) o astfel de evaluare este dată prin (1.46).

Din totalitatea observaţiilor finale, se subliniază posibilitatea extinderii metodei elaborate la ecuaţii integro-diferenţiale cu derivate parţiale. Acest fapt se bazează pe descoperirea recentă a unor proprietăţi importante a polinoamelor lui Bernstein generalizate [18].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. C. 539.311

STATICS OF AN ISOTROPIC INCOMPRESSIBLE ELASTIC SOLID

BY

JÓZEF GOLECKI

1. Introduction

A linear-elastic isotropic incompressible solid was considered first by A. Föppl and L. Föppl, who derived relation between stress and strain, and the equations of inner equilibrium in the form of displacements, [1]. Then H. M. Westergaard occupied himself with application of Galerkin's solution to three-dimensional state of stress and strain realizing incompressibility by the formal acceptance of Poisson's ratio $\nu = 0{,}5$, [3], [5], [6].

In the frame of the present work we carry on the further study on the results of the work [7], giving a new general solution of displacements of the problem and its application in particular cases.

2. Functions of displacements

In an arbitrary orthogonal system of coordinates, relation between stress and strain are expressed in the following formulas:

$$(2.1)\qquad \sigma_i = 2G\varepsilon_i + p\,,\quad t_{ij} = 2G\gamma_{ij}\,,\quad p = (\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)/3\,,\quad i,j = 1,2,3,\ldots,i\neq j,$$

where: G is Kirchhoff's modulus, ε_i, γ_{ij} are determined by means of classic formulas of the theory of elasticity, [4]. In a particular case of the cartesian coordinates $i, j = x, y, z$, and the equations of the inner equilibrium expressed by means of components of the field of displacements (u, v, w) take the form:

$$(2.2)\qquad G\nabla^2 u + \partial p/\partial x + X = 0\,,\quad G\nabla^2 v + \partial p/\partial y + Y = 0\,,\quad G\nabla^2 w + \partial p/\partial z + Z = 0.$$

We assume the following formulae for u, v, w:

$$(2.3)\qquad \begin{cases} u = \partial F/\partial y - \partial \Phi/\partial z + \partial f/\partial x\,, & v = -\partial F/\partial x + \partial \Psi/\partial z + \partial f/\partial y, \\ w = \partial \Phi/\partial x - \partial \Psi/\partial y + \partial f/\partial z\,, \end{cases}$$

where Ψ, Φ, F, are unknown functions of class C_4, and f is a solution of the Laplace's equation. Then the condition of incompressibility

$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0 \tag{2.4}$$

is fulfilled identically and a set of equations take the form:

$$\begin{cases} G\partial(\nabla^2 F)/\partial y - G\partial(\nabla^2\Phi)/\partial z + \partial p/\partial x + X = 0, \\ -G\partial(\nabla^2 F)/\partial x + G\partial(\nabla^2\Psi)/\partial z + \partial p/\partial y + Y = 0, \\ G\partial(\nabla^2\Phi)/\partial x - G\partial(\nabla^2\Psi)/\partial y + \partial p/\partial z + Z = 0, \end{cases} \tag{2.5}$$

hence [1])

$$\begin{cases} \partial p/\partial x = G[\partial(\nabla^2\Phi)/\partial z - \partial(\nabla^2 F)/\partial y] - X, \\ \partial p/\partial y = G[\partial(\nabla^2 F)/\partial x - \partial(\Delta^2\Psi)/\partial z] - Y, \\ \partial p/\partial z = G[\partial(\nabla^2\Phi)/\partial y - \partial(\nabla^2\Phi)/\partial x] - Z, \end{cases} \tag{2.6}$$

$$\nabla^2 p + \partial X/\partial x + \partial Y/\partial y + \partial Z/\partial z = 0, \tag{2.7}$$

$$p = G \int_{M_0 M} [\partial(\nabla^2\Phi)/\partial z - \partial(\nabla^2 F)/\partial y - X/G]\mathrm{d}x + [\partial(\nabla^2 F)/\partial x - \partial(\nabla^2\Psi)/\partial z - Y/G]\mathrm{d}y + [\partial(\nabla^2\Psi)/\partial y - \partial(\nabla^2\Phi)/\partial z - Z/G]\mathrm{d}z + p_0. \tag{2.8}$$

From the conditions, which guarantee a unique determination of the function $p = p(x, y, z)$ in simple-connected regions, we get [7] [2]):

$$\begin{cases} \nabla^2\nabla^2\Psi - (\partial Z/\partial y - \partial Y/\partial z)/G = \partial H/\partial x, \quad \nabla^2\nabla^2\Phi - (\partial X/\partial z - \partial Z/\partial x)/G = \partial H/\partial y, \\ \nabla^2\nabla^2 F - (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y)/G = \partial H/\partial z, \\ H = \partial(\nabla^2\Psi)/\partial x + \partial(\nabla^2\Phi)/\partial y + \partial(\nabla^2 F)/\partial z. \end{cases} \tag{2.9}$$

Let us notice, moreover, that the set of equations (1.9) is defined then and only then, if there are fulfilled conditions of identity

$$\begin{cases} \partial[\nabla^2\nabla^2\Psi - (\partial Z/\partial y - \partial Y/\partial z)/G]/\partial y = \partial[\nabla^2\nabla^2\Phi - (\partial X/\partial z - \partial Z/\partial x)/G]/\partial x \\ \partial[\nabla^2\nabla^2\Phi - (\partial X/\partial z - \partial Z/\partial x)/G]/\partial z = \partial[\nabla^2\nabla^2 F - (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y)/G]/\partial y, \\ \partial[\nabla^2\nabla^2 F - (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y)/G]/\partial x = \partial[\nabla^2\nabla^2\Psi - (\partial Z/\partial y - \partial Y/\partial z)/G]/\partial z, \end{cases} \tag{2.10}$$

Hence

$$\begin{cases} \nabla^2\nabla^2\Psi - (\partial Z/\partial y - \partial Y/\partial z)/G = \varphi_1(x) + A_1, \\ \nabla^2\nabla^2\Phi - (\partial X/\partial z - \partial Z/\partial x)/G = \varphi_2(y) + A_2, \\ \nabla^2\nabla^2 F - (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y)/G = \varphi_3(z) + A_3, \end{cases} \tag{2.11}$$

where φ_i are arbitrary functions of corresponding variables x, y, z, and $A_i = \text{const.}, (i = 1, 2, 3)$.

Let

$$\Psi = \Psi_0^* + \Psi_1^*, \quad \Phi = \Phi_0^* + \Phi_1^*, \quad F = F_0^* + F_1^*. \tag{2.12}$$

Then assuming that $\Psi_0^*, \Phi_0^*, F_0^*$ fulfill the equation (2.11) in the case $\varphi_1(x) = \varphi_2(y) = \varphi_3(z) = 0$, we obtain

[1]) The formula (2.8) defines the function $p = p(x, y, z)$ by means of a curvilinear integral along the curve, joining the point M_0, M, which belong to the considered solid, wherein $p_0 = \text{const.}$ and signifies the value of the function in the point M_0.

[2]) In the case of multi-connected solids there should be fulfilled the conditions given in [8]

$$\nabla^2\nabla^2\Psi_1^* = \varphi_1(x), \quad \nabla^2\nabla^2\Phi_1^* = \varphi_2(y), \quad \nabla^2\nabla^2 F_1^* = \varphi_3(z), \tag{2.13}$$

$$\Psi_1^* = \Psi_1 + \alpha(x), \quad \Phi_1^* = \Phi_1 + \beta(y), \quad F_1^* = F_1 + \gamma(z), \tag{2.14}$$

where

$$\begin{cases} \nabla^2\nabla^2\Psi_1 = \nabla^2\nabla^2\Phi_1 = \nabla^2\nabla^2 F_1 = 0; \\ \mathrm{d}^4\alpha/\mathrm{d}x^4 = \varphi_1(x), \ \mathrm{d}^4\beta/\mathrm{d}y^4 = \varphi_2(y), \ \mathrm{d}^4\gamma/\mathrm{d}z^4 = \varphi_3(z). \end{cases} \tag{2.15}$$

Taking into account (2.12), (2.14), we determine functions of displacements with formulas

$$\Psi = \Psi_0^* + \Psi_1 + \alpha(x), \quad \Phi = \Phi_0^* + \Phi_1 + \beta(y), \quad F = F_0^* + F_1 + \gamma(z). \tag{2.16}$$

We can easily notice, when substituting (2.16) into (2.3) and (2.6), that u, v, w, p do not depend on $\alpha(x)$, $\beta(y)$, $\gamma(z)$, which may be taken equal zero. In connexion with the above, we accept

$$\varphi_1(x) = \varphi_2(y) = \varphi_3(z) = 0, \tag{2.17}$$

which leads to the relations

$$\begin{cases} \nabla^2\nabla^2\Psi - (\partial Z/\partial y - \partial Y/\partial z)/G = A_1, \ \nabla^2\nabla^2\Phi - (\partial X/\partial z - \partial Z/\partial x)/G = A_2, \\ \nabla^2\nabla^2 F - (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y)/G = A_3. \end{cases} \tag{2.18}$$

Moreover, it comes out of equations (2.9) and (2.18), that the functions Ψ, Φ, F should additionally fulfill the condition

$$\begin{gathered} \partial(\nabla^2\Psi)/\partial x + \partial(\nabla^2\Phi)/\partial y + \partial(\nabla^2 F)/\partial z = A_1 x + A_2 y + A_3 z + A_4, \\ A_i = \text{const.}, \ i = 1, 2, 3, 4, \ldots \end{gathered} \tag{2.19}$$

In particular cases, when components of mass forces are determined by formulas [3])

$$X = X(x), \quad Y = Y(y), \quad Z = Z(z), \tag{2.20}$$

or

$$X = \partial M/\partial x, \quad Y = \partial M/\partial y, \quad Z = \partial M/\partial z, \tag{2.21}$$

the relations (2.7), (2.18) take form

$$\nabla^2 p = 0, \tag{2.22}$$

$$\nabla^2\nabla^2\Psi = A_1, \quad \nabla^2\nabla^2\Phi = A_2, \quad \nabla^2\nabla^2 F = A_3. \tag{2.23}$$

Summarizing the above-mentioned considerations we state that the field of displacements of the components u, v, w, can be represented by means of rotation of a vector-function of components Ψ, Φ, F and the gradient of the function f:

$$(u, v, w) = \mathrm{rot}\,(\Psi, \Phi, F) + \mathrm{grad}\, f, \tag{2.24}$$

wherein functions Ψ, Φ, F uniquely determine $p = p(x, y, z)$.

[3]) In the formula (2.21) $M = M(x, y, z)$ and it makes the potential of the field of mass forces.

So formulated solution we shall call the formulation by means of four functions Ψ, Φ, F, f. We, too, shall pay attention to the fact, that on the base of the above-mentioned relations, we may formulate a solution by means of five functions Ψ, Φ, F, f, p, treating the equations (2.7) or (2.22) as independent, and the formula (2.8) as an additional condition, which should fulfill the function Ψ, Φ, F, p. We can easily notice that both formulations are equivalent and expressed in three independent functions, one of which is the function f, and the other two can be arbitrarily chosen out of a group of functions Ψ, Φ, F.

3. Torsion of prismatic rods

We assume

$$X = Y = Z, \tag{3.1}$$

$$f = 0, \quad F = -\tau z(x^2+y^2)/(2G), \quad \Phi = (\tau/G)(\partial\Theta/\partial x), \quad \Psi = -(\tau/G)(\partial\Theta/\partial y), \tag{3.2}$$

where $\tau = \text{const.}$, and $\Theta = \Theta(x, y)$.

Then, on the base of formulas (2.3), (2.6) we derive

$$u = -\tau_{zy}, \quad v = \tau_{zx}, \quad w = \tau\nabla^2\Theta, \tag{3.3}$$

$$\partial p/\partial x = \partial p/\partial y = 0, \quad \partial p/\partial z = -\tau\nabla^2\nabla^2\Theta. \tag{3.4}$$

Successively, having substituting (3.2) in formulas (2.19) and (2.23), we get

$$A_1 = A_2 = A_4 = 0, \quad A_3 = -2\tau/G, \tag{3.5}$$

$$\partial(\nabla^2\nabla^2\Theta)/\partial x = 0, \quad \partial(\nabla^2\nabla^2\Theta)/\partial y = 0. \tag{3.6}$$

Hence, taking into consideration the relation $\partial p/\partial z = 0$, we finally obtain

$$\nabla^2\nabla^2\Theta = 0. \tag{3.7}$$

The derived formulas allow us to determine the stress

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = 0, \\ \tau_{xz} = \tau_{zx} = -\tau y + \tau\partial\varphi/\partial x, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \tau x + \tau\partial\varphi/\partial y, \end{cases} \tag{3.8}$$

where $\varphi = \nabla^2\Theta$.

We can easily notice that the Saint Venant's conditions [4] are fulfilled in this case, and the torque is expressed by the formula

$$M_0 = -\tau \iint_F (x^2+y^2+y\partial\varphi/\partial x - x\partial\varphi/\partial y)\,dx dy. \tag{3.9}$$

In the similar way we may consider the problem of bending prismatic rods. We omit the problem, because, like in the case of torsion, given by us relations do not bring in the definite result any new elements for the known theory [4].

4. Plane-state of strain

Let us assume $w = \text{const.}$, $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$, $X = X(x, y)$, $Y = Y(x, y)$, $Z = 0$. Then from the equation (2.3) we get

$$\Psi = z\partial\delta/\partial x, \quad \Phi = z\partial\delta/\partial y, \quad \delta = \delta(x, y), \quad f = f(x, y), \quad F = F(x, y). \tag{4.1}$$

Putting the obtained relations into the formulas (2.23), (2.19), and assuming $A_1 = A_2 = A_4 = 0$, we derive

$$\nabla^2\nabla^2 F - (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y)/G = A_3\,, \quad \nabla^2\nabla^2\delta = \text{const.} = A_3\,. \tag{4.2}$$

Subsequently we assume

$$F = F_0 + \delta. \tag{4.3}$$

Hence

$$\nabla^2\nabla^2 F_0 - (\partial Y/\partial x - \partial X/\partial y)/G = 0\,, \tag{4.4}$$

$$u = \partial F_0/\partial y + \partial f/\partial x\,, \quad v = -\partial F_0/\partial x + \partial f/\partial y\,, \tag{4.5}$$

$$p = \int_{M_0 M} -[G\partial(\nabla^2 F_0)/\partial y + X]\mathrm{d}x + [G\partial(\nabla^2 F_0)/\partial x + Y]\mathrm{d}y + p_0\,. \tag{4.6}$$

5. Plane-state of stress

Let as assume $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$, $w = zW(x, y) + \text{const.}$, $\sigma_z = 0$, $X = X(x, y)$, $Y = Y(x, y)$, $Z = 0$. Then relations between stress and strain take shapes, [9]:

$$\sigma_x = 2G\varepsilon_x + p^*\,, \quad \sigma_y = 2G\varepsilon_y + p^*\,, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = G\gamma_{xy} \tag{5 1}$$

where

$$p^* = p\,|_{\sigma_z = 0} = (\sigma_x + \sigma_y)/3\,.$$

Moreover, from the condition $\sigma_z = 0$, we obtain

$$\varepsilon_z = W(x, y) = -p^*/(2G)\,. \tag{5.2}$$

The last formula brings forth necessity of devoting special consideration for the case of plane-state of stress. For this reason we shall write down equations of inner equilibrium, and the condition of incompressibility, in the form of displacement

$$G\nabla^2 u + \partial p^*/\partial x + X = 0\,, \quad G\nabla^2 v + \partial p^*/\partial y + Y = 0\,, \quad \partial u/\partial x + \partial v/\partial y - p^*/(2G) = 0. \tag{5.3}$$

Subsequently we assume

$$u = \partial F/\partial y + \partial\varphi/\partial x\,, \quad v = -\partial F/\partial x + \partial\varphi/\partial y\,, \tag{5.4}$$

where F and φ are unknown functions of class C_4.

Having substituted (5.4) into (5.3) we get

$$\begin{cases} p^* = 2G\nabla^2\varphi\,, \\ G[\partial(\nabla^2 F)/\partial y + \partial(\nabla^2\varphi)/\partial x] + 2G\partial(\nabla^2\varphi)/\partial x + X = 0\,, \\ G[-\partial(\nabla^2 F)/\partial x + \partial(\nabla^2\varphi)/\partial y] + 2G\partial(\nabla^2\varphi)/\partial y + Y = 0\,. \end{cases} \tag{5.5}$$

Hence

$$\partial(\nabla^2\varphi)/\partial x = -[\partial(\nabla^2 F)/\partial y + X/G]/3\,, \quad \partial(\nabla^2\varphi)/\partial y = [\partial(\nabla^2 F)/\partial x - Y/G]/3\,, \tag{5.6}$$

$$\nabla^2\nabla^2\varphi + (\partial X/\partial x + \partial Y/\partial y)/(3G) = 0\,, \tag{5.7}$$

$$2G\nabla^2\varphi = -\frac{2G}{3}\int_{M_0 M} [\partial(\nabla^2 F)/\partial y + X/G)]\mathrm{d}x - [\partial(\nabla^2 F)/\partial x - Y/G)]\mathrm{d}y + \text{const.}, \tag{5.8}$$

and the condition of unique determination of the function p^* or $\nabla^2\varphi$ in a simple-connected region leads to relation:

$$G\nabla^2\nabla^2 F + \partial X/\partial y - \partial Y/\partial x = 0\,, \tag{5.9}$$

which determines the function F.

In the case where X and Y are determined as in formulas (2.20) or (2.21), F and φ are biharmonic functions depending on each other by relation (5.8).

In a particular case of plane incompressibility we derive formulas:

$$p^* = 0\,, \tag{5.10}$$

$$\nabla^2 F = \frac{1}{G}\int_{M_0 M} Y\mathrm{d}x - X\mathrm{d}y + \text{const.} \tag{5.11}$$

Moreover, from the condition of the unique determination of the function F, we get relation in a form:

$$\partial Y/\partial y + \partial X/\partial x = 0\,. \tag{5.12}$$

6. Axially-symetric-state of strain for solids of revolution

In the system of cylindrical coordinates, the formulas (2.3) determining the displacements take the form:

$$\begin{cases} u_r = (1/r)\partial F/\partial\varphi + \sin\varphi\,(\partial\Psi/\partial z) - \cos\varphi\,(\partial\Phi/\partial z) + \partial f/\partial r\,, \\ v_\varphi = -\partial F/\partial r + \cos\varphi\,(\partial\Psi/\partial z) + \sin\varphi\,(\partial\Phi/\partial z) + (1/r)(\partial f/\partial\varphi)\,, \\ w = -\sin\varphi(\partial\Psi/\partial r) - (1/r)\cos\varphi\,(\partial\Psi/\partial\varphi) + \cos\varphi\,(\partial\Phi/\partial r) - (1/r)\sin\varphi(\partial\Phi/\partial\varphi) + \partial f/\partial z. \end{cases} \tag{6.1}$$

Let us assume

$$\begin{gathered} F = -a(x^2+y^2)/2 = -ar^2/2\,, \quad \Psi = -y\alpha = -r\sin\varphi.\alpha\,; \quad \Phi = x\alpha = r\cos\varphi.\alpha\,, \\ \alpha = \alpha(\varphi, r, z)\,, \quad f = f(r, z)\,, \end{gathered} \tag{6.2}$$

where $a = \text{const.}$, and α is an unknown function which is to be determined. Then [4]

$$u_r = -r\partial\alpha/\partial z + \partial f/\partial r\,, \quad v_\varphi = ar\,, \quad w = 2\alpha + r\partial\alpha/\partial r + \partial f/\partial z\,, \tag{6.3}$$

$$\begin{cases} \varepsilon_r = \partial u_r/\partial r = -\partial\alpha/\partial z - r\partial^2\alpha/(\partial r\partial z) + \partial^2 f/\partial r^2\,, \\ \varepsilon_\varphi = (1/r)\partial v_\varphi/\partial\varphi + u_r/r = -\partial\alpha/\partial z + (1/r)\partial f/\partial r\,, \\ \varepsilon_z = \partial w/\partial z = 2\partial\alpha/\partial z + r\partial^2\alpha/(\partial z\partial r) + \partial^2 f/\partial z^2\,, \\ \gamma_{zr} = \gamma_{rz} = (\partial w/\partial r + \partial u_r/\partial z)/2 = r\nabla^2_{rz}\alpha/2 + \partial\alpha/\partial r - r\partial^2\alpha/\partial z^2 + \partial^2 f/(\partial r\partial z)\,, \end{cases} \tag{6.4 a}$$

$$\begin{cases} \gamma_{r\varphi} = \gamma_{\varphi r} = [(1/r)\partial u_r/\partial\varphi + \partial v_\varphi/\partial r - v_\varphi/r]/2 = -[\partial^2\alpha/(\partial\varphi\partial z)]/2\,, \\ \gamma_{z\varphi} = \gamma_{\varphi z} = [\partial v_\varphi/\partial z + (1/r)\partial w/\partial\varphi]/2 = (1/r)\partial\alpha/\partial\varphi + [\partial^2\alpha/(\partial\varphi\partial r)]/2. \end{cases} \tag{6.4 b}$$

Successively, having substituted (6.2) into formulas (2.8), (2.18), (2.19), we get [5]

$$\begin{aligned} p = G\int_{M_0 M} &[\partial(2\partial\alpha/\partial x + x\nabla^2\alpha)/\partial z]\mathrm{d}x + [\partial(2\partial\alpha/\partial y + y\nabla^2\alpha)/\partial z]\mathrm{d}y - \\ &-[2(2\nabla^2\alpha - \partial^2\alpha/\partial z^2) + x\partial(\nabla^2\alpha)/\partial x + y\partial(\nabla^2\alpha)/\partial y]\mathrm{d}z - \int_{M_0 M} X\mathrm{d}x + Y\mathrm{d}y + Z\mathrm{d}z + p_0\,, \end{aligned} \tag{6.5}$$

$$\begin{cases} 4\partial(\nabla^2\alpha)/\partial y + y\nabla^2\nabla^2\alpha + (\partial Z/\partial y - \partial Y/\partial z)/G = A_1\,, \\ 4\partial(\nabla^2\alpha)/\partial x + x\nabla^2\nabla^2\alpha + (\partial Z/\partial x - \partial X/\partial z)/G = A_2\,, \\ -y\partial(\nabla^2\alpha)/\partial x + x\partial(\nabla^2\alpha)/\partial y = A_1 x + A_2 y + A_4\,. \end{cases} \tag{6.6}$$

---

[4] We introduce the designation, $\nabla^2_{rz} = \partial^2/\partial r^2 + (1/r)\partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$.

[5] The assumed formula for the function F brings forth the assumption $A_3 = 0$,

Introducing the obtained relations into the system of cylindrical coordinates we reduce them to the form:

$$(6.7)\quad \begin{cases} p = G\oint\limits_{M_0M} [\partial(2\partial\alpha/\partial r + r\nabla^2\alpha)/\partial z]\mathrm{d}r + 2(\partial\alpha/\partial\varphi)\mathrm{d}\varphi - [2(2\nabla^2\alpha - \partial^2\alpha/\partial z^2) + r\partial(\Delta^2\alpha)/\partial r]\mathrm{d}z - \\ \quad - \oint\limits_{M_0M} (X\cos\varphi + Y\sin\varphi)\mathrm{d}r - r(X\sin\varphi - Y\cos\varphi)\mathrm{d}\varphi + Z\mathrm{d}r + \text{const.}, \end{cases}$$

$$(6.8)\quad \begin{cases} 4\sin\varphi\,[\partial(\nabla^2\alpha)/\partial r] + (4/r)\cos\varphi\,[\partial(\nabla^2\alpha)/\partial\varphi] + r\sin\varphi\nabla^2\nabla^2\alpha + \\ \quad + [\sin\varphi(\partial Z/\partial r) - (1/r)\cos\varphi\,(\partial Z/\partial\varphi) - \partial Y/\partial z]/G = A_1, \\ 4\cos\varphi\,[\partial(\nabla^2\alpha)/\partial r] - (4/r)\sin\varphi\,[\partial(\nabla^2\alpha)/\partial\varphi] + r\cos\varphi\,\nabla^2\nabla^2\alpha + \\ \quad + [\cos\varphi\,(\partial Z/\partial r) - (1/r)\sin\varphi\,(\partial Z/\partial\varphi) - \partial X/\partial z]/G = A_2, \\ \partial(\nabla^2\alpha)/\partial\varphi = r\,(A_1\cos\varphi + A_2\sin\varphi) + A_4. \end{cases}$$

We can easily notice that the assumption

$$(6.9)\qquad A_1 = A_2 = A_4 = 0$$

leads to the relation

$$(6.10)\qquad \partial(\nabla^2\alpha)/\partial\varphi = 0,$$

which is no additional restriction, because from the condition of axial symmetry of strain, $\gamma_{r\varphi} = \gamma_{\varphi r} = 0$, $\gamma_{z\varphi} = \gamma_{\varphi z} = 0$, (see, (6.4 b)) comes out the relation

$$(6.11)\qquad \partial\alpha/\partial\varphi = 0.$$

Taking into account (6.7)... (6.10), and assuming axially-symmetric state of mass forces

$$(6.12)\qquad \partial z/\partial\varphi = 0, \quad X = \cos\varphi\,.\,m\,(r, z), \quad Y = \sin\varphi\,.\,m\,(r, z),$$

we derive the final formulas [6])

$$(6.13)\quad p = G\oint\limits_{M_0M} [\partial(2\partial\alpha/\partial r + r\nabla^2\alpha)/\partial z]\mathrm{d}r - [2(2\nabla^2\alpha - \partial^2\alpha/\partial z^2) + r\partial(\nabla^2\alpha)/\partial r]\mathrm{d}z - \oint\limits_{M_0M} m\,\mathrm{d}r + Z\mathrm{d}z + p_0,$$

$$(6.14)\qquad 4\,\partial(\nabla^2\alpha)/\partial r + r\nabla^2\nabla^2\alpha + (\partial Z/\partial r - \partial m/\partial z)/G = 0.$$

In particular cases, when

$$(6.15)\qquad Z = Z(z), \quad m = m(r),$$

or

$$(6.16)\qquad Z = \partial M^*/\partial z, \quad m = \partial M^*/\partial r,$$

where $M^* = M^*(r, z)$ and is a function of class C_2, the formula (6.14) assumes the form:

$$(6.17)\qquad 4\,\partial(\nabla^2\alpha)/\partial r + r\nabla^2\nabla^2\alpha = 0.$$

Obtained by us relations for axially-symetric-state of strain for solids of revolution are equivalent to those given in the paper [7], what we can easily check by substituting

$$(6.18)\qquad \omega = \tau\alpha.$$

---

[6]) When $\alpha = \alpha(r, z)$, $\nabla^2\alpha = \nabla^2_{rz}\,\alpha$.

To conclude our work, let us pay attention to the problem of searching for solution of the equation (6.18)[7]. Leaving the detailed study to be a subject of our future consideration, we notice that by some assumptions, referring to a shape of the considered body, the equation may be replaced by the Laplace's one

$$\nabla^2\alpha = 0\,. \tag{6.19}$$

We derive this conclusion from relation:

$$\nabla^2\nabla^2\psi = -\nabla^2\nabla^2 y\alpha = 0\,,\quad \nabla^2\nabla^2\Phi = \nabla^2\nabla^2 x\alpha = 0\,, \tag{6.20}$$

(compare with the formula (6.2)) and from the statements referring to the ways of representing a biharmonic function by means of a harmonic function [2].

Received the 7 II 1961

Polytechnic Institute,
Cracow, P. R. Poland

REFERENCES

1. Föppl A., Föppl F., *Eine höhere Festigkeitslehre für Ingenieure,* I. Bd., München-Berlin, 1924.
2. Frank P., v. Mises R., *Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik,* Braunschweig, 1930.
3. Галеркин Б. Г., *Определение напряжений и перемещений в упругом изотропном теле при помощи трехфункций, Содр. соч.*, т. **I**, 1952.
4. Huber M. T., *Teoria Sprezystosci*, T. **I**, Kraków, 1948.
5. Westergaard H. M., J. Appl. Mech., Sept. 1940.
6. — *Theory of Elasticity and Plasticity*, Cambridge, Massachusetts, 1952.
7. Golecki J., Bull. Ac. Pol. Sci., ser. sci. techn., 1959, **VII**, *4*.
8. — Archiwum Mechaniki Stosowanej, 1959, **XI**, *4*.
9. — Bull. Ac. Pol. Sci., ser. sci. techn., 1959, **VII**, *6*.

СТАТИКА УПРУГОГО ИЗОТРОПНОГО НЕСЖИМАЕМОГО ТЕЛА

(Резюме)

Излагается задача эластостатики несжимаемого тела, делаются некоторые предположения и анализируются затем случаи напряжений или деформаций в плоскости, состояния аксиально-симетричной деформации тел вращения и др.

STATICA UNUI SOLID ELASTIC IZOTROP INCOMPRESIBIL

(Rezumat)

Se expune problema de elastostatică a unui solid incompresibil făcîndu-se anumite supoziţii şi considerîndu-se apoi cazurile eforturilor sau deformaţiilor plane a stării de deformaţie axial-simetrică a solidului de revoluţie ş. a.

[7] A general solution of the equation (6.14) can be represented in the form of a sum consisting of two terms, the one of which is a general solution of the equation (6.17), and the other is a particular solution of the equation (6.14).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. C. 53.231

THE MOTION OF TWO SPHERES IN CONTACT PARALLEL TO THE COMMON LINE OF CENTRES IN AN INCOMPRESSIBLE, HOMOGENEOUS NON-VISCOUS FLUID

BY

S. R. MAJUMDER

1. Introduction

Though various problems connected with the motion of two separate spheres (cf. Lamb. [2]) in a viscous or inviscid liquid have been solved, it appears that the corresponding problems of two spheres in contact have not been attempted before. In this note the problem of such solids moving steadily along the common line of centres in an incompressible, homogeneous perfect fluid has been considered. Further, assuming the spheres to be fixed the liquid in motion parallel to the common line of centres, an expression for the pressure at any point on the solid has been deduced. It may be mentioned that the expression for the Stokes'stream function suitable for problems of two spheres in contact were given in series form by Ghosh [1] (1936) who, however, did not solve any specific problem. The same coordinates as used by Ghosh have been utilized in this Note and the solution has been put in the integral form which seems to be more appropriate for this type of problem.

2. Coordinates

Let a system of coordinates α, β, Y be defined by: $\alpha + i\beta = a/(z + i\varpi)$, $Y = \tan^{-1}(y/x)$, where $\varpi = \sqrt{x^2 + y^2}$ and a is any constant quantity,

$$\alpha = az/(z^2 + \varpi^2), \quad \beta = -a\varpi/(z^2 + \varpi^2), \tag{1}$$

$$z = a\alpha/(\alpha^2 + \beta^2), \quad \varpi = -a\beta/(\alpha^2 + \beta^2). \tag{2}$$

If we rotate the circles $\alpha = \alpha_0$ and $\alpha = -\alpha_0$ about the axis of z we get two equal spheres touching each other at the origin.

On simplification we get,

$$1/h^2 = (\partial\varpi/\partial\alpha)^2 + (\partial\varpi/\partial\beta)^2 = a^2/(\alpha^2 + \beta^2)^2,$$

so that

$$h = (\alpha^2 + \beta^2)/a = -\beta/\varpi. \tag{3}$$

3. Boundary conditions

If u and v are the component of fluid velocity in the direction of z and ϖ respectively then [1, p. 126]

(4) $$u = -(1/\varpi)(\partial\psi/\partial\varpi), \quad v = (1/\varpi)(\partial\psi/\partial z),$$

ψ being Stokes'stream function.

If the solid be moving with constant velocity V in the direction of its axis, then on the surface of the solid

(5) $$-(1/\varpi)(\partial\psi/\partial\varpi) = V, \qquad (6) \qquad (1/\varpi)(\partial\psi/\partial z) = 0.$$

Boundary conditions (5) and (6) can be combined into the single condition

(7) $$\psi = -\varpi^2 V/2$$

on the surface of the solid (apart from an arbitrary additive constant which we have taken to be zero)

With the help of (2), (7) becomes

(8) $$\psi = -(V/2)[a^2\beta^2/(\alpha^2+\beta^2)^2]$$

on the surface of the solid.

4. Solution of the problem

For irrotational motion, the potential function φ is connected with the stream function ψ by the relations: $\partial\varphi/\partial z = (1/\varpi)(\partial\psi/\partial\varpi)$, $\partial\varphi/\partial\varpi = -(1/\varpi)(\partial\psi/\partial z)$ Remembering that $z + i\varpi = f(\alpha + i\beta)$, we have

$$\partial\varphi/\partial\alpha = (\partial\varphi/\partial\varpi)(\partial\varpi/\partial\alpha) + (\partial\varphi/\partial z)(\partial z/\partial\alpha) = (1/\varpi)(\partial\psi/\partial z)(\partial z/\partial\beta) +$$

$$+ (1/\varpi)(\partial\psi/\partial\varpi)(\partial\varpi/\partial\beta) = (1/\varpi)(\partial\psi/\partial\beta),$$

$$\partial\varphi/\partial\beta = (\partial\varphi/\partial\varpi)(\partial\varpi/\partial\beta) + (\partial\varphi/\partial z)(\partial z/\partial\beta) = -(1/\varpi)(\partial\psi/\partial z)(\partial z/\partial\alpha) -$$

$$-(1/\varpi)(\partial\psi/\partial\varpi)(\partial\varpi/\partial\alpha) = -(1/\varpi)(\partial\psi/\partial\alpha).$$

Eliminating φ we get

$$\partial[(1/\varpi)(\partial\psi/\partial\alpha)]/\partial\alpha + \partial[(1/\varpi)(\partial\psi/\partial\beta)]/\partial\beta = 0.$$

Puting $\psi = \sqrt{\varpi}\,\psi_1$ we get the equation

$$\partial^2\psi_1/\partial\alpha^2 + \partial^2\psi_1/\partial\beta^2 - 3\psi_1/(4\beta^2) = 0.$$

If we assume $\psi_1 = U'V'$, where U' is a function of α alone and V' a function of β alone, we get

$$-(1/U')(\partial^2U'/\partial\alpha^2) = (1/V')(\partial^2V'/\partial\beta^2) - 3/(4\beta^2) = -n^2 \text{ (say)},$$

so that $U' = a_n\cosh n\alpha + b_n\sinh n\alpha$ and $d^2V'/d\beta^2 + [n^2 - 3/(4\beta^2)]V' = 0$.

On substituting $V' = \sqrt{\beta}\,V_1$, we get the equation as

$$d^2V_1/d\beta^2 + (1/\beta)(dV'/d\beta) + (n^2 - 1/\beta^2)V_1 = 0$$

of which the solution regular at $\beta = 0$ is

$$V_1 = a_n' J_1(n\beta),$$

$J_1(n\beta)$ being a Bessel's function of the first kind and first order.

Hence the stream function suitable for the above problem can be put as

(9) $$\psi = \frac{\beta}{(\alpha^2+\beta^2)^{1/2}}\int_0^\infty A_n\cosh n\alpha\,.\,J_1(n\beta)\,dn,$$

where A_n is a function of n.

To determine A_n we shall use the boundary condition (8).

On the surface of the solid, $\alpha = \alpha_0$, we have

$$\frac{\beta}{(\alpha_0^2 + \beta^2)^{1/2}} \int_0^\infty A_n \cosh n\alpha_0 \cdot J_1(n\beta)\, dn = -\frac{Va^2}{2} \cdot \frac{\beta}{(\alpha_0^2 + \beta^2)^2},$$

or

$$\int_0^\infty A_n \cosh n\alpha_0 \cdot J_1(n\beta)\, dn = -\frac{Va^2}{2} \cdot \frac{\beta}{(\alpha_0^2 + \beta^2)^{3/2}}. \tag{10}$$

We know that [3, p. 514]

$$\int_0^\infty e^{-n\alpha_0} J_0(n\beta)\, dn = \frac{1}{(\alpha_0^2 + \beta^2)^{1/2}}.$$

Differentiating both sides with respect to β we get

$$\int_0^\infty e^{-n\alpha_0} n J_1(n\beta)\, dn = \frac{\beta}{(\alpha_0^2 + \beta^2)^{3/2}}. \tag{11}$$

Since $J_0'(x) = -J_1(x)$. With the help of (11), (10) becomes

$$\int_0^\infty A_n \cosh n\alpha_0 \cdot J_1(n\beta)\, dn = -\frac{Va^2}{2} \int_0^\infty n e^{-n\alpha_0} J_1(n\beta)\, dn,$$

$$A_n = -(Va^2/2)(n e^{-n\alpha_0} / \cosh n\alpha_0). \tag{12}$$

It can be easily shown similarly that on the surface of $\alpha = -\alpha_0$ we get the same A_n.

Substituting this value of A_n in (9), ψ becomes

$$\psi = -\frac{Va^2}{2} \cdot \frac{\beta}{(\alpha^2 + \beta^2)^{1/2}} \int_0^\infty \frac{n e^{-n\alpha_0}}{\cosh n\alpha_0} \cosh n\alpha \cdot J_1(n\beta)\, dn \tag{13}$$

5. Pressure on the surface of the spheres when the system is at rest and the fluid flows

We are actually interested in the problem in which the system moves with constant velocity V in the z direction, and the fluid, at infinity, is at rest. The pressure distribution is the same in either case. But the stationary solid representation is preferred since the analytical details are simpler.

To make the system fixed let us superpose on the whole system a velocity V in the negative direction of the z-axis so that the system becomes stationary and the fluid flows past the obstacle with constant velocity V in the negative direction of the z-axis. In this case an additional term $V\psi^2/2$ i. e. $(Va^2/2).[\beta^2/(\alpha^2 + \beta^2)^2]$ is to be added to the original function. Hence the modified Stokes'stream function becomes

$$\psi = -\frac{Va^2}{2}\cdot\frac{\beta}{(\alpha^2+\beta^2)^{1/2}}\int_0^\infty \frac{n e^{-n\alpha_0}}{\cosh n\alpha_0}\cosh n\alpha \,.\, J_1(n\beta)\,dn + \frac{Va^2}{2}\cdot\frac{\beta^2}{(\alpha^2+\beta^2)^2}; \tag{14}$$

when a velocity potential exists and the motion is steady, the pressure equation is

$$p/\varrho = -\Omega - q^2/2 + C, \tag{15}$$

where Ω is the gravitational potential, C is a constant, ϱ is the density and $\vec{q}$ is the velocity of the fluid.

Let Π be the pressure at infinity and since the velocity of the fluid at infinity is $-V$ (15) becomes

$$(p-\Pi)/\varrho = (V^2 - q^2)/2. \tag{16}$$

We shall determine the pressure at any point on the solid boundary. Let q_T and q_N be the tangential and normal velocity of the fluid on the surface of the solid,

$$q_T = (h/\bar{\omega})(\partial\psi/\partial\alpha),\quad q_N = (h/\bar{\omega})(\partial\psi/\partial\beta),$$

where h is given by equation (3).

Since the solid is at rest, $q_N = 0$, and

$$q^2 = q_T^2 = [(h^2/\bar{\omega}^2)(\partial\psi/\partial\alpha)^2]_{\alpha=\alpha_0} = [(\alpha_0^2+\beta^2)^4/a^4\beta^2](\partial\psi/\partial\alpha)^2_{\alpha=\alpha_0}. \tag{17}$$

Differentiating (14) with respect to α we get

$$\left[\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right]_{\alpha=\alpha_0} = \frac{Va^2}{2}\cdot\frac{\beta}{(\alpha_0^2+\beta^2)^{1/2}}\left[\frac{3\alpha_0\beta}{(\alpha_0^2+\beta^2)^{5/2}} + \int_0^\infty n^2 e^{-n\alpha_0}\tanh n\alpha_0 \,.\, J_1(n\beta)\,dn\right]. \tag{18}$$

Now

$$\int_0^\infty n^2 e^{-n\alpha_0}\tanh n\alpha_0 \,.\, J_1(n\beta)\,dn = \sum_{r=0}^\infty (-1)^r \int_0^\infty n^2\left[e^{-(2r+1)n\alpha_0} - e^{-(2r+3)n\alpha_0}\right] J_1(n\beta)\,dn. \tag{19}$$

We know [3, p. 514]

$$\int_0^\infty J_\nu(at)\,e^{-pt}t^\mu\,dt = \frac{\Gamma(\mu-\nu+1)}{(a^2+p^2)^{\mu/2+1/2}}\,P_\mu^\nu\left[\frac{p}{(a^2+p^2)^{1/2}}\right],$$

where $P_\mu^\nu(z)$ denotes the associated Legendre function of argument z. In our case $\nu = 1$, $\mu = 2$. Using this result (19) becomes

$$\int_0^\infty n^2 e^{-n\alpha_0}\tanh n\alpha_0 \,.\, J_1(n\beta)\,dn =$$

$$= \sum_{r=0}^\infty (-1)^r\left(\frac{1}{[\beta^2+(2r+1)^2\alpha_0^2]^{3/2}}P_2^1\left\{\frac{(2r+1)\alpha_0}{[\beta^2+(2r+1)^2\alpha_0^2]^{1/2}}\right\} - \right. \tag{20}$$

$$\left. - \frac{1}{[\beta^2+(2r+3)^2\alpha_0^2]^{3/2}}P_2^1\left\{\frac{(2r+3)\alpha_0}{[\beta^2+(2r+3)^2\alpha_0^2]^{1/2}}\right\}\right).$$

We know that $P_2^1(z) = 3(1-z^2)^{1/2}z$,

$$\begin{cases} P_2^1\left\{\dfrac{(2r+1)\,\alpha_0}{[\beta^2+(2r+1)^2\,\alpha_0^2]^{1/2}}\right\} = \dfrac{3\alpha_0\beta\,(2r+1)}{\beta^2+(2r+1)^2\alpha_0^2}, \\ P_2^1\left\{\dfrac{(2r+3)\,\alpha_0}{[\beta^2+(2r+3)^2\,\alpha_0^2]^{1/2}}\right\} = \dfrac{3\alpha_0\beta\,(2r+3)}{\beta^2+(2r+3)^2\,\alpha_0^2}. \end{cases}$$

Substituting these results in (20) we get

$$\int_0^\infty n^2\,e^{-n\alpha_0}\tanh n\alpha_0\,.\,J_1(n\beta)\,dn =$$

$$= 3\alpha_0\beta\sum_{r=0}^{\infty}(-1)^r\left\{\frac{2r+1}{[\beta^2+(2r+1)^2\,\alpha_0^2]^{5/2}} - \frac{2r+3}{[\beta^2+(2r+3)^2\,\alpha_0^2]^{5/2}}\right\}.$$

Hence from (18) we get

$$\left[\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right]_{\alpha=\alpha_0} = -\frac{Va^2}{2}\cdot\frac{\beta}{(\alpha_0^2+\beta^2)^{1/2}}\left(\frac{3\alpha_0\beta}{(\alpha_0^2+\beta^2)^{5/2}} + 3\alpha_0\beta\sum_{r=0}^{\infty}(-1)^r\left\{\frac{2r+1}{[\beta^2+(2r+1)^2\,\alpha_0^2]^{5/2}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{2r+3}{[\beta^2+(2r+3)^2\,\alpha_0^2]^{5/2}}\right\}\right) = -\frac{3Va^2}{2}\cdot\frac{\alpha_0\,\beta^2}{(\alpha_0^2+\beta^2)^{1/2}}F(\beta),$$

where

$$F(\beta) = \frac{1}{(\alpha_0^2+\beta^2)^{5/2}} + \sum_{r=}^{\infty}(-1)^r\left\{\frac{2r+1}{[\beta^2+(2r+1)^2\,\alpha_0^2]^{5/2}} - \frac{2r+3}{[\beta^2+(2r+3)^2\,\alpha_0^2]^{5/2}}\right\}. \tag{21}$$

Also

$$q^2 = (9/4)\,V^2\,\alpha_0^2\,\beta^2\,(\alpha_0^2+\beta^2)^3\,[F(\beta)]^2$$

and

$$p = \Pi + (V^2\varrho/2)\left\{1-(9/4)\,\alpha_0^2\,\beta^2\,(\alpha_0^2+\beta^2)^3\,[F(\beta)]^2\right\}, \tag{22}$$

where $F(\beta)$ is given by (21).

This gives the pressure at any point (α_0, β) on the surface of the sphere $\alpha = \alpha_0$.

Proceeding exactly in the same manner it can be easily shown that the pressure at any point on the surface of the sphere $\alpha = -\alpha_0$ is same and is given by (22).

In conclusion I offer my sincere thanks to Dr. B. Sen D. Sc. F. N. I. for his kind help in the preparation of this paper.

Jadavpur University,
Calcutta, India

Received the 8 VIII 1960

REFERENCES

1. Ghosh S., Bull. Calcutta Math. Soc., 1936, **28,** p. 193.
2. Lamb H., *Hydrodynamics,* 1932, Dover Publications.
3. Sneddon I. N., *Fourier Transforms,* 1951.

ДВИЖЕНИЕ ДВУХ СОПРИКАСАЮЩИХСЯ ШАРОВ В ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНО ОБЩЕЙ ЛИНИИ ЦЕНТРОВ

(Резюме)

Прн изучении движение двух соприкасающихся шаров в идеальной жидкости параллельно общей линии центров, получилась функция потока Стокса в виде интеграла с бесконечным пределом. Было также вычислено распределение давления в каждой точке шаров.

MIŞCAREA A DOUĂ SFERE ÎN CONTACT, ÎNTR-UN FLUID PERFECT, PARALEL CU LINIA COMUNĂ A CENTRELOR

(Rezumat)

În cadrul studiului mişcării a două sfere în contact într-un fluid perfect, paralel cu linia comună a centrelor, s-a obţinut funcţia Stokes de curent sub forma de integrală cu limită infinită. S-a calculat presiunea de distribuţie în fiecare punct al sferelor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. C. 539.413

TORSION OF A HOLLOW CYLINDER OF EPITROCHOIDAL CROSS-SECTION

BY

U. A. SASTRY

1. Introduction

Rosa M. Morris and F. J. Hawley [2] (1958) have developed a new method and obtained the solution of the torsion and flexure of solid cylinders of simply connected boundary cross-section having an internal cut by mapping the cross-section on the ring space between two concentric circles. Results for an elliptic cylinder and for a family of cross sections with a circular arc as internal cut are given.

In this paper the torsion of a hollow cylinder of epitrochoidal cross-section has been studied using the method developed by Rosa M. Morris and F. J. Hawley.

The first complex potential is defined by [2]

$$\Omega_1 = (1+\sigma)(\Phi_{11} + i\Psi_{11}) - \sigma(\Phi_{21} + i\Psi_{21}), \tag{1}$$

where

$$\Psi_{11} = \frac{1}{8i}\int^{t_0} [w(t) + \overline{w(t)}]^2 [w'(t) - \overline{w'(t)}]\, dt, \tag{2}$$

$$\Psi_{21} = \frac{i}{24}[w(t) - \overline{w(t)}]^3_{t=t_0} + \text{const.}, \tag{3}$$

dashes denote differentiation with respect to t and

$$\Omega_1(t_0) - \overline{\Omega_1(t_0)} = \frac{(1+\sigma)}{12}[w(t_0) - \overline{w(t_0)}]^3 + (1+\sigma)\int^{t_0} w(t)\,\overline{w(t)}\,[w'(t) - \overline{w'(t)}]dt. \tag{4}$$

Similarly the boundary conditions on Ω_2 and Ω_3 are

$$\Omega_2(t_0) - \overline{\Omega_2(t_0)} = \frac{(1+\sigma)}{i\,12}[w(t_0) + \overline{w(t_0)}]^3 - i(1+\sigma)\int^{t_0} w(t)\,\overline{w(t)}\,[w'(t) + \overline{w'(t)}]dt, \tag{5}$$

$$\Omega_3(t_0) - \overline{\Omega_3(t_0)} = iw(t_0)\,\overline{w(t_0)}, \tag{6}$$

where $t = e^{-(\xi+i\eta)}$, $t_0 = e^{-\xi}$, $z = w(t)$.

The torsional constant Γ is given by the formula

$$\Gamma = \frac{1}{2}\pi u r i\left[\sum_{n=1}^{\infty} 2n\, A_{3,n}\,(e^{n\alpha}\, b_{-n} - e^{-n\alpha}\, b_n) - i\sum_{n=-\alpha}^{\infty} c_n\,\overline{a}_n\right], \tag{7}$$

where

$$\Omega_m = A_{m,n}\,(e^{n\alpha}t^n + e^{-n\alpha}t^{-n}), \quad (m = 1, 2, 3). \tag{8}$$

Substituting (8) in the boundary conditions (4), (5), (6) we obtain:

$$A_{1,0} - \bar{A}_{1,0} = (1 + 2\sigma)\,g_0/12 \text{ and for } n > 0$$

$$A_{1,n} = [1/(2\sinh 2n\alpha)]\,\{[(1+2\sigma)/12]\,(e^{n\alpha}g_n - e^{-n\alpha}g_{-n}) + \\ + [(1+\sigma)/n]\,[e^{n\alpha}(c_n + \bar{c}_{-n}) + e^{-n\alpha}(c_{-n} + c_n)]\}, \tag{9}$$

$$A_{2,0} - A_{2,0} = i(1 + 2\sigma)h_0/12 \text{ and for } n > 0$$

$$A_{2,n} = [i/(2\sinh 2n\alpha)]\,\{[(1 + 2\sigma)/12](e^{n\alpha}h_n - e^{-n\alpha}h_{-n}) - \\ - [(1+\sigma)/n][e^{n\alpha}(c_n - \bar{c}_{-n}) + e^{-n\alpha}(c_{-n} - \bar{c}_n)]\}, \tag{10}$$

$$A_{3,0} - \bar{A}_{3,0} = ib_0 \text{ and for } n > 0$$

$$A_{3,n} = [i/(2\sinh 2n\alpha)](e^{n\alpha}b_n - e^{-n\alpha}b_{-n}) \tag{11}$$

where

$$z = w(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_n t^n, \tag{12}$$

$$w(t_0)\,\overline{w(t_0)} = \sum_{-\infty}^{\infty} b_n t_0^n, \tag{13}$$

$$w(t_0)\,\overline{w(t_0)}\,w'(t_0) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n t_0^{n-1}, \tag{14}$$

$$w(t_0)\,\overline{w(t_0)}\,\overline{w'(t_0)} = -\sum_{-\infty}^{\infty} \bar{c}_n t_0^{-n-1}, \tag{15}$$

$$[w(t_0) - \overline{w(t_0)}]^3 = \sum_{-\infty}^{\infty} g_n t_0^n, \tag{16}$$

$$[w(t_0) + \overline{w(t_0)}]^3 = \sum_{-\infty}^{\infty} h_n t_0^n. \tag{17}$$

2. Conformal transformation

The function

$$z = w(t) = b\,(at + t^m), \tag{18}$$

$m > 1$, a and b are positive constants and $a \geqslant m$, maps concentric epitrochoids into concentric circles of radii 1 and $e^{-\alpha}$, $(\alpha > 0)$, in the t-plane.

For the present problem we hawe

$$a_1 = ab, \quad a_m = b, \tag{19}$$

$$b_0 = b^2(1 + a^2), \quad b'_{m-1} = b'_{-(m-1)} = ab^2, \tag{20}$$

$$c_1 = ab^3(1 + m + a^2), \quad c_m = b^3(a^2 + a^2 m + m), \quad c_{2m-1} = amb^3, \quad c_{-m+2} = a^2b^3, \tag{21}$$

$$\bar{c}_1 \quad c_1, \quad \bar{c}_m = c_m, \quad \bar{c}_{1m-1} = c_{2m-1}, \quad \bar{c}_{(m-2)} = c_{-(m-2)}, \tag{22}$$

$$\begin{cases} g_1 = -g_{-1} = -3ab^3(2 + a^2), \; g_3 = g_{-3} = a^3b^3, \; g_{3m} = -g_{-2m} = b^3, \\ g_{2m+1} = -g_{-(2m+1)} = 3ab^3, \; g_{2m-1} = -g_{-(2m-1)} = -3ab^3, \; g_{m+2} = -g_{-(m+2)} = 3a^2b^3, \\ g_{m-2} = -g_{-(m-2)} = 3a^2b^3, \; g_m = -g_{-m} = -3b^3(1 + 2a^2) \end{cases} \tag{23}$$

and

$$\begin{cases} h_1 = h_{-1} = 3ab^3\,(2 + a^2), \; h_2 = h_{-3} = a^3b^3, \; h_{3m} = h_{-3m} = b^3, \\ h_m = h_{-m} = 3b^3\,(1 + 2a^2), \; h_{m+2} = h_{-(m+2)} = 3a^2b^3, \; h_{m-2} = h_{-(m-2)} = 3a^2b^3, \\ h_{2m+1} = h_{-(2m+1)} = 3ab^3, \; h_{2m-1} = h_{-(2m-1)} = 3ab^3, \end{cases} \tag{24}$$

$$
(25)\quad \begin{cases} A_{1,0} - \bar{A}_{1,0} = 0\,, \; A_{1,1} = [ab^3/(8\sinh\alpha)][2 + 4m(1+\sigma) + 3a^2 + 2a^2\sigma]\,, \\ A_{1,3} = a^3b^3(1+2\sigma)/(24\sinh 3\alpha)\,, \; A_{1,\,m-2} = a^2b^3(2+m+2m\sigma)/[8(m-2)\sinh(m-2)\alpha]\,, \\ A_{1,m} = b^3[a^2(1+\sigma-m-3m\sigma) - m\sigma]/(8m\sinh m\alpha)\,, \\ A_{1,\,m+2} = a^2b^3(1+2\sigma)/[8\sinh(m+2)\alpha]\,, \\ A_{1,2m-1} = ab^3(1+2m+2\sigma)/[8(2m-1)\sinh(2m-1)\alpha]\,, \\ A_{1,2m+1} = ab^3/[8\sinh(2m+1)\alpha]\,, \quad A_{1,3m} = b^3(1+2\sigma)/(24\sinh 3m\alpha)\,, \end{cases}
$$

$$
(26)\quad \begin{cases} A_{2,0} - \bar{A}_{2,0} = 0\,, \; A_{2,1} = -\,\mathrm{i}ab^3[2 + 4m(1+\sigma) + 3a^2 + 2a^2\sigma]/(8\cosh\alpha)\,, \\ A_{2,3} = \mathrm{i}(1+2\sigma)a^3b^3/(24\cosh 3\alpha)\,, \\ A_{2,m-2} = \mathrm{i}a^2b^3(2+m+2m\sigma)/[8(m-2)\cosh(m-2)\alpha]\,, \\ A_{2,m} = -\,\mathrm{i}b^3[a^2(1+\sigma-m-3m\sigma) - m\sigma]/(8m\cosh m\alpha)\,, \\ A_{2,m+2} = \mathrm{i}(1+2\sigma)a^2b^3/[8\cosh(m+2)\alpha]\,, \\ A_{2,2m-1} = -\,\mathrm{i}ab^3(1+2m+2\sigma)/[8(2m-1)\cosh(2m-1)\alpha]\,, \\ A_{2,2m+1} = \mathrm{i}ab^3(1+2\sigma)/[8\cosh(2m+1)\alpha]\,, \; A_{2,3m} = \mathrm{i}b^3(1+2\sigma)/(24\cosh 3m\alpha), \end{cases}
$$

$$
A_{3,0} - \bar{A}_{3,0} = \mathrm{i}b^2(1+a^2)\,,
$$

$$
(27)\qquad A_{3,m-1} = \mathrm{i}ab^2/[2\cosh(m-1)\alpha] \text{ and all } A_{m,n} \text{ are zero}\,.
$$

$$
(28)\qquad \Omega_3(t) = \mathrm{i}ab^2\,[\mathrm{e}^{(m-1)\alpha}\,t^{m-1} + \mathrm{e}^{-(m-1)\alpha}\,t^{-(m-1)}]/[2\cosh(m-1)\alpha] + \text{const.}
$$

Using (27), (19), (20), (21) in the formula (7) we obtain the expression for the torsional constant in the form

$$
(29)\qquad \Gamma = \pi\mu\tau b^4[a^4 + 2a^2 + 2a^2m + m - 2a^2(m-1)\tanh(m-1)\alpha]/2\,.
$$

If the cross section is a cardioid we write $a = 2$, $m = 2$, $b = R/2$ in (29) and we find

$$
(30)\qquad \Gamma = \pi\mu\tau R^4(21 - 4\tanh\alpha)/16\,.
$$

If the cross section is a concentric fluted column we put $b = Rk$, $a = 1/k$, $m = m + 1$, in (29) and we obtain

$$
(31)\qquad \Gamma = \pi\mu\tau R^4[1 + 2k^2(m+2) + (m+1)k^4 - 2mk^2\tanh m\alpha]/2
$$

as $\alpha \to \infty$ we obtain from (29)

$$
(32)\qquad \Gamma = \pi\mu\tau b^4(a^4 + 4a^2 + m)/2,
$$

which agrees with the result obtained by N. I. Muskhelishvili [1] for a solid cylinder whose cross-section is an epitrochoid. From (30) and (31) we find

$$
(33)\qquad \Gamma = (17/16)\pi\mu\tau R^4 = 17\pi\mu\tau b^4\,, \qquad (34)\qquad \Gamma = \pi\mu\tau R^4[1 + 4k^2 + (m+1)k^4]/2\,.
$$

Received the 25 V 1961

Regional Engineering College,
Warangal (Andhra Pradesh),
India

REFERENCES

1. Мусхелишвили Н. И., *Некоторые основные задачи математической теории упругости*, изд. IV, Изд. АН СССР, М., 1954
2. Morris Rosa M., Hawley F. J., Quart. J. Appl. Math. Mech., 1958, **11.**
3. Chatterji P. P., ZAMM, 1959, **39**, *3—4*, S. 135—138.

КРУЧЕНИЕ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА С ЭПИТРОХОИДАЛЬНЫМ ПРЯМЫМ РАЗРЕЗОМ

(Резюме)

Автор, следуя методу разработанному в [2], изучает задачу кручения полого цилиндра с прямым эпитрохоидальным разрезом.

TORSIUNEA UNUI CILINDRU GOL CU SECȚIUNE DREAPTĂ EPITROHOIDALĂ

(Rezumat)

Urmînd procedeele unei noi metode de studiu a torsiunii cilindrilor elaborată în [2], autorul studiază problema torsionării unui cilindru gol cu secțiune epitrohoidală dreaptă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. C. 538 ; 532.5

INTRINSIC CHARACTERISTIC EQUATIONS FOR RELATIVISTIC COMPRESSIBLE HYDROMAGNETIC FLOWS

BY

N. COBURN

1. Introduction

Two topics will be discussed in this paper. First, we shall determine an intrinsic form of the basic equations, consisting of the conservation of mass, stress-energy, entropy along a streamline and the Maxwell relation which does not involve the unknown current, for a relativistic compressible hydromagnetic fluid of infinite conductivity. Secondly, we shall determine the density, world-line and relativistic magnetic vectors, etc. for two classes of solutions of these equations : a) in a flow of special relativity ; b) in a corresponding flow of Newtonian mechanics. Both cases correspond to flows with ∞^1 characteristic hypersurfaces which are *parallel hyperplanes in special relativity.*

In order to determine the desired intrinsic form, the basic equations must be expressed in terms of the directional derivatives of the density, ϱ, and the magnitude of the relativistic magnetic field vector, b, along a normal to a characteristic surface, φ^j, the corresponding bicharacteristic, t^j, two other mutually orthogonal directions, v^j, and w^j (both orthogonal to φ^j, t^j) and the curvatures of the φ^j, t^j, v^j, w^j congruences. First, the locus of the normal vectors, obtained in a previous paper [1], is studied in general relativity. As in the steady Newtonian case [2], it is shown that at least one normal φ^j, and its corresponding bicharacteristic t^j lie in the local 2-plane determined by the world-line vector u^j and the relativistic magnetic field vector H^j. However, the theory is simpler than that of the Newtonian case as u^j and H^j are always orthogonal. By expressing u^j and H^j in terms of φ^j and t^j, the basic relations furnish the desired intrinsic form.

In the remaining sections of the paper, the case is considered when the flow is two-dimensional, non-steady and the characteristic surfaces are ∞^1 parallel planes in special relativity. First, the unit world-line vector, the relativistic magnetic field, and the density are determined in special relativity. Secondly, the corresponding differential equations for the Newtonian case are determined and then the density, velocity,

and Newtonian magnetic field are found. It is shown the magnetic field has a fixed direction in the plane of the flow. The magnitude of this field varies with space and time.

2. Basic Equations

In this section, we shall briefly describe the fundamental quantities and relations upon which the theory of the following sections will be based. By use of the vacuum values [1, section 9] for the dielectric „constant" and permeability ($\varepsilon = \mu = 1$), the electromagnetic stress-energy tensor becomes, with the Latin indices, j, k, p, q, ranging over $1, 2, 3, 4$

$$E^{jk} = \frac{1}{4} g^{jk} F_{pq} F^{pq} + F^{jp} F_{p}^{\cdot k}, \tag{2.1}$$

where F^{jk} ist the electromagnetic field bivector whose *dual tensor* is $^{\star}F^{jk}$. The assumption of infinite conductivity is equivalent to assuming that the relativistic electric field, E^j, vanishes, or F^{jk} is of rank two and [3]

$$E^j = F^{jk} u_k = 0, \tag{2.2}$$

where u^k is the unit time-like vector tangent to a world-line (or streamline)

$$u^k = \mathrm{d}x^k / \mathrm{d}s. \tag{2.3}$$

Note. x^j are curvilinear coordinates of class C^2 of general relativity and $\mathrm{d}s$ is the element of arc

$$\sigma\, \mathrm{d}s^2 = g_{jk}\, \mathrm{d}x^j\, \mathrm{d}x^k, \tag{2.4}$$

with g_{jk} the metric tensor, σ being $+1$ for time-like directions and -1 for space-like directions. Further, if ϱ, p, e, S, are the density, pressure, internal energy, and entropy, respectively, of the fluid, then the mechanical stress-energy tensor, M^{jk}, is [1, section 2]

$$M^{jk} = c^2 \eta\, u^j\, u^k - p g^{jk} \tag{2.5}$$

where c is the speed of light in vacuum, and

$$\eta = \varrho[1 + e/c^2 + p/(\varrho c^2)]. \tag{2.6}$$

The following equations are basic in the future discussion:

$$\nabla_j T^{jk} = 0, \quad T^{jk} = E^{jk} + M^{jk}, \tag{2.7, 2.8}$$

$$\nabla_j (\varrho S u^j) = 0, \tag{2.8}$$

$$\nabla_j (\varrho u^j) = 0, \tag{2.9}$$

$$\nabla_j\, {}^{\star}F^{jk} = 0, \tag{2.10}$$

$$\nabla_j F^{jk} = \mathcal{J}^k, \tag{2.11}$$

$$u_j u^j = 1. \tag{2.12}$$

Here, ∇_j denotes the covariant derivative and $\mathcal{J}^k$ is the current four-vector. Relations (2.7), (2.9) are called the conservation of stress-energy and mass relations [4], respectively; (2.8) implies that entropy is constant along a world-line [4]; (2.10), (2.11) are the Maxwell relations [5];

(2.12) is the condition that u^j is a unit time-like vector. The relation (2.11) can be used to determine $\mathcal{J}^k$.

First, we shall decompose F^{jk}, $^*F^{jk}$ in terms of u^j and the magnetic relativistic four-vector H^j, where

$$H^j = {}^*F^{jk}\, u_k . \tag{2.13}$$

This decomposition has been obtained by R. H. Abraham [6] for the general finite conductivity case (ε, μ not constant) and by G. L. Saini [7] for the simpler case of infinite conductivity. Here, we shall use the simpler argument of Saini, slightly expanded. From (2.2), we see that F^{jk} is of rank two and u^j lies in its null domain [3]. Hence, $^*F^{jk}$ is of rank two and u^j lies in its *non-null* domain.

Note. By definition, if E^{jkpq} is the tensor with values $1/|g|^{1/2}$, $-1/|g|^{1/2}$, 0, (where g is the determinant of g_{jk}), according to whether j, k, p, q is an even, odd, or a repeated index permutation of 1, 2, 3, 4, respectively, then

$$^*F^{jk} = E^{jkpq} F_{pq}/2. \tag{2.14}$$

By (2.13), we see that u^j is orthogonal to H^j, and H^j (as well as u^j) lies in the non-null domain of $^*F^{jk}$. Hence, we may write [3]

$$^*F^{jk} = H^j u^k - H^k u^j . \tag{2.15}$$

Forming the scalar product of (2.14) with the tensor e_{pqjk}, whose components are $|g|^{1/2}$, $-|g|^{1/2}$, 0, according to whether p, q, j, k is an even, odd, or a repeated index permutation of 1, 2, 3, 4, and noting [8]

$$E^{jkpq} e_{jkst} = 2(\delta^p_s \delta^q_t - \delta^p_t \delta^q_s) , \tag{2.16}$$

where δ^p_s is the Kronecker delta tensor, we find by (2.15)

$$F_{pq} = e_{pqjk}\, {}^*F^{jk}/2 = e_{pqjk} H^j u^k . \tag{2.17}$$

Since $e_{jkpq} = -E_{jkpq}$, the equation (2.17) can be written

$$F_{pq} = E_{pqjk} u^j H^k . \tag{2.18}$$

By use of (2.15), the equation (2.10) becomes

$$\nabla_j (H^j u^k - H^k u^j) = 0. \tag{2.19}$$

The relations (2.7), (2.8), (2.9), (2.19), (2.12), *are the basic equations for relativistic, compressible, hydromagnetic flows.* Here, T^{jk} is determined by (2.1), (2.5), (2.6).

Note. $^*F^{jk}$ as defined in (2.15), and hence F^{jk} of (2.17), differ from $^*F^{jk}$, and hence F^{jk}, of our previous paper [1, equation (7.8)] by terms of order equal to or higher than c^{-2}.

3. The Characteristic and Bicharacteristic Equations

We shall study the characteristic equations derived in a previous paper [1, equations (6.26), (6.42)]. First, we shall evaluate two terms

which will enable us to express the relativistic characteristic equations in terms of the vectors u^j, H^j. By substituting (2.17), (2.18) into $F^{jk}F_{jk}$ $F^{jk}F_{jp}$ and noting that (where brackets indicate the alternating sum)

$$E^{jpqs}e_{jabc} = \delta^p_{[a}\delta^q_b\delta^s_{c]}, \tag{3.1}$$

we obtain by use of (2.12), (2.16)...(2.18), (3.1)

$$F^{jk}F_{jk} = 2b^2, \tag{3.2}$$

$$F^{jk}F_{jp} = b^2(\delta^k_p - u^k u_p) + H^k H_p, \tag{3.3}$$

where

$$b^2 = -H_p H^p, \tag{3.4}$$

$$0 = u_p H^p. \tag{3.5}$$

We note that b^2 is positive as H_p is orthogonal to u_j and hence is space-like.

The relativistic characteristic equations for charged (infinitely conductive) compressible fluids are [1, equations (6.26), (6.42)]:

$$F \equiv \Phi VW + c^2\eta L^2 - V = 0, \tag{3.6}$$

$$F \equiv (2'a^2 - c^2)c^2\eta L^4 + [(2'a^2 - c^2)VW - {}'a^2c^2\eta]\Phi L^2 - {}'a^2V\Phi(W\Phi - 1) = 0. \tag{3.7}$$

The first equation (3.6) is valid when $\nabla_j \varrho$ is continuous and $\nabla_j u_k$, $\nabla_j F_{pk}$ are discontinuous; the second equation (3.7) is valid when $\nabla_j \varrho$, $\nabla_j u_k$, $\nabla_j F_{pk}$ are discontinuous. In the above equations, $\varphi =$ constant is the characteristic hypersurface of class C^1 and

$$2VW = F^{jk}F_{jk}, \quad V = F^{jk}F_{jp}\varphi_k\varphi^p, \quad L = u^k\varphi_k, \tag{3.8}$$

$$\varphi_j = \partial_j\varphi, \quad \varphi^k = g^{kj}\varphi_j, \quad \Phi = \varphi_j\varphi^j, \tag{3.9}$$

where

$$'a^2 = \partial p/\partial\eta|_S, \quad P = H^s\varphi_s. \tag{3.10}$$

By use of (3.2), (3.3), (3.8), (3.9), we see that VW and V of (3.8) become

$$VW = b^2, \tag{3.11}$$

$$V = (\Phi - L^2)b^2 + P^2. \tag{3.12}$$

The bicharacteristic direction associated with a given normal vector φ_j is determined by [9]

$$dx^j/d'\sigma = \partial F/\partial\varphi_j, \tag{3.13}$$

where F is defined by (3.6) or (3.7) and $'\sigma$ is a parameter along the bicharacteristic.

In order to discuss the characteristic equations (3.6), (3.7) and the associated bicharacteristic equations (3.13), we introduce two unit orthogonal space-like vectors v^j, w^j which are orthogonal to *both* u^j, H^j. Hence, v^j, w^j span the *null domain of* ${}^*F^{jk}$ (see (2.15)) and hence span the *non-null domain of* F^{jk}. Thus, a scalar, g, exists such that

$$F^{jk} = g(v^j w^k - w^j v^k). \tag{3.14}$$

And, thus we find

$$F^{jk} F_{jk} = 2g^2 . \tag{3.15}$$

By comparing (3.15) with (3.2), we see that g may be chosen so that (for proper v^j, w^j)

$$g = b. \tag{3.16}$$

If h_j denotes a unit space-like vector along H_j then by (3.4)

$$H_j = b h_j . \tag{3.17}$$

The vectors u_j, h_j, v_j, w_j form a four-tuple of mutually orthogonal unit vectors; u_j is time-like and h_j, v_j, w_j *are space-like*. We express the normal vector φ_j to a characteristic hypersurface by

$$\varphi_j = A u_j + B h_j + C v_j + D w_j , \tag{3.18}$$

where the scalars A, B, C, D are proportional to the direction „cosines" of φ_j. From (3.8)...(3.10), (3.17), we find by forming scalar products of (3.18) with u_j, H_j, φ_j and use of (3.12)

$$L = A, \quad P = - bB, \quad \Phi = A^2 - B^2 - C^2 - D^2, \tag{3.19}$$

$$V = - b^2 (C^2 + D^2). \tag{3.20}$$

Substituting (3.11), (3.19), (3.20) into (3.6), (3.7), the characteristic equations become

$$b^2 B^2 - (c^2 \eta + b^2) A^2 = 0, \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned} &(2\,'a^2 - c^2)\, c^2 \eta\, A^4 + (2\,'a^2 b^2 - c^2 b^2 - {}'a^2 c^2 \eta)\, A^2 (A^2 - B^2 - C^2 - D^2) - \\ &- {}'a^2 b^2 (A^2 - B^2 - C^2 - D^2)^2 - {}'a^2 b^2 (A^2 - B^2 - C^2 - D^2)(C^2 + D^2) = 0. \end{aligned} \tag{3.22}$$

The equations (3.21), (3.22) are analogous to the corresponding characteristic equations in the Newtonian case [2]. However, the above formulas are homogeneous of degrees two and four, respectively, in the unknowns A, B, C, D, and (3.22) contains all of the unknowns. The equation (3.22) can be written in a form which resembles more closely that of the previous paper [2] by normalizing the space-like vector φ_j. Then, by (3.19), $\Phi = -1$, reduces to

$$-1 = A^2 - B^2 - C^2 - D^2 \tag{3.23}$$

and (3.22) becomes

$$c^2 \eta (2\,'a^2 - c^2) A^4 + (-\,{}'a^2 b^2 + c^2 b^2 + {}'a^2 c^2 \eta) A^2 - {}'a^2 b^2 B^2 = 0. \tag{3.24}$$

By substituting (3.6), (3.7) into (3.13) and use of (2.12), (3.4), (3.5), we find that the bicharacteristic directions associated with (3.6), (3.7) are, respectively

$$dx^j / d\,''\sigma = u^j (c^2 \eta + b^2) L - P H^j , \tag{3.25}$$

$$\begin{aligned} dx^j / d\,''\sigma = {} & [(2\,'a^2 - c^2) L (2c^2 \eta L^2 + b^2 \Phi) - {}'a^2 \Phi L (b^2 + c^2 \eta)]\, u^j + \\ & + \{[(2\,'a^2 - c^2) b^2 - {}'a^2 c^2 \eta] L^2 - {}'a^2 b^2 (\Phi + L^2) + {}'a^2 p^2\} \varphi^j + {}'a^2 \Phi P H^j , \end{aligned} \tag{3.26}$$

where $''\sigma = 2\,'\sigma$.

Now we shall show that for *every compressible, relativistic, hydromagnetic flow, there exist at least two normals,* φ_j, *which lie in the plane of* H_j, u_j *at each point, when* $c^2 > 2'a^2$. This result is similar to that in the steady case [2]. To verify this result, we note that the locii of normals are determined by (3.23), (3.21) and (3.23), (3.24). From (3.17), (3.18), we see that for the normals, φ_j, which lie in the plane of u_j, H_j, the scalars C, D vanish. Hence, we must show that the hyperbola

$$-1 = A^2 - B^2 \tag{3.27}$$

intersects (3.21) and (3.24). The intersection points of (3.21), (3.27) which correspond to *two distinct normals* (the Alfven waves) are

$$A = b/(c\eta^{1/2}), \quad B = \pm\,[1 + b^2/(c^2\eta)]^{1/2}. \tag{3.28}$$

Similarly, the intersection points of (3.27), (3.24) are found after a lengthy direct calculation to lead to four distinct normals

$$A = 'a/(c^2 - 2'a^2)^{1/2}, \quad B = \pm\,[(c^2 - 'a^2)/(c^2 - 2'a^2)]^{1/2}, \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned} A &= (b/c)\,\{(c^2 + 2'a^2)/[\eta\,(c^2 - 2'a^2)]\}^{1/2}, \\ B &= \pm\,\{1 + b^2\,(c^2 + 2'a^2)/[c^2\eta\,(c^2 - 2\cdot'a^2)]\}^{1/2}. \end{aligned} \tag{3.30}$$

The normals (3.29), (3.30) correspond to the local sound and fast speed waves, respectively [10]. Again, from (3.21), (3.22), (3.23), we see that

$$A = B = 0, \quad 1 = C^2 + D^2 \tag{3.31}$$

satisfy the characteristic equations. Hence, ∞^1 *characteristic hypersurfaces exist such that* u^j, H^j *lie in their local tangent hyperplanes.* Finally, from (3.25), (3.26), we note *that if the normal to a characteristic hypersurface lies locally in the plane of* u^j, H^j *then the associated bicharacteristic direction lies in the same plane.*

4. Intrinsic Characteristic Form of the Basic Equations

In this section, we shall express the relations (2.7), (2.8), (2.9), (2.12), (2.19) in terms of the unit vectors φ_j, t_j (along a bicharacteristic), v_j, w_j, when $C = D = 0$ and A, B of (3.18) are determined by (3.28)...(3.30). Since φ_j, t_j are in the local plane determined by u_j, H_j, and are orthogonal, the vectors φ_j, t_j, v_j, w_j form an orthogonal 4-tuple. Since φ_j, v_j, w_j are space-like, t_j is *time-like, as in the non-magnetic case* [11]. *Hence from* (3.18), (3.27), we find

$$t_j = Bu_j + Ah_j\,. \tag{4.1}$$

That is, (3.27) and the fact that u_j is time-like and h_j is space-like imply: a) t_j is a unit time-like vector; b) t_j is orthogonal to

$$\varphi_j = Au_j + Bh_j\,; \tag{4.2}$$

and c) t_j, φ_j lie in the plane determined by u_j, h_j. Solving (4.1), (4.2), for u_j, h_j, we find by (3.27)

(4.3) $$u_j = Bt_j - A\varphi_j, \qquad (4.4)\quad h_j = -At_j + B\varphi_j .$$

From (3.17), (4.4), we obtain

(4.5) $$H_j = -bAt_j + bB\varphi_j .$$

Substituting (4.3), (4.5) into (3.3), the latter equation becomes by use of (3.27), (3.4)

(4.6) $$F^{jk}F_{jp} = b^2(\delta^k_p - t^k t_p + \varphi^k\varphi_p).$$

Further, we note that the metric tensor can be decomposed into [12]

(4.7) $$g_{jk} = t_j t_k - \varphi_j\varphi_k - v_j v_k - w_j w_k .$$

First, we consider the tensors of (2.7). By use of (4.6), (3.2), we see (2.1) becomes

(4.8) $$E^{jk} = b^2[-q^{jk}/2 + t^j t^k - \varphi^j\varphi^k].$$

Again, by use of (4.3), we see that (2.5) leads to

(4.9) $$M^{jk} = c^2\eta\,[B^2 t^j t^k - AB\,(t^j\varphi^k + t^k\varphi^j) + A^2\varphi^j\varphi^k] - pg^{jk}.$$

Now, we consider vectors and tensors of (2.8), (2.9), and (2.19).

N o t e. (2.19) is equivalent to (2.10); and (2.12) is an identity in virtue of (4.3), (3.27).

Further, the vectors in (2.8), (2.9), (2.19) can be expressed in terms of t^j, φ^j, $'a$, b, η by (4.3), (4.5), and (3.28), or (3.29), or (3.30), as A, B are functions of $'a$, b, or η.

Before determining the intrinsic forms of (2.7)...(2.9), (2.19), we compute $\nabla_j u_k$, $\nabla_j h_k$ of (4.3), (4.4). We find

(4.10) $$\nabla_j u_k = B\nabla_j t_k - A\nabla_j\varphi_k + t_k\nabla_j B - \varphi_k\nabla_j A,$$

(4.11) $$\nabla_j h_k = -A\nabla_j t_k + B\nabla_j\varphi_k - t_k\nabla_j A + \varphi_k\nabla_j B.$$

These expressions and the curvatures of the t_k, φ_k, v_k, w_k congruences will be needed in the future computations. First, we note that since t_k, φ_k are unit vectors

(4.12) $$t_k\nabla_j t^k = \varphi_k\nabla_j\varphi^k = 0.$$

Again, if Φ_k, T_k are the curvature vectors of the φ_k, t_k congruences then

(4.13) $$\Phi_k = \varphi^j\nabla_j\varphi_k, \quad T_k = t^j\nabla_j t_k .$$

Since φ_k are normal to ∞^1 characteristic hypersurfaces, it is known that [11]

(4.14) $$\nabla_j\varphi_k = -\varphi_j\Phi_k + h_{jk},$$

where h_{jk} is the second fundamental of any characteristic hypersurface. Further, by use of (4.7), and (4.12), (4.13), we find

$$\nabla_j t^j = g^{jk} \nabla_j t_k = t^j (\Phi_j + V_j + W_j), \tag{4.15}$$

where

$$V_j = v^k \nabla_k v_j, \quad W_j = w^k \nabla_k w_j \tag{4.16}$$

are the curvature vectors of the v_j, w_j congruences. We note that similarly to (4.15), and from (4.14)

$$\nabla_j \varphi^j = g^{jk} \nabla_j \varphi_k = \varphi^j (-T_j + V_j + W_j) = g^{jk} h_{jk} = M^*, \tag{4.17}$$

where M^* is the *mean curvature* of any characteristic hypersurface.

The relations between the curvature vectors U^j, G^j of the u_j, h_j congruences and Φ^j, T^j can be found by multiplying the left hand sides of (4.10), (4.11) by the left hand sides of (4.3), (4.4), respectively, and similarly for the right hand sides. By use of (4.14), (4.13), we find

$$\begin{aligned} U^k = {} & B^2 T^k + \frac{1}{2} (\partial B^2 / \partial s) t^k - AB h^{kj} t_j - B (\partial A / \partial s) \varphi^k + \\ & + A^2 \Phi^k + \frac{1}{2} (\partial A^2 / \partial n) \varphi^k - AB (\partial t^k / \partial n) - A (\partial B / \partial n) t^k, \end{aligned} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned} G^k = {} & A^2 T^k - AB h^{kj} t_j + \frac{1}{2} (\partial A^2 / \partial s) t^k - A (\partial B / \partial s) \varphi^k + \\ & + B^2 \Phi^k - AB (\partial t^k / \partial n) - \frac{1}{2} (\partial B^2 / \partial n) \varphi^k - B (\partial A / \partial n) t_k, \end{aligned} \tag{4.19}$$

where

$$\partial / \partial s \equiv t^j \nabla_j, \quad \partial / \partial n \equiv \varphi^j \nabla_j . \tag{4.20}$$

Now, we determine the intrinsic form of (2.7). First, we note that if the fluid satisfies an equation of state, $p = p(\eta, S)$, then

$$\nabla_j p = {}'a^2 \nabla_j \eta + f \nabla_j S, \tag{4.21}$$

where

$${}'a^2 = \partial p / \partial \eta |_S, \quad f = \partial p / \partial S |_\eta . \tag{4.22}$$

Forming the divergence of (4.8), (4.9), substituting these equations into (2.7), and forming the scalar product of the resulting equation with t_k, φ_k, v_k, w_k, respectively, we find, after a lengthy but direct computation, by use of (4.12)...(4.15), (4.17), (4.20), (4.22) and the fact that t_k is time-like, φ_k, v_k, w_k are space-like

$$\begin{aligned} & (b^2 + c^2 \eta B^2) t_k (V^k + W^k) + c^2 \eta (B^2 + A^2) t_k \Phi^k + \\ & + c^2 \eta AB \varphi_k (2T^k - V^k - W^k) + \frac{1}{2} (\partial b^2 / \partial s) + c^2 [\partial (\eta B^2) / \partial s] - \\ & - c^2 [\partial (\eta AB) / \partial n] - {}'a^2 (\partial \eta / \partial s) - f (\partial S / \partial s) = 0, \end{aligned} \tag{4.23}$$

$$(b^2 - c^2\eta A^2)\varphi_k(V^k + W^k) + c^2\eta(A^2 + B^2)\varphi_k T^k +$$

$$+ c^2\eta AB t_k(2\Phi^k + V^k + W^k) + \frac{1}{2}(\partial b^2/\partial n) - c^2[\partial(\eta A^2)/\partial n] + \tag{4.24}$$

$$+ c^2[\partial(\eta AB)/\partial s] - {}'a^2(\partial\eta/\partial n) - f(\partial S/\partial n) = 0,$$

$$(b^2 + c^2\eta B^2) v_k T^k + (-b^2 + c^2\eta A^2) v_k \Phi^k - \tag{4.25}$$

$$- c^2\eta AB v_k(\partial\varphi^k/\partial s + \partial t^k/\partial n) - \partial(b^2/2 + p)/\partial v = 0,$$

$$(b^2 + c^2\eta B^2) w_k T^k + (-b^2 + c^2\eta A^2) w_k \Phi^k - c^2\eta AB w_k(\partial\varphi^k/\partial s + \partial t^k/\partial n) - \tag{4.26}$$

$$- \partial(b^2/2 + p)/\partial w = 0,$$

where

$$\partial/\partial v \equiv v^k V_k, \quad \partial/\partial w \equiv w^k V_k . \tag{4.27}$$

Next, we consider the intrinsic forms of (2.8), (2.9). By replacing u^j by (4.3) in (2.9), and expanding the resulting equation, we obtain by use of (4.15), (4.17), (4.20)

$$\varrho B t_k(\Phi^k + V^k + W^k) - \varrho A\varphi_k(-T^k + V^k + W^k) + \tag{4.28}$$

$$+ \partial(\varrho B)/\partial s - \partial(\varrho A)/\partial n = 0.$$

By use of (2.9), the relation (2.8) becomes

$$u^j V_j S = 0. \tag{4.29}$$

Again, replacing u^j by (4.3) and using (4.20), the equation (4.29) reduces to

$$B(\partial S/\partial s) - A(\partial S/\partial n) = 0. \tag{4.30}$$

We assume that the first law of thermodynamics is valid for arbitrary time-like displacements and hence for any displacement or

$$V_j e = (p/\varrho^2) V_j \varrho + T V_j S. \tag{4.31}$$

By differentiating η of (2.6) and use of (4.21), (4.31), we find

$$V_j \varrho = [-{}'a^2/(c^2\varrho) + 1] V_j \eta - (1/c^2)(T + f/\varrho) V_j S. \tag{4.32}$$

Finally, we consider the intrinsic form of (2.10) or its equivalent, (2.19). Replacing H_j by (4.5), u_j by (4.3), we find by use of (4.3), (4.5), (3.27),

$$H^j u^k - H^k u^j = -b(t^j \varphi^k - t^k \varphi^j). \tag{4.33}$$

Forming the divergence of (4.33), we see that (2.19) reduces, by use of (4.20), to

$$\varphi^k(\partial b/\partial s) - t^k(\partial b/\partial n) + b(\varphi^k V_j t^j + t^j V_j \varphi^k - t^k V_j \varphi^j - \varphi^j V_j t^k) = 0. \tag{4.34}$$

From the orthogonality of t^j, φ^j, it follows by (4.13) that

$$t_k t^j V_j \varphi^k = -\varphi^k T_k, \quad \varphi_k \varphi^j V_j t^k = -t^k \varphi_k . \tag{4.35}$$

Forming the scalar product of (4.34) with t_k, φ_k, v_k, w_k, noting that t_k is time-like, φ_k is space-like, and using (4.12), (4.15), (4.17), (4.35), we see that (2.19) is equivalent to

(4.36) $\partial b/\partial n + b\,\varphi^k (V_k + W_k) = 0,$ (4.37) $\partial b/\partial s + bt^k (V_k + W_k) = 0,$

(4.38) $v_k (\partial t^k/\partial n - \partial \varphi^k/\partial s) = 0,$ (4.39) $w_k (\partial t^k/\partial n - \partial \varphi^k/\partial s) = 0.$

The intrinsic form of the relativistic hydromagnetic flow equations consist of (4.23)...4.(26), (4.28), (4.30), (4.32), (4.36)...(4.39), *and* (3.27), *where* A, B *are given by* (3.28), *or* (3.29), *or* (3.30).

5. Non-Steady Two-Dimensional Isentropic Flows in Special Relativity

Here, we consider (4.23)...(4.26), (4.28), (4.30), (4.32), (4.36)...(4.39) *when* S = *constant and* w^j *lies along* ∞^3 *parallel geodesics* (called, straight lines, in the future). Thus, we see that

(5.1) $$W^j = 0, \quad \nabla_j S = 0.$$

Further, since we can choose a pseudo-Cartesian orthogonal coordinate system so that w^j lies along the $y = x^2 =$ variable coordinate lines, the flow space can be assumed to be the hyperplane $y = 0$. Hence, the components of all flow quantities along w^j vanish, or

(5.2) $$w_k \Phi^k = w_k T^k = w_k (\partial \varphi^k/\partial s) = w_k (\partial t^k/\partial n) = 0,$$

(5.3) $$\partial b/\partial w = \partial p/\partial w = 0.$$

From (5.2), we see that (4.39) is identically satisfied. Substituting (5.1) into (4.36), (4.37), we obtain

(5.4) $b\varphi_k V^k = -\partial b/\partial n,$ (5.5) $bt_k V^k = -\partial b/\partial s.$

If we solve (4.23), (4.24) for $\varphi_k T^k$, $t_k \Phi^k$, we find by use of (3.27)

$$-\eta \varphi_k T^k = (\eta AB/b)(\partial b/\partial s) - (\eta A^2/b)(\partial b/\partial n) +$$

(5.6) $$+(A^2+B^2)[\partial(\eta AB)/\partial s - \partial(\eta A^2)/\partial n] + 2AB[\partial(\eta AB)/\partial n - \partial(\eta B^2)/\partial s] +$$
$$+ (2AB'a^2/c^2)(\partial_Q/\partial s) - [(A^2 + B^2)'a^2/c^2](\partial_Q/\partial n),$$

$$-\eta t_k \Phi^k = -(\eta B^2/b)(\partial b/\partial s) + (\eta AB/b)(\partial b/\partial n) +$$

(5.7) $$+(A^2+B^2)[\partial(\eta B^2)/\partial s - \partial(\eta AB)/\partial n] + 2AB[\partial(\eta AB)/\partial s - \partial(\eta A^2)/\partial n] -$$
$$- [(A^2 + B^2)'a^2/c^2](\partial_Q/\partial s) + (2AB'a^2/c^2)(\partial_Q/\partial n).$$

Substituting (5.1), (5.3), (5.4), (5.6), (5.7) into (4.28), we obtain by use of (3.27) a relation between η and b and their directional derivatives along t^j, n^j

$$(\varrho B/\eta)[\partial(\eta B^2)/\partial s - \partial(\eta AB)/\partial n] + (\varrho A/\eta)(3B^2 + A^2)[\partial(\eta AB)/\partial s - \partial(\eta A^2)/\partial n] -$$
$$- [\varrho B' a^2/(\eta c^2)]\,(\partial\varrho/\partial s) + [\varrho A' a^2/(\eta c^2)]\,(\partial\varrho/\partial n) - \partial(\varrho B)/\partial s + \partial(\varrho A)/\partial n = 0. \tag{5.8}$$

Thus, our basic equations consist of: a) the relation (5.8) involving only η, b and their directional derivatives along t^j, φ^j; b) the relations (5.4)...(5.7) for the curvatures $\varphi_k V^k$, $t_k V^p$, $\varphi_k T^k$, $t_k \Phi^k$, respectively; c) the relations (4.25), (4.38) for the curvatures $v_k T^k$, $v_k \Phi^k$ and $v_k(\partial\varphi^k/\partial s \pm \partial t^k/\partial n)$ and d) the relation (see 4.32)

$$c^2 \varrho \nabla_j \varrho = (c^2 - a^2) \nabla_j \eta \tag{5.9}$$

between the derivatives of η, ϱ. The scalars A, B are given by (3.28), or (3.29), or (3.30), in terms of b, η.

From (5.4)...(5.8), we obtain the following results. *If* v^i *consists of* ∞^2 *straight lines (geodesics) then* b, *the magnitude of relativistic magnetic field, can vary only along any such line, and conversely. If* b *and also* η *vary only along* v^i *then* v^i *are straight lines and*

$$\varphi_k T^k = t_k \Phi^k = 0\,. \tag{5.10}$$

In this last case, the basic system consists of six equations (5.4), (5.5), (or $V^k = 0$), (5.10), (4.25), (4.38). Thus, one problem is to construct a family of characteristic surfaces so that: a) $V^k = 0$; b) $t_k \Phi^k = 0$; c) $\varphi_k T^k = 0$; d) $v_k(\partial t^k/\partial n - \partial\varphi^k/\partial s) = 0$; and then to find η, b which vary only along v^i so that (4.25) is satisfied. This would lead to a simple class of solutions. We shall consider in sections **6, 7, 8** the case *when the characteristic surfaces form* ∞^1 *parallel hyperplanes, with normal in a space-like direction.*

6. Isentropic Flows with ∞^1 Plane Characteristic Surfaces

In the hyperplane $y = 0$, we introduce pseudo-Cartesian coordinates of special relativity

$$x^1 = x,\ x^2 = y = 0,\ x^3 = z,\ x^4 = ct, \tag{6.1}$$
$$g_{44} = 1,\ g_{\alpha\alpha} = -1,\ g_{kj} = 0,\ k \neq j. \tag{6.2}$$

The Greek indices take on the values 1, 2, 3; *the Latin indices take on the values,* 1, 2, 3, 4.

We shall assume the following four conditions: a) the characteristic surfaces are ∞^1 parallel planes M; b) the t^j congruence consists of ∞^2 time-like curves in M; c) the v^j congruence consists of ∞^2 space-like lines orthogonal to t^j in M; d) ϱ, b do not vary along the t^j congruence and the φ^j congruence, the latter consisting of parallel lines. Evidently, condition c) implies

$$V^k = 0 \tag{6.1}$$

and thus by our fourth assumption, equations (5.4), (5.5) are satisfied. Further, from assumptions (1) and (2), it follows that (5.10) is satisfied. Thus only (4.25) remains to be discussed. Since φ^j consists of parallel lines, we see that

(6.2) $v_j \Phi^j = 0,$ (6.3) $\partial \varphi^j / \partial s = 0.$

Substituting (6.2), (6.3) into (4.25), we obtain by use of (4.38)

(6.4) $$(b^2 + c^2 \eta B^2) v_k T^k - \partial (b^2/2 + p)/\partial v = 0.$$

Of course, the two basic relations of condition d)

(6.5) $$\partial b/\partial s = \partial \varrho/\partial s = \partial b/\partial n = \partial \varrho/\partial n = 0$$

must be satisfied. From (4.38), we see by use of (6.3) that

(6.6) $$v_k \partial t^k/\partial n = 0.$$

Finally, we see from (4.18), (4.19) that the curvature vectors of the t^k, u^k, h^k congruences have the same direction.

Now we introduce a curvilinear net in any characteristic plane, $z =$ constant. The $\alpha =$ variable curves lie along bicharacteristics with unit tangent vector t^j, the $\beta =$ variable curves lie along the congruence of lines with unit tangent vector v^j. The element of arc in any plane M is

(6.7) $$\sigma \, ds^2 = (E \, d\alpha)^2 - (F \, d\beta)^2,$$

where σ is $+1$ for time-like displacements and -1 for space-like displacements. The coefficients E, F are the metric coefficients

(6.8) $$E^2 = c^2 (\partial t/\partial \alpha)^2 - (\partial x/\partial \alpha)^2, \quad F^2 = (\partial x/\partial \beta)^2 - c^2 (\partial t/\partial \beta)^2.$$

We shall now use the same procedure as in a previous paper [11, p. 428]. Let t^j, v^j be represented by

(6.9) $v^j : (\cosh \varphi, 0, 0, \sinh \varphi),$ (6.10) $t^j : (\sinh \varphi, 0, 0, \cosh \varphi),$

in the $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$, $x^4 = ct$ coordinate system of special relativity. In this coordinate system, the components of φ^j are

(6.11) $$\varphi^j : (0, 0, 1, 0).$$

By use of the methods of our previous paper [11, p. 428], we find from (6.7)...(6.10)

(6.12) $$\partial \varphi/\partial \alpha = (1/F)(\partial E/\partial \beta), \quad \partial \varphi/\partial \beta = (1/E)(\partial F/\partial \alpha),$$

(6.13) $$T_k v^k = -(1/E)(\partial \varphi/\partial \alpha), \quad V_k t^k = (1/F)(\partial \varphi/\partial \beta),$$

(6.14) $$\partial/\partial v = (1/F)(\partial/\partial \beta), \quad \partial/\partial s = (1/E)(\partial/\partial \alpha), \quad \partial/\partial w = \partial/\partial y, \quad \partial/\partial n = \partial/\partial z,$$

(6.15) $$c(\partial t/\partial \alpha) = E \cosh \varphi, \quad \partial x/\partial \alpha = E \sinh \varphi,$$

(6.16) $$c(\partial t/\partial \beta) = F \sinh \varphi, \quad \partial x/\partial \beta = F \cosh \varphi.$$

We shall determine E, F, φ, in terms of α, β, and then express b, ϱ in terms of E, φ. First, by use of (6.12), (6.13), the equation (6.1) leads to

(6.17) $$\partial F/\partial \alpha = 0.$$

Further, by use of (6.9), (6.10), (6.13), (6.14), the basic relation (6.4) furnishes

$$(b^2 + c^2\eta B^2)\,(\partial E/\partial\beta) + E\,[\partial\,(b^2/2 + p)/\partial\beta] = 0. \tag{6.18}$$

Since one of the basic assumptions of this section is that b, ϱ (and hence A, B, by (3.28)...(3.30)) depend only on β, the integrals of (6.17), (6.18) are

$$F = F(\beta),\ \ln E = -\int (b^2 + c^2\eta B^2)^{-1}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\beta}\left(\frac{b^2}{2} + p\right)\mathrm{d}\beta + h(\alpha) \tag{6.19}$$

where $F(\beta)$, $h(\alpha)$ are arbitrary functions of their arguments. By proper choice of scale factors along the α = variable and β = variable curves, we may choose

$$F = 1, \quad h = 0. \tag{6.20}$$

Then, from the first equation of (6.12), we find by use of (6.19), (6.20)

$$\varphi = a\,(\mathrm{d}E/\mathrm{d}\beta) + k(\beta) \tag{6.21}$$

where $k(\beta)$ is an arbitrary function of β. However, the second equation of (6.12) and (6.21) lead to: *k is constant and*

$$\mathrm{d}^2E/\mathrm{d}\beta^2 = 0. \tag{6.22}$$

Choosing $k = 0$, means that $\varphi = 0$ along $\alpha = 0$, then (6.22), (6.21) become, respectively,

$$E = {}'c\beta + {}''c, \tag{6.23}$$

$$\varphi = {}'c\alpha, \quad {}'c \neq 0, \tag{6.24}$$

where $'c$, $''c$ are arbitrary constants. Thus, we have determined E, φ in terms of α, β. Noting that $h(\alpha)$ vanishes by (6.20) and b, ϱ depend only on E, the second relation of (6.19) (or (6.18)) becomes

$$(b^2 + c^2\eta B^2) + E\,[\mathrm{d}\,(b^2/2 + p)/\mathrm{d}E] = 0. \tag{6.25}$$

Thus, *if* b(E) *is prescribed* and A, B are determined by (3.28) or (3.29) or (3.30), then (6.25) *becomes a differential equation for* ρ(E).

To determine the mapping relating t, x and E, φ, we integrate (6.15), (6.16). By use of (6.20), (6.23), (6.24), we find

$$ct = (E/{}'c)\sinh\varphi, \quad x = (E/{}'c)\cosh\varphi. \tag{6.26}$$

If we solve (6.26) for φ, E, we obtain

$$\varphi = \operatorname{arctanh}(ct/x), \quad E^2 = {}'c^2\,({}'x^2 - c^2t^2). \tag{6.27}$$

From the second equation of (6.27), we see that our mapping of (x, ct) into (E, φ) covers only the region, $|ct| \leqslant |x|$.

Note. This region is bounded by the light rays, $x = \pm ct$.

Next, we shall determine u^j, $H^j M^{jk}$, ${}^*F^{jk}$, E^{jk} and hence T^{jk}. By use of (4.3), (4.5), (6.10), (6.11), we find

$$u^j : (B\sinh\varphi,\ 0,\ -A,\ B\cosh\varphi), \tag{6.28}$$

$$H^j : (-bA \sinh \varphi,\ 0,\ bB,\ -bA \cosh \varphi). \tag{6.29}$$

The components of M^{jk} are given by the matrix (see (2.5))

$$\begin{Vmatrix} c^2\eta B^2 \sinh^2 \varphi + p & 0 & -c^2 \eta AB \sinh \varphi & c^2 \eta B^2 \sinh \varphi \cosh \varphi \\ 0 & p & 0 & 0 \\ -c^2 \eta AB \sinh \varphi & 0 & c^2 \eta A^2 + p & -c^2 \eta AB \cosh \varphi \\ c^2 \eta B^2 \sinh \varphi \cosh \varphi & 0 & -c^2 \eta AB \cosh \varphi & c^2 \eta B^2 \cosh^2 \varphi - p \end{Vmatrix}, \tag{6.30}$$

where $x = x^1$, $y = x^2$, $z = x^3$, $ct = x^4$ and

$$g^{\alpha\alpha} = -1, \quad g^{44} = 1, \quad g^{ij} = 0, \quad i \neq j. \tag{6.31}$$

Further, the components of ${}^*F^{jk}$ are obtained by substituting (6.28), (6.29) into (2.15). We find by use of (3.27)

$${}^*F^{13} = -{}^*F^{3} = -b \sinh \varphi, \quad {}^*F^{34} = -{}^*F^{43} = b \cosh \varphi \tag{6.32}$$

and all other ${}^*F^{jk}$ vanish. By use of (3.2), (3.3) we find that E^{jk} of (2.1) may be written as

$$E^{jk} = -b^2 g^{jk}/2 - H^k H^j + b^2 u^j u^k. \tag{6.33}$$

We find from (6.33) by use of (6.28), (6.29), (6.31), (3.27) that the components of the matrix E^{jk} are

$$\begin{Vmatrix} b^2/2 + b^2 \sinh^2 \varphi & 0 & 0 & b^2 \sinh \varphi \cosh \varphi \\ 0 & b^2/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b^2/2 & 0 \\ b^2 \sinh \varphi \cosh \varphi & 0 & 0 & -b^2/2 + b^2 \cosh^2 \varphi \end{Vmatrix}. \tag{6.34}$$

7. Verification of the Solution. Properties of the Flow

Now, we shall show that: *the quantities* (6.28)...(6.30), (6.34) *when* b, ρ, p *are functions of* E *subject to the condition* (6.25) (and A, B are given by (3.28), or (3.29), or (3.30)) *satisfy* (2.7), (2.9), (2.19), *the basic equations in the isentropic case.* For this purpose, we shall need the chain rule (see (6.26), (6.27))

$$\partial/\partial x = -'c\,[(\sinh \varphi)/E]\ (\partial/\partial\varphi) + {}'c \cosh \varphi\, (\partial/\partial E), \tag{7.1}$$

$$\partial/(c\partial t) = {}'c\,[(\cosh \varphi)/E]\ (\partial/\partial\varphi) - {}'c \sinh \varphi\ (\partial/\partial E). \tag{7.2}$$

From (6.30), (6.34), we find that the vanishing of the divergence of $M^{jk} + E^{jk}$ leads to

$$\begin{aligned} &\partial\,[(c^2 \eta B^2 + b^2) \sinh^2 \varphi + b^2/2 + p]/\partial x + \\ &+ (1/c)\,\{\partial\,[(c^2 \eta B^2 + b^2) \sinh \varphi \cosh \varphi]/\partial t\} = 0, \end{aligned} \tag{7.3}$$

$$\partial (c^2 \eta\, AB \sinh \varphi)/\partial x + (1/c)\, \partial (c^2 \eta\, AB \cosh \varphi)/\partial t = 0, \tag{7.4}$$

$$\partial [(c^2 \eta\, B^2 + b^2) \sinh \varphi \cosh \varphi]/\partial x + \\ + (1/c)\, \partial [(c^2 \eta\, B^2 + b^2) \cosh^2 \varphi - b^2/2 - p]\,/\,\partial t = 0. \tag{7.5}$$

Expanding (7.3)...(7.5) by use of (7.6), (7.2), we find that: by virtue of (6.25), the relations (7.3), (7.5) are identities; and (7.4) is an identity as it stands. Similarly, one can find the divergence of ϱu^j and ${}^*F^{jk}$ (see (6.28) and (6.32)), and show that these quantities vanish identically. Thus, our solution is verified.

By use of (6.28), we find that the *differential equations of the streamlines (world-lines) of the hydromagnetic fluid are*

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}s = B \sinh \varphi,\ \mathrm{d}y/\mathrm{d}s = 0,\ \mathrm{d}z/\mathrm{d}s = -A,\ c\mathrm{d}t/\mathrm{d}s = B \cosh \varphi, \tag{7.6}$$

where φ, E are given terms of x, t by (6.26), (6.27); $A(E)$ and $B(E)$ of (3.28), or (3.29), or (3.30), are related to $p(E)$, $b(E)$, by (6.25).

Note. From (6.27), (6.28), (7.1), (7.2), we find

$$['c^2 (x^2 - c^2 t^2)]^{-1/2} [x(\partial/\partial x) + t\,(\partial/\partial t)] \equiv \partial/\partial E. \tag{7.7}$$

By use of (6.26), (6.27), we see that the *differential equations of the streamlines,* (7.6), *become* (in the hyperplanes, y = constant)

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = c^2 t/x,\quad \mathrm{d}z/\mathrm{d}t = -cA\,['c\,(x^2 - c^2 t^2)]^{1/2}/('cBx). \tag{7.8}$$

From (7.7), (6.25), we see *that* b, B, η, p *are related by*

$$x\,[(\partial/\partial x) + t\,(\partial/\partial t\,]\,(b^2/2 + p) = -b^2 - c^2 \eta\, B^2. \tag{7.9}$$

The relativistic magnetic field lines can be obtained from (6.29). Similarly to the differential equations of the streamlines (7.8) we find that the *differential equations of these magnetic field lines* are

$$\mathrm{d}x/\mathrm{d}t = c^2 t/x,\quad \mathrm{d}z/\mathrm{d}t = -cB\,['c^2 (x^2 - c^2 t^2)]^{1/2}/('cAx) \tag{7.10}$$

where A, B are functions of b, η (or ϱ), given by (3.28), or (3.29), or (3.30) and b, η (or ϱ) are functions of $x^2 - c^2 t^2$ (see (6.27)), which satisfy (7.9). In view of the first equation in (7.8), (7.10), we see, that the solutions for the solutions for the streamlines and magnetic field lines are, respectively,

$$x^2 - c^2 t^2 = {}''c^2,\quad z = -(B/A)\,[\operatorname{arcsinh}(ct/'c)] + c_1, \tag{7.11}$$

$$x^2 - c^2 t^2 = {}''c^2,\quad z = -(A/B)\,[\operatorname{arcsinh}(ct/'c)] + {}'c_1, \tag{7.12}$$

where ${}'c, {}''c, {}'c_1, {}''c_1$ are arbitrary constants.

8. Corresponding Non-Steady Two-dimensional Newtonian Flows

There are several methods for obtaining Newtonian flows from relativistic flows. One such method was discussed in a previous paper [11] and will be used here. The derivation of the Newtonian hydromagnetic flow equations is based on two observations: a) if terms of order c^{-n}, $(n \geqslant 2)$, are neglected in

comparison to terms of order one [13] in the basic equations (2.7)...(2.9), (2.12), (2.19); and b) if $g_{\alpha\beta}, (\alpha, \beta = 1, 2, 3)$, of pseudo-Cartesian orthogonal coordinates in special relativity are replaced by $-{}'g_{\alpha\beta}$ of Cartesian orthogonal coordinates in Euclidean space, then the relativistic basic equations become

$$\partial_t \varrho + \dot{\partial}_\alpha (\varrho v^\alpha) = 0, \tag{8.1}$$

$$\partial_t (\varrho v^\beta) + \partial_\alpha [\varrho v^\alpha v^\beta + (p + {}'H^2/2)\, {}'g^{\alpha\beta} - {}'H^\alpha\, {}'H^\beta] = 0, \tag{8.2}$$

$$\partial_t\, {}'H^\beta + \partial_\alpha ({}'H^\beta v^\alpha - {}'H^\alpha v^\beta) = 0, \tag{8.3}$$

$$\partial_\alpha\, {}'H^\alpha = 0, \tag{8.4}$$

$$\partial_t S + v^\alpha \partial_\alpha S = 0. \tag{8.5}$$

In (8.1)...(8.5), v^α, ${}'H^\alpha$ are the Newtonian velocity and magnetic field vectors, respectively.

Note. (2.4) is now replaced by the positive definite metric

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \tag{8.6}$$

and in (8.1)...(8.5)

$$\partial_t \equiv \partial/\partial t, \quad \partial_a \equiv \partial/\partial x^a. \tag{8.7}$$

In order to apply our previous method to (4.23)...(4.26), (4.28), (4.30), (4.32), (4.36)...(4.39) and (3.27), where A, B are given by (3.28), or (3.29), or (3.30), we must obtain estimates of the relative orders of the various curvatures. To denote the order relation between relativistic and corresponding Newtonian quantities, we shall use an arrow pointing from the relativistic to the Newtonian quantity. Newtonian quantities of order one will be barred, except for the Newtonian velocity and magnetic fields, v^α, ${}'H^\alpha$. We note if $\bar{t}^k$ is the Newtonian bicharacteristic vector corresponding to t^k, the relativistic bicharacteristic vector, then [14]

$$t^k \to (\bar{t}^\alpha/c, 1) = \bar{t}^k, \quad \bar{t}^\alpha = dx^\alpha/dt, \quad \alpha = 1, 2, 3. \tag{8.8}$$

Thus, we see that the curvature vector T^k corresponds to $\bar{T}^k$, (where $T^j = t^k \nabla_k t^j$)

$$T^k \to (\bar{T}^\alpha/c^2, 0) = \bar{T}^k. \tag{8.9}$$

From (8.8), we find for the operator

$$\partial/\partial s \to (1/c)\,[(dx^\alpha/dt)\,(\partial/\partial x^\alpha) + (\partial/\partial t)] = \partial/(c\partial\bar{s}).$$

The world-line tangent vector, u^j, behaves as t^j [14]. Thus, it is known that

$$u^j \to (v^\alpha/c, 1), \tag{8.10}$$

where v^α is the Newtonian velocity vector. For a space-like vector orthogonal to t^j, as v^j or φ^j, it can be shown [14] that

(8.11) $$v^k \to (\bar{v}^\alpha, \bar{v}^4/c) = \bar{v}^k,$$

where $\bar{v}^\alpha$ and $\bar{v}^4$ are of order one. Hence, we see that

(8.12) $$\partial/\partial v \to \partial/\partial \bar{v}, \quad V^k \to (\bar{V}^\alpha, 0) = \bar{V}^k$$

and similarly, we find

(8.13) $$\partial/\partial n \to \partial/\partial \bar{n}, \quad \Phi^k \to (\bar{\Phi}^\alpha, 0) = \bar{\Phi}^k.$$

From (3.2) and the fact that F^{jk} is of order one [1, section 7], it follows that b *is of order one.* Hence, from (3.28), or (3.29), or (3.30), we see that

(8.14) $$A \to \bar{A}/c, \quad B \to 1,$$

where $\bar{A}$ *is of order one.* From (2.6), (3.10), we find

(8.15) $$\eta \to \varrho, \quad 'a^2 \to a^2 = \mathrm{d}p/\mathrm{d}\varrho.$$

Thus, $\bar{A}$ reduces to the following two possible relations

(8.16) $$\bar{A} = b/\varrho^{1/2}, \quad \bar{A} = a.$$

Now, we consider the basic equations. In view of the fact that (4.28) is a linear combination of (4.23), (4.24) in Newtonian mechanics, we can neglect the Newtonian equations corresponding to (5.8). Thus, our basic Newtonian equations corespond to (5.4)...(5.7), (4.25), (4.38). By use of (8.8)...(8.16), (6.2), (6.3), we find that these equations become by use of an order argument (neglecting terms of order c^{-4} as compared to terms of order c^{-2}, etc.)

(8.17) $$b\,\bar{\varphi}^k\,\bar{V}^k = -\,\partial b/\partial \bar{n}, \qquad (8.18) \qquad b\bar{t}_k\,\bar{V}^k = -\,\partial b/\partial \bar{s},$$

(8.19) $$-\,\varrho\,\bar{\varphi}_k\,\bar{T}^k = (1/b)\,[\partial(\bar{A}\,b\varrho)/\partial\bar{s} - \partial(\varrho\bar{A}^2 b)/\partial\bar{n}] + \\ + 2\bar{A}\,[\partial(\varrho\bar{A})/\partial\bar{n} - \partial\varrho/\partial\bar{s}] - a^2(\partial\varrho/\partial\bar{n}),$$

(8.20) $$-\,\varrho\bar{t}_k\,\bar{\Phi}^k = b\,[\partial(\varrho/b)/\partial\bar{s} - \partial(\varrho\bar{A}/b)/\partial\bar{n}],$$

(8.21) $$\bar{v}_k(\bar{T}^k + \bar{A}^2\bar{\Phi}^k) - \varrho\bar{A}\,\bar{v}_k(\partial\bar{\varphi}^k/\partial\bar{s} + \partial\bar{t}^k/\partial\bar{n}) = \partial(b^2/2 + p)/\partial\bar{v},$$

(8.22) $$\bar{v}_k(\partial\bar{t}^k/\partial\bar{n} - \partial\bar{\varphi}^k/\partial\bar{s}) = 0.$$

The equations (8.17)...(8.22) *express the equations of motion and continuity, and the Maxwell relations in terms of the curvatures of the* $\bar{\mathrm{v}}^{\mathrm{j}}$, $\bar{\mathrm{t}}^{\mathrm{j}}$, $\bar{\varphi}^{\mathrm{j}}$ *congruences and the directional derivatives of the density,* ρ, *and the magnitude of the relativistic magnetic field,* b, (see (3.17)) *in Newtonian (or first order) quantities with respect to space-time.*

Now, we relate the physical variables v^α, the velocity vector, and $'H^\alpha$, the Newtonian magnetic field, to the congruences $\bar{t}^\alpha$, $\bar{\varphi}^\alpha$ of (8.8), (8.10). From some previous work [1, section 7], we may write in terms of the present F_{jk}

$$-\frac{1}{2}E^{\beta\gamma\alpha 4}F_{\beta\gamma} \to {}'H^{\alpha}. \tag{8.13}$$

Substituting (2.17) into (8.23), we find by use of (2.16)

$$-u^{\alpha}H^{4} + H^{\alpha}u^{4} \to {}'H^{\alpha}. \tag{8.24}$$

By use of (8.8), (8.9), (8.14), we find that (4.3) furnishes (note $u^{\alpha} \to v^{\alpha}/c$, $u^{4} \to 1$)

$$v^{\alpha} = \bar{t}^{\alpha} - \bar{A}\bar{\varphi}^{\alpha}, \tag{8.25}$$

where $\bar{\varphi}^{\alpha}$ are the space-normalized components of φ^{j}. Similarly from (4.5), we obtain, where $H^{k} \to (\bar{H}^{\alpha}, \bar{H}^{4})$

$$\bar{H}^{\alpha} = b\bar{\varphi}^{\alpha}, \quad \bar{H}^{4} = -b\bar{A}/c + b\bar{\varphi}^{4}/c. \tag{8.26}$$

By substituting (8.25), (8.26) into (8.24), we find by use of (8.10)

$$H^{k} \to b\bar{\varphi}^{\alpha} = {}'H^{\alpha}. \tag{8.27}$$

Thus, the *physical magnetic field* $'H^{\alpha}$, *is of magnitude*, b, *and has the direction of the normal to the characteristic surfaces* (this is due to our choice of normals in section **3**). Hence, it follows that the *necessary and sufficient condition for the physical magnetic field to have a fixed direction is that the characteristic surfaces* (of the present type) *consist of* ∞^{1} *parallel planes*.

Let us consider the corresponding case in Newtonian mechanics to that of section **6**. This is the case when the *characteristic surfaces are* ∞^{1} *parallel planes in special relativity*, lying in the hyperplane $y = 0$, and v^{j} *are lines in these planes*. If E, F, are the metric coefficients of a net with t^{j} along α = variable and v^{j} along β = variable in any characteristic plane then

$$\sigma\, ds^{2} = (E\, d\alpha)^{2} - (F\, d\beta)^{2}. \tag{8.28}$$

If $\bar{E}$, $\bar{F}$, $\bar{\varphi}$ are of order one, then [11]

$$E \to c\bar{E}, \quad F \to \bar{F}, \quad \varphi \to \bar{\varphi}/c. \tag{8.29}$$

Now, we shall follow the theory of our previous section **6**. Again, by use of (8.9), (8.11), (6.13), we find

$$T_{k}v^{k} \to \bar{T}_{k}\bar{v}^{k}/c^{2} = -[1/(c^{2}\bar{E})](\partial\bar{\varphi}/\partial\alpha). \tag{8.30}$$

The conditions determined by (6.2), (6.3)

$$\bar{\Phi}^{j} = 0, \quad \bar{v}_{k}(\partial\bar{\varphi}^{k}/\partial\bar{s}) = 0 \tag{8.31}$$

are satisfied if $\bar{\varphi}^{j}$ has the components

$$\bar{\varphi}^{j} : (0, 0, 1, 0) \tag{8.32}$$

in the x, y, z, ct coordinates. Thus, only the Newtonian equivalents of (6.1), (6.4)...(6.6) remain to be satisfied. By use of (6.9), (6.10), we find that (6.6) *leads to*

$$\partial \bar{\varphi} / \partial z = 0 . \tag{8.33}$$

We seek solutions of the basic system (8.17)...(8.22) of the form

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}(\alpha, \beta), \quad \bar{F} = \bar{F}(\alpha, \beta), \quad \bar{E} = \bar{E}(\alpha, \beta), \quad b = b(\alpha, \beta), \quad \varrho = \varrho(\alpha, \beta). \tag{8.34}$$

Again, from (6.12), (6.13), we find the *condition* (6.1), *or* $\bar{V}^k = 0$, *furnishes*

$$\partial \bar{F} / \partial \alpha = \partial \bar{\varphi} / \partial \beta = 0 . \tag{8.35}$$

By substituting the first equation of (6.14), (8.12), (8.14), (8.29), (8.31) into the Newtonian form of (6.4) (see (8.21)), we obtain

$$- (\bar{F}/\bar{E}) \varrho (\partial \bar{\varphi} / \partial \alpha) = \partial (b^2/2 + p) / \partial \beta . \tag{8.36}$$

Finally, we note that (6.5) implies

$$\partial b / \partial \alpha = \partial \varrho / \partial \alpha = 0 . \tag{8.37}$$

Thus, (8.33)...(8.37) *imply that* (8.17)...(8.22) *are satisfied.*

Now, we list some results of our previous paper [11] in terms of our present notation. These results can be obtained from (6.15), (6.16) of the present paper by use (8.29). They are

$$\partial t / \partial \alpha = \bar{E}, \quad \partial x / \partial \alpha = \bar{\varphi} \bar{E}, \tag{8.38}$$

$$\partial t / \partial \beta = 0, \quad \partial x / \partial \beta = \bar{F}. \tag{8.39}$$

The integrability condition for $t(\alpha, \beta)$ leads to

$$\partial \bar{E} / \partial \beta = 0 ; \tag{8.40}$$

and the integrability condition for $x(\alpha, \beta)$ is satisfied in view of (8.35), (8.40). From (8.34), (8.35), (8.40), we see that: a) $\bar{\varphi}$ and $\bar{E}$ *are functions of only* α; b) $\bar{F}$ *is a function of only* β. By proper choice of scale factors along the α = variable and β = variable coordinate curves, we can assume

$$\bar{F} = \bar{E} = 1. \tag{8.41}$$

Since b, ϱ are functions of β only and $\bar{\varphi}$ is a function of α only, (8.36) leads to

$$\bar{\varphi} = k\alpha + k', \tag{8.42}$$

where k, k' are arbitrary constants. Substituting (8.41), (8.42) into (8.36), the latter equation leads to

$$\mathrm{d}(b^2/2 + p) / \mathrm{d}\beta = - k \varrho . \tag{8.43}$$

To determine $t(\alpha, \beta)$, $x'\alpha, \beta)$, we study (8.38), (8.39). In view of (8.41), (8.42) we find

(8.44) $t = \alpha,$ (8.45) $x = k\alpha^2/2 + k'\alpha + \beta.$

If we solve these last equations for α, β, we obtain for β

(8.46) $\beta = x - kt^2/2 - k't.$

In order to obtain explicit expressions for the velocity and Newtonian magnetic vectors, we use (8.25) and (8.27). In the x, z-plane, the vectors $\bar{t}^a$, $\bar{\varphi}^a$ can be obtained as follows. First, we note that $\bar{\varphi}^a$ has components (0, 1). To obtain $\bar{t}^a$, we must find dx^a/dt along α = variable. By differentiating (8.44), (8.45) we find

(8.47) $dx/dt = kt + k'.$

Thus, the velocity vector has components

(8.48) $v^a : (kt + k', -\bar{A}).$

Finally, from (8.27) we see that the Newtonian magnetic field has components

(8.49) $'H^a : (0, b).$

It remains to be shown that (8.48), (8.49) satisfy the isentropic Newtonian equations, (8.1) ... (8.4), for hydromagnetic compressible flows subject to the condition (8.43). By use of the chain rule, we can express (8.43) as follows

(8.50) $\partial(b^2/2 + p)/\partial x = -k\varrho,$

where b, p, ϱ are functions of β given by (8.46). The validity of the continuity equation (8.1), the equations of motion (8.2), and Maxwell relations depends on verifying

(8.51) $\partial\varrho/\partial t + v^1(\partial\varrho/\partial x) = 0,$ (8.52) $\varrho(\partial v^1/\partial t) = \partial(b^2/2 + p)/\partial x = 0,$

(8.53) $\partial v^3/\partial t + v^1(\partial v^3/\partial x) = 0,$ (8.54) $\partial b/\partial t + v^1(\partial b/\partial x) = 0.$

From (8.43), (8.48), (8.49) and the fact that ϱ, b, p are functions of β, given by (8.46), it follows that (8.51) ... (8.54) are identities. Again, from (8.53), we see that v^3 *can be any function of* β. Such flows would correspond to using other normals to characteristic surfaces.

Finally, we compute the streamlines and vorticity of the flow. The streamlines satisfy

(8.55) $dx/dt = kt + k', \quad dz/dt = v^3,$

where v^3 is an arbitrary function of $x - kt^2/2 - k't$.
The vorticity has the non-zero component

(8.56) $w_{13} = dv^3/d\beta.$

N o t e. This type of flow also was shown to exist in the non-magnetic case [11]. From (8.48) (8.49), we see the *flow plane is the* xz-*plane and the magnetic field is fixed in direction (the* z-*direction).*

Finally, we note that the solutions of section **6** do not become the solutions of section **8** as terms of order c^{-2} are neglected in comparison to terms of order one, etc. This is due to the fact that the *order of the relativistic system of differential equations reduces as one goes to the Newtonian system.* A comparison of (6.22), (8.40) will show this phenomenon.

Received the 23 I 1961

University of Michigan,
Ann Arbor, U. S. A.

REFERENCES

1. C o b u r n N., J. Math. a. Mech., 1961, **10**, *3*, (to appear).
2. C o b u r n N., O n g R. S. B., Ibid., 1960, **9**, *5*, pp. 715—732.
3. S c h o u t e n J. A., *Ricci Calculus,* Springer, Berlin, 1954, S. 36.
4. T a u b A. H., Phys. Rev., 1956, **103**, *2*, pp. 454—467.
5. L i c h n e r o w i c z A., *Théories Relativistes de la Gravitation et de L'Électromagnétisme,* Masson et Cie, Paris, 1955, p. 54.
6. A b r a h a m R. H., Doctoral Thesis, University of Michigan, June, 1960.
7. S a i n i G. L., *Discontinuities of Order One in Infinitely Conductive Relativistic Compressible Fluids,* (to be published).
8. H l a v a t y V., *Geometry of Einstein's Unified Field Theory*, P. Noordhoff, Groningen, Holland, 1957, p. 7.
9. C o u r a n t R., H i l b e r t D., *Methoden der Mathematischen Physik,* Bd. **2**, Springer, Berlin, 1937, S. 355.
10. F r i e d r i c h s K. O., K r a n z e r H., *Non-linear Wave Motion,* A. E. C. Research and Development Report, N. Y. O. *6486,* July, 1958.
11. C o b u r n N., J. Math. a. Mech., 1960, **9**, *3*, pp. 421—438.
12. E i s e n h a r t L. P., *Riemannian Geometry,* Princeton Univ. Press, Princeton-New Jersey, 1927, p. 96.
13. R e i c h e l P., *Basis Notions of Relativistic Hydromagnetics,* AEC Computing and Appl. Math. Center, Inst. of Math. Sci., N. Y. Univ., 1956.
14. C o b u r n N., J. Math. a. Mech., 1958, **7**, *4*, pp. 449—482.

ВНУТРЕННИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ СЖИМАЕМЫХ ГИДРОМАГНИТНЫХ ТЕЧЕНИЙ

(Резюме)

В данной работе рассматриваются две следующие темы. В первой устанавливаются внутренние формы основных уравнений, принимающих во внимание сохранение массы, энергии усилия, энтропию по линии течения и соотношение Максвелла, не заключающее в себе неизвестного потока, для относительной, сжимаемой, гидромагнитной жидкости, обладающей безконечной проводимостью.

Во второй устанавливается плотность, мировая линия (world-line) и релятивистские магнитные векторы и т. д., для двух классов решений этих уравнений: а) в течении — в рамках специальной теории относительности; б) в соответствующем течении — в рамках ньютонианской механики. Оба случая соответствуют течениям с ∞^1 характеристическими гиперповерхностями, которые являются параллельными гиперплоскостями — в рамках специальной теории относительности.

ECUAŢII CARACTERISTICE INTRINSECE PENTRU SCURGERI RELATIVISTE HIDROMAGNETICE COMPRESIBILE

(Rezumat)

În prima parte a lucrării se stabilesc ecuaţiile fundamentale intrinsece ale fenomenului de curgere a unui fluid relativist hidromagnetic compresibil cu conductibilitate infinită, ţinîndu-se seama de conservarea masei, a energiei de efort, a entropiei de-a lungul liniei de curent şi de ecuaţia lui Maxwell.

În partea a doua se stabileşte densitatea, linia universală (word-line) şi vectorii magnetici relativişti etc., pentru două clase de soluţii ale acestor ecuaţii şi anume a) în scurgeri în cadrul teoriei relativităţii speciale şi b) în scurgeri corespunzătoare mecanicii newtoniene. Ambele cazuri corespund la curenţi avînd ∞^1 hipersuprafeţe caracteristice, care devin hiperplane caracteristice în cadrul teoriei relativităţii speciale.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

517.946 ; 533.691

ON THE FORMULATION OF THE INTEGRAL EQUATION FOR THE NON-STEADY FLOW AROUND A DELTA-WING IN SUPERSONIC FLIGHT

BY

MILOMIR M. STANIŠIĆ

1. Introduction

In the previous [1] paper the acceleration potential has been formulated in the case of the supersonic flow around a delta wing. In the following paper the integral equation for the three-dimensional non-steady supersonic flow will be derived. For such purpose, the method of acceleration potential will be used. This method, at the suggestion of Prandtl, was adopted by Birnbaum [2], Possio [3], and Kuessner [4]. The advantages of this method arise from the fact that the discontinuity in the value of acceleration potential on the lifting surface leads to pressure difference; in other words, knowing the source distribution over lifting surface, we can easily find the aerodynamic forces acting on the wing.

It must be mentioned that the method of the velocity potential can be used also. However, a disadvantage of the latter method is that it leads to an integral equation with a distinctly more complicated kernel; the main difficulty comes from the complexity in the relation between velocity potential and the boundary conditions holding on the lifting surface.

2. Formulation of integral equation

Denote acceleration vector in Euler's Equation as

$$\bar{b} = \partial \bar{c}/\partial t + (\bar{c} \cdot \nabla)\,\bar{c}, \tag{1}$$

and

$$(1/\varrho)\,\mathrm{grad}\,p = \mathrm{grad}\,P(p)\,. \tag{2}$$

Then, the Euler Equation of perfect non-steady flow can be written as

$$\bar{b} + \mathrm{grad}\,P(p) = 0\,. \tag{3}$$

If

$$\overline{b} = \operatorname{grad} \chi \tag{4}$$

equation (3) then becomes

$$\chi + P(p) = f(t), \tag{5}$$

where χ is the acceleration potential.

According to Prandtl, without loss of generality, we can put $f(t) = \text{const}$. Therefore, according to equation (4), we find that

$$\partial\chi/\partial z\,|_{z=0} = b_z. \tag{6}$$

However,

$$b_z = \mathrm{d}w/\mathrm{d}t\,|_{z=0} \tag{7}$$

or

$$\mathrm{d}w/\mathrm{d}t = \partial w/\partial t + (U+u)\,\partial w/\partial x + v\,\partial w/\partial y + w\,\partial w/\partial z. \tag{8}$$

Using the linearized theory, we find that it follows that

$$\mathrm{d}w/\mathrm{d}t = \partial w/\partial t + U\,\partial w/\partial x. \tag{9}$$

From equation (19) of the previous paper [1] we obtain

$$w|_{z=0} = [Ug_x(x,y) - \mathrm{i}\omega g(x,y)] \exp(-\mathrm{i}\omega t).$$

A simple operation in this equation shows that

$$\partial w/\partial t\,|_{z=0} = -\mathrm{i}\omega\,[Ug_x(x,y) - \mathrm{i}\omega g(x,y)] \exp(-\mathrm{i}\omega t) \tag{10}$$

and

$$\partial w/\partial x\,|_{z=0} = [Ug_{xx}(x,y) - \mathrm{i}\omega g_x(x,y)] \exp(-\mathrm{i}\omega t). \tag{11}$$

Therefore, equations (9), (10) and (11) lead to

$$\begin{aligned}\mathrm{d}w/\mathrm{d}t\,|_{z=0} = [&-\mathrm{i}\omega U g_x(x,y) - \omega^2 g(x,y) + U^2 g_{xx}(x,y) - \\ &- \mathrm{i}\omega U g_x(x,y)] \exp(-\mathrm{i}\omega t),\end{aligned} \tag{12}$$

or

$$\mathrm{d}w/\mathrm{d}t\,|_{z=0} = [U^2 g_{xx}(x,y) - 2\mathrm{i}\omega U g_x(x,y) - \omega^2 g(x,y)] \exp(-\mathrm{i}\omega t). \tag{13}$$

From equations (6) and (7), it follows that

$$\mathrm{d}w/\mathrm{d}t\,|_{z=0} = \partial\chi/\partial z\,|_{z=0}. \tag{14}$$

Therefore, equations (11) and (14) result in

$$\begin{aligned}&U^2 g_{xx}(x,y) - 2\mathrm{i}\omega U g_x(x,y) - \omega^2 g(x,y) = \\ &= -\frac{1}{\pi}\lim_{z\to 0}\frac{\partial}{\partial z}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\iint_{\Pi} A(x_1,y_1,0)\;\; O(x,y,z;\,x_1,y_1,0)\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}y_1\right\}\end{aligned} \tag{15}$$

or

$$\int_{|y_1/m|}^{x}\left[U^2 g_{xx}(x,y)-2i\omega\, U g_x(x,y)-\omega^2 g(x,y)\right]dx =$$

$$= -\frac{1}{\pi}\lim_{z\to 0}\frac{\partial}{\partial z}\iint_{\Pi} A(x_1,y_1,0)\,O(x,y,z;x_1,y_1,0)\,dx_1\,dy_1 . \tag{16}$$

Equation (16) is an integral equation which describes the motion of the non-steady flow around the wing by supersonic flight as a space problem. While the quantities on the left side of the equation are known, the right side we have an unknown function $A(x_1, y_1, 0)$ which we need to determine. Before we go into the determination of the solution of equation (16), however we must first rigorously examine

$$\lim_{z\to 0}\iint_{\Pi} A(x_1,y_1,0)\,O(x,y,z;x_1,y_1,0)\,dx_1\,dy_1 .$$

It must be pointed out that such an operation on equation (16) represents enormous mathematical difficulties, since equation (16) is a singular one. In short, we cannot undertake any differentiation procedure of functions under the integral sign which possess singularities of any order, until the singularity is removed from the integrand. For such purposes, consider equation (79) of the previous paper [1] namely

$$O(x,y,z;x_1,y_1,0)=\frac{z\Lambda}{\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}}\int_0^{\cosh^{-1}\{(x-x_1)/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}}\sinh\theta\times$$

$$\times\sin\left[\Lambda\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}\sinh\theta\right]d\theta+ \tag{17}$$

$$+\frac{(x-x_1)z\cos\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}}{[(y-y_1)^2+z^2]\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}}.$$

Let

$$\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}\sinh\theta=\xi; \tag{18}$$

then

$$\sinh\theta=\xi/\sqrt{(y-y_1)^2+z^2} \tag{19}$$

and

$$\cosh\theta=\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2+z^2}/\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}. \tag{20}$$

Then

$$\theta=\sinh^{-1}[\xi/\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}],\qquad d\theta=d\xi/\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2+z^2}. \tag{21}$$

The corresponding limits of integration of equation (17) become

$$\theta=0\to\xi=0,\quad \theta=\cosh^{-1}\{(x-x_1)/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}\to$$

$$\to\sinh^{-1}[\xi/\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]=\cosh^{-1}\{(x-x_1)/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}. \tag{22}$$

This last quality leads to

$$\sinh\{\sinh^{-1}[\xi/\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}=\sinh\left(\cosh^{-1}\{(x-x_1)/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}\right).$$

Therefore,

$$\xi/\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}=\sinh\left(\cosh^{-1}\{(x-x_1)/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}\right). \tag{23}$$

However,

$$\sinh\left(\cosh^{-1}\{(x-x_1)/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]\}\right)= \tag{24}$$
$$=\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}].$$

Therefore, equations (23) and (24) lead to

$$\xi/\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}=\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/[\beta\sqrt{(y-y_1)^2+z^2}]. \tag{25}$$

Evidently,

$$\xi=\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/\beta \tag{26}$$

is the upper limit of the integral in equation (17).

Hence equation (17) becomes.

$$O(x,y,z;x_1,y_1,0)=\frac{2\Lambda}{[(y-y_1)^2+z^2]}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/\beta}\frac{\xi\sin(\Lambda\beta\xi)\,d\xi}{\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2+z^2}}+ \tag{27}$$
$$+\frac{(x-x_1)z\cos\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}}{[(y-y_1)^2+z^2]\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}}.$$

Further, equation (27) can be reduced to a most convenient form, namely; by integrating the first part of equation (27) by parts, we obtain:

$$\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/\beta}\frac{\xi\sin(\Lambda\beta\xi)\,d\xi}{\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2+z^2}}=[(x-x_1)/\beta]\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}- \tag{28}$$
$$-\Lambda\beta\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2+z^2}\cos(\Lambda\beta\xi)\,d\xi.$$

Therefore,

$$O(x,y,z;x_1,y_1,0)=((x-x_1)z/\{\beta[(y-y_1)^2+z^2]\})\times$$
$$\times(\Lambda\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}+$$
$$+\beta\cos\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}/\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}, \tag{29}$$
$$-\frac{z\Lambda^2\beta}{[(y-y_1)^2+z^2]}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2+z^2}\cos(\Lambda\beta\xi)\,d\xi.$$

Hence, equation (16) can be written as

$$\int_{|y_1/m|}^{x}[U^2 g_{xx}(x,y) - 2\mathrm{i}\omega\, U g_x(x,y) - \omega^2 g(x,y)]\,\mathrm{d}x =$$

$$= -\frac{1}{\pi}\lim_{z\to 0}\frac{\partial}{\partial z}\iint_{\Pi} A(x_1, y_1, 0)\Big[((x-x_1)z/\{\beta[(y-y_1)^2+z^2]\})\times$$

(30)
$$\times\big(\Lambda\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}+$$

$$+\beta\cos\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}/\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\big)$$

$$-\frac{z\Lambda^2\beta}{[(y-y_1)^2+z^2]}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2+z^2}\cos(\Lambda\beta\xi)\mathrm{d}\xi\Big]\,\mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}y_1.$$

Evidently, when $z\to 0$, then singularity is obtained at the point $x_1 = x$ and $y_1 = y$ (see Fig. 1).

Hence, further consideration must be given to equation (30) before all difficulties inherent therein are overcome.

Using substitution, we find that

(31)
$$y - y_1 = z\tan\varphi,$$

then

(32)
$$\mathrm{d}y_1 = -z\sec^2\varphi\,\mathrm{d}\varphi$$

and

(33)
$$(y-y_1)^2 + z^2 = z^2\sec^2\varphi.$$

Hence, equation (30) becomes

$$\int_{|y_1/m|}^{x}[U^2 g_{xx}(x,y) - 2\mathrm{i}\omega\, U g_x(x,y) - \omega^2 g(x,y)]\,\mathrm{d}x =$$

$$= \frac{1}{\pi}\lim_{z\to 0}\frac{\partial}{\partial z}\iint_{\Pi} A(x_1, y - z\tan\varphi, 0)\Big[[(x-x_1)/\beta]\times$$

$$\times\{\Lambda\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2 z^2\sec^2\varphi}]+$$

(34)
$$+\beta\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2 z^2\sec^2\varphi}]/\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2 z^2\sec^2\varphi}\}$$

$$-\Lambda^2\beta\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2 z^2\sec^2\varphi}/\beta}\sqrt{\xi^2+z^2\sec^2\varphi}\cos(\Lambda\beta\xi)\mathrm{d}\xi\Big)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}\varphi.$$

Denote:

$$\delta_1(x,y,z)=\frac{\Lambda}{\pi\beta}\iint_{\Pi^*}A(x_1,y-z\tan\varphi,0)(x-x_1)\times \tag{35}$$

$$\times\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,dx_1d\varphi,$$

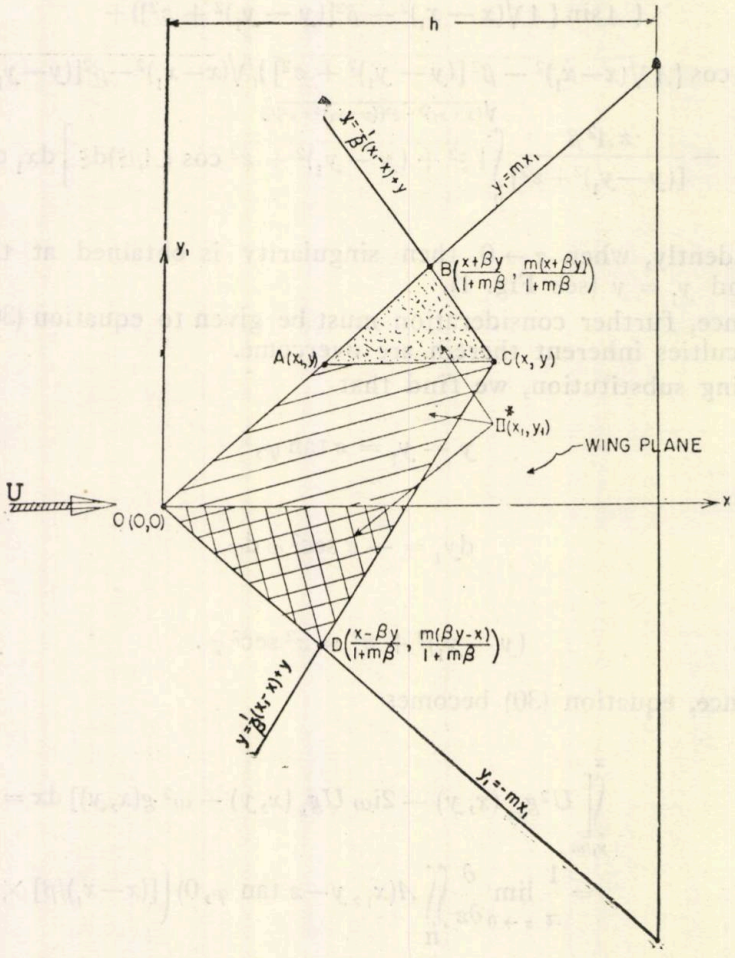


Fig. 1. — Geometry of region of integration, Π^*, of the wing.

$$\delta_2(x,y,z)=\frac{1}{\pi\beta}\iint_{\Pi^*}A(x_1,y-z\tan\varphi,0)\frac{\beta(x-x_1)\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]}{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}}dx_1d\varphi, \tag{36}$$

$$\delta_3(x,y,z)=$$

$$(37)\qquad =-\frac{\Lambda^2\beta}{\pi}\iint_{\Pi^*}\left[A(x_1,y-z\tan\varphi,0)\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}/\beta}\sqrt{\xi^2+z^2\sec^2\varphi}\cos(\Lambda\beta\xi)\mathrm{d}\xi\right]\mathrm{d}x_1\mathrm{d}\varphi\,.$$

Then

$$(38)\qquad \int_{|y_1/m|}^{x}[U^2g_{xx}(x,y)-2\mathrm{i}\omega Ug_x(x,y)-\omega^2g(x,y)]\mathrm{d}x=\lim_{z\to 0}\left(\frac{\partial\delta_1}{\partial z}+\frac{\partial\delta_2}{\partial z}+\frac{\partial\delta_3}{\partial z}\right).$$

The next step in the problem is to prove that the limit of equation (38) exists where $z\to 0$, then to find the value of this limit. For such purposes we consider first $\lim_{z\to 0}(\partial\delta_2/\partial z)$. The region of integration, Π^*, is obtained by intersection of the forecone Γ with the wing plane (see fig. 1). Then, equation (36) can be written as

$$\delta_2(x,y,z)=-\frac{1}{\pi}\int_{\varphi_1(z)}^{\varphi_2(z)}\left\{\int_{(y-z\tan\varphi)\,m}^{x-\beta z\sec\varphi}A(x_1,y_1-z\tan\varphi,0)\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\times\right.$$

$$(39)\qquad \times\mathrm{d}\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}+\int_{-(y-z\tan\varphi)/m}^{x-\beta z\sec\varphi}A(x_1,y-z\tan\varphi,0)\times$$

$$\left.\times\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,\mathrm{d}\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}\right\}\mathrm{d}\varphi\,.$$

Or

$$\delta_2(x,y,z)=-\frac{1}{\pi}\int_{\varphi_1(z)}^{\varphi_2(z)}\left\{A(x_1,y-z\tan\varphi,0)\,(1/\Lambda)\times\right.$$

$$\times\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\Big|_{(y-z\tan\varphi)/m}^{x-\beta z\sec\varphi}-$$

$$-\frac{1}{\Lambda}\int_{(y-z\tan\varphi)/m}^{x-\beta z\sec\varphi}\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,\frac{\partial A(x_1,y-z\tan\varphi,0)}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1+$$

$$(40)\qquad +A(x_1,y-z\tan\varphi,0)(1/\Lambda)\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\Big|_{-(y-z\tan\varphi)/m}^{x-\beta z\sec\varphi}-$$

$$\left.-\frac{1}{\Lambda}\int_{-(y-z\tan\varphi)/m}^{x-\beta z\sec\varphi}\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,\frac{\partial A(x_1,y-z\tan\varphi,0)}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1\right\}\mathrm{d}\varphi\,.$$

Therefore,

$$\delta_2(x,y,z) = -\frac{1}{\pi}\int_{\varphi_1(z)}^{\varphi_2(z)}\Big[-A\left(\frac{y-z\tan\varphi}{m},\ y-z\tan\varphi,0\right)\times$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{[x-(y-z\tan\varphi)/m]^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}\}-$$

$$-A\left(-(y-z\tan\varphi)/m,\ y-z\tan\varphi,0\right)\times$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{[x+(y-z\tan\varphi)/m]^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}\}-$$

(41)

$$-\int_{(y-z\tan\varphi)/m}^{x-\beta z\sec\varphi}\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,\frac{\partial A(x_1,y-z\tan\varphi,0)}{\partial x}\,dx_1-$$

$$-\int_{-(y-z\tan\varphi)/m}^{x-\beta z\sec\varphi}\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,\frac{\partial A(x_1,y-z\tan\varphi,0)}{\partial x_1}\,dx_1\Big]d\varphi.$$

Hence, combining terms we have

$$\delta_2(x,y,z) = \frac{1}{\pi\Lambda}\int_{\varphi_1(z)}^{\varphi_2(z)}A\left(\frac{y-z\tan\varphi}{m},\ y-z\tan\varphi,0\right)\times$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{[x-(y-z\tan\varphi)/m]^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}\}d\varphi+$$

(42)

$$+\frac{1}{\pi\Lambda}\int_{\varphi_1(z)}^{\varphi_2(z)}A\left(-\frac{y-z\tan\varphi}{m},\ y-z\tan\varphi,0\right)\times$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{[x+(y-z\tan\varphi)/m]^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}\}d\varphi+$$

$$+\frac{1}{\pi\lambda}\iint_{\Pi}\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,\frac{\partial A(x_1,y-z\tan\varphi,0)}{\partial x_1}\,dx_1\,d\varphi.$$

Equation (42) can be written as follows

$$\delta_2(x, y, z) = -\frac{1}{\pi\Lambda}\int_0^{y_1^*(z)} A\left(\frac{y_1}{m}, y_1, 0\right)\times$$

$$\times \sin\{\Lambda\sqrt{(x-y_1/m)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dy_1 -$$

$$-\frac{1}{\pi\Lambda}\int_{y_2^*(z)}^{0} A\left(-\frac{y_1}{m}, y_1, 0\right)\times \tag{43}$$

$$\times \sin\{\Lambda\sqrt{(x+y_1/m)^2-\beta^2[(y-y_1)+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dy_1 -$$

$$-\frac{1}{\pi\Lambda}\iint_{\Pi}\sin\{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\times$$

$$\times[\partial A(x_1, y_1, 0)/\partial x_1]\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dx_1\,dy_1.$$

We note that $y_1^*(z)$ and $y_2^*(z)$ are obtained by intersection of $(x-x_1)^2-[y-y_1)^2+z^2]=0$ with $y_1=mx_1$ and $y_1=-mx_1$ when $z\to 0$. Hence, a simple operation shows that

$$\lim_{z\to 0} y_2^*(z) = m(x+\beta y)/(1+m\beta) \tag{44}$$

and

$$\lim_{z\to 0} y_2^*(z) = m(\beta y - x)/(1+m\beta). \tag{45}$$

Denoting

$$\delta_2(x, y, z) = \delta_2^{(1)} + \delta_2^{(2)} + \delta_2^{(3)}, \tag{46}$$

where $\delta_2^{(1)}$, $\delta_2^{(2)}$ and $\delta_2^{(3)}$ represent corresponding parts of the equation (43), we see that

$$\delta_2^{(1)} = -\frac{1}{\pi\Lambda}\int_0^{y_1^*(z)} A\left(\frac{y_1}{m}, y_1, 0\right)\times \tag{47}$$

$$\times \sin\{\Lambda\sqrt{(x-y_1/m)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dy_1.$$

Suppose

$$F^*(x, y, z, y_1) = A(y_1/m, y_1, 0)\times$$

$$\times \sin\{\Lambda\sqrt{(x-y_1/m)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}. \tag{48}$$

Then, since F^* is a regular function in region Π, it can be expanded in the series with respect y_1, namely:

$$F^*(x,y,z,y_1) = F^*(x,y,z) + (y-y_1)F^{*\prime}(x,y,z) + \tag{49}$$
$$+ [(y-y_1)^2/2!]F^{*\prime\prime}(x,y,z) + \ldots,$$

where $'$, $''$,..., denotes the derivatives with respect to y_1. Hence,

$$\delta_2^{(1)} = -\frac{1}{\pi\Lambda}\int_0^{y_1^*(z)} [F^*(x,y,z) + (y-y_1)F^{*\prime}(x,y,z) + \tag{50}$$
$$+ [(y-y_1)^2/2!]F^{*\prime\prime}(x,y,z) + \ldots]\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dy_1.$$

Therefore,

$$\delta_2^{(1)} = -\frac{z}{\pi\Lambda}\left[\int_0^{y_1^*(z)} \frac{F^*(x,y,z)\,dy_1}{(y-y_1)^2+z^2} + \int_0^{y_1^*(z)} \frac{(y-y_1)F^{*\prime}(x,y,z)\,dy_1}{(y-y_1)^2+z^2} + \ldots\right]. \tag{51}$$

Or

$$\delta_2^{(1)} = -[z/(\pi\Lambda)]\left\{-F^*(x,y,z)(1/z)\tan^{-1}[(y-y_1)/z] - \right. \tag{52}$$
$$\left. -\frac{1}{2}F^{*\prime}(x,y,z)\ln[(y-y_1)^2+z^2] - \ldots\right\}\Big|_0^{y_1^*(z)}.$$

However

$$\delta_2^{(1)} = -[1/(\pi\Lambda)]\left(-F^*(x,y,z)\tan^{-1}\{[y-y_1^*(z)]/z\} - \right.$$
$$-\frac{1}{2}F^{*\prime}(x,y,z)z\ln\{[y-y_1^*(z)]^2+z^2\} - \ldots - \left[-F^*(x,y,z)\tan^{-1}(y/z) - \right. \tag{53}$$
$$\left.\left. -\frac{1}{2}F^{*\prime}(x,y,z)z\ln(y^2+z^2) - \ldots\right]\right).$$

A simple operation on equation (53) leads to

$$\partial\delta_2^{(1)}/\partial z = -[1/(\pi\Lambda)]\left(-F_z^*(x,y,z)\tan^{-1}\{[y-y_1^*(z)]/z\} - \ldots - \right. \tag{54}$$
$$\left. -[-F_z^*(x,y,z)\tan^{-1}(y/z) - \ldots]\right).$$

Moreover,

$$\lim_{z\to 0} F_z^{*(n)}(x,y,z) = 0 \quad \text{and} \quad \lim_{z\to 0} y_1^*(z) = 0, \tag{55}$$

where (n) denotes the corresponding derivative in the series expansion with respect to y_1.

Therefore,

$$\lim_{z\to 0}(\partial\delta_2^{(1)}/\partial z) = -[(1/\pi\Lambda)]\left(F^*(x,y,0)\{1/[y-y_1^*(0)]\} - \ldots - \right. \tag{56}$$
$$\left. -[-F^*(x,y,0)(-1/y) - \ldots]\right).$$

Equation (56) can ben written as follows:

$$\lim_{z\to 0}(\partial\delta_2^{(1)}/\partial z) = -[1/(\pi\Lambda)]\,(F^*(x,y,0)\,\{1/[y-y_1^*(0)]-1/y\}) +$$

$$+\int_0^{y_1^*(z)}\left[(y-y_1)\,F^{*\prime}(x,y,0)+\frac{1}{2!}(y-y_1)^2F^{*\prime\prime}(x,y,0)+\dots\right]\frac{dy_1}{(y-y_1)^2}. \tag{57}$$

However, we can write:

$$\frac{1}{y-y_1^*(0)}-\frac{1}{y}=\overset{*}{\int_0^{y_1^*(0)}}\frac{dy_1}{(y-y_1)^2} \tag{58}$$

in the sense of Hadamard [5] as a finite part of a divergent integral and it is denoted by the asterisk placed in front of the integral; therefore, equation (54) can be written as

$$\lim_{z\to 0}\frac{\partial\delta_2^{(1)}(x,y,z)}{\partial z}=-\frac{1}{\pi\Lambda}\overset{*}{\int_0^{y_1^*(0)}}[F^*(x,y,0)+ \tag{59}$$

$$+(y-y_1)\,F^{*\prime}(x,y,0)+\dots]\,(y-y_1)^{-2}dy_1.$$

Evidently,

$$\lim_{z\to 0}[\partial\delta_2^{(1)}(x,y,z)/\partial z]=$$

$$=-\frac{1}{\pi\Lambda}\overset{*}{\int_0^{y_1^*(0)}}A\left(\frac{y_1}{m},y_1,0\right)\sin\left[\Lambda\sqrt{\left(x-\frac{y_1}{m}\right)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\right]\frac{dy_1}{(y-y_1)^2}. \tag{60}$$

Similarly,

$$\lim_{z\to 0}[\partial\delta_2^{(2)}(x,y,z)/\partial z]=$$

$$=-\frac{1}{\pi\Lambda}\overset{*}{\iint_{y_2^*(0)}}A\left(-\frac{y_1}{m},y_1,0\right)\sin\left[\Lambda\sqrt{\left(x+\frac{y_1}{m}\right)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\right]\frac{dy_1}{(y-y_1)^2} \tag{61}$$

and

$$\lim_{z\to 0}[\partial\delta_2(x,y,z)/\partial z]=$$

$$=-\frac{1}{\pi\Lambda}\overset{*}{\iint_{n^*}}\frac{\partial A(x_1,y_1,0)}{\partial x_1}\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}]\frac{dx_1\,dy_1}{(y-y_1)^2}. \tag{62}$$

Therefore,

$$\lim_{z\to 0}[\partial\delta_2(x,y,z)/\partial z] =$$

$$= -\frac{1}{\pi}\overset{*}{\underset{\pi^*}{\iint}}\frac{A(x_1,y_1,0)\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}]}{(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}}\,dx_1\,dy_1. \tag{63}$$

Hence, we have proved that $\lim_{z\to 0}(\partial\delta_2/\partial z)$ exists, and the value of this limit is represented as a finite part of the divergent integral given by equation (63).

However, we have yet to prove that $\lim_{z\to 0}(\partial\delta_1/\partial z)$ exists, and also we have still to find the value of this limit.

We recall equation (35). Evidently,

$$\partial\delta_1(x,y,z)/\partial z =$$

$$= -\frac{\Lambda}{\pi\beta}\iint_{\pi^*}\frac{\partial A(x_1,y_1,0)}{\partial y_1}\tan\varphi\,(x-x_1)\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]\,dx_1\,d\varphi-$$

$$-\frac{\Lambda^2\beta}{\pi}\iint_{\pi^*}\frac{A(x_1,y_1,0)(x-x_1)\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}]}{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2z^2\sec^2\varphi}}\,z\sec^2\varphi\,dx_1\,d\varphi \tag{64}$$

or

$$\partial\delta_1(x,y,z)/\partial z =$$

$$= \frac{\Lambda}{\pi\beta}\iint_{\pi^*}\frac{\partial A(x_1,y_1,0)}{\partial y_1}\frac{y-y_1}{2}(x-x_1)\times$$

$$\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dx_1\,dy_1 + \tag{65}$$

$$+\frac{\Lambda^2\beta}{\pi}\iint_{\pi^*}\frac{A(x_1,y_1,0)(x-x_1)\cos\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}}{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}}\,dx_1\,dy_1.$$

Then

$$\lim_{z\to 0}\frac{\partial\delta_1(x,y,z)}{\partial z} = \frac{\Lambda}{\pi\beta}\iint_{\pi^*}\frac{\partial A(x_1,y_1,0)}{\partial y_1}\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}]\times$$

$$\times[(x-x_1)/(y-y_1)^2]\,dx_1\,dy_1 + \tag{66}$$

$$+\frac{\Lambda^2\beta}{\pi}\iint_{\pi^*}\frac{A(x_1,y_1,0)(x-x_1)\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}]}{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}}\,dx_1\,dy_1.$$

Hence $\lim_{z\to 0}(\partial\delta_1/\partial z)$ exists and its value is given by equation (66).

Equation (66) can be written in another form; namely from equation (35) one can obtain the following:

$$\delta_1(x, y, z) =$$

$$= -\frac{\Lambda}{\pi\beta}\iint_{\Pi^*} A(x_1, y_1, 0)(x-x_1)\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\times \tag{67}$$

$$\times\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dx_1\,dy_1$$

or

$$\delta_1(x, y, z) = -\frac{\Lambda}{\pi\beta}\int_{-y_1/m}^{x_1^*}\int_{0}^{y_1^*(z)} A(x_1, y_1, 0)(x-x_1)\times$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dx_1\,dy_1- \tag{68}$$

$$-\frac{\Lambda}{\pi\beta}\int_{-y_1/m}^{x_2^*}\int_{y_2^*(z)}^{0} A(x_1, y_1, 0)(x-x_1)\times$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dx_1\,dy_1.$$

Hence,

$$\delta_1(x, y, z) = \delta_1^{(1)}(x, y, z) + \delta_1^{(2)}(x, y, z), \tag{69}$$

where

$$\delta_1^{(1)}(x, y, z) = -\frac{\Lambda}{\pi\beta}\int_{y_1/m}^{x_1^*}\int_{0}^{y_1^*(0)} A(x_1, y_1, 0)(x-x_1)\times \tag{70}$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}\,dx_1\,dy_1$$

and

$$\delta_1^{(2)}(x, y, z) = -\frac{\Lambda}{\pi\beta}\int_{-y_1/m}^{x_2^*}\int_{y_2^*(z)}^{0} A(x_1, y_1, 0)(x-x_1)\times \tag{71}$$

$$\times\sin\{\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2[(y-y_1)^2+z^2]}\}\{z/[(y-y_1)^2+z^2]\}dx_1\,dy_1.$$

Consider first equation (70). Then,

$$\delta_1^{(1)}(x, y, z) = -\frac{\Lambda}{\pi\beta}\int_{0}^{y_1^*(z)} f^*(x, y, z, y_1)\frac{z\,dy_1}{(y-y_1)^2+z^2}. \tag{72}$$

where

$$f^*(x, y, z, y_1) = \int_{y_1/m}^{x_1^*} A(x_1, y_1, 0)(x - x_1) \times \tag{73}$$

$$\times \sin\{\Lambda \sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2[(y - y_1)^2 + z^2]}\}\, dx_1 .$$

Hence,

$$\delta_1^{(1)}(x, y, z) = \tag{74}$$

$$= -\frac{\Lambda z}{\pi\beta} \int_0^{y_1^*(z)} \left[\frac{f^*(x, y, z)}{(y - y_1)^2 + z^2} + f^{*\prime}(x, y, z) \frac{(y - y_1)^2}{(y - y_1)^2 + z^2} + \cdots\right] dy_1 ,$$

or

$$\delta_1^{(1)}(x, y, z) = -[\lambda / (\pi\beta)] \left\{ - f^*(x, y, z) \tan^{-1}[(y - y_1)/z] - \right. \tag{75}$$

$$\left. - \frac{f^{*\prime}(x, y, z)}{2} z \ln[(y - y_1)^2 + z^2] + \cdots \right|_0^{y_1^*(z)} \Big\} .$$

After evaluating equation (75) for corresponding limits, differentiating it term by term, letting $z \to 0$, and keeping in mind that

$$\lim_{z \to 0} f_z^{*(n)}(x, y, z) = 0 , \tag{76}$$

we obtain

$$\lim_{z \to 0} \frac{\partial \delta_1^{(1)}(x, y, z)}{\partial z} = -\frac{\Lambda}{\pi\beta} \int_0^{y_1^*(0)} \int_{y_1/m}^{x_1^*} A(x_1, y_1, 0)(x - x_1) \times \tag{77}$$

$$\times \sin[\Lambda \sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}]\, (y - y_1)^{-2}\, dx_1\, dy_1 .$$

A similar operation on $\delta_1^{(2)}(x, y, z)$ can be easily carried out; thus

$$\lim_{z \to 0} \frac{\partial \delta_1(x, y, z)}{\partial z} = -\frac{\Lambda}{\pi\beta} \iint_{\Pi^*} A(x_1, y_1, 0)(x - x_1) \times \tag{78}$$

$$\times \sin[\Lambda \sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}]\, (y - y_1)^{-2}\, dx_1\, dy_1 .$$

Similarly,

$$\lim_{z \to 0} [\partial \delta_3(x, y, z) / \partial z] = \tag{79}$$

$$= \frac{\Lambda^2 \beta}{\pi} \iint_{\Pi^*} \left[\int_0^{\sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}/\beta} \sqrt{\xi^2 + (y - y_1)^2} \cos(\Lambda\beta\xi)\, d\xi\right] \frac{dx_1\, dy_1}{(y - y_1)^2} .$$

Adding equations (63), (78), and (79) we see that it follows that equation (38) can be written as

$$\int_{|y_1|m|}^{x} [U^2 g_{xx}(x, y) - 2i\omega U g_x(x, y) - \omega^2 g(x, y)]\, dx =$$

$$= -\frac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint_{\pi^*}} A(x_1, y_1, 0) \left((x - x_1) \{ \Lambda \sin [\Lambda \sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2 (y-y_1)^2}] + \right. \tag{80}$$

$$+ \beta \cos [\Lambda \sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2 (y-y_1)^2}] / \sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2 (y-y_1)^2} -$$

$$\left. - \Lambda^2 \beta^2 \int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2 (y-y_1)^2}/\beta} \sqrt{\xi^2 + (y-y_1)^2} \cos(\Lambda\beta\xi)\, d\xi \right) \frac{dx_1\, dy_1}{(y-y_1)^2}.$$

Equation (80) is the integral equation of our problem which needs to be solved with respect to $A(x_1, y_1, 0)$.

It is known that exact solutions of integral equations arising in physics may be obtained for only a limited class of problems. If the kernel of the integral equation is of a particular form, we then can obtain a solution by a change of variable. However, the integral equation (80) does not fall into the exactly soluble class; therefore, we are faced with the application of an approximate technique. The two main difficulties with the form of this integral equation lie in the very complicated region of integration and the unsymmetric nature of the kernel. However, the fact that the boundaries of the region of integration are straight lines suggest a promising method for the solution.

From equation (14) of the previous paper [1] it follows that

$$\Lambda^{*2} = \omega^2 / (\beta^2 a^2). \tag{81}$$

Moreover, equation (17) of the previous paper [1] leads to

$$\Lambda^{*2} = \beta^2 \Lambda^2. \tag{82}$$

Then, equations (81) and (82) result in

$$\beta^2 \Lambda^2 = \omega^2 / (\beta^2 a^2). \tag{83}$$

Therefore,

$$\omega = a\beta^2 \Lambda. \tag{84}$$

Hence, equation (80) can be written as

$$\int_{|y_1/m|}^{x} [U^2 g_{xx}(x,y) - 2i\,a\beta^2 U\Lambda g_x(x,y) - a^2\beta^4\Lambda^2 g(x,y)]\,dx =$$

$$= -\frac{1}{\pi\beta}\overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} A(x_1,y_1,0)\Bigg(\{(x-x_1)\{\Lambda\sin[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}] +$$

(85)

$$+\beta\cos[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}]\} -$$

$$-\Lambda^2\beta^2\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2}\cos(\Lambda\beta\xi)\,d\xi\Bigg)\frac{dx_1\,dy_1}{(y-y_1)^2}.$$

The left side of equation (85) can be written as

$$\int_{|y_1/m|}^{x} [U^2 g_{xx}(x,y) - 2i\,a\beta^2 U\Lambda g_x(x,y) - a^2\beta^4\Lambda^2 g(x,y)]\,dx =$$

$$= \sum_{n=0}^{2} G_n \Lambda^n, \quad (n = 0, 1, 2).$$

Evidently,

$$(86)\quad G_0 = U^2 \int_{|y_1/m|}^{x} g_{xx}(x,y)\,dx, \qquad (87)\quad G_1 = -2i\,a\beta^2 U \int_{|y_1/m|}^{x} g_x(x,y)\,dx,$$

$$(88)\quad G_2 = -a^2\beta^4 \int_{|y_1/m|}^{x} g(x,y)\,dx.$$

Let the solution of equation (85) be given in the form

$$(89)\quad A(x_1,y_1,0) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x_1,y_1,0)\Lambda^n.$$

Putting

$$(90)\quad K(x,y;x_1,y_1) = \sum_{n=0}^{\infty} K_n(x,y;x_1,y_1)\Lambda^n$$

the integral equation (85) reduces to

$$\sum_{n=0}^{2} G_n\Lambda^n = -\frac{1}{\pi\beta}\overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}}\left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n(x_1,y_1,0)\Lambda^n\right]\times$$

(91)

$$\times\left[\sum_{n=0}^{\infty} K_n(x,y;x_1,y_1)\Lambda^n\right]dx_1\,dy_1.$$

After expanding equation (91) with respect to Λ, one obtains

$$G_0 + \Lambda G_1 + \Lambda^2 G_2 =$$

$$= -\frac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} [A_0 K_0 + \Lambda (A_0 K_1 + A_1 K_0) + \cdots] \, dx_1 \, dy_1 . \tag{92}$$

From the equation (92), the following systems of integral equations result:

$$\begin{cases} G_0 = -\dfrac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} A_0 K_0 \, dx_1 \, dy_1, \quad G_1 = -\dfrac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} A_1 K_0 \, dx_1 \, dy_1, \\ G_2 + \dfrac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} A_0 K_2 \, dx_1 \, dy_1 = -\dfrac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} A_2 K_0 \, dx_1 \, dy_1, \\ \text{or} \\ \dfrac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} (A_0 K_3 + A_1 K_2) \, dx_1 \, dy_1 = -\dfrac{1}{\pi\beta} \overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}} A_3 K_0 \, dx_1 \, dy_1 . \end{cases} \tag{93}$$

Hence, we have obtained a system of integral equations which we need to solve with respect to $A_0, A_1, A_2, \ldots, A_n$. Evidently the kernels $K_0, K_1, K_2, \ldots, K_n$ need first to be determined as coefficients in the expansion in powers of Λ of the original kernel:

$$K(x, y; x_1, y_1) = \Lambda [(x - x_1)/(y - y_1)^2] \times$$

$$\times \sin [\Lambda \sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}] +$$

$$+ \frac{x - x_1}{(y - y_1)^2} \beta \, \frac{\cos [\Lambda \sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}]}{\sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}} -$$

$$- \frac{\Lambda^2 \beta^2}{(y - y_1)^2} \int_0^{\sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}/\beta} \sqrt{\xi^2 + (y - y_1)^2} \cos (\Lambda \beta \xi) \, d\xi .$$

Therefore,

$$\sin [\Lambda \sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}] \cong \Lambda \sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2} -$$

$$- (\Lambda^2/3!) [\sqrt{(x - x_1)^2 - \beta^2 (y - y_1)^2}]^3 + \cdots \tag{94}$$

Then,

$$[(x-x_1)/(y-y_1)^2]\,\Lambda \sin\left[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\right]\cong$$

$$(95)\qquad \cong [\Lambda^2(x-x_1)/(y-y_1)^2]\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}-$$

$$-(\Lambda^4/3!)[(x-x_1)/(y-y_1)^2]\left[\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\right]^3+\cdots$$

Similarly,

$$(96)\qquad \cos\left[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\right]\cong$$

$$\cong 1-(\Lambda^2/2!)[(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2]+\cdots$$

Then

$$\frac{x-x_1}{(y-y_1)^2}\,\frac{\cos\left[\Lambda\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\right]}{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}}\cong$$

$$\cong (x-x_1)/[(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}]-$$

$$-(\Lambda^2/2!)[(x-x_1)/(y-y_1)^2]\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}+\cdots$$

and

$$(97)\qquad \frac{\Lambda^2\beta^2}{(y-y_1)^2}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2}\cos(\Lambda\beta\xi)\,d\xi\cong$$

$$\cong \frac{\Lambda^2\beta^2}{(y-y_1)^2}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2}\left(1-\frac{\Lambda^2\beta^2}{2!}\xi^2+\cdots\right)d\xi.$$

Finally, equation (97) leads to

$$(98)\qquad \frac{\Lambda^2\beta^2}{(y-y_1)^2}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2}\cos(\Lambda\beta\xi)\,d\xi\cong$$

$$\cong \frac{\Lambda^2\beta^2}{(y-y_1)^2}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2}\,d\xi-\cdots$$

Then,

$$\frac{\Lambda^2\beta^2}{(y-y_1)^2}\int_0^{\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}/\beta}\sqrt{\xi^2+(y-y_1)^2}\cos(\Lambda\beta\xi)\,d\xi\cong$$

$$(99)\qquad \cong [\Lambda^2\beta^2/(y-y_1)^2]\left([(x-x_1)/(2\beta^2)]\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}+\right.$$

$$+[(y-y_1)^2/2]\ln\left\{\left[\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}+x-x_1\right]/\beta\right\}-$$

$$\left.-[(y-y_1)^2/2]\ln(y-y_1)+\cdots\right).$$

Therefore,

$$
\begin{aligned}
K(x,y;x_1,y_1) &= \beta(x-x_1)/[(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\,] + \\
&+ \Lambda^2\{[(x-x_1)/(y-y_1)^2]\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2} - \\
&- \{\beta(x-x_1)/[2(y-y_1)^2]\}\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2} - \\
&- \{(x-x_1)/[2(y-y_1)^2]\}\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2} - \\
&- (\beta^2/2)\ln\{[\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}+x-x_1]/\beta\} + \\
&+ (\beta^2/2)\ln(y-y_1) + \Lambda^3(\ldots),
\end{aligned} \tag{100}
$$

or

$$
\begin{aligned}
K(x,y;x_1,y_1) &= \beta(x-x_1)/[(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\,] + \\
&+ \Lambda^2((\beta^2/2)\ln\{\beta(y-y_1)/[(x-x_1)+ \\
&+ \sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\,]\}+\ldots) + \Lambda^3(\ldots).
\end{aligned} \tag{101}
$$

From equation (101), it follows that

$$
\left\{
\begin{aligned}
&K_0(x,y;x_1,y_1) = \beta(x-x_1)/[(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\,], \\
&K_1(x,y;x_1,y_1) = 0, \\
&K_2(x,y;x_1,y_1) = (\beta^2/2)\ln\{\beta(y-y_1)/[(x-x_1)+ \\
&\qquad + \sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}\,]\}+\cdots \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\right. \tag{102}
$$

Hence, equations (93) and (102) lead to

$$
\left\{
\begin{aligned}
&G_0 = -\frac{1}{\pi}\overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}}\frac{A_0(x_1,y_1,0)(x-x_1)\,dx_1\,dy_1}{(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}}, \\
&G_1 = -\frac{1}{\pi}\overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}}\frac{A_1(x_1,y_1,0)(x-x_1)\,dx_1\,dy_1}{(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}}, \\
&G_2 + \frac{\beta}{2\pi}\overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}}A_0(x_1,y_1,0)\times \\
&\quad\times(\ln\{\beta(y-y_1)/[x-x_1+\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)}\,]\}+\ldots)\,dx_1\,dy_1 = \\
&\quad = -\frac{1}{\pi}\overset{*}{\iint\limits_{\Pi^*}}\frac{A_2(x_1,y_1,0)(x-x_1)\,dx_1\,dy_1}{(y-y_1)^2\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2(y-y_1)^2}}, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
\right. \tag{103}
$$

The first equation of the system (103) represents the solution for the steady flow given in [6] and also in [7]. The derivation here follows the approach of [6], which is based on the Prandtl method known as acceleration potential. As mentioned before the advantage of this method arises from the fact that a discontinuity in the value of the acceleration potential between lower and upper surface leads to the corresponding pressure difference.

In other words

$$p - p' = \varrho_0 (\psi - \psi'), \tag{104}$$

where: p — static pressure of the upper surface, p' — static pressure of the lower surface, ϱ_0 — density of the free stream.

Evidently, from equation (104) it follows

$$A_0(x_1, y_1, 0) = \Delta p/\varrho_0. \tag{105}$$

Expressing the pressure difference on the non-dimensional form (see [6, pp. 44—48]), we have

$$\Delta p/(\varrho_0 U^2/2) = 2c_1/(U^2\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}), \tag{106}$$

where:

$$c_1 = -2U\theta_0^2/(\varrho_0 \mathrm{E}'), \tag{107}$$

$$\theta_0 = \beta \tan \gamma, \tag{108}$$

$$\theta = \beta y_1/x_1, \tag{109}$$

E' — the complete elliptic integral of the second kind with modulus:

$$k' = \sqrt{1 - \theta_0^2}\,. \tag{110}$$

Evidently, from equations (106) and (107) it follows that

$$\Delta p = -2\varrho_0 Uw\,\theta_0^2/(\beta \mathrm{E}'\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}). \tag{111}$$

Introducing the angle of attack, we see that

$$\alpha^* = -w/U \tag{112}$$

then

$$\Delta p = 2\varrho_0 \alpha^* \theta_0^2/(\beta \mathrm{E}'\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}). \tag{113}$$

Therefore,

$$A_0(x_1, y_1, 0) = 2\alpha^* \theta_0^2/(\beta \mathrm{E}'\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}), \tag{114}$$

or

$$A_0(x_1, y_1, 0) = (2\alpha^* m^2/\mathrm{E}')(x_1/\sqrt{m^2 x_1^2 - \beta^2 y_1^2}), \tag{115}$$

where $m = \theta_0/\beta$.

Using the abreviation, we say that

$$I(\alpha^*, m, \mathrm{E}') = 2\alpha^* m^2/\mathrm{E}'. \tag{116}$$

It then follows that

$$A_0(x_1, y_1, 0) = I(\alpha^*, m, \mathrm{E}')(x_1 / \sqrt{m^2 x_1^2 - \beta^2 y_1^2}). \tag{117}$$

Hence, the „steady" term in the series expansion of A is given by equation (117). Again this term is adopted from [6], since the first equation of the system coincides with that given in [6].

Hence the „steady" term in the series expansion of $A(x_1, y_1)$ is given by equation (88). Again this term is adopted from [6], since the first equation of the system coincides with that given in [6]. However the second equation of the system (103) has to be solved with respect to $A_1(x_1, y_1)$. Note that $A_1(x_1, y_1)$ represents the coefficient of to the first degree in the expansion of the source function. Hence the second equation of the system, equation (103) shows the influence of the non-steady term, and its solution must be obtained in a different manner [8] than the first one which represents steady flow solution. The main difficulties in the solution of this equation arises in the complicated domain of integration and the non-symmetrical nature of the kernel. The new method in the theory of integral equations, which consists of the perturbation of the region of integration, has been used to solve this equation; the solution of this equation [8] leads to the complete determination of the system of equations (103).

Received the 25 XII 1959

Purdue University, Lafayette, Indiana, U. S. A.

REFERENCES

1. Stanišić M. M., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI** (**X**), *1—2*, pp. 49—60.
2. Birnbaum W., ZAMM, 1924, **4**, S. 277—292.
3. Possio C., L'Aerotecnica, 1938, **18**, S. 441—458.
4. Kuessner H. G., Luftfahrtforschung, 1936, **13**.
5. Hadamard T., *Lecture on the Cauchy's Problem,* Yale University Press, 1921.
6. Heaslet A. M., Lomax H., Jones L. A., *Volterra's solution of the wave equation as applied to three-dimensional supersonic airfoil problems,* M.A.C.A., T. N., Nr. *1412.*
7. Stewart H. J., O.A.M., 1946, **IV**, *3*, pp. 246—254.
8. Stanisic M. M., ZAMM, 1960, *9*, S. 397—414.

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ ВОКРУГ Δ-КРЫЛА В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОЛЕТЕ

(Резюме)

В предыдущей работе [1] автор определяет потенциал ускорения в случяе сверхзвукового течения вокруг Δ-крыла. В этой работе выведено интегральное уравнение (80), соответствующее процессу сверхзвукового неустановившегося пространственного течения. Затем рассматривается, учитывая некоторые особенности полученного уравнения, задача его приближенного интегрирования.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Геометрия области интегрирования (Π^*) крыла.

ASUPRA DETERMINĂRII ECUAȚIEI INTEGRALE PENTRU O SCURGERE NESTAȚIONARĂ ÎN JURUL UNEI ARIPI DELTA ÎN ZBOR SUPERSONIC

(Rezumat)

Într-o lucrare precedentă [1] autorul a determinat potențialul de accelerații în cazul scurgerii supersonice în jurul unei aripi delta. În această lucrare s-a dedus ecuația integrală (80) corespunzătoare procesului de scurgere supersonică tridimensională nestaționară, discutîndu-se apoi — date fiind unele singularități ale ecuației obținute — problema integrării cu aproximație a acesteia.

Explicația figurilor

Fig. 1. — Geometria regiunii de integrare (II^*) a aripei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 530.145

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ УРОВЕННЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ТЯЖЕЛЫХ ЯДРАХ И СИЛЬНО-ЗАТРУДНЕННЫЕ α-ПЕРЕХОДЫ

С. Г. РЫЖАНОВ

1. *Введение*

Для некоторых тяжелых ядер, как например: U^{235}, Am^{241}, Cf^{249} и немногих других, „доли“ α-частиц на уровне нижней вращательной полосы соответственных дочерних ядер (Th^{231}, Np^{237} и Cu^{245}) значительно меньше „долей“ на уровне главной полосы. Так например, у Am^{241} „доли“ α-частиц на два нижние уровня Np^{237} составляют 0,39% и 0,24%, соответственно энергиям в 0 кэв и 33,2 кэв, а на первый уровень главной полосы, с энергией 59,6 кэв, „доля“ составляет уже 85%. У Cu^{245} „доли“ на три самые нижние уровня соответственно равны: 1,9%, 1,1% и 0,4%, а на первый уровень главной полосы 83,7%. Эти примеры выгодно отличаются тем, что здесь надежно установлены [1] как спины уровней так и их четности. У Am^{241} спин и четность основного уровня, с которого и идет α-переход, таковы 5/2 — , а у дочернего ядра, т. е. Np^{237} спины и четности самых нижних уровней суть, 5/2 + и 7/2 +, а у первого уровня главной полосы 5/2 — .

Основной уровень Cf^{249} имеет спин и четность 9/2 — , а три нижние уровня Cu^{245} имеют эти характеристики соответственно равными: 7/2+, 9/2+ и 11/2+, тогда как спин и четность первого уровня главной полосы таковы, 9/2 — . Других подобных-же примеров мы неприводим, ибо их легко найти в цитированной монографии [1].

2. *Постановка вопроса*

Объяснение, которое напрашивается нам в первую очередь таково, что заниженные „доли“ обусловлены различной ($\pm$) четностью начального уровня (материнского ядра) и конечных уровней (дочернего), тогда как четности уровней главной полосы совпадают с таковой, для основного уровня материнского ядра.

Для оценки „долей“ можно воспользоваться формулой [2] с разложением ψ-функции материнского ядра по возможным состояниям дочернего и вылетающей α-частицы, с различными моментами количества движения. Посколько α-переходы, на уровне нижней полосы сопровождаются изменением четности, то моменты количества движения α-частицы должны быть нечетными кратными $\hbar$. Формула употребляемая для вычисления „долей“

$$w = w_0 \sum_{l=|I_r - I_0|}^{I_r + I_0} \left| C_{I_r K_r l, m}^{I_0 K_0} \right|^2 (2l+1) e^{-a\Delta E - \beta l(l+1)}, \tag{1}$$

где: ω — вероятность α-перехода с основного уровня материнского ядра на какой-либо уровень дочернего, K — проекция спина I ядра, на его ось симметрии, K_0 и I_0 относятся к основному уровню материнского ядра, при этом согласно коллективной модели $K_0 = I_0$, ибо в основном состоянии эти величины определяются внутренним квантовым числом нечетного нуклона (то-же замечание относится и к основному состоянию дочернего ядра в котором $I = K$, тогда как для вращательных возбуждений $K_r = K$, а $I_r = K + 1$, $K + 2$, $K + 3$, и т. д.), ω_0—постоянный коэффициент характери-

зующий период распада материнского ядра, фактор $\exp(-\alpha\Delta E)$ происходит от уменьшения вероятности прохождения α-частицы сквозь потенциальный барьер, с ростом энергии возбуждения дочернего ядра ΔE, фактор $\exp[-\beta l(l+1)]$ происходит от влияния центробежного барьера обусловленного наличием момента количества движения α-частицы, m — его проекция на ось симметрии ядра, которая равна $K-K_0$, в силу закона сохранения момента количества движения; α и β —полуэмпирические коэффициенты, значения которых можно заимствовать из работ [3] и [4], именно $\alpha = 14$ Мэв$^{-1}$ и $\beta = 0{,}365$. Такие значения этих коэффициентов надежно установлены для большинства тяжелых ядер. $C^{I_0\,K_0}_{I_r\,K_r\,l,m}$ — коэффициенты Клебша—Гордана выражаемые формулой приведенной в монографии [5, стр. 404—412], а $l = 1, 3, 5$ и т. д. [5, стр. 117—120]. Можно без труда показать, что вычисленное отношение „долей“ α-частиц на второй и первый нижние уровни Np^{237} равно 1/5, тогда как эмпирическое отношение есть 3/5. Отношение-же этих „долей“ при α-переходах с изменением четности и без такового (ω_0/ω_{55}) вычисленное по [1] оказывается равным 10, а эмпирическое отношение выходит порядка 200. Для других поименованных ядер имеет место подобное-же обстоятельство. Таким образом нельзя объяснить распределение долей α-частиц по уровням тонкой структуры α-спектра, только лишь фактом изменения четности при переходах.

Попытка объяснить малые выходы на нижние уровни, учетом нецентрального E—1 взаимодействия α-частицы с дочерним ядром, сделанная ранее Престоном и Данковым [6] и [7] не привели к желаемому результату. Именно, отношение „долей“ α-частиц на нижние уровни указанных ядер оказалось, по их рассчетам, много меньше эмпирического.

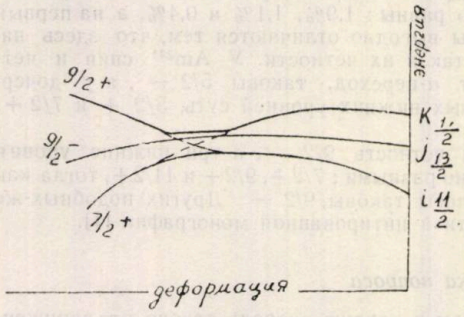


Рис. 1

Таким образом возникают две задачи: получить правильное соотношение выходов α-частиц на нижние уровни и объяснить причину того, что выходы на эти уровни значительно меньше чем на уровни главной полосы. Обе эти задачи мы намереваемся решить в рамках оболочечной модели ядер, которая рассматривает нечетное ядро как состоящее из ядерного остова и нечетного нуклона. С. Нильссон показал, что энергетические уровни нечетного нуклона отвечающие различным спинам и четностям, взятые как функции ядерной деформации η, пересекаются между собою в области больших значений относительной деформации. Это обстоятельство показано рис. 1, заимствованным из монографии [8]. В верхней части корреляционной диаграммы Нильссона мы находим не только двойные, но и тройные пересечения. В результате взаимодействия нечетного нуклона с ядерным остовом возникают адиабатические кривые изображенные на рис. 1. Для нас несущественно, достаточно того, что-бы неопределенность энергии в „точке“ пересечения была-бы значительно меньше энергии резонанса. Все три кривые рисунка относятся к равновесию достаточно стабильному. На этих кривых изображена лишь энергия нечетного нуклона относительно ядерного остова, к которой нужно добавить еще и энергию остова, чтобы иметь энергетические кривые отвечающие действительности.

Рассмотрим ядра, для которых однонуклонный потенциал не имеет центра симметрии, что и имеет место у зеркально-асимметричной (грушевидной) форме ядра. Если частота реориентации грушевидной формы окажется много меньше частоты однонуклонных переходов то четность уже не будет являться строгим интегралом движения (см. [5, стр. 117—120]).

Строго говоря здесь нужно рассматривать не „корреляционные“ кривые, а корреляционные пространства. Вместо кривых изображающих зависимость энергии нуклона от относительной ядерной деформации, следует рассматривать энергетические поверхности изображающие энергию как функцию двух переменных: ядерной дефор-

мации и параметра характеризующего асимметричную деформацию. Корреляционные диаграммы Нильссона будут, в таком случае, сечениями энергетических поверхностей координатной плоскостью „энергия—деформация".

В той или иной „точке" пересечения, окажутся возможными, как то легко видеть, „гибридные состояния" включающие в себя как различные спины, так и различные четности при отражении от плоскости перпендикулярной оси ядра. При этом и спины и четности относятся примерно к одной и той-же энергии. Те-же четности и спины, которые указываются на диаграммах переходов, относятся к состояниям входящим в гибриды с подавляюще наибольшими статистическими весами.

3. *Вероятности α-переходов*

Прежде чем делать необходимые расчеты введем в формулу (1) поправочный экспоненциальный фактор зависящий от энергии возбуждения ΔE. Этот фактор обусловлен двумя причинами. Первая из них уже указана в формуле (1), это изменение вероятности прохождения α-частицы сквозь потенциальный барьер, вследствии уменьшения ея кинетической энергии за счет возбуждения дочернего ядра. Вторая причина лежит в статистической модели ядер, согласно которой плотность возбужденных уровней растет вместе с ростом энергии возбуждения как $\exp(B\sqrt{\Delta E})$, коэффициент B для тяжелых ядер $\simeq 4$, если ΔE выражать в Мэв.

Для области сравнительно малых энергий возбуждения, примерно до 100 кэв, оба эти фактора, практически компенсируют друг друга, тогда как в области сравнительно больших энергий возбуждения приваллирует роль первого фактора, $\exp(-\alpha\,\Delta E)$.

Далее предполагаем, что „точка" тройного пересечения энергетических кривых на корреляционной диаграмме лежит в непосредственной близости от реальной равновесной деформации ядра, типа тех, которые указаны выше.

Энергия α-частицы, возникающей при переходе между основными уровнями материнского и дочернего ядер, выразится формулой подобной той, которая дается в теории резонанса, при пересечении энергетических кривых γ молекул

$$E_\alpha = \sqrt{E_1 E_2}, \quad E_{1,2} = (E_I + E_{II})/2 \pm \pm [(E_I - E_{II})^2 + 4V_{I,II}^2]^{1/2}/2. \tag{2}$$

Возможность того, что неопределенность энергии в „точке" пересечения окажется малой в сравнении с энергией резонанса показана в работе [9].

Обозначим „веса" уровней материнского ядра, одинаковых по четности нижним уровням дочернего, через a и b, а „вес" уровня с противоположной четностью через c, можем вычислить эти „веса" из отношений „долей" на нижние уровни дочернего ядра. Для примера рассмотрим α-распад $Cf^{249} \rightarrow Cm^{245}$, для которого схема переходов изображена на рис. 2.

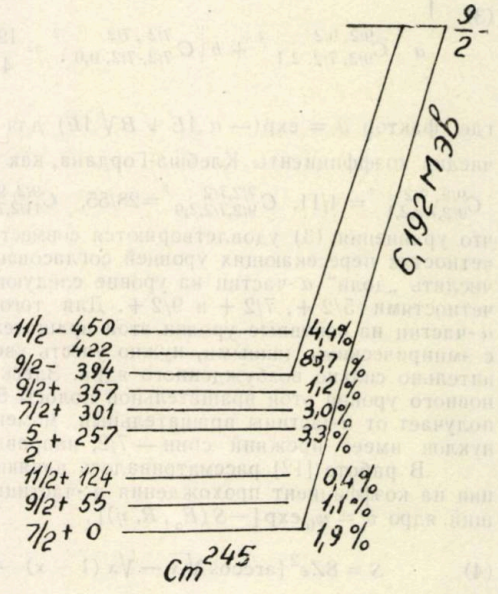


Рис. 2

Оказывается, что уравнения распадов на три нижние уровня Cm^{245} несовместимы между собою. Для того, что-бы получились, из подобных уравнений согласовывающиеся значения a, b и c достаточно сделать предположение о диффузности ядерной поверхности [10]. Разница в периодах распада Cf^{249} или Am^{241} и Po^{215} легко объясняется различием в энергиях α-частиц.

В работе [10] предполагается, что плотность ядерного вещества спадает, от своего максимального значения до нуля, не скачком, а плавно, образуя поверхностный

слой, толщина которого сравнима с ядерным радиусом. На рис. 3 изображен потенциальный барьер для α-частицы с учетом поверхностного слоя, а пунктиром прежний барьер.

Для нас существенно, то изменение коэффициента прохождения частицы, которое обусловлено наличием у нее момента $\hbar$. С помощью квази-классического приближения показано, для минимальных значений, что наличие у α-частицы момента количества движения, увеличивает эффективную ширину барьера с пониженной высотой. Если $l=0$, то α-частица пролетает поверхностный слой по одному из радиальных направлений, тогда как при $l\neq 0$ она должна описать гиперболическую орбиту, при этом оказывается, что разность эффективных „ширин" пропорциональна ея моменту. Это обстоятельство, в значительной мере компенсирует, для минимальных значений l, фактор $\exp[-\beta l(l+1)]$, что использовано также и в работе [11]. При больших значениях l центробежный барьер играет прежнюю роль, поэтому „вклады" от больших l невелики ибо фактор $\exp[-\beta l(l+1)]$ с избытком компенсирует значения квадратов коэффициентов Клебша-Гордана.

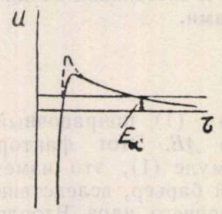


Рис. 3

Учитывая, что при переходах без изменения четности возможные значения механического момента α-частицы должны быть четно-кратными $\hbar$, а так-же то, что состояние ея при каждом l — простое, ибо $m=K_0-K_r$, а для данной вращательной полосы $K_r=K$, получим, с достаточной точностью

$$(3)\quad \begin{cases} a\left|C^{9/2,\,9/2}_{7/2,\,7/2,\,2,1}\right|^2+b\left|C^{7/2,\,7/2}_{7/2,\,7/2,\,0,0}\right|^2=\dfrac{19}{11}\left\{a\left|C^{9/2,\,9/2}_{9/2,\,7/2,\,2,1}\right|^2+b\left|C^{7/2,\,7/2}_{9/2,\,7/2,\,2,0}\right|^2\right\}\vartheta_1,\\ a\left|C^{9/2,\,9/2}_{9/2,\,7/2,\,2,1}\right|^2+b\left|C^{7/2,\,7/2}_{7/2,\,7/2,\,0,0}\right|^2=\dfrac{19}{4}\left\{a\left|C^{9/2,\,9/2}_{11/2,\,7/2,\,2,1}\right|^2+b\left|C^{7/2,\,7/2}_{11/2,\,7/2,\,2,0}\right|^2\right\}\vartheta_2, \end{cases}$$

где фактор $\vartheta=\exp(-\alpha\Delta E+B\sqrt{\Delta E})$ для $E=55$ кэв и 124 кэв соответственно. Вычислив коэффициенты Клебша-Гордана, как например $\left|C^{9/2,\,9/2}_{7/2,7/2,2,1}\right|^2=7/11$, $\left|C^{7/2,7/2}_{7/2,7/2,0,0}\right|^2=1$, $\left|C^{9/2,\,9/2}_{9/2,7/2,2,1}\right|^2=4/11$, $\left|C^{7/2,7/2}_{9/2,7/2,2,0}\right|^2=28/55$, $\left|C^{9/2,\,9/2}_{11/2,7/2,2,1}\right|^2=1/44$ и $\left|C^{7/2,7/2}_{11/2,7/2,2,0}\right|^2=2/55$, видим, что уравнения (3) удовлетворяются совместно при $b=4{,}5\,a$. При других спинах и четностях пересекающих уровней согласование не может быть достигнуто. Можно вычислить „доли" α-частиц на уровне следующей вращательной полосы со спинами и четностями: $5/2+$, $7/2+$ и $9/2+$. Для того, что-бы получить соотношение „долей" α-частиц на основные уровни этой вращательной полосы и нижней, согласующиеся с эмпирическими данными, нужно учесть увеличение относительной деформации сравнительно сильно возбужденного ядра. Здесь необходимо предположить, что спин основного уровня этой вращательной полосы $5/2+$ обусловлен тем, что ядерный остов получает от α-частицы вращательный момент равный единице, тогда как нечетный нуклон имеет прежний спин — $7/2$, направленный противоположно моменту остова.

В работе [12] рассматривалось влияние изменения величины ядерной деформации на коэффициент прохождения α-частицы сквозь потенциальный барьер окружающий ядро $w=w_0\exp[-S(E_\alpha, R, \eta)]$,

$$(4)\qquad S=8Ze^2[\arccos\sqrt{x}-\sqrt{x(1-x)}-4\sqrt{x(1-x)}\,\eta_{\max}/5]/(\hbar v),\quad x=E_\alpha/V.$$

Отличие от обычной формулы заключено в показательном члене сотносительной деформацией $\eta_{\max}$, остальные обозначения таковы: Ze — электрический заряд дочернего ядра, V—максимальная высота потенциального барьера, v и E_α — скорость и энергия α-частицы: $v=1{,}4\cdot10^9$ см/сек, $E_\alpha=6{,}2$ Мэв, а V для тяжелых ядер $\simeq 30$ Мэв.

Следовательно, отношение „долей" α-частиц на основные уровни указанных вращательных полос будет равно

$$w_{275}/w_0\simeq\left|C^{7/2,\,7/2}_{5/2,5/2,\,2,1}\right|^2\exp[(-\alpha\Delta E+8Ze^2\sqrt{x}\,\Delta\eta/(\hbar v)].$$

Приняв гипотезу о вращательном возбуждении ядерного остова, на нижнем уровне второй вращательной полосы, можем отнести изменение относительной деформации $\Delta\eta$ на счет центробежного растяжения выражаемого формулой работы [13]

$$\Delta\eta = \zeta kI(I+1)/C, \tag{5}$$

где: C — поверхностный коэффициент, k — постоянная связи нуклона с поверхностью, и ζ —коэффициент пропорциональности ($\zeta \simeq 0{,}1$). Заимствуя C и k из работы [14] именно: $C = 65$ Мэв и $k = 20$ Мэв получим $\Delta\eta \simeq 0{,}075$.

Энергию возбуждения ядерного остова можно вычислить по разности энергий двух уровней нижней вращательной полосы, относя ее к спину остова равному единицы, отсюда $\Delta E_\gamma \simeq 12$ кэв. Поэтому статистический фактор $\exp(B\sqrt{\Delta E})$ дает лишь малую поправку. Рассматриваемое отношение, в основном, определяется лишь двумя факторами, фактором $\exp(-\alpha\Delta E)$ (при $\Delta E = 275$ кэв) и фактором увеличения коэффициента прохождения от изменения деформации. Окончательно получается отношение „долей" весьма близкое к эмпирическому 3,3% : 1,9%.

Исходя из сравнения „долей" α-частиц на основные уровни главной вращательной полосы и нижней, возможно оценить величины a, b и c. Используя соотношение $b = 4{,}5\ a$, а так-же

$$[c/(7a/11 + b)]\exp(-\alpha\Delta E) = 85\%:1{,}9\%$$

получим

$$a \simeq 0{,}05\%\ c \quad \text{и} \quad b \simeq 0{,}25\%\ c\,.$$

4. *Вычисление асимметричной деформации*

Заселенности уровней, т. е. „веса" состояний a, b, c вычисляются во втором приближении теории возмущений квантовой механики для вырожденных уровней.

Посколько, полный механический момент ядра не может изменяться вдоль адиабатической кривой, то согласно рис. 1, должен изменяться, на одну квантовую единицу, момент остова, подобно переходу от объединенных атомов к разъединенным в теории молекул. Матричный элемент такого перехода, согласно работе [13] таков, $H_{01} = \sqrt{[5/(4\pi)]}\,k\,\{[3K_0^2 - I_0(I_0+1)]/[4I_0(I_0+1)]\}\,\Delta\eta$, а изменение ядерной энергии при деформации $\Delta E_c = \{\sqrt{[5/(4\pi)]}\,k\,[3K_0^2 - I_0(I_0+1)]/[4I_0(I_0+1)] - C\}\,\Delta\eta$. Ранее были приведены значения I_0 и K, величина $\Delta\eta$, энергия связи нуклона с поверхностью ядра — k и поверхностный коэффициент C. Матричный элемент возмущения асимметричной деформацией можно записать в виде ξM_{sc} где ξ —малый безразмерный параметр характеризующий асимметричную деформацию. Диагональный матричный элемент этого возмущения равен нулю, так как оператор возмущающей энергии предполагается асимметричным относительно указанного отражения. Недиагональные же матричные элементы отличны от нуля когда четности уровней различны.

Взаимодействие между пересекающимися уровнями различной $\pm$ четности осуществляется спин-орбитальным взаимодействием непарного нуклона с ядерным остовом, которое заимствуется из монографии [15].

Разлагая, как то обычно и делается, асимметричный одно-нуклонный потенциал в ряд по сферическим гармоникам

$$V(r;\theta) = V_0(r)\,[1 + \xi(r/R_c)\,P_1(\cos\theta) + \ldots],$$

без особого труда вычисляются как диагональные, так и недиагональные матричные элементы ξM_{sc}, в обычном предположении осциляторного потенциала $V_0(r)$. Матричный-же элемент $(r/R_c)\,P_1(\cos\theta)$ легко находится, если однонуклонные ψ-функции брать в сферическом потенциальном колодце, для $j = 7/2 +$ и $j = 9/2 -$. Тот-же матричный элемент можно вычислить по эмпирической вероятности $E-1$ переходов, с величиной согласующейся с опытной. Отсюда $H_{01} = 0{,}3$ Мэв, $M_{ac} \simeq M_{bc} \simeq 0{,}25$ Мэв, $\Delta E_c \simeq 1$ Мэв и $V_{aa}^{(0)}, V_{bb}^{(0)}, V_{cc}^{(0)}$ оказывается такого-же порядка как и расстояние между уровнями деформированного ядра (0,5 Мэв).

Из квантово-механических соотношений

$$(6)\qquad \begin{cases} a \simeq \xi^2 \left| [M_{ac}/(V_{aa}+V_{cc})]\,(H_{01}/\Delta E_c) \right|/c, \\ b \simeq \xi^2 \left| [M_{bc}/(V_{bb}+V_{cc})]\,(H_{01}/\Delta E_c) \right|/c. \end{cases}$$

Величина параметра асимметричной деформации выходит не большей чем 1/10, что согласуется с другими ея оценками.

В динамической теории α-распада по [16] предполагается, что α-частица образуется в самом процессе распада, при этом непарный нуклон „связывается" с одним из нуклонов внутренних оболочек, имеющим противоположный спин и четность. В рассмотренных случаях, непарный нуклон дочернего ядра имеет четность противоположную четности непарного нуклона материнского ядра, то етот последний может „связаться" с внутренним нуклоном лишь тогда когда первый заселяет пересекающие уровни с той-же четностью, что и непарный нуклон дочернего ядра. Ввиду малости заселенностей пересекающих уровней ($a \simeq 0{,}05\%$ и $b \simeq 0{,}25\%$) и возникают сильно затрудненные α-переходы на нижние уровни рассмотренных ядер, характеризующиеся четностью противоположной четности основного уровня материнского ядра.

Поступила 6 I 1961 г.

Кишиневский государственный университет, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Джелепов Б. С., Перек Л. К., *Схемы распада радиоактивных ядер,* Изд. АН СССР, 1958, стр. 720—755.
2. Тер-Мартиросян К. И., Изв. АН СССР, сер. физич., 1956, *20*, стр. 869.
3. Гольдин Л. Л., Пекер Л. К., Новикова Г. И., УФН, 1956, **X**, *3*, стр. 459.
4. Рыжанов Р. Г., Атомн. энерг., 1958, **4**, *1*, стр. 80; ЖЭТФ, 1959, **36**, *3*, стр. 928.
5. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М., *Квантовая механика*, ч. **1**, ГИТТЛ, М., 1948.
6. Preston M. A., Phys. Rev., 1951, **82**, p. 515.
7. Dancoff S. M., Atomic Energy Commiss. USA., 1950, p. 2853.
8. Нильссон С., В сб. *Деформация атомного ядер,* ИЛ, М., 1958, стр. 232—304.
9. Струтинский В. М., Атомн. энерг., 1956, **2**, *4*, стр. 150.
10. Tolhoek H. A., Brussard P. T., Physica, 1955, **21**, p. 449.
11. Бор О., Фреман П., Моттельсон Б., Пробл. современ. физ., 1956, *1*, стр. 94—105.
12. Слив Л. А., Пекер Л. К., ДАН СССР, 1954, **99**, стр. 727.
13. — Изв. АН СССС, сер. физ., 1955, *19*, стр. 355.
14. Ford K., Phys. Rev., 1954, **95**, p. 1250.
15. Гейзенберг В., *Теориа атомного ядра,* ИЛ, М., 1953, стр. 23—40.
16. Perlman I., Ghiorso A., Seaborg G. T., Phys. Rev., 1950, **77**, p. 26.

THE INTERSECTION OF THE LEVEL POWER SURFACES IN HEAVY NUCLEI AND VERY-DIFFICULT α-TRANSITION

(Summary)

In order to explain the very difficult α-transitions with the change of evenness, a supposition about an intersection of nuclei power surfaces in nuclei with a diffusive limit is done on the low levels of some heavy nuclei. Out of the empirical facts one becomes a coefficient of asymmetrical coordinates which agrees with the appreciations of other methods.

INTERSECŢIA SUPRAFEŢELOR ENERGETICE DE NIVEL LA NUCLEELE GRELE ŞI TRANZIŢIE α FOARTE DIFICILĂ

(Rezumat)

În vederea explicării tranziţiei α foarte dificile, cu schimbarea parităţii, s-a făcut presupunerea relativă la intersecţia suprafeţelor energetice de nivel în nucleele cu limită difuză. Din datele experimentale s-a obţinut un coeficient de deformaţie asimetrică a cărui mărime concordă cu evaluările obţinute pe alte căi.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 531.717

DISPOZITIV PENTRU CONTROLUL NIVELULUI LA LICHIDE

DE

RADU VASILIU

Comunicare prezentată în sesiunea științifică a Institutului politehnic din Iași, din 4–6 februarie 1960

Printre numeroasele utilizări ale izotopilor radioactivi un loc important îl ocupă dispozitivele de măsurare și control — utilizate în diferite procese tehnologice — a căror funcționare se bazează pe proprietățile radiațiilor emise de izotopii radioactivi, ionizare, absorbție, retrodifuzie etc.

Controlul și reglarea parametrilor ce intervin în procesele tehnologice constituie un factor important în procesul de producție, de aceea s-au imaginat numeroase dispozitive pentru măsurarea și reglarea acestor parametri, tinzîndu-se la automatizarea completă, astfel încît intervenția omului în procesul tehnologic să fie cît mai redusă.

Pentru controlul nivelului lichidelor există numeroase dispozitive bazate pe principii diferite, de exemplu: mecanice, electrice, optice, radioactive etc. Cele mai utilizate sînt cele electrice, deoarece se pretează mai bine la automatizare.

În ultimul timp s-au dezvoltat considerabil sistemele de automatizare care folosesc izotopii radioactivi. Cu ajutorul acestor dispozitive se poate măsura cu ușurință nivelul lichidelor din vasele închise, din vasele cu substanțe agresive sau sub presiuni ridicate, semnalul fiind emis din interiorul vasului iar dispozitivul de măsurare fiind plasat în exterior.

Există numeroase tipuri de nivelmetre bazate pe proprietățile izotopilor radioactivi, în cea mai mare parte construite în institutele de automatizare din U. R. S. S. [1], [2], [3]. Aceste dispozitive se bazează pe fenomenul de ionizare produs în special la radiația gama a substanțelor radioactive, și pe absorbție, difuzie sau pe variația distanței dintre sursă și organul sensibil al dispozitivului de măsurare.

Fiecare din aceste sisteme prezintă avantaje și dezavantaje care îl fac utilizabil numai în anumite domenii de măsurare.

În lucrarea de față este expusă construcția și funcționarea unui dispozitiv bazat pe fenomenul de absorbție a radiației gama, destinat pentru controlul unui anumit nivel dinainte fixat. Dispozitivul prezintă o

variantă în care s-a urmărit obţinerea unei variaţii mari a curentului de ionizare, pentru o variaţie mică a nivelului lichidului, sursa radioactivă şi dispozitivul de măsurare fiind fixe, iar activitatea sursei radioactive redusă.

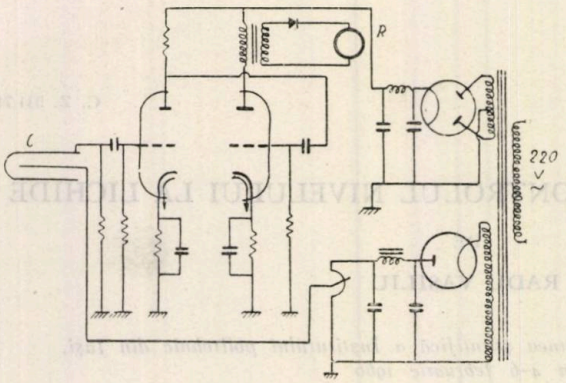


Fig. 1

Avantajul dispozitivului constă în aceea că sursa fiind fixă, poate fi mai bine blindată, ceea ce satisface condiţia de securitate a personalului care deserveşte instalaţia şi lucrează în imediata apropiere a dispozitivului. Absorbţia radiaţiei se face cu un ecran de plumb care urmăreşte mişcarea nivelului lichidului din vas. Ecranul de plumb este dimensionat pentru a reduce la jumătate intensitatea radiaţiei emise de sursa radioactivă; în acest mod curentul de ionizare produs de contor înregistrează o variaţie apreciabilă în momentul absorbţiei.

Dispozitivul (fig. 1) este compus dintr-o sursă care emite raze gama — se preferă Co^{60} — care emite două cuante gama cu energiile de: 1,33 şi 1,17 MeV, radiaţii puternic penetrante.

Sursa, acoperită de un ecran de plumb prevăzut cu o fantă, este introdusă în vasul al cărui nivel trebuie reglat şi este aşezată la nivelul dorit. În exteriorul vasului, la acelaşi nivel, se găseşte contorul dispozitivului de măsurare. Între sursă şi contor, în interiorul vasului, se deplasează un plutitor prevăzut cu un ecran de plumb a cărui grosime este egală cu aceea de înjumătăţire a intensităţii radiaţiei, sau mai mare. Pentru radiaţia gama a Co^{60}, grosimea de înjumătăţire pentru plumb este de 1,06 cm.

Dispozitivul funcţionează cu plutitorul la nivelul fixat încît radiaţia este oprită de ecranul de plumb şi astfel contorul primeşte o radiaţie atenuată, funcţionarea lui în plin fiind limitată la un timp mai scurt. La scăderea nivelului prin scoborîrea plutitorului şi deci a ecranului de plumb, intensitatea radiaţiei care ajunge la contor creşte brusc ceea ce atrage o creştere bruscă a curentului de ionizare care comandă dispozitivul de semnalizare.

Dispozitivul de măsurare, indicat în fig. 2, conţine: contorul *C* pentru raze gama, blocul electronic *A*, compus din sursa de înaltă tensiune care alimentează contorul, sursa de joasă tensiune, formată dintr-un redresor cu dublă diodă, pentru alimentarea circuitelor electronice şi un amplificator cu două etaje de amplificare cu o dublă triodă ECC40.

Ultimul etaj al amplificatorului are la ieşire un transformator al cărui circuit secundar este legat, printr-o diodă cu germaniu, la un in-

strument de măsurare sau la un releu de semnalizare acustică sau optică. În circuitul releului se obţine o variaţie de curent de circa 10 mA. Întregul sistem este alimentat de la reţeaua de curent alternativ de 220 V. Releul montat în circuitul de ieşire al amplificatorului poate comanda, pe lîngă dispozitivul de semnalizare, un dispozitiv de acţionare a unui ventil care să se deschidă la scăderea nivelului şi să se închidă cînd lichidul ajunge la nivelul fixat.

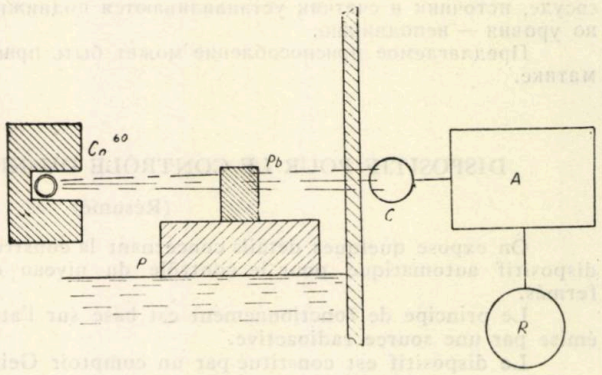


Fig. 2

Acest dispozitiv prezintă avantajul că sursa radioactivă poate avea activitate redusă, se află în interiorul vasului în care se măsoară nivelul şi este fixă, putînd fi astfel suficient ecranată pentru a se asigura securitatea personalului de deservire a instalaţiei. Cu un dispozitiv electronic redus se poate obţine un semnal de intensitate mare şi astfel dispozitivul de comandă nu necesită un releu prea sensibil.

Dispozitivul se pretează la automatizarea proceselor tehnologice.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie fizică

BIBLIOGRAFIE

1. Нейман М. Б., Хим. наука и пром., 1956, *1*, стр. 61—74.
2. Иордан Г. Г., Приборостр., 1956, *1*, стр. 4.
3. Нейман М. Б., Изм. техн., 1955, *1*, стр. 14.
4. Гущин И. В. и др., Автом. и Телемех., 1957, **XVIII**, *9*, стр. 814.

ПРИБОР ДЛЯ КОНТРОЛЯ УРОВНЯ ЖИДКОСТИ

(Резюме)

Дается построение и работа автоматического прибора для контроля уровня жидкости в закрытом сосуде.

Работа прибора основана на затухании гамма-излучения испускаемом радиоактивным источником.

Прибор состоит из счетчика Гейгера-Мюллера (используемого как чуствительная деталь), источника высокого напряжения, усилителя и интегрирующей группы.

Вся установка питается переменнным током в 220 V.

Радиоактивный источник помещается внутри сосуда, а счетчик Гейгера-Мюллера вне его. На поверхности жидкости находится поплавок несущий свинцовый экран.

При повышении уровня жудкости экран попадает между источником света и счетчиком и ослабляет пучек гамма-лучей исходящий от радиоактивного источника, а электронное приспособление управляет звуковым или оптическим сигналом.

Малые изменения уровня жидкости создают большие изменения тока в конечной ступени усилителя (приблизительно 10 mA), что значительно упрощает передаточное приспособление. Является возможность ползоваться радиоактивным источником малой активности.

При использовании предлагаемого прибора для измерения уровня жидкости в сосуде, источник и счетчик устанавливаются подвижно, а для проверки предварительно уровня — неподвижно.

Предлагаемое приспособление может быть применимо в производственной автоматике.

DISPOSITIF POUR LE CONTRÔLE DU NIVEAU DES LIQUIDES

(Résumé)

On expose quelques détails concernant la construction et le fonctionnement d'un dispositif automatique pour le contrôle du niveau des liquides dans des récipients fermés.

Le principe de fonctionnement est basé sur l'aténuation de la radiation gamma émise par une source radioactive.

Le dispositif est constitué par un comptoir Geiger-Müller, une source de haute tension, un amplificateur et un groupe intégrateur. L'installation est alimentée en courant alternatif, à 220 V.

La source radioactive est placée à l'intérieur, et le comptoir Geiger-Müller, à l'extérieur du vaisseau. Sur la surface du liquide nage un floteur qui soutient un écrane de Pb.

Si le niveau du liquide monte, l'écrane s'interpose entre la source et le comptoir et aténue l'intensité du faisceau de rayons gamma émis par la source radioactive et le dispositif électronique commande un signal acoustique ou optique.

Des variation petites du niveau du liquide déterminent des variations sensibles du courant dans l'étage final de l'amplificateur (cca 10 mA), ce qui contribue à la simplification du dispositif de commande. On peut utiliser une source radioactive ayant une activité faible.

Le dispositif peut être utilisé pour la mesure du niveau du liquide dans le vaisseau — dans ce cas la source et le comptoir sont mobiles — ou bien pour le controle d'un certain niveau préétabli, la source et le comptoir étant dans ce cas fixes.

Le dispositif peut être utilisé pour l'automatisation industrielle.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 541.1

STUDIUL TERMODINAMIC ŞI CINETIC AL SISTEMULUI ACETAT DE *n*-BUTIL — APĂ

NOTA I

DE

M. ŞCHIOPU, OLIMPIA BOŢ şi VIORICA ONU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Ca produs tehnic, acetatul de *n*-butil este un solvent foarte mult întrebuinţat în diverse industrii. În ţara noastră produsul tehnic este controlat de STAS 904—56.

La utilizarea acestui solvent se pune de multe ori problema recuperării sale din soluţii apoase, ceea ce se realizează în general prin fracţionarea azeotropului respectiv. Cantitatea de acetat de butil care trece în faza apoasă este determinată atît de procetul de dizolvare cît şi de cel de hidroliză. În practică, recuperarea din soluţiile apoase reuşeşte numai în proporţie redusă.

Deşi este utilizat în mari cantităţi, în literatură nu se găsesc suficiente date asupra constantelor fizico-chimice atît ale esterului pur, cît şi ale sistemului binar acetat—apă. Această situaţie ne-a determinat să întreprindem un studiu care să ofere datele ce lipsesc din literatură şi să completeze sau să verifice pe cele existente. În lucrarea de faţă se expun o serie de date experimentale asupra acetatului de *n*-butil, relative la presiunea de vapori, căldura de formare, densitatea, indicele de refracţie, tensiunea superficială şi coeficientul de viscozitate.

2. Prepararea substanţei

Acetatul de *n*-butil chimic pur comercial nu are un grad de puritate suficient, deoarece distilă într-un interval de temperatură de 1,5 °C. Substanţa utilizată în determinările noastre a fost purificată prin operaţii repetate de rectificare într-o coloană de sticlă de tip Braun, cu 40 talere, încălzită în exterior. După 3...4 fracţionări repetate am obţinut un produs care distilă integral într-un interval de temperaturi de ordinul 0,01 °C.

3. Determinarea presiunii de vapori

În literatură lipsesc date asupra curbei presiunii de vapori.

Instalaţia pentru determinarea presiunii de vapori a fost realizată dintr-un balon încălzit electric, un condensator de reflux de la coloanele de distilare tip de laborator produse de firma Schott und Gen. Jena, un manostat şi un manometru cu mercur. Temperatura s-a măsurat cu ajutorul termometrelor cu mercur, divizate în 0,1 °C şi verificate cu ajutorul apei pure în aceeaşi instalaţie. Lectura la termometru s-a făcut cu ajutorul unei lunete speciale. Deoarece conducta de vapori în care era plasat termometrul avea pereţi dubli, cu spaţiul dintre ei evacuat, temperatura de echilibru se menţinea constantă, cu excepţia momentelor în care se scurgea condensatul format în jurul şlifului termometrului şi care provoca o scădere temporară a temperaturii, de ordinul 0,1 °C. Datele obţinute sînt redate în tabelul 1.

Tabelul 1

t °C	p (exp.) mm Hg	p (calc.) mm Hg	t °C	p (exp.) mm Hg	p (calc.) mm Hg
125,52	759,6	759,6	108,19	448,3	450,0
125,03	747,9	749,0	104,62	398,2	400,6
122,62	696,8	696,9	100,68	351,2	351,2
120,19	648,1	651,0	96,32	301,2	302,2
117,35	597,5	598,2	85,18	200,1	201,3
114,51	547,6	548,6	77,86	151,2	151,2
111,45	497,5	499,0	68,00	99,9	100,2

Din aceste date s-a calculat valoarea numerică a coeficienților cu relația:

$$\log p = 35{,}52151 - 3{,}54163.10^3\, T^{-1} - 9{,}13533 \log T,$$

unde p este exprimat în mm Hg. Pentru comparație, în tabelul 1 au fost introduse și datele calculate cu ajutorul acestei formule.

Cu această formulă s-au obținut valorile din tabelele 2 și 3, mai comode pentru interpolări.

Tabelul 2

t °C	p mm Hg	t °C	p mm Hg	t °C	p mm Hg
0	1,96	50	43,4	100	343,1
10	4,18	60	70,1	110	476,7
20	8,00	70	107,8	120	647,4
30	14,7	80	164,7	130	860,9
40	25,9	90	242,1		

Tabelul 3

p (mm Hg)	1	10	20	100	200	400	760
t °C	—8,7	23,5	35,4	68,0	85,0	104,6	125,5

Pentru punctul normal de fierbere rezultă:

$$t_{f_{760}} = 125{,}53\,°C \text{ și } (dt/dp)_{760} = 0{,}0463 \text{ grd/mm Hg.}$$

Pentru punctul normal de fierbere, în literatură se găsesc date care oscilează între 125 °C și 126,5 °C.

Din formula de interpolare de mai sus, se calculează căldura latentă de vaporizare:

$$L_v = RT^2 (d\ln p/dT) = 16{,}20 - 1{,}816.10^{-2}\, T \text{ kcal.mol}^{-1}.$$

La temperatura normală de fierbere obținem:

$$L_v = 8{,}97 \text{ kcal.mol}^{-1} = 77{,}2 \text{ cal.g}^{-1}.$$

Această valoare concordă satisfăcător cu valorile din literatură, de 8,58 kcal.mol^{-1} la 124 °C [1] şi 77,4 cal.g^{-1} [2].

Entropia de vaporizare este:

$$\Delta S = L_v/T_f = 22{,}5 \text{ cal.mol}^{-1}.\text{grd}^{-1}.$$

4. Determinarea căldurii de combustie

Aceste date lipsesc din literatură.

Pentru determinarea căldurii de combustie ne-am servit de bomba calorimetrică. Arderea substanţelor lichide în acest aparat este o problemă încă nerezolvată definitiv. Noi am obţinut rezultate satisfăcătoare prin următorul procedeu. Lichidul a fost cîntărit într-o fiolă confecţionată dintr-un tub cu pereţi subţiri, de diametru 6 mm, din sticlă uşor fuzibilă. Pentru a asigura spargerea fiolei, la capătul său de jos s-a suflat o bulă cu pereţi foarte subţiri. În partea de sus fiola se termină cu un capilar îndoit în jos pînă la mijlocul fiolei. Capătul capilarei a fost topit la flacără pînă a rămas un orificiu cu diametrul de aproximativ 0,05 mm. Prin acest orificiu nu se evaporă timp de cîteva ore o cantitate de lichid decelabilă la balanţa analitică. Acest orificiu serveşte pentru egalarea presiunii oxigenului în interiorul fiolei şi în exteriorul său, pentru a evita spargerea sa prematură. Fiola s-a atîrnat de un cîrlig de cuarţ fixat în capacul bombei şi a fost învelită cu un sac de celuloză pură care se aprinde de la firul de fier. Forma alungită a fiolei asigură un contact bun cu oxigenul şi o ardere practic fără reziduu de cărbune. Un creuzet de Pt sau de cuarţ aşezat sub fiolă nu aduce nici un avantaj.

Am obţinut pentru căldura de combustie:

$$-\Delta H_c^\circ = 828{,}6 \text{ kcal.mol}^{-1}.$$

De aici am calculat valoarea entalpiei de formare:

$$\Delta H_{f298}^\circ = -145{,}7 \text{ kcal.mol}^{-1}.$$

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

5. Determinarea densităţii

Pentru densitate am obţinut valorile date în tabelul 4.

Tabelul 4

t (°C)	20	25	30	35	40
ϱ (g. ml^{-1})	0,88148	0,87670	0,87136	0,86630	0,86140

De aici se calculează coeficientul de dilatare cubică în acest interval de temperaturi:

$$\beta = (\text{d}\ln V/\text{d}T)_p = 1{,}15.10^{-3} \text{ grd}^{-1}.$$

6. Determinarea indicelui de refracţie

S-au găsit următoarele valori:

$$n_D(20\,°\text{C}) = 1{,}3943, \quad n_D(25\,°\text{C}) = 1{,}3920.$$

Aceste valori diferă puţin de cea indicată în literatură ($n_D(20\,°\text{C}) = 1{,}3951$). Pentru refracţia molară se obţine:

$$R_M(\text{exp}) = 31{,}543 \text{ ml.mol}^{-1},$$

în bun acord cu valoarea calculată de 31,526 ml.mol^{-1}.

7. Determinarea tensiunii superficiale

Pentru tensiunea superficială la contactul cu aerul s-a găsit :

$$\gamma\,(20\,^{\circ}C) = 22{,}3 \text{ dine.cm}^{-1},$$

de unde se obţine valoarea paracorului :

$$P\,(\text{exp}) = 286.$$

Valoarea paracorului calculată pe baza aditivităţii este 270,8.

8. Determinarea coeficientului de viscozitate

Valorile determinate sînt date în tabelul 5.

Tabelul 5

t (°C)	20	25	30	35	40
η (cP)	0,732	0,688	0,638	0,601	0,563

Aceste rezultate sînt în bun acord cu datele din literatură [1].

9. Concluzii

S-au determinat principalele constante fizico-chimice ale acetatului de *n*-butil, care, în parte, lipseau din literatură. Prin stabilirea unor valori precise pentru punctul normal de fierbere, densitatea şi indicele de refracţie, se oferă criterii pentru a aprecia puritatea unui preparat.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie fizică

BIBLIOGRAFIE

1. *** *Manualul Inginerului Chimist,* Ed. Tehn., Buc., 1952, v. **II.**
2. Scheflan L., Jacobs M. B., *The Handbook of Solvents,* New York, 1953.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ И КИНЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМЫ АЦЕТАТ *n*-БУТИЛ — ВОДА

Заметка I

(Резюме)

Определяется давление пара, теплоту сгорания, плотность, показателя преломления, поверхностное натяжение и коэффициент вязкости чистого ацетата *n*-бутила. Большинство этих данных отсутствуют в литературе.

L'ÉTUDE THERMODYNAMIQUE ET CINÉTIQUE DU SYSTÈME ACÉTATE DE *n*-BUTYLE—EAU

Note I

(Résumé)

On détermine la pression de vapeur, la chaleur de combustion, la densité, l'indice de refraction, la tension superficielle et le coefficient de viscosité de l'acétate de *n*-butyle pur. La plupart de ces valeurs ne se trouvent pas dans la littérature.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 541.135

CARACTERISTICI POLAROGRAGRAFICE ŞI OSCILOGRAFICE ALE IONILOR DE Pb, Cd ŞI Zn IN SOLUŢII DE AZOTIŢI ŞI AZOTAŢI

DE

GH. BURLACU, CORNELIA IOAN şi RODICA ŞMOCOT

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi 4—6 februarie 1960

1. Introducere

În cîteva Note precedente [1], [2], [3] am arătat că soluţiile de azotiţi pot fi folosite cu succes în polarografie, la dozarea unor ioni, servind atît ca electrolit indiferent cît şi drept complexant. Întrucît în literatura polarografică nu se citează pînă acum aceste soluţii de bază ne-am propus să studiem aplicarea lor la un număr cît mai mare posibil de elemente şi să dăm cîteva din caracteristicile lor mai importante. În Nota de faţă ne ocupăm de cîteva caracteristici ale ionilor de Pb, Cd şi Zn în soluţii de azotiţi, studiate pe cale polarografică şi oscilografică.

În primul rînd soluţiile menţionate convin foarte bine pentru dozarea acestor ioni [1], [2] deoarece dau praguri nete, foarte bine separate unele de altele. În plus soluţiile de azotit dizolvă $PbSO_4$ care se formează prin dezagregarea sulfurilor de plumb în oxidanţi, iar înălţimea treptelor este direct proporţională cu concentraţia în ionii respectivi, încît nu este necesară o curbă de etalonare. Pe de altă parte deplasarea potenţialului jumătăţii de treaptă cu concentraţia în azotit indică formarea unor complecşi [4].

2. Reversibilitatea reacţiei pe electrod

Înainte de a urmări comportarea ionilor de Pb, Cd şi Zn în soluţii de azotiţi am cercetat reversibilitatea reacţiei pe electrod folosind ca soluţii de bază $NaNO_3$ sau KNO_3 utilizînd relaţia [5]:

$$E = E_{1/2} + (0{,}0591/2) \log [(i_d - i)/i].$$

Pentru o soluţie formată din: 2 ml Pb^{+2} 0,01 m + 4ml $NaNO_3$ 0,5 m + + 1 ml gelatină 0,2 % + 13 ml H_2O şi lucrînd cu un electrod de calomel saturat se obţin valorile din tabelul 1.

În calcule au fost folosite următoarele date: înălţimea limită $i_d = 68{,}3$ mm şi $E_{1/2} = 0{,}410$ *V*.

Din datele tabelului 1 rezultă pentru $(E - E_{1/2})/\{\log[(i_d - i)/i]\}$ o valoare medie de 0,0688 în timp ce valoarea teoretică ar trebui să fie $2{,}3[RT/(nF)] = 0{,}0591/2$ la 20°C. Deci reacţia este ireversibilă.

Tabelul 1

Nr. crt.	E V	Înălţimea pragului mm	$\frac{E-E_{1/2}}{\log[(i_d-i)/i]}$
1	0,260	0,37	0,067
2	0,280	0,51	0,061
3	0,300	0,81	0,052
4	0,320	1,63	0,055
5	0,340	4,07	0,058
6	0,360	9,70	0,064
7	0,380	18,70	0,071
8	0,440	48,00	0,080
9	0,460	55,40	0,078
10	0,540	66,80	0,078
11	0,580	68,20	0,073

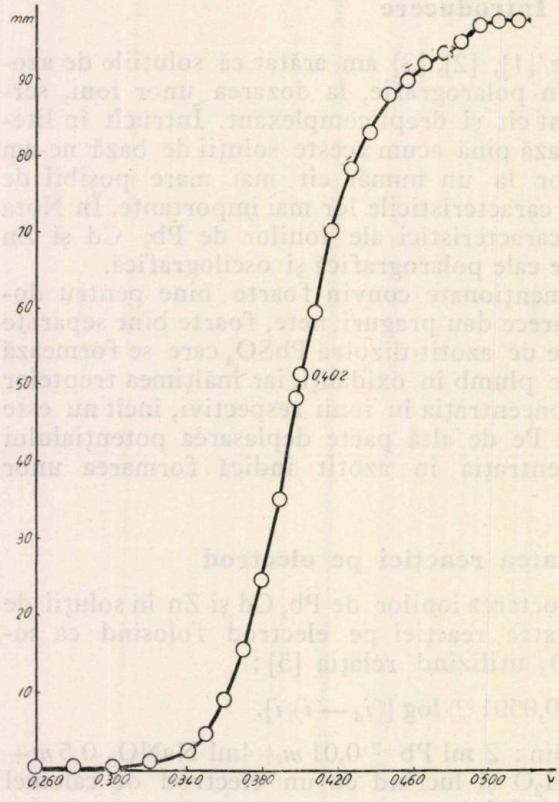


Fig. 1

Pentru o soluţie saturată de KNO_3 care cuprinde: 2 ml Pb^{+2} + 17 ml KNO_3 sat + 1 ml gel se obţine pentru $(E - E_{1/2})/\{\log[(i_d - i)/i]\}$ o valoare medie de 0,042, adică reacţia este ireversibilă, dar într-o mai mică măsură ca în primul caz. Acest aspect rezulta clar pe curbele oscilografice, atît pe curbele $v = f(t)$, dar în special pe curbele $dv/dt = f(v)$ unde apar net două praguri pe ramura catodică şi un singur prag pe cea anodică, punîndu-se totodată în evidenţă caracterul accentuat ireversibil al reacţiei cînd soluţia de azotat este diluată (0,1 moli) (fig. 5).

Pe măsură ce concentraţia soluţiei de azotat creşte începînd de la 0,4 moli un prag tinde spre acelaşi potenţial de reducere şi de oxidare, dar un prag de reducere nu-şi are corespondentul de oxidare şi este foarte probabil ca ireversibilitatea reacţiei să provină din acest fapt (v. fig. 11 precum şi fig. 6 şi 7).

Tokuoka şi Ruzicka [6], studiind comportarea polarografică a unor elemente ca: La, Ce, Mg, Ca, Sr, în azotaţi, găsesc un prag care ar fi datorat, după ei, formării unor complecşi cu ionul NO_3^-. În cazul Pb acest prag nu se poate pune în evidenţă

decît foarte slab. Noi am observat o tendinţă de formare a unui al doilea prag polarografic la o soluţie formată din: 2 ml Pb^{+2} 0,01 m + 17 ml $NaNO_3$ 0,5 m + 1 ml gel (fig. 1).

De asemenea Kazi J. Hemlata şi C. M. Desai [7] studiind amestecurile de $Pb(NO_3)_2 + KNO_3$ şi bazîndu-se pe variaţia tensiunii superficiale. bănuiesc că s-ar forma un echilibru unde ar exista o serie de complecşi de forma:

$$Me^{+1} + Pb^{+2} + NO_3^{-1} \rightleftarrows Me\,[Pb(NO_3)_3] \rightleftarrows Me_2\,[Pb(NO_3)_4] \rightleftarrows$$

$$\rightleftarrows Me_4\,[Pb(NO_3)_6]$$

Faptul că pe curbele polarografice nu apar pragurile datorate complecşilor şi apare numai pragul Pb^{+2} este o consecinţă a faptului că viteza de disociere a complecşilor este mai mare ca viteza de reducere.

Pe cale oscilografică însă aceste praguri sînt puse în evidenţă şi se vede că ele se conturează cu atît mai puternic cu cît creşte concentraţia în azotat (fig. 5, 6, 7). Însă potenţialele de depunere ale acestor complecşi sînt foarte apropiate şi se suprapun.

Un argument în favoarea tezei formării acestor complecşi îl oferă oscilogramele din fig. 6, 8 şi 9 care arată adîncirea pragului datorit ionului Pb^{+2} cu creşterea concentraţiei în $Pb(NO_3)_2$.

Dacă creşte concentraţia în azotit atunci reversibilitatea reacţiei creşte şi pentru o soluţie formată din: 2 ml Pb^{+2} 0,01 m + 17 ml $NaNO_2$ sat. + 1 gel 0,2%, lucrîndu-se cu electrodul de calomel saturat la 25°C, se obţin valorile cuprinse în tabelul 2.

Tabelul 2

Nr. crt.	E V	Înălţimea pragului mm	$\frac{E - E_{1/2}}{\log[(i_d - i)/i]}$
1	0,470	1,9	0,0287
2	0,480	4,2	0,0290
3	0,490	8,3	0,0283
4	0,495	11,4	0,0278
5	0,500	15,3	0,0270
6	0,520	39,3	0,0330
7	0,525	45,4	0,0320
8	0,530	49,3	0,0330
9	0,535	54,3	0,0310
10	0,540	57,2	0,0320
11	0,550	61,7	0,0310
12	0 560	63,9	0,0320
13	0,570	65,3	0,0310

În calcule au fost folosite următoarele date: înălţimea limită $i_d = 66{,}4$ mm şi $E_{1/2} = 0{,}5145$ V. Din datele tabelului 2 rezultă pentru $(E - E_{1/2})/\{\log[(i_d - i)/i]\}$ o valoare medie de 0,0304 în timp ce valoarea teoretică este de 0,0295, deci un acord destul de bun.

Această creştere a reversibilităţii este încă mai puternic pusă în evidenţă de oscilogramele din fig. 13, 14, 15. Reversibilitatea reacţiei pe electrod a Cd^{+2} este pusă în evidenţă prin oscilogramele din fig. 16, 17.

Pe de altă parte urmărind $E_{1/2}$ funcţie de concentraţia ionilor de Pb şi Cd se constată că aceasta are o valoare constantă (fig. 2, 3).

Se observă că $E_{1/2}$ rămîne constant iar înălţimile sînt direct proporţionale cu concentraţia. Acest fapt arată că sistemul $Pb^{+2} + NaNO_2(KNO_2)$ cît şi $Cd + NaNO_2(KNO_2)$ fac parte din categoria sistemelor polarogra-

fice unde are loc reducerea ionului complex la starea metalică cu formare de amalgam:

$$MX_p^{n-pb} + ne + Hg \rightleftarrows M(Hg) + px^{-b}$$

şi că $E_{1/2}$ la formarea complexului este dat de o relaţie în care figurează

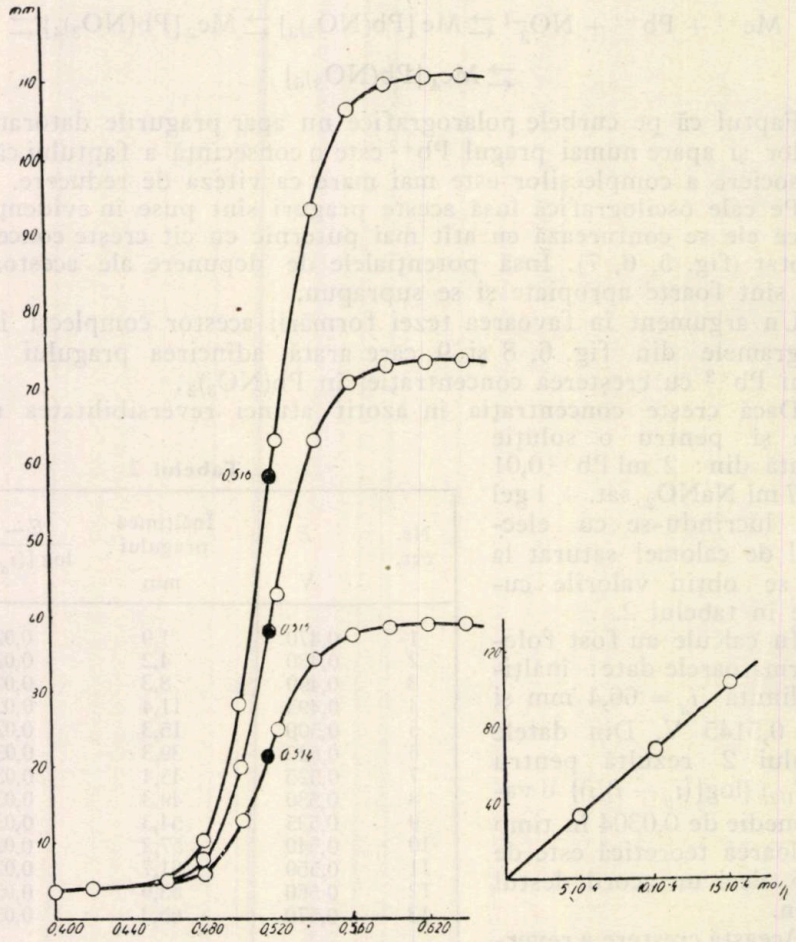


Fig. 2

numai concentraţia complexantului şi nu a ionului ce se complexează:

$$E_{(1/2)c} + E_{(1/2)s} = (0{,}0591/n) \log K_c - p\,(0{,}0591/n) \log (C_x f_x),$$

unde: $E_{(1/2)c}$ — potenţialul jumătăţii de prag a ionului complex, $E_{(1/2)s}$ — potenţialul jumătăţii de prag a ionului simplu, K_c — constanta de disociere

a ionului complex, C_x — concentraţia complexantului, f_x — coeficientul de activitate a complexantului.

Trebuie de remarcat faptul că amestecurile de ioni de Ag, Cu, Pb, Zn şi Cd nu se influenţează reciproc atît de puternic încît să afecteze precizia în dozarea lor. Înălţimile pragurilor la toţi aceşti ioni sînt direct proporţionale cu concentraţia, şi se poate face dozarea lor direct, fără a fi nevoie de o curbă de etalonare [1], [2].

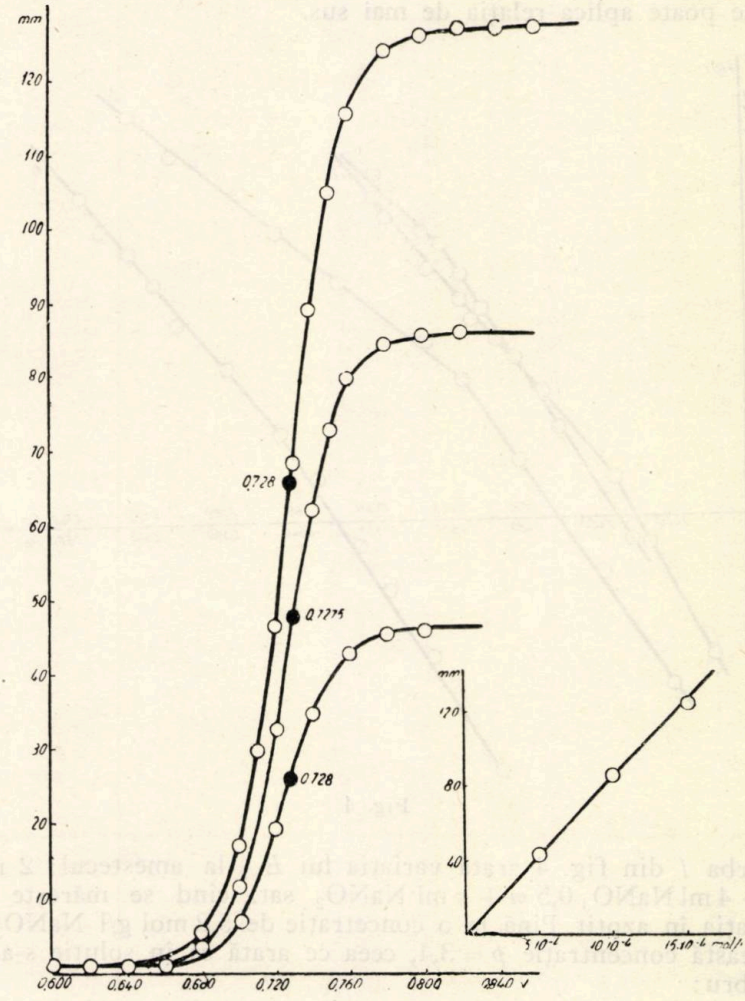


Fig. 3

3. Aprecierea numărului de coordinaţie la complecşii ce se formează în soluţie

S-a lucrat cu mai multe feluri de amestecuri şi anume, cu $NaNO_2$, KNO_2, în prezenţa $NaNO_3$ sau KNO_3 aplicîndu-se formula aproximativă [6]:

$$E_{1/2}/[\log (C_x f_x)] = -p\,(0{,}0591/n),$$

din care se poate aprecia numărul de coordinaţie (p).

D. N. Hume şi DeFord [8] arată restricţiile aplicabilităţii acestei relaţii; în cazul nostru avînd în vedere că reprezentarea $E_{1/2} = f(\log C)$ dă o linie dreaptă pentru un interval foarte mare de concentraţie a complexantului şi considerînd şi lucrările asupra fierului cu oxalat şi ale cuprului cu amoniac [6] credem că pentru aprecierea numărului de coordinaţie se poate aplica relaţia de mai sus.

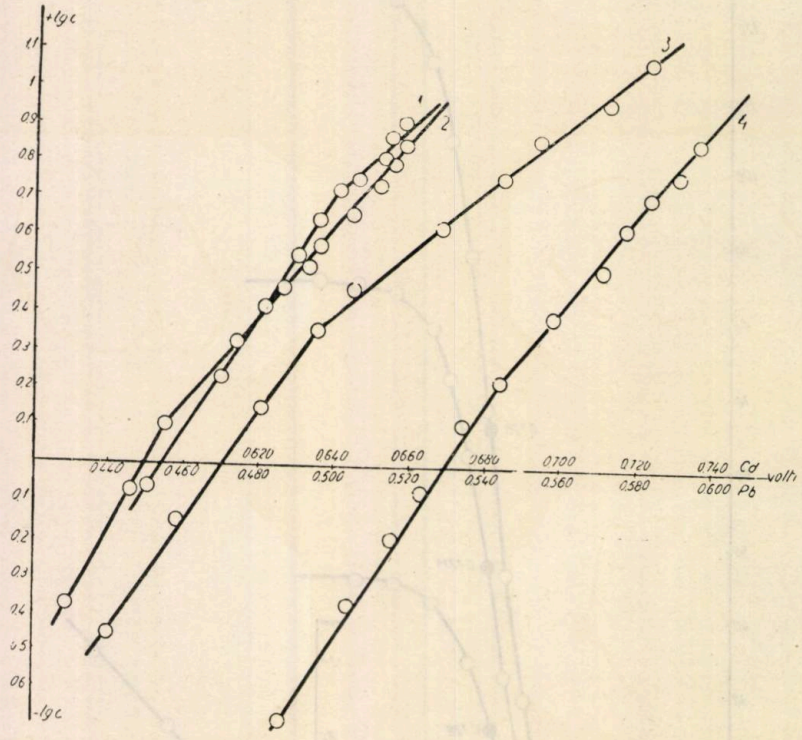


Fig. 4

Curba *1* din fig. 4 arată variaţia lui $E_{1/2}$ la amestecul: 2 ml Pb^{+2} 0,01 m + 4 ml $NaNO_3$ 0,5 m + x ml $NaNO_2$ sat., cînd se măreşte treptat concentraţia în azotit. Pînă la o concetraţie de 5,2 mol g/l $NaNO_2$, $p = 2$; peste această concentraţie $p = 3{,}4$, ceea ce arată că în soluţie s-ar forma un echilibru:

$$Na\,[Pb(NO_2)_3] \rightleftarrows Na_2\,[Pb(NO_2)_4],$$

fapt confirmat şi de aspectul oscilogramelor din fig. 13, 14 unde se observă că în soluţie ar exista mai mulţi compuşi cu potenţiale de depunere apropiate.

Curba *2* din fig. 4 indică variaţia lui $E_{1/2}$ pentru amestecul: 2 ml Pb^{+2} 0,01 m + 4 ml KNO_3 0,5 m + x ml $NaNO_2$ sat.

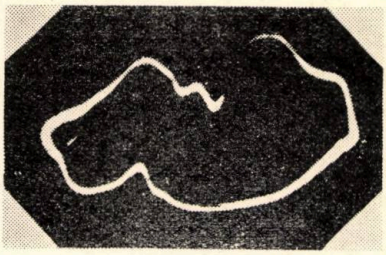


Fig. 5
$c_{NaNO_3} = 0{,}1$ mol/l
$Pb^{+2} = 10^{-3}$ ion g/l

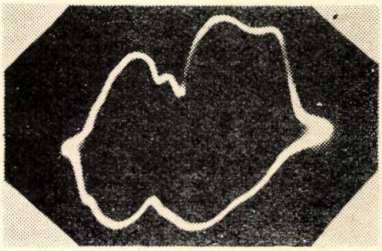


Fig. 6
$c_{NaNO_3} = 0{,}57$ mol/l
$Pb^{+2} = 10^{-3}$ ion g/l

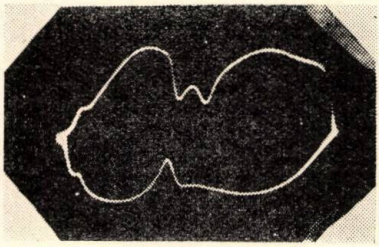


Fig. 7
$c_{NaNO_3} = 3{,}4$ mol/l
$Pb^{+2} = 10^{-2}$ ion g/l

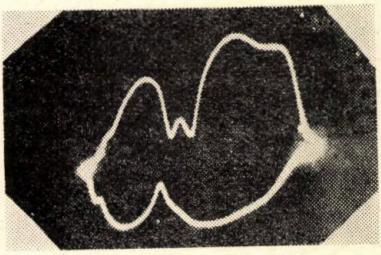


Fig. 8
$c_{NaNO_3} = 0{,}57$ mol/l
$Pb^{+2} = 2.10^{-3}$ ion g/l

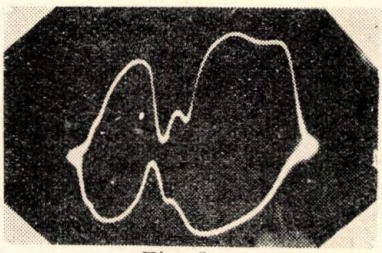


Fig. 9
$c_{NaNO_3} = 0{,}57$ mol/l
$Pb^{+2} = 5{,}10^{-3}$ ion g/l

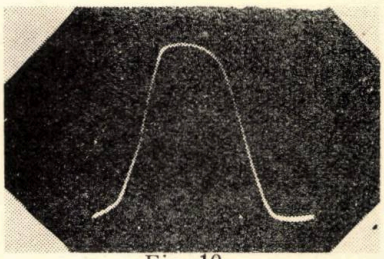


Fig. 10
$c_{NaNO_3} = 0{,}1$ mol/l

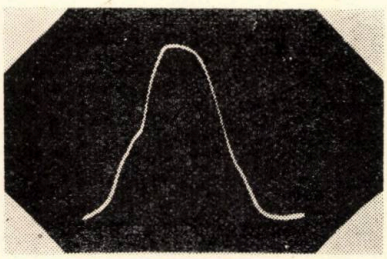


Fig. 11
$c_{NaNO_3} = 0{,}1$ mol/l
$Pb^{+2} = 10^{-3}$ ion g/l

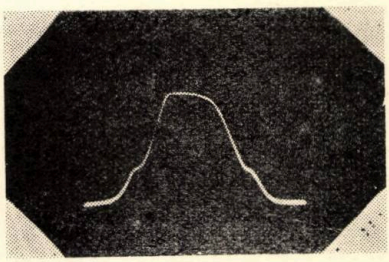


Fig. 12
$c_{NaNO_3} = 0{,}1$ mol/l; $c_{NaNO_2} = 5{,}6$ mol/l
$Pb^{+2} = 10^{-3}$ ion g/l

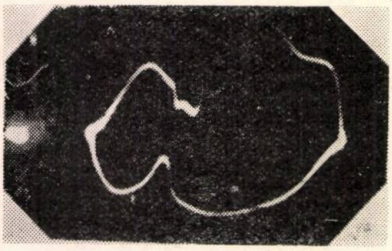


Fig. 13
c_{NaNO_3}=0,1 mol/l ; c_{NaNO_2}=0,6 mol/l
$Pb^{+2}=10^{-3}$ ion g/l

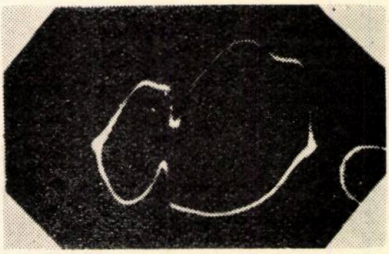


Fig. 14
c_{NaNO_3}=0,1 mol/l ; c_{NaNO_2}=3,2 mol/l
$Pb^{+2}=10^{-3}$ ion g/l

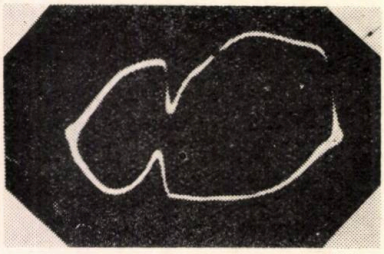


Fig. 15
c_{NaNO_3}=0,1 mol/l; c_{NaNO_2}=5,6 mol/l
$Pb^{+2}=10^{-3}$ ion g/l

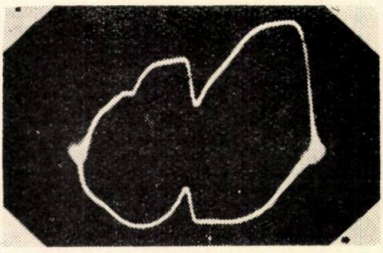


Fig. 16
c_{NaNO_3}=7,8 mol/l
$Cd^{+2}=10^{-3}$ ion g/l

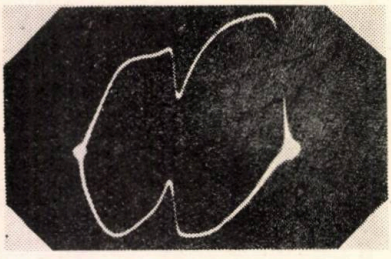


Fig. 17
c_{NaNO_3}=0,57 mol/l; c_{NaNO_2}=6,6 mol/l
$Cd^{+2}=10^{-3}$ ion g/l

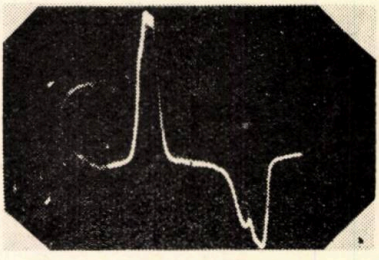


Fig. 18
c_{NaNO_3}=0,57 mol/l ; c_{KNO_2}=11 mol/l
$Zn^{+2}=1,25.10^{-3}$ ion g/l

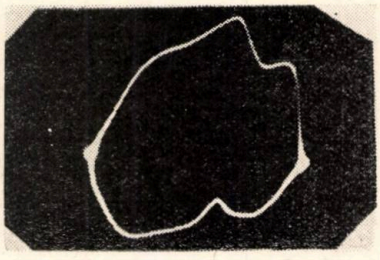


Fig. 19
c_{NaNO_3}=0,57 mol/l ; c_{KNO_2}= 11 ml/l
$Zn^{+2}=1,25.10^{-3}$ ion g/l

Pînă la concentraţia de 1,26 mol g/l $NaNO_2$, $p = 2$, iar peste această concentraţie $p = 3$.

Curba *3* din fig. 4 dă variaţia lui $E_{1/2}$ pentru amestecul: 2 ml Pb 0,01 m + 4 KNO_3 0,5 m + x ml KNO_2 sat. la care pînă la o concentraţie de 2,13 mol g/l KNO_2, $p = 2{,}4$ adică avem în soluţie

$$Pb(NO_2)_2 + KNO_2 \rightleftarrows K[Pb(NO_2)_3],$$

iar peste această concentraţie ar exista numai compusul $K_2[Pb(NO_2)_4]$.

Din analiza acestor curbe se observă că KNO_2 are tendinţa să formeze mai uşor complecşi decît $NaNO_2$: spre exemplu $Na[Pb(NO_2)_3]$ începe să se formeze la o concentraţie de 5,2 mol g/l $NaNO_2$ pe cînd $K[Pb(NO_2)_3]$ poate să existe şi la o concentraţie sub 2,13 mol g/l KNO_2 iar $K_2[Pb(NO_2)_4]$ se formează la o concentraţie care începe de la 2,13 mol g/l KNO_2, pe cînd $Na_2[Pb(NO_2)_4]$ există în soluţie numai la o concentraţie de peste 5,2 mol g/l $NaNO_2$. Fenomene asemănătoare am remarcat şi în cazul cuprului [3].

În cazul Cd s-a lucrat numai cu amestecul: 2 ml Cd^{+2} 0,01 m + 4 ml $NaNO_3$ 0,5 m + x ml $NaNO_2$ sat. şi s-a constatat (curba *4*, fig. 4) că pînă la o concentraţie de 1,6 mol g/l $NaNO_2$ avem în soluţie $NaNO_2 + Cd(NO_2)_2$, iar între 1,6 şi pînă la 7,1 mol g/l $NaNO_2$ există $Na[Cd(NO_2)_3]$. În cazul zincului nu s-a putut aprecia numărul de coordinaţie deoarece reacţia pe electrod nu-i reversibilă (v. oscilogramele din fig. 18, 19) şi nu se pot aplica relaţiile lui Kolthoff-Lingane.

4. Concluzii

a) Soluţiile de azotit de sodiu şi potasiu sînt avantajoase pentru dozarea ionilor de Pb, Cd şi Zn deoarece dau praguri nete, bine separate, înălţimile fiind proporţionale cu concentraţiile de ioni.

b) În soluţie se formează o serie de complecşi, adeseori putînd exista mai mulţi complecşi în echilibru.

c) Ionul de potasiu favorizează formarea complecşilor.

d) În cazul Cd şi Pb reducerea pe electrod este reversibilă.

e) În soluţii de azotaţi, curbele oscilografice, spre deosebire de cele polarografice, arată formarea unor complecşi cu ionul NO_3^-.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de chimie generală

BIBLIOGRAFIE

1. Burlacu Gh., Boţ O., Antonescu I., St şi cerc. şt., Acad. R.P.R., filiala Iaşi, Chimie, 1956, **VII**, *1*, pp. 17—23.
2. Burlacu Gh., Boţ O., Ioan C., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3—4*, pp. 105—116.
3. — Ibid., 1959, **V (IX)**, *3—4*, pp. 103—112.
4. Vartakand D. G., Kabadi M. B., J. Univ. Bombay, 1954, **XXIII**, *5*; Ibid., 1955, **XXIV**, *5*.
5. Kolthoff I. M., Lingane J. J., *Polarography*, t. **I**, Interscience Publishers, N. Y. — London, 1952, p. 213.

6. Tokuoka M., Ruzicka J., Coll. Cz. Chem. Communs, 1934, **6**, p. 339.
7. Hemlata K. I., Desai C. M., J. Ind. Chem. Soc., 1953, **30**.
8. Hume D. N., DeFord D., J. Am. Ch. Soc., 1951, pp. 5321—5323.

ПОЛЯРОГРАФИЧЕСКИЕ И ОСЦИЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ИОНОВ Pb, Cd И Zn В НИТРИТНЫХ И НИТРАТНЫХ РАСТВОРАХ

(Резюме)

Изучается полярографическое и осциллографическое поведение ионов свинца, кадмия и цинка в растворах азотистокислого и азотнокислого калия. Констатируется, что пороги этих ионов хорошо отличаются, их высота будучи в прямой зависимости от концентрации. Перемещение потенциала полуволны в зависимости от концентрации азотистокислого раствора указывает на образование комплексов типа:

$$[Pb(NO_2)_3]^+ \text{ и } [Pb(NO_2)_4]^{2+}.$$

Осциллограммы показывают, что восстановление нитрита свинца и кадмия на каплях ртути является обратимым, в то время как нитрит цинка восстанавливается необратимо, указывая дополнительно на образование комплексных солей с ионом NO_3^-.

LES CARACTÉRISTIQUES POLAROGRAPHIQUES ET OSCILLOGRAPHIQUES DE IONS DE Pb, Cd ET Zn DANS LES SOLUTIONS DES NITRITES ET NITRATES

(Résumé)

On étudie le comportement polarographique et oscillographique des ions de Pb, Cd et Zn dans les solutions de nitrite de sodium et nitrite de potassium. On trouve que les paliers des courbes des solutions de ces ions sont bien contourés et leurs hauteurs sont directement proportionnelles avec la concentration,

Le déplacement du potentiel de demie-onde vers des valeurs plus négatives et l'augmentation simultane de la concentration de la solution de nitrite, indiquent la formation de certains complexes de la forme

$$[Pb(NO_2)_3]^+ \text{ et } [Pb(NO_2)_4]^{2+}.$$

Les oscillogrammes montrent aussi que la réduction des nitrites de Pb et Cd sur la goutte de mercure est réversible, tandis que la réduction du nitrite de Zn est irréversible et indiquent en même temps la formation de certains complexes avec l'ion NO_3^-.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C Z. 546.361

METODE RAPIDE DE ANALIZĂ

NOTA V

O NOUĂ METODĂ COLORIMETRICĂ PENTRU DETERMINAREA INDIULUI. CONTROLUL EXTRAGERII INDIULUI METALIC LA UZINELE CHIMICE DIN COPŞA MICĂ

DE

CANDIN LITEANU şi EMIL CORDOŞ

1. Introducere

Pentru determinarea fotometrică a indiului s-au propus metode bazate fie pe formarea combinaţiilor colorate ale In^{3+} cu reactivi organici ca: ditizona [1], ditiocarbamat [2], 8-oxichinoleina [3] etc., fie pe formarea unor soluţii coloidale ale In_2S_3 [10]. De asemenea se mai poate determina indiul prin măsurarea intensităţii coloraţiei soluţiei apoase rezultate la dizolvarea complexului $[Co(NH_3)_6]\,[InCl_6]$ (complexul precipită în mediu alcoolic [4]).

În ultimul timp, pentru elementele care formează hidracizi complecşi s-au elaborat metode bazate pe extragerea combinaţiilor de tipul $R[MeX_n]$ (unde X—halogen, R—colorant organic bazic), extragere urmată de fotometrarea stratului de solvent folosit la extracţie [5]...[10].

În privinţa posibilităţilor analizei prin extracţie trebuie avut în vedere existenţa unui paralelism între extracţia acizilor complecşi halogenaţi prin mecanismul formării sărurilor de oxoniu şi extracţia lor sub formă de săruri cu coloranţi organici. De exemplu clorurile metalice complexe de Ga, Au, Sb, Te, se extrag cu eter etilic sau alţi solvenţi ce conţin oxigen (formarea de sare de oxoniu), dar se extrag şi cu benzen sub forma de combinaţii de tipul celor indicate mai sus, adică $R[MeX_n]$. Pe de altă parte, elementele ce nu se extrag sau se extrag foarte slab cu eter etilic din soluţii acide (As, Ge) nu se extrag nici cu benzen, în condiţii analoge, sub formă de săruri cu coloranţi bazici.

Indiul formează în soluţii de acid bromhidric o serie de cationi şi anioni complecşi a căror concentraţie variază în funcţie de pH şi concentraţia In^{3+}. Astfel s-au pus în evidenţă, prin metoda extracţiei, $InBr^{2+}$, $InBr_2^+$, $InBr_3$ şi $H[InBr_4]$. La aciditate suficient de mare ($pH < 3$) cu eter etc., se extrage acidocomplexul $H[InBr_4]$ [11]. Extracţia cu solvenţi a fost propusă şi în scopuri preparative [11].

Avînd în vedere cele de mai sus, urmează că indiul se poate extrage cu benzen sub formă de combinaţii cu coloranţi bacizi.

2. Procedeul experimental

Alegerea colorantului s-a făcut în urma unei serii de încercări cu substanţe diferite. Pentru aprecierea eficacităţii coloranţilor ca reactivi s-a folosit coeficientul molar „convenţional" de extincţie a compuşilor ternari de tipul $R[InBr_4]$. Pentru calcularea acestei mărimi (v. tabelul 1) s-a folosit valoarea densităţii optice a extractului obţinut printr-o sin-

gură prelucrare a 5 ml soluţie de In^{3+} (60 µg/ml), cu 2,5 ml benzen. Soluţiile coloranţilor au avut concentraţia 0,5 %, iar concentraţia HBr în soluţia de extras a fost de 2,5 *m*. S-au utilizat cuve de 0,5 mm. După cum rezultă din tabelul 1, cea mai mare sensibilitate o oferă verdele brillant şi de aceea acest colorant a fost folosit pentru determinarea indiului.

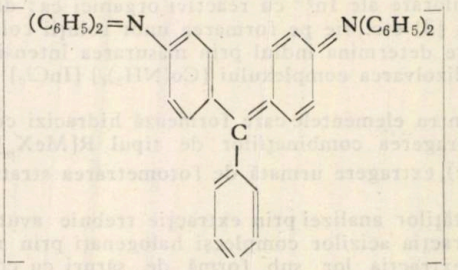
Tabelul 1

Valorile coeficienţilor molari „convenţionali" de extincţie ale unor coloranţi bazici

Colorant	Filtru (fotocolorimetru FEK–M)		
	verde	albastru	roşu
Rodamină *B*	583	104	20
Verde brillant	208	151	710
Verde malachit	170	104	485
Cristal violet	453	93	170

Se aminteşte încă o dată că este vorba de coeficienţi convenţionali, întrucît extracţia printr-o singură prelucrare este incompletă. Pentru calcularea coeficientului molar de extincţie „real" este nevoie de mai multe extracţii pentru a extrage complet indiul. Determinarea densităţii optice se face apoi pe soluţia extractelor reunite. În cazul verdelui brillant valoarea acestui coeficient, pentru combinaţia $R[InBr_4]$, este de 21 600 cm^2/milimoli pentru $\lambda = 640$ mµ.

Verdele brillant (n, n'bis-dietil-amino-trifenil-carbinolul)



este insolubil în benzen la pH < 3 şi are, în funcţie de sarcina cationului, două culori: verde în mediu neutru (sarcină 1+) şi galben în mediu acid (sarcină 2+).

Pentru extracţie, ca solvent s-a folosit amestecul benzen-acetonă (5:1) care extrage indiul în proporţie de 95 %. Extracţia incompletă nu deranjează dacă se respectă riguros identitatea condiţiilor de lucru.

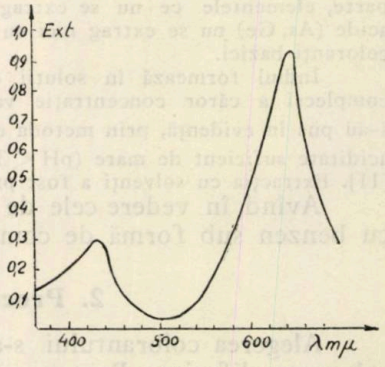


Fig. 1

Concentraţia HBr a fost de 2,5 *m* în fiecare probă. Această concentraţie este potrivită pentru a asigura atît concentraţia în ioni de Br^- suficient de mare, cît şi aciditatea, la care extracţia indiului este maximă (fapt stabilit cu ajutorul izotopilor radioactivi [10]). Colorantul liber nu se extrage în aceste condiţii. La concentraţii mai mari de HBr complexul nu se extrage în măsură suficientă, ceea ce reduce mult sensibilitatea metodei. Concentraţii mai mici în H^+, pînă la pH = 2...3, au ca efect micşorarea

extracţiei, iar la pH >3 începe extracţia colorantului neangajat în complex cu indiul. În fig. 1 este redat spectrul de absorbţie în vizibil al extractului benzenic al complexului colorat. Spectrul de absorbţie al colorantului singur, extras cu benzen la pH ≈ 3, are acelaşi aspect.

3. Trasarea curbei etalon

Prepararea soluţiei etalon. O cantitate de aproximativ 0,125 g indiu metalic p. a. (curăţit cu acetonă şi eter) se solvă în 5...10 cm^3 HCl (1:1) şi se aduce la cotă, cu apă, la 250 ml (soluţia I). Din soluţia I se iau 50 ml şi se aduc la 500 ml (soluţia II). Soluţia II, cu o concentraţie de aproximativ 50 μg/ml este folosită drept soluţie etalon.

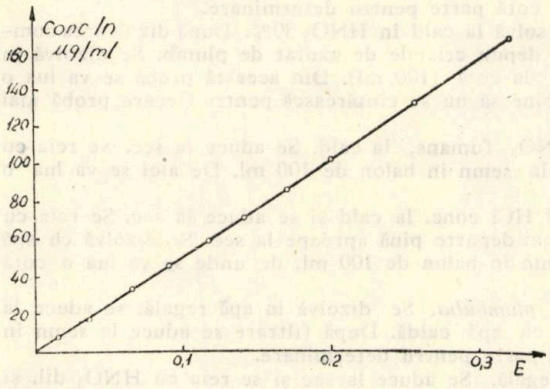


Fig. 2

Din soluţia etalon se măsoară în eprubete diferite cantităţi, între 0,5 şi 5 ml, în funcţie de numărul de puncte ale curbei etalon, şi se completează cu apă la 5 ml. Se adaugă apoi 5 ml HBr 5 *m*, 1 ml soluţie apoasă 0,5 % de verde brillant şi apoi, măsurat cît mai exact, 0,5 ml acetonă şi 2,5 ml benzen. Se astupă eprubeta şi se agită. Stratul benzenic se scoate cu ajutorul unei pipete şi se introduce în cuva colorimetrului. Se aşteaptă pînă benzenul devine limpede (clarificarea emulsiei) şi se face citirea. Citirile s-au făcut în filtru roşu la fotocolorimetrul FEK—M.

Deranjează, dînd aceeaşi reacţie: Au^{3+}, MoO_4^{2+}, Ta^{3+}, Fe^{3+}, Mn^{2+}.

Nu deranjează: Fe^{2+}, Ca^{2+}, Ga^{3+}, Cr^{3+}, Ti^{4+}, Bi^{3+}, Pb^{2+}, U^{4+}, V^{5+}, Ni^{2+}, Co^{2+}, Cu^{2+}, Zn^{2+}.

Elementele perturbatoare trebuie separate. Fe^{3+} nu se separă ci se reduce la Fe^{2+} cu hidroxilamină, acid ascorbic etc.

Curba de etalonare este redată în fig. 2. Ecuaţia curbei pentru condiţiile de lucru descrise, este:

$$y = -1{,}4 + 501{,}6\ x,$$

unde: y — concentraţia indiului (μg/ml), iar x — extincţia E, ($E = 2 - \log T$, unde T — transparenţa soluţiei (%)). Ecuaţia a fost calculată prin metoda celor mai mici pătrate folosind un număr de 10 puncte experimentale.

4. Aplicarea metodei în industrie

Metoda a fost aplicată la controlul extragerii indiului metalic la Uzinele chimice din Copşa Mică. Au fost analizate atît produse din diferite faze de extragere a zincului, în vederea folosirii lor ca materie primă pentru obţinerea indiului, cît şi produse intermediare din procesul de extracţie a indiului [9].

Produsele analizate sînt următoarele:

a) din procesul de extragere a zincului: zinc metalic, plumb brut, plumb rafinat, praf aglomerare, praf T. D.;

b) din procesul de extragere a indiului: scoarţe oxidice de la rafinarea plumbului, burete de indiu, sulfuri, soluţie sulfurică înainte de cementare, soluţie de fier (după precipitarea indiului ca In_2S_3), soluţie după hidroliză (după precipitarea indiului ca $In(OH)_3$ în scopul purificării de urme de alte elemente).

Aducerea materialelor în soluţie (la toate probele se cîntăreşte între 0,5... 5 g în funcţie de conţinutul presupus de indiu).

Zinc. Se solvă în HCl 1:1, cu precauţie. După completa dizolvare se aduce aproape la sec, se reia cu apă caldă, se răceşte, se filtrează şi se aduce la semn în balon de 100 ml. Din această probă se ia o cotă parte pentru determinare.

Plumb brut şi plumb rafinat. Se solvă la cald în HNO_3 30%. După dizolvarea completă se aduce aproape la sec, cînd depun cristale de azotat de plumb. Se dizolvă în apă caldă, se filtrează şi se aduce la cotă (100 ml). Din această probă se va lua o cotă parte pentru determinare. Este bine să nu se cîntărească pentru fiecare probă mai mult de 3 g plumb.

Praf aglomerare. Se solvă în HNO_3 fumans, la cald. Se aduce la sec. Se reia cu apă caldă, se filtrează şi se aduce la semn în balon de 100 ml. De aici se va lua o cotă parte pentru determinare.

Praf T. D. Se dizolvă în 20 ml HCl conc. la cald şi se aduce la sec. Se reia cu puţin HNO_3 dil. şi se încălzeşte mai departe pînă aproape la sec. Se dizolvă cu apă caldă, se filtrează şi se aduce la semn în balon de 100 ml, de unde se va lua o cotă parte pentru determinare.

Scoarţe oxidice de la rafinarea plumbului. Se dizolvă în apă regală, se aduce la sec, se reia cu HNO_3 dil. şi apoi cu apă caldă. După filtrare se aduce la semn în balon de 100 ml. De aici se ia o cotă parte pentru determinare.

Burete indiu. Se solvă în apă regală. Se aduce la sec şi se reia cu HNO_3 dil. şi apoi cu apă caldă. Se filtrează şi se aduce la cotă (100 ml). Dacă conţinutul în indiu este prea ridicat, se va dilua în proporţia necesară înainte de a lua o cotă parte pentru determinare.

Sulfuri. Se dizolvă în HNO_3 conc. ($d = 1{,}41$) la cald. Se aduce la sec, se reia cu HNO_3 dil. şi cu apă caldă. Se filtrează şi se aduce la semn în balon de 100 ml, de unde se ia o cotă parte pentru determinare.

Observaţie. La unele probe, după dezagregare a rămas un reziduu, care a fost dezagregat prin topire cu $NaHSO_4$ şi i s-a determinat conţinutul în indiu. Întrucît la niciuna din probele amintite reziduul nu a conţinut indiu, considerăm inutilă prelucrarea lui în vederea analizei.

La toate probele singurul element perturbator a fost Fe^{3+} şi de aceea, în vederea determinărilor de indiu, el a fost redus la Fe^{2+} cu clorhidrat de hidroxilamină. Pentru aceasta, din balonul în care a fost adusă proba, se ia o cotă parte de 50 ml şi se adaugă NH_4OH dil. pînă în momentul în care începe să precipite unul din hidroxizii elementelor prezente în soluţie. În cazul cînd soluţia nu a rămas clară se limpezeşte cu 1...2 picături HNO_3 dil. Se adaugă apoi, în funcţie de cantitatea de fier din soluţie, 5...20 ml soluţie apoasă 4% de $NH_2OH \cdot HCl$ şi se aduce la fierbere timp de 1 minut. Se răceşte, se aduce la semn în balon de 100 ml şi se omogenizează. Din ultima soluţie se face determinarea fotometrică prin metoda etalonului intern, metodă care permite cel mai bine respectarea strictă a identităţii condiţiilor. În acest scop se iau în două eprubete 3 ml din soluţia de analizat. În una se adaugă 2 ml apă, iar în a doua 2 ml soluţie etalon. În continuare se procedează întocmai ca a trasarea curbei etalon prin adăugarea în ordine a: HBr, colorantului,

acetonei şi benzenului în cantităţile amintite mai sus, urmată de extracţie şi fotometrarea stratului benzenic.

Concentraţia în indiu a soluţiei supusă fotometrării este dată de formula:

$$C_x = \frac{(V_{et} / V_x)\, C_{et}}{(E_{et} / E_x) - 1},$$

în care: C_x — concentraţia în indiu a soluţiei din balonul cotat supus fotometrării (μg/ml), C_{et} — concentraţia în indiu a soluţiei etalon (soluţia II) (μg/ml), V_{et} — volumul soluţiei etalon, V_x — volumul soluţiei de analizat, E_{et} — extincţia soluţiei în care s-a adăugat etalonul, E_x — extincţia soluţiei fără etalon.

V_{et} şi V_x se mai aleg astfel încît în soluţia obţinută şi supusă fotometrării, concentraţia în indiu să fie cel mult egală cu aceea pînă la care legea Lambert-Beer este valabilă (în cazul nostru pînă la 200 μg/ml).

Dacă după dezagregarea probei se duce la balon cotat de 100 ml, conţinutul probei în indiu va fi:

$$\% \text{ In} = 10^4 C_x \, k/a,$$

unde: a — greutatea probei luate în lucru (g), $k = 1$ dacă Fe^{3+} lipseşte şi $k = 2$ dacă proba conţine Fe^{3+} şi care se reduce în $^1/_2$ V ml soluţie finală. În acest din urmă caz, evident, soluţia s-a diluat de două ori.

Rezultatele determinărilor sînt date mai jos:

Plumb brut	0,38%	Burete indiu	40,60%
Plumb rafinat	0,24%	Sulfuri	3,4 %
Zinc tragerea III	—	Soluţie pentru cement	0,4 g/l
Praf aglomerare	0,67%	Soluţie de fier	—
Praf T. D.	0,16%	Soluţie după hidroliză	—
Scoarţe oxidice	0,34%		

5. Concluzii

S-a elaborat o nouă metodă de dozare a indiului bazată pe extracţia cu benzen-acetonă (5:1) a combinaţiei $R[InBr_4]$, (R = verde brillant), urmată de fotometrarea stratului de solvent, cu filtru roşu.

Metoda a fost aplicată la controlul extragerii indiului la Uzinele chimice din Copşa Mică. Au fost analizate atît produse din diferite faze de extracţie a zincului, cît şi din procesul de recuperare a indiului. Durata unei determinări (fără dezagregare) nu depăşeşte 30 minute.

Primit la 19 VI 1961

Universitatea „Babeş-Bolyai", Cluj, Catedra de chimie anorganică şi analitică

BIBLIOGRAFIE

1. May I., Hoffman I. I., Washington J., Acad. of Sci., 1948, **38**, p. 329.
2. Bode H., Z. analyt. Chem., 1955, **144**, S. 165.
3. Moeller T., Ind. Engn. Chem. Analyt. Ed., 1943, **15**, p. 270.
4. Ishimori T., Ueno K., Japan Analyst, 1956, **5**, *6*, p. 329.

5. Ducret L. Anal. chim. Acta (Amsterdam), 1958, **20**, pp. 565, 568.
6. Ducret L., Drouillas M., Ibid., 1959, **21**, p. 86.
7. Ducret L., Maurel H., Ibid., 1959, **21**, pp. 74, 79.
8. Ducret L., Ratouis M., Ibid., 1959, **21**, p. 91.
9. Полуетков Н. С., Кононенко Л. И., Лауер Р. С., ЖАХ, 1958, **2**, стр. 396.
10. Бабко А. К., Марченко Ф. И., Зав. лаб., 1960, **29**, стр. 1202.
11. Irving H., Rossoti F. I. C., J. Chem. Soc., 1956, p. 2475.
12. Petrescu M., Ilinescu E., Toth I., Voiculescu I., St. şi cerc. metal., Acad. R.P.R., 1960, **4**, p. 527.
13. Бусев А. И., *Аналитическая химия индия*, М., 1958, стр. 15.

БЫСТРЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА

Заметка V

Новый колориметрический метод определения индия. Контроль экстрагирования индия на Химическом заводе в Копша Микэ

(Резюме)

Метод основывается на экстрагировании в бензен-ацетоне (5 : 1) индия из анализируемого раствора под видом состава типа $R[InBr_4]$, где R — катион органического основного красителя. Экстрагированию следует фотометрирование растворимого слоя. Красителем взят бриллиант грюн, а средой — бромоводород. Раствор 2,5 *m* бромоводорода обеспечивает как достаточную концентрацию Br^-, так и соответствующую кислотность. В этой концентрации HBr не происходит экстрагирования красителя.

К 5 мл анализируемого раствора прибавляют 5 мл HBr 5 *m*, 1 мл 0,5% водного раствора бриллиант грюна и 0,5 мл ацетона. Вводится затем 2,5 мл бензена и хорошо взбалтывается в закрытой пробирке. Окрашенный бензеновый слой, переносится в кюветку фотоколориметра; читается после осветления эмульсии, при красном фильтре. Эталонирующая кривая — прямая.

Метод применялся для контроля экстрагирования металлического индия на Химзаводе в Копша Микэ. Анализировались продукты разных фаз экстрагирования цинка, а также и промежуточные продукты процесса экстрагирования индия. После распада, отличающегося в зависимости от характера пробы, производилось восстановление Fe^{3+} (единственный мешающий элемент в пробе) к Fe^{2+} 4%-ным водным раствором гидроксиламинового хлоргидрата. При фотометрировании, для точного сохранения рабочих условий, использовывался метод внутреннего эталона.

MÉTHODES RAPIDES D'ANALYSE

Note V

Une méthode nouvelle colorimétrique de détermination de l'indium. Contrôle de l'extraction de l'indium métallique dans les Usines chimiques de Copşa Mică

(Résumé)

La méthode colorimétrique élaborée pour la détermination de l'indium consiste dans l'extraction de l'indium dans le benzène-acétone (5 : 1) de la solution à analyser sous la forme d'une combinaison de type $R[InBr_4]$, où R est le cation d'un colorant organique basique. L'extraction est suivie ensuite par le photométrage de la couche de solvant. On a utilisé pour colorant le vert-brillant. L'extraction a été effectuée dans un milieu d'acide bromhydrique en solution 2,5 *m* qui correspond tant à la concentration suffisante de Br^- quant à l'acidité correspondante, tout en nous préservant de l'extraction du colorant.

On ajoute à la quantité de 5 ml de la solution à analyser 5 ml HBr 5 *m*, 1 ml du vert-brillant, solution acqueuse 0,5%, et 0,5 ml d'acétone. On y introduit ensuite 2,5 ml de benzène et après avoir obturé l'éprouvette on la sécoue fortement. La couche benzénique colorée prélevée par une pipette est versée ensuite dans la cuve d'un photocolorimètre. On procède à la lecture après avoir obtenu la limpidité nécessaire de l'émulsion. On a utilisé le filtre rouge. La courbe d'étalonnement est une droite.

La méthode élaborée a été appliquée au contrôle de l'extraction de l'indium métallique dans les Usines chimiques de Copşa Mică.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 541.036

SUBSTANŢE CHIMICE INDICATOARE DE TEMPERATURĂ

TERMOINDICATORI

DE

V. ARMEANU, E. DIAMANDESCU, S. HORNAR şi L. MARINESCU

1. Indicatorii chimici de temperatură, sau termoindicatorii, conţin substanţe care au proprietatea de a-şi schimba culoarea prin încălzire la o anumită temperatură. Aceste substanţe se împart în două categorii: reversibile şi ireversibile.

Substanţele reversibile se caracterizează prin revenirea la culoarea iniţială, după răcirea obiectului (exemplu: unele săruri de cobalt sau de mercur).

Substanţele ireversibile nu mai revin la culoarea iniţială, ele arată temperatura maximă atinsă de obiect în timpul lucrului.

Schimbarea de culoare se datoreşte transformărilor chimice sau fizice (rearanjări în structura lor cristalină).

Astfel, pot fi utilizaţi ca indicatori de temperatură substanţe care pierd apă, amoniac sau alte componente volatile, apoi unii hidroxizi, carbonaţi simpli sau bazici, nitraţi, care la o anumită temperatură trec în oxizi ce au altă culoare decît substanţele iniţiale, de asemenea pot fi utilizate unele amestecuri de substanţe anorganice şi chiar organice, care reacţionează între ele la o anumită temperatură.

Unele substanţe pot suferi în timpul încălzirii mai multe transformări succesive astfel că îşi schimbă culoarea de mai multe ori.

Substanţele termoindicatoare pot fi folosite sub formă de creioane sau sub formă de vopsele lichide, ce se întind cu pensula sau se pulverizează pe suprafaţa de cercetat.

Din punct de vedere tehnico-economic substanţele termoindicatoare au o mare însemnătate, putînd fi întrebuinţate în industrie, în nenumărate domenii, avînd avantajul de a fi semnalizatori optici simpli pentru temperaturile ce nu trebuie depăşite în diverse procese de producţie, deoarece ar provoca accidente sau deteriorări ale produsului fabricat sau a instalaţiei.

Astfel, servesc la:

a) Controlul repartiţiei temperaturilor în cuptoare (pentru produse alimentare, pentru metale şi aliaje uşor fuzibile, uscătorii etc.); controlul temperaturii formelor metalice (în care se toarnă sticla, metalele uşor fuzibile, masele plastice etc.); controlul prelucrării la cald (presare, ştanţare, găurire) a metalelor şi aliajelor uşoare, precum şi în controlul temperaturii sculelor utilizate la prelucrări mecanice ale metalelor grele sau dure (cuţite de strung, burghii, freze, laminoare etc.).

b) În controlul temperaturii frînelor, ambreiajelor, lagărelor şi în general la piesele supuse frecărilor, ca şi la cele mobile (biele, manivele, axe etc.). Controlul temperaturii suprafeţelor (carcase de motoare), controlul temperaturilor la conductele de aburi supraîncălziţi, la aparatele de sterilizare, controlul temperaturii la izolaţiile termice ale aparatelor de distilare (coloane de fracţionare, coşuri, rezervoare etc.).

c) În domeniul transmiterii de căldură, la măsurarea temperaturilor radiatoarelor, pistoanelor şi cilindrilor la maşini de forţă răcite cu aer, conducte de gaze arse, compresoare, transformatoare etc., în controlul pierderilor de căldură prin radiaţii, aceste domenii fiind de mare importanţă astăzi cînd se pune un accent aşa de mare pe realizarea de economii.

Avantajele întrebuinţării termoindicatorilor faţă de metodele obişnuite de măsurare a temperaturii, (termometre, termocuple, pirometre etc.) sînt următoarele:

a) permit citirea comodă a temperaturilor, chiar în locuri greu accesibile sau inaccesibile, prin natura inst laţiei;

b) nu necesită instalaţii speciale, scumpe sau greu de manipulat;

c) permit citirea temperaturilor chiar la piesele în mişcare;

d) nu deteriorează piesele a căror temperatură se măsoară, acestea putînd fi uşor curăţate după indicare;

e) indicaţiile sînt rapide iar exactitatea lor este suficientă pentru scopuri tehnice (±2...3 °C%);

f) se pot repeta ori de cîte ori este nevoie, controlîndu-se astfel în timp variaţia temperaturilor.

2. Substanţele termoindicatoare sînt întrebuinţate curent în tehnică, găsindu-se în comerţ în Uniunea Sovietică, în Franţa etc. Cu studiul lor s-au ocupat o serie din cercetătorii menţionaţi în bibliografie. În majoritatea lucrărilor sau a brevetelor existente asupra termoindicatorilor, indicaţiile date referitoare la compoziţia lor sînt foarte sumare, vagi, cu multe impreciziuni sau chiar greşite. De aceea, unul dintre autori împreună cu alţi colaboratori a început studiul substanţelor termoindicatoare, încă din anul 1953 [12], obţinînd o scară de 12 temperaturi cuprinse între 65°C şi 305°C.

Aceste 12 substanţe au fost alese dintr-un număr de 200 substanţe sau amestecuri căutînd să satisfacă condiţiile arătate mai departe. În continuare, autorii acestei Note au studiat o serie de noi substanţe prezentînd rezultatele lor într-o lucrare comunicată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28—30 octombrie 1960.

Problema prezentînd importanţă practică, autorii au studiat în continuare o nouă serie de substanţe dintre care s-au ales 12 ce pot fi folosite ca termoindicatori, comunicînd rezultatele obţinute la sesiunea ştiinţifică a Institutului de ştiinţe economice „V. I. Lenin", din Bucureşti, din 27—29 aprilie 1961.

În lucrarea de faţă s-au ales şi s-au verificat domeniile de viraj a 20 substanţe simple, combinaţii complexe sau amestecuri, dintre cele studiate de autori în ultimii ani.

La confecţionarea creioanelor s-a căutat să se aleagă substanţe uşor de obţinut şi în acelaşi timp economice. De asemenea s-a avut în vedere obţinerea de viraje nete, cu treceri la culori cît mai diferite.

3. Practic, experimentarea acestor creioane s-a făcut pe un bloc de aluminiu şi pe o bară de cupru încălzită la un capăt (cu dimensiunile de 150×15×2 cm) de-a lungul căreia s-a măsurat temperatura din 10 în 10 cm. Pentru stabilirea exactă a temperaturii de viraj s-a trasat curba căderii de temperatură pe toată lungimea barei, punînd în abscisă distanţele (în cm) iar în ordonată temperaturile (fig. 1). Curba obţinută este asimptotică la axa absciselor, tinzînd către temperatura camerei.

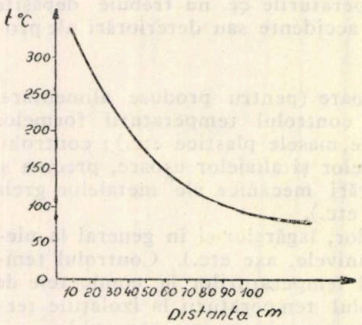


Fig. 1

Încercările pe bară se fac cînd capătul ei ajunge la roşu în cuptor şi este în regim constant de radiaţie în lungul părţii ei libere. Pentru a obţine o cădere mai lentă de temperatură, bara este izolată cu asbest pe cele 3 părţi care nu se folosesc. Se notează locul virajului la 15 secunde după ce s-a trasat cu creionul o dungă în lungul barei. Se citeşte temperatura de viraj a creionului pe curbă, după distanţa la care s-a produs schimbarea de culoare.

4. Dăm mai jos substanţele alese pentru a fi utilizate drept termoindicatori, cu temperatura lor de viraj :

1. HgJ_2+AgJ — la 20°C — galben intens, la 40°C — portocaliu, la 170°C — din nou galben; este reversibil.
2. $(Cr_2O_7)(CuPy_2)$ — la 20°C — galben, la 45°C — maro intens.
3. $Fe(NO_3)_3.6H_2O$ — la 20°C — alb, la 50°C — galben portocaliu.
4. $CdSO_4.8/3\,H_2O$ + cărbune — la 20°C — negru, la 70°C — galben.
5. $(HgJ_4)Ag_2$ — la 20°C — galben, la 95°C — portocaliu; este reversibil.
6. $Co(CH_3COO)_2.4H_2O$ — la 20°C — roz, la 100°C — roz-mov; este reversibil.
7. HgJ_2 — la 20°C — roşu-uşor portocaliu, la 120°C — grena, la 150°C — galben, la 180°C — alb.
8. Ag_2CO_3 — la 20°C — galben, la 130°C — roşu brun.
9. $(SCN)_2(CuPy_2)$ — la 20°C — verde mazăre, la 140°C — galben portocaliu.
10. $CoCl_2.6H_2O$ — la 20°C — roz, la 185°C — albastru violet, la 235°C — bleu.
11. HgJ_2+2AgJ — la 20°C — galben intens, la 180°C — portocaliu, la 220°C — galben; este reversibil.
12. $Ag_2CrO_4+Pb(NO_3)_2$ — la 20°C — brun-ciocolată, la 180°C — galben.
13. $C_8H_{14}N_4O_4Ni$ — la 20°C — roşu-sidefiu, la 190°C — alb.
14. $(HgJ_4)Pb$ — la 20°C — alb-galben, la 100°C — galben-verde, la 230°C — galben intens, la 305°C — portocaliu.
15. $(Co(NO_2)_6)K_2Na$ — la 20°C — galben, la 200°C — verde deschis.
16. $Co(NO_3)_2.6H_2O+Zn(CH_3COO)_2$ — la 20°C — roz, la 235°C — verde.
17. $AgSCN$ — la 20°C — alb, la 255°C — negru-cenuşiu.
18. $(HgJ_4)_3Bi_2$ — la 20°C — negru, la 240°C — maro deschis (bej).
19. $(Fe(CN)_6)(CuPy_2)_2$ — la 20°C — roşu închis, la 290°C — albastru închis.
20. $Cr_2(SO_4)_3+KNO_3+Na_2CO_3$ — la 20°C — verde, la 305°C — galben.

Din substanţele şi amestecurile de mai sus s-au confecţionat creioane cuprinzînd scara de temperaturi: 40; 45; 50; 70; 95; 100; 120; 130; 140; 180; 185; 190; 200; 230; 235; 240; 255; 305° C.

Creioanele s-au confecţionat din substanţa activă înglobată în mase uşor fuzibile, în cazul de faţă parafină, în modul următor: s-a cîntărit o cantitate anumită din substanţa termolabilă proaspăt preparată şi uscată (cînd substanţa a fost sintetizată) şi s-a amestecat intim cu talc (material de umplutură care nu influenţează asupra culorii sau a temperaturii de viraj). Drept liant am folosit parafină adusă la o temperatură puţin peste cea de topire. Folosirea unei substanţe inerte drept adaus are, pe lîngă scopul de a micşora preţul de cost al creionului, şi acela de a îmbunătăţi virajul.

Din încercările efectuate am constatat că raportul cel mai potrivit între constituienţii creionului termoindicator este de 2 părţi substanţă activă la 1 parte talc, la 1 parte parafină.

Obţinerea substanţelor necesare creioanelor

1. Iodura mercurică şi iodura de argint se obţin prin precipitarea clorurei mercurice, respectiv azotatului de argint, cu cantitatea necesară de iodură de potasiu, filtrare, spălare, uscare etc.

2. Se obţine adăugînd unei soluţii de $CuSO_4.5\,H_2O$, piridină într-un mic exces şi apoi precipitînd cu bicromat de potasiu. Se obţine un precipitat verde-galben care se filtrează, se spală, se usucă şi se pulverizează fin.

3. Azotat feric Merck *puriss.* $Fe\,(NO_3)_3.6H_2O$.

4. O parte sulfat de cadmiu la o parte cărbune, mangal, pulverizat.

5. Într-o soluţie de $(HgJ_4)K_2$ obţinută din tratarea clorurei mercurice cu iodură de potasiu pînă la completa dizolvare a precipitatului format iniţial, se introduce o soluţie de azotat de argint (1 mol $(HgJ_4)K_2$ la 2 moli $AgNO_3$). Se obţine un precipitat de culoare galbenă care se filtrează, se spală, se usucă şi se pulverizează.

6. Acetat de cobalt p. a.

7. Iodură mercurică p. a.

8. Se obţine din precipitarea la rece a carbonatului de sodiu cu cantitatea necesară de azotat de argint. După filtrare, spălare, uscare, se obţine un precipitat galben.

9. Soluţiei de sulfat de cupru [i] se adaugă un slab exces de piridină şi apoi un mic exces de sulfocianură de amoniu (să întreacă cu 1/4 cantitatea necesară de 2 moli SCN^{-1} pentru 1 mol Cu^{2+}). Se filtrează şi se usucă precipitatul verde-mazăre obţinut.

10. Clorură de cobalt *purum.*

11. 1 mol iodură mercurică şi 2 moli iodură de argint, obţinute separat prin precipitare din clorura mercurică, respectiv azotat de argint, cu cantitatea necesară din iodura de potasiu. După filtrare, spălare, uscare, se amestecă intim în proporţia de mai sus prin umectare cu o picătură de alcool. Se obţine o substanţă de culoare galbenă.

12. Cromatul de argint se obţine prin precipitarea cromatului de potasiu cu cantitatea necesară de azotat de argint. Se filtrează, se spală, se usucă şi după mărunţire se amestecă cu azotat de plumb (mol la mol).

13. Nicheldimetilglioxima se precipită după metoda cunoscută de dozare a nichelului din o sare de nichel şi dimetilglioximă (soluţie alcoolică) în prezenţa amoniacului la fierbere. Se obţin cristale roşii sidefii.

14. O soluţie de $(HgJ_4)K_2$ obţinută ca la pct. 6 se precipită cu cantitatea necesară de azotat de plumb. Se filtrează, se spală, se usucă, se mărunţeşte.

15. Se obţine din precipitarea unei soluţii de $(Co(NO_2)_6)Na_3$ cu clorură de potasiu.

16. O parte azotat de cobalt la o parte acetat de zinc.

17. Se tratează sulfocianura de amoniu cu cantitatea necesară de azotat de argint. Precipitatul alb se filtrează, se spală şi se usucă.

18. Soluţia de $(HgJ_4)K_2$ obţinută ca la pct. 6 se precipită cu azotat de bismut în cantitatea necesară. Precipitatul este de culoare maro închis-negru.

19. O soluţie de ferocianură de potasiu se precipită cu cantitatea necesară de sulfat de cupru în prezenţa piridinei. Precipitatul are culoarea roşu închis.

20. 1 mol sulfat de crom la 5 moli azotat de potasiu la 3 moli carbonat de sodiu.

Dăm ca exemplu confecţionarea creionului nr. 1.

Se cîntăresc 1,32 g iodură mercurică şi 0,68 g iodură de argint (1 mol : 1 mol) proaspăt preparate şi uscate, se amestecă într-un mojar prin umectare cu alcool. Se adaugă 1 g talc omogenizînd amestecul. După uscare şi pulverizare substanţa este introdusă într-o capsulă de porţelan în care se află 1 g parafină încălzită puţin deasupra temperaturii de topire, cu care se face o pastă, se rulează între două plăci de sticlă pînă la întărire, cînd se obţine un creion de culoare galbenă. La temperatura de 40 °C culoarea acestuia trece în portocaliu. În mod asemănător se confecţionează şi celelalte creioane.

Primit la 24 VI 1961

ISE „V. I. Lenin", Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. Беленький Е. Ф., Рискин С. В., *Химия и технология пигментов. Пигмент с особым пспользованием*, М., Гизлегпром, 1949, ч. V, гл. 29.
2. Гиревич С. И., За лакокрасот снужу индустрию, 1935, *1*, стр. 25—26.
3. Laske F., D.R.P., 625.645, 1936/1938; D.R.P., 574.868, 1927/1933.
4. Rabaté H., Métal. Const. Méc., 1936, **68**, pp. 18—19.
5. Mayer Th. H., Farben Chem., 1937, 8 juli, S. 230—237.
6. * * * C. Z. 1939, **II**, S. 2825; Ibid., 1937, **I**, S. 3703.
7. * * * D.R.P. 665.464.
8. Penzig F., Ztschr. Deutsch. Ing., 1941, *2*, S. 48; Chem. Fabrik, 1939, **12**, S. 358; Angew. Chem., 1941, **54**, S. 178.
9. Garre, B. Perner L., D.R.P., 679.796.
10. Iantsch F., Farbe und Lack, 1940, S. 115—116.
11. Déribéré M., La Nature, 1941, pp. 336—338.
12. Armeanu V. şi colab., St. şi cerc. chimice, 1954, **II**, *3—4*, pp. 123—129.
13. Matsui M., Nakanishi T., J. Sci. Res. Inst. (Japan), 1952, **46**, pp. 26—30.
14. Гвоздов С. П., Ерунова А. Х., Изв. хим. и хим. текн., 1958, *5*, стр. 154—159.

ХИМИЧЕСКИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ИНДИКАТОРЫ
Термоиндикаторы

(Резюме)

В продолжении исследований, начатых несколько лет тому назад, выбираются из многочисленных изучаемых веществ 20 новох вещества (простые соли, комплексные соединения или смеси) указывающие температуры изменением своей окраски.

Создается возможность определят температуры между 40°C и 305°C.

Точность получаемых показаний у веществ, употребляемых под видом карандашей, ± 2...3°C%.

Некоторые из иследуемых веществ обладают обратимыми свойствами окраски при температурах ниже 120°C, то есть, при охлаждении воспринимают первоначальную окраску.

Метод измерения температур с помощью термоиндикаторных веществ рекомендуется там, где нет возможности пользоваться обычными методами: для подвижных деталей машин, когда температуру надо быстро измерить во время работы, или для измерения распределения температуры на болших поверхностях.

INDICATEURS CHIMIQUES DE TEMPÉRATURE
Thermoindicateurs

(Résumé)

En poursuivant les recherches entreprises depuis plusieurs années, on a choisi parmi les nombreuses substances étudiées 20 nouvelles substances, sels simples, combinaisons complexes ou mélanges, sous forme de crayons ou de vernis, qui peuvent indiquer la température par le virage de leur couleur.

Les températures indiquées sont comprises entre 40°C et 305°C ; la précision des indications obtenues, sous forme de crayons, est de ±2...3°C%. Plusieurs de ces soubstances présentent des virages réversibles pour les températures jusqu'à 120°C, c'est-à-dire le refroidissement fait revenir la couleur initiale.

La méthode de mesure de la température à l'aide des soubstances thermoindicatrices est recommandée surtout dans les cas où il n'est pas possible d'utiliser les méthodes usuelles, à savoir : pour les pièces mobiles, lorsque la température doit être mesurée pendant la travail, dans les endroits d'accès difficile ou pour observer la distribution des températures sur des grandes surfaces.

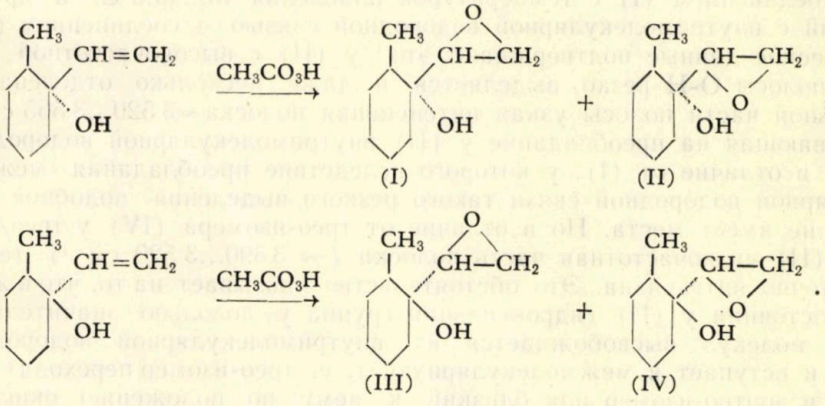
BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 547.361

ИССЛЕДОВАНИЕ КОНФОРМАЦИЙ 2-МЕТИЛ-1-ОКСИЦИКЛОГЕКСИЛЭТИЛЕН-ОКСИДОВ КОМБИНАЦИОННЫМ РАССЕЯНИЕМ СВЕТА

М. И. БАТУЕВ, А. А. АХРЕМ, А. Д. МАТВЕЕВА

Окислением цис-2-метил-1-винилциклогексанола перуксусной кислотой в хлороформе одним из нас [1] были выделены два глицидных спирта с цисконфигурацией, а окислением транс-2-метил-1-винилциклогексанола — два глицидных спирта с трансконфигурацией (реакции протекают с сохранением конфигурации при асимметрическом центре). Было предположено, что в каждой паре спиртов они между собой различаются по пространственному положению окисного цикла, т. е. являются диастереоизомерами и что были получены следующие четыре глицидных спирта: (I) цис-эритро-(2-метил-1-оксициклогексил)-этиленоксид, (II) цис-трео-(2-метил-1-оксициклогексил)-этиленоксид, (III) транс-эритро-(2-метил-1-оксициклогексил)-этиленоксид, (IV) транс-трео-(2-метил-1-оксициклогексил)-этиленоксид:



Все четыре спирта имеют весьма различные температуры плавления: один из спиртов цис-ряда имеет температуру плавления 43...43,5°C, другой — жидкий (его температура кипения $\frac{80...90°C}{7\ мм}$); один из спиртов транс-ряда имеет температуру плавления 75...75,5°C, другой — 40,5...41°C.

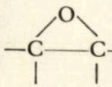
Исследования ядерного магнитного резонанса этих веществ в растворе четыреххлористого углерода [2] были направлены на выяснение экваториального или аксиального положения окисного цикла. Настоящее исследование спектров комбинационного рассеяния света полученных глицидных спиртов дает возможность продолжить далее выяснение вопроса о их строении.

Прежде всего, спектры комбинационного рассеяния света[1]) показывают что гидроксильная группа у всех четырех спиртов в жидком состоянии включена в водородную связь с атомом кислорода окисного цикла: частота **O-H** размыта в полоску, характерную для гидроксила, включенного в водородную связь (см. табл. 1). У двух транс-изомеров полоска эта существенно различна: у изомера с более низкой температурой плавления 40,5...41°C она узкая ($\sim$45 см$^{-1}$ примерно в пределах 3 520...3 565 см$^{-1}$), лишь со слабым по интенсивности размывом ее далее в сторону низких частот; у изомера с более высокой температурой плавления 75...75,5°C она более широкая ($\sim$ 200 см$^{-1}$ примерно в пределах 3 395...3 590 см$^{-1}$) и сравнительно одинаковой интенсивности по всей ее указанной ширине. Такое различие в характере полос гидроксильных групп указывает [3]...[5] на безусловное преобладание у первого из двух транс-изомеров внутримолекулярной водородной связи, у другого — межмолекулярной, т. е. первый является соединением (IV) с температурой плавления 40,5...41°C, другой — соединением (III) с температурой плавления 75...75,5°C. Повидимому, именно указанное различие в типах водородной связи существенным образом сказывается в данном случае на различиях в температурах плавления. Если этим же обстоятельством обусловливается большое различие в температурах плавления двух глицидных спиртов цис-ряда, то тогда один из этих спиртов с более высокой температурой плавления, также в данном случае обусловленной межмолекулярной водородной связью, является соединением (I) с температурой плавления 43...43,5°C, а другой жидкий с внутримолекулярной водородной связью — соединением (II). Оптические данные подтверждают это: у (II) с высокочастотной стороны полосы **O-H** резко выделяется и даже несколько отделена от остальной части полосы узкая интенсивная полоска $\sim$3 520...3 565 см$^{-1}$, указывающая на преобладание у (II) внутримолекулярной водородной связи, в отличие от (I), у которого вследствие преобладания межмолекулярной водородной связи такого резкого выделения подобной полоски не имеет места. Но в отличие от трео-изомера (IV) у трео-изомера (II) низкочастотная часть полоски ($\sim$ 3 390...3 520 см$^{-1}$) также достаточно интенсивна. Это обстоятельство указывает на то, что в жидком состоянии у (II) гидроксильная группа у довольно значительной части молекул высвобождается из внутримолекулярной водородной связи и вступает в межмолекулярную, т. е. трео-изомер переходит частично в эритро-изомер или близкий к нему по положению окисного цикла. У (I) переход эритро-изомера в трео-изомер, повидимому, также имеет место, но во всяком случае в гораздо меньшей степени, чем это наблюдается у (II), так как оптически он почти не обнаруживается.

[1]) Спектры снимались на отечественном спектрографе ИСП-51 со средней камерой и на спектрографе Хильгера Е-612.

Таблица 1

Частоты колебаний гидроксила, окисного цикла и циклогексанового кольца

	Жидкое состояние				20% раствор в CCl_4			
	(I)	(II)	(III)	(IV)	(I)	(II)	(III)	(IV)
O—H	3 390...3 570; полоса	3 520...3 565; 3 390...3 520; полоски	3 390...3 590; полоса	3 520...3 565; полоска**	3 541 (1*) 3 565 (2*) 3 612 (0) 3 621 (1)	3 525 (1*) 3 552 (2*) 3 612 (0) 3 623 (0)	3 542 (1*) 3 563 (3*) 3 613 (0) 3 621 (0)	3 527 (1*) 3 550 (2*) 3 613 (0) 3 626 (0)
	1 250 (2*) 1 257 (9*) 1 268 (2* дв)	1 252 (2* дв) 1 265 (9* дв)	1 252 (7 дв) 1 268 (1 дв)	1 252 (1 дв) 1 269 (6 дв)	1 249 (1*) 1 255 (5) 1 269 (1* дв)	1 252 (1* дв) 1 264 (5* дв)	1 252 (5 дв) 1 268 (0 дв)	1 253 (1 дв) 1 269 (1 дв)
	703 (8 дв) 714 (2 дв)	702 (8 дв) 713 (3 дв)	700 (1 дв) 718 (7 дв)	703 (1 дв) 716 (8 дв)	700 (4 дв) 714 (1 дв)	701 (4 дв) 715 (2 дв)	701 (1 дв) 719 (4 дв)	699 (1 дв) 715 (4 дв)

*) Звездочками при интенсивностях обозначены соседние линии, расположенные на общем фоне; дв — двойная линия.

**) Со слабым размывом в сторону низких частот.

Как видно, основными стабилизирующими факторами в рассматриваемом случае эритро-трео-изомерии являются два вида водородных связей. Энергия этих связей невелика (~ 3 ккал/моль). Поэтому эти связи обусловливают резкое различие эритро-трео-изомеров в кристаллическом состоянии исследуемых спиртов, но в условиях нашего эксперимента (жидкое состояние при ~ 30°С у (II) и при ~ 85°С у (III); переохлажденное жидкое состояние при ~ 30°С у (I) и (IV); облучение в условиях эксперимента квантами света синей и ближней ультрафиолетовой области) стабилизирующее влияние водородных связей ослабевает. Однако ближний порядок и в этих условиях сохраняется, специфические для каждого из исследуемых спиртов черты их строения, как эритро- и трео-изомеров, остаются преимущественными.

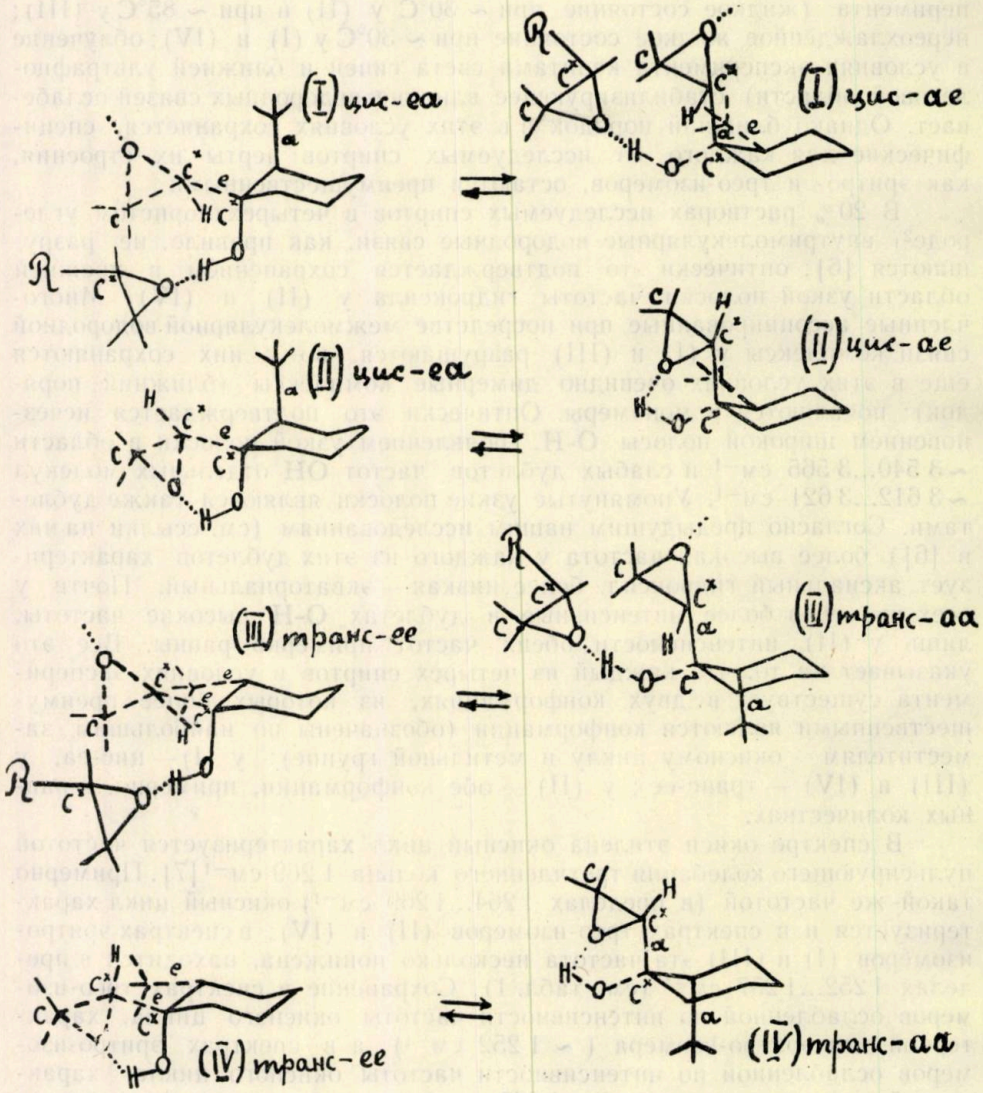
В 20% растворах исследуемых спиртов в четыреххлористом углероде[2]) внутримолекулярные водородные связи, как правило, не разрушаются [6]; оптически это подтверждается сохранением в прежней области узкой полоски частоты гидроксила у (II) и (IV). Многочленные ассоциированные при посредстве межмолекулярной водородной связи комплексы у (I) и (III) разрушаются, но у них сохраняются еще в этих условиях очевидно димерные комплексы (ближний порядок); появляются и мономеры. Оптически это подтверждается исчезновением широкой полосы **О-Н**, появлением узкой полоски в области ~3 540...3 565 $см^{-1}$ и слабых дублетов частот **ОН** отдельных молекул ~3 612...3 621 $см^{-1}$. Упомянутые узкие полоски являются также дублетами. Согласно предыдущим нашим исследованиям (см. ссылки на них в [6]) более высокая частота у каждого из этих дублетов характеризует аксиальный гидроксил, более низкая — экваториальный. Почти у всех изомеров более интенсивные в дублетах **О-Н** высокие частоты, лишь у (II) интенсивности обеих частот примерно равны. Все это указывает на то, что каждый из четырех спиртов в условиях эксперимента существует в двух конформациях, из которых более преимущественными являются конформации (обозначены по наибольшим заместителям — окисному циклу и метильной группе): у (I) — цис-еа, у (III) и (IV) — транс-ее; у (II) — обе конформации, примерно, в равных количествах.

В спектре окиси этилена окисный цикл характеризуется частотой пульсирующего колебания трехчленного кольца 1 269 $см^{-1}$ [7]. Примерно такой же частотой (в пределах 1 264...1 269 $см^{-1}$) окисный цикл характеризуется и в спектрах трео-изомеров (II) и (IV); в спектрах эритро-изомеров (I) и (III) эта частота несколько понижена, находится в пределах 1 252...1 257 $см^{-1}$ (см. табл. 1). Сохранение в спектрах трео-изомеров ослабленной по интенсивности частоты окисного цикла, характерной для эритро-изомера (~ 1 252 $см^{-1}$), а в спектрах эритро-изомеров ослабленной по интенсивности частоты окисного цикла, характерной для трео-изомеров (~ 1 269 $см^{-1}$), указывает в соответствии с приведенными выше данными на то, что стабилизирующее действие двух видов водородных связей в условиях нашего эксперимента не-

[2]) Интенсивности частот растворов несравнимы с интенсивностями частот исследуемых спиртов в жидком состоянии: растворы снимались при значительно большей экспозиции.

сколько ослабевает, эритро- и трео-изомеры в некоторой мере переходят друг в друга.

Дублетный характер линий указывает на то, что каждый из спиртов существует в двух конформациях. В спектре (1) дублет 1250, 1257



.... водородная связь; --- экваториальныэ положения заместителей; R — остаток молекулы, включенной в межмолекулярную водородную связь.

разрешен довольно отчетливо; в свете изложенного выше и судя по интенсивностям линий можно сделать заключение, что частота колебаний окисного цикла более высокая, когда он находится в экваториаль-

ном положении (1257), а не в аксиальном (1252), причем у (I) конформация цис-еа существенно преобладает сравнительно с конформацией цис-ае.

В спектрах исследуемых спиртов (см. табл. 1) в области частот пульсирующего колебания орто-замещенного циклогексанового кольца (~ 700...720 $см^{-1}$) наблюдается одна двойная более интенсивная частота и другая резко ослабленная по интенсивности, также двойная. Как нами отмечалось в предыдущих работах (см. ссылку (1) в [6]), частоты пульсирующих колебаний кольца у транс-орто-замещенных, как правило, выше, чем у соответствующих цис-орто-замещенных. В соответствии с этим соединения (I) и (II) с интенсивными более низкими частотами пульсирующего колебания кольца (~ 699...703 $см^{-1}$) имеют цис-конфигурацию, а соединения (III) и (IV) с интенсивной более высокой частотой этого колебания (~ 713...719 $см^{-1}$) — транс-конфигурацию. Как видно,реакции действительно протекают с сохранением конфигурации при асимметрическом центре. Ослабленные по интенсивности частоты свидетельствуют о наличии подмеси одной конфигурации в другой (особенно у (II)) возможно вследствие соответствующей подмеси в исходном веществе. Двойной характер рассмотренных частот указывает на то, что каждый из спиртов в условиях эксперимента существует в двух конформациях, как это отмечено выше на схемах.

Выводы

Оптически обнаруживаемые два вида водородных связей в исследуемых спиртах указывают на наличие в них эритро-трео-изомерии, наиболее четко проявляющуюся в твердом состоянии спиртов. В жидком состоянии в условиях нашего эксперимента эритро- и трео-изомеры в некоторой степени переходят друг в друга, или же окисный цикл, вращаясь, занимает какое-либо иное положение. Однако и в жидком состоянии исследуемых спиртов в условиях нашего эксперимента ближний порядок сохраняется, в нем преимущественными остаются конформации с экваториальным положением наибольших заместителей — (I) и (II) цис-еа, (III) и (IV) — транс-ее.

Поступила 1 XII 1960 г.

Академия Наук СССР,
Институт горючих ископаемых,
Институт органической химии,
Москва

ЛИТЕРАТУРА

1. Назаров И. Н., Ахрем А. А., ЖОХ, 1958, **28**, стр. 1791.
2. Машер Дж., Ахрем А. А., ДАН СССР, 1960, **134**, стр. 354.
3. Батуев М. И., Ibid., 1940, **28**, стр. 423.
4. — Ibid., 1943, **40**, стр. 315.
5. — Ibid., 1945, **47**, стр. 10.
6. Батуев М. И., Ахрем А. А., Матвеева А. Д., Изв. АН СССР, ОХН, 1960, стр. 538.
7. Кольрауш К., *Спектры комбинационного рассеяния*, ИЛ, М., 1952, стр. 288, (пер. с немецкого).

A STUDY OF THE CONFORMATIONS OF 2-METHYL-1-OXYCYCLOHEXYLETHYLENEOXIDES BY THE COMBINATION SCATTERING OF LIGHT

(Abstract)

Two types of hydrogen bondes revealing at optical investigations of oxydo-alcohols indicate the presents of eritro-treo isomerism particularly remarcable in the solid state. In the liquid state at the experimental conditions these isomers are interconversing in some extent or oxyde ring occupies some other position because of rotation. Nevertheless in the liquid state the short-range order remains and the conformational isomer with equatorial position of the bulky substituent prevails — (I) and (II) — cis-ea, (III) and (IV) — trans-ee.

STUDIUL STRUCTURII 2-METIL-OXICICLOHEXILETILENOXIZILOR PRIN DISPERSIA COMBINATĂ A LUMINII

(Rezumat)

Două tipuri de benzi de hidrogen, puse în evidenţă cu ocazia studiului pe cale optică a oxid-alcoolilor, indică prezenţa unui eritro-treo-izomerism, ce se poate observa în mod deosebit de pregnant în stare solidă. În stare lichidă, în condiţiile experimentării autorilor, aceşti izomeri se transformă unul într-altul sau, datorită rotaţiei, ciclul oxid ocupă o altă poziţie. Totuşi şi în stare lichidă se conservă o strînsă ordonare. În această ordonare un rol preponderent îl joacă conformaţiile cu poziţia ecuatorială a substituenţilor celor mai mari şi anume (I) şi (II) cis-ea (III) şi (IV) trans-ee.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. K. 628.54

BEITRAG ZUM PROBLEM DER GERBEREIABWÄSSER
SEDIMENTIRENDE VORREINIGUNG DURCH „SELBSTKLÄRUNG"

VON

V. KUBELKA

I

Noch zur Zeit als das österreichische Wassergesetz verfasst wurde (1875), gab die Reinheit der Flusswässer in der damaligen öster.ungarischen Monarchie keinen Anlass zur Erwähnung dieses Problems in dem erwähnten Gesetze. Die Bemerkungen zu dem Gesetze konstatieren nur, dass „in den Städten mit 100 000 und mehr Einwohner die Abwässer aus industriellen Betrieben keine Änderung weder in der Menge noch in der Zusammensetzung der städtischen Kanalabwässer verursachen"!

Seit dieser Zeit hat sich der Reinheitszustand der Flusswässer in allen zivilisierten Ländern höchst ungünstig entwickelt. In der Weltliteratur der letzten 100 Jahren finden sich unzählige Arbeiten über die Fabrikabwässer, aber trotzdem muss das Problem als „ungelöst" bezeichnet werden.

Und doch will ich feststellen, dass im letzten Dezenium auf diesem Gebiete ein nicht geringfügiger Fortschritt erzielt wurde, denn es ist gelungen das Interesse für die Lösung des Abwasserproblemes in denjenigen Kreisen zu wecken, welche allein im Stande sind, es zu lösen. Es sind die Technologen und Chemiker der Industrie. Die Mitarbeit dieser technologischen Fachmänner sezt wirklich schon in der höchsten Zeit an.

In ČSR wurde im Jahre 1956 festgestellt, dass die durch Fabrikabwässer verursachte Verunreinigung der Flüsse ungefähr 25 mal grösser war, als die Verunreinigung durch städtische Kanalisationen. Dies bedeutet, dass wenn die gesamte städtische Verunreinigung restlos beseitigt wäre, würde es nur 1/25 Teil der gesamten Verpestung der Flüsse entfernen.

Der schwerwiegende Umstand dabei ist, dass die industrielle Verunreinigung von einem Jahr zu anderem bedeutend rascher sich vergrössert als die städtische. Aus den von mir in den letzten Dezenien durchgeführten Untersuchungen einiger grossen Flüsse in ČSR geht hervor, dass in die Flussbette der untersuchten Ströme im Jahre 1958 4...6 mal soviel organische Verunreinigungen eingeführt wurden, als im Jahre 1945. Für dieses Anwachsen ist grösstenteils die Vergrösserung der Industriebetriebe verantwortlich. Eine durchgreifende Besserung des Zustandes unserer Flüsse ist nur durch gründliche Unschädlichmachung der Fabriksabwässer zu erzielen. Und hier fängt das bisher ungelöste, ja es scheint sogar unlösbare Problem an. Trotz den Bemühungen und den diesbezüglichen Studien in allen Staaten der Welt ist es bisher nicht gelungen, Methoden zur Reinigung der wichtigsten und schädlichsten Fabriksabwässer zu finden [1]), ja es scheint, dass dies auch niemals gelingen wird. Nach der Erkenntnis dieser Tatsache ist es in den verflossenen 20 Jahren zu einer — man könnte sagen dialektischen — Wendung in der Lösung dieses Problemes gekommen.

Früher begann man mit der Behandlung der Industrieabwässer an der Stelle, wo der Abwässerkanal die Fabrik verliess, also ausserhalb der Fabrik und mit dem

[1]) unter welche besonders auch die Gerbereiabwässer gehören.

Studium derselben beschäftigten sich Fachmänner wie Wassertechniker, Hygieniker, Biologen, Ärzte, Tierärzte, Sanitätsingenieure usw., also Fachleute aller möglichen Zweige, nur nicht die in dem betreffenden Erzeugungszweige bewanderten Technologen und Chemiker. Die neue Linie in der Lösung des Problemes der Abwässer muss den entgegengesetzten Weg verfolgen: von dem Abwasserkanal zurück gegen die Stromrichtung der Abwässer bis in die einzelnen Werkstätte und Fabrikshallen, um die einzelnen Abwässer direkt an Ort und Stelle ihrer Entstehung zu erfassen und zu behandeln.

Es muss kontrolliert werden ob bei den einzelnen Teilprozessen in der Fabrik nicht unnötige Wassermengen eingesetzt werden, welche dann die Menge der Abwässer vergrössern; es muss kontrolliert werden, ob die Rohstoffe voll ausgenützt werden, ob nicht Verluste an denselben entstehen, welche dann die Qualität der Abwässer verschlechtern; es muss kontrolliert werden ob alle ausgesprochen giftige oder sonst für das Flussabwasser schädliche Stoffe aus dem Erzeugungsprozess ausgeschieden sind.

In vielen Fällen wird es notwendig sein, den technologischen Erzeugungsprozess oder dessen Teiloperation so zu ändern, dass kleinere Menge oder weniger schädliche Abwässer entstehen. Es ist weiter wichtig, dass alle abfallenden Reste von zersetzlichen Rohstoffen direkt bei den Maschinen, Gefässen etc. erfasst werden, damit sie in die Abwässer überhaupt nicht gelangen. Dadurch bekommt man diese restlichen Stoffe im frischen Zustande und man kann sie besser verwerten ev. regenerieren. Abfälle von infizierten Rohstoffen kann man bei dieser getrennten Erfassung desinfizieren, noch bevor sie in die grosse Menge des Gesamtabwassers gelangen, deren Desinfection dann unmöglich ist.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Erforschung des Problemes der Industrieabwässer eine Aufgabe für die Betriebstechnologen und Betriebschemiker ist, vielmehr als für die Wassertechniker oder sogar für die Hygieniker oder Gesundheitstechniker.

Eine solche Lösung der Aufgabe bedeutet gründliche Revision des technologischen Prozesses, welche ausdrücklich und zielbewusst zum Ziel und Zweck die Verbesserung der Abwässerverhältnisse haben soll.

Bei den Bemühungen um Wiederverwendung der Werkstoffreste und deren ev. Rezirkulation muss im Auge gehalten werden, dass der weitaus wichtigste von allen Werkstoffen insbesonders auch für die Gerberei, das Wasser selbst ist. Die Industrie muss heute das Wasser als einen wertvollen Werkstoff behandeln, der nur mit einem gewissen finanziellen Aufwand gewonnen wird. Die Regeneration bzw. Rezirkulation des Wassers muss in jeder Fabriksabteilung separat einsetzen, noch bevor das Teilabwasser durch Vermischen mit den Teilabwässern aus anderen Abteilungen vermischt, verdünnt oder seine Verunreinigung so kompliziert wird, dass die Reinigung desselben dadurch erschwert, oder sogar unmöglich gemacht wird.

Kein technologischer Prozess darf in der Zukunft für vollkommen angesehen werden, bei welchem nicht die Unschädlichmachung bzw. das restlose Erfassen und die Verwertung aller abfallenden Stoffe gelöst und durchgeführt wird. Als ideales Endziel dieser Umbaubemühungen muss angestrebt werden, dass aus den Fabriken überhaupt keine Abwässer abfliessen.

II

Die Abwässer der Lederfabriken nehmen an der Verunreinigung des Wassers in den Flüssen in Europa im grösseren Masstabe Anteil seit dem Jahre etwa 1880 bis 1890, als die Industrialisierung der bisher meistens als Kleinindustrie betriebenen Gerbereien begann [2]).

[2]) In den Jahren 1880...1890 waren noch z. B. in den Ländern Böhmen und Mähren mehrere Hundert kleine Gerbereien, welche in dem ganzen Lande zerstreut an verschiedensten Flüssen und Bächern lagen; heute bleiben davon in der ČSSR etwa 20 Lederfabriken mit einer zehnfach grösseren Kapazität. Diese Entwicklung ist eine Welterscheinung: so zählte man in USA im Jahre 1870 etwa 7 569 Gerbereien, im Jahre 1944 blieben davon nur 470. Es ist interessant, dass man in Russland den Gerbereiabwässern schon viel früher Aufmerksamkeit widmete. So z. B. schrieben die Vertreten von der Stadt Moskau der kaiserl. Kommission für das neue bürgerliche Gesetz ihre Forderung, dass oberhalb der Stadt an den Flüssen keine Gerbereien errichtet werden dürfen wegen Wasserverunreinigung.

Heute wird geschätzt, dass die Lederfabriken z. B. in der ČSSR jährlich etwa 3...4 000 000 m^3 Abwässer produzieren mit einem Gehalt von ungefähr 5 bis 6 g/l Trockensubstanz; das bedeutet, dass sie jährlich etwa 15...20 000 t Trockensubstantz in die Flüsse einführen. Als Gesamtjahresmenge scheint diese Zahl nicht besonders hoch zu sein [3]; aber es müssen folgende Umstände berücksichtigt werden:

1. Die Abwässer der Gerbereien gehören zu den schädlichsten für das Flusswasser, denn sie enthalten grosse Menge von stickstoffhaltigen organischen Stoffen, welche leicht der Fäulnis unterliegen.

2. Die Abwässer der Gerbereien enthalten oft Keime von gefährlichen Tierseuchen, von welchen viele auch die Menschen bedrohen (Anthrax); sie enthalten direkte Gifte (Arsen, Sulfide, Chromverbindungen etc.).

3. Die Lederfabriken sind in den meisten Ländern in bestimmten Territorien (Kreise, Bezirke) angehäuft. Somit ist die Verunreinigung auf einige Flüsse des Landes konzentriert.

4. Die Abwässer verschlammen das Flussbett und die wassertechnischen Einrichtungen, unterliegen der Fäulnis, wodurch der im Wasser gelöste Sauerstoff verbraucht und durch giftige bzw. stinkende Gase ersetzt wird (H_2S u. a.). Bei Überschwemmungen verpestet der Schlamm die anliegenden Felder und Wiesen mit Krankheitskeimen und schädlichen Chemikalien (Gerbstoffe, Chromsalze etc.).

Es wird angegeben, dass das Gesamtabwasser der Gerberei in den Rezipient ohne schädliche Folgen eingeführt werden kann, wenn es in demselben verdünnt wird: in Rezipienten mit sehr reinem Wasser im Verhältnis 1:200; bei mittelstark verunreinigtem Wasser im Vorfluter mindestens 1:300 und bei der normalen Verunreinigung des Wassers in unseren Flüssen etwa 1:1 000.

Weiter wird angegeben, dass die toxische Wirkung des Gesamtabwassers bei dauernder Wirkung auf sehr widerstandsfähige Fische (Karpfen, Karausche etc.) bei der Verdünnung 1:100 aufhört, wenn das Verdünnungswasser selbst keine Toxizität aufweist. Die Würmer „Tubifex", „Daphnia", „Aselus" und andere Indikatoren des gesunden biologischen Zustandes des Flusswassers erfordern angeblich Verdünnung von etwa 1:200 — bei kleinerer Verdünnug hört diese Belebung auf die Selbstreinigung des Flusswassers zu fördern. Es sei mir erlaubt zu sagen, dass alle solche Angaben unzuverlässig ja meistens irreführend sind.

Die Begründung davon ist:

1. Der Wasserdurchfluss (Q) in unseren Flüssen unterliegt während des Jahres grossen Schwankungen.

2. Infolge dessen unterliegt auch die Verunreinigung des Flusswassers grossen Schwankungen.

3. Alle Berechnungsmethoden, welche den zulässigen Verunreinigungsgrad des Flusswassers angeben sind unzuverlässig.

Theoretische Berechnungen halte ich für die europaeischen Verhältnisse für unnötige Theoretisierung. Der Zustand unserer Flüsse erfordert unbedingt, dass die Abwässer aller Gerbereien soweit gereinigt werden, als wir es nur technisch im Stande sind.

III

Die Abwässer der verschiedenen Lederfabriken sind hauptsächlich durch das verwendete Gerbmittel charakterisiert; in den grossindustriellen Betrieben kommen fast ausschliesslich die vegetabilischen Gerbstoffe (+ Syntane) und die gerbenden Chromsalze in Betracht.

Unsere weiteren Ausführungen beziehen sich auf eine Gerberei, in welcher unsere Beobachtungen und Versuche gemacht wurden. Diese Gerberei war von gemischter Produktion (Unterleder und Oberleder) mit

[3]) z. B. im Vergleich mit den Zellulosefabriken, welche ihn ČSSR jährlich über 350 000 t Trockensubstanz in die Flüsse abführen, oder mit der Zuckerindustrie, welche während der Kampagne (2...3 Monate) etwa 300 000...500 000 t Trockensubstanz in der Form von Abwässer produzieren.

dem Verhältnis vegetabilischer Gerbstoff zu Chrom = 1 : 1, ausgedrückt im Gewichte der Rohhäute. Diese Lederfabrik produziert etwa 400 m³

Tabelle 1

Menge der geteilten Abwässer in einer gemischten Gerberei mit dem Erzeugungsverhältnis veget.: Cr = 1 : 1

Abwässer	Bezeichnung des Abwassers	Auf 1 kg eingearbeiteter Rohhäute l
1. Weiche	*a*	2,05
2. und 3. Weiche u. Waschwasser	*b*	gesamt mit *f*
Abfall-Äscher	*c*	1,58
Abfallendes Entkälkungsbad	*d*	2,44
Abfallendes Beizbad	*e*	
Waschwässer aus der Wasserwerkstatt	*f* (+ *b*)	25,5
Gesamtabfall der Wasserwerkstatt		31,6
Abfallende l. Gerbfarbe	*g*	3,13
Waschwässer aus der Gerbstoffwerkstatt	*h*	1,04
Gesamtabwasser aus der vegetab. Gerbung		4,17
Abfallende Chromgerbbrühe	*i*	1,23
Verdünnte- und Waschwässer aus der Chromgerbung	*k*	39,1
Gesamtabwässer der vegetab. Gerbung		35,8
Gesamtabwässer der Chromgerbung		72,0
Durchschnitt bei dem Verhältnis veget.: Cr = 1:1		53,9

Totalabwasser täglich, welches nach unseren Messungen aus folgenden Teilabwässern besteht. Unsere Messungen wurden direkt in den Kanälen und Kanalschächten durchgeführt und die Ergebnisse sind in folgende Tabellen zusammengestellt.

Tabelle 2

Menge des abfliessenden Totalabwassers, ermittelt durch direkte Messung in dem Hauptkanal

Arbeitsstunde	Tageszeit	Menge des Abwassers	
		m³	l/kg Grüngewicht
0	5,50...6	0,1	0
1	6,0...7	10,9	1,5
2	7...8	47,2	6,3
3	8...9	62,3	8,3
4	9...10	56,8	7,6
5	10...11	37,9	5,1
6	11...12	49,1	6,6
7	12...13	30,1	4,0
8	13...14	53,6	7,2
9	14...15	36,2	4,9
10	15...16	11,7	1,6
11	16...17	5,1	0,7
12	17...18	0	0
Im Ganzen pro Arbeitstag		401,0	53,8

Nach der Tabelle 1 entstehen in dieser modernen Gerberei mindestens 10 verschiedene Abwässer; in manchen Tageszeiten sind es stark alkalische Lösungen (Kalk, Sulfide), in anderen wieder sauere Flüssigkeiten, Gerbmittelbrühen, anorganische Säuren. Alle Teillabwässer enthalten bedeutende Mengen von leicht zersetzlichen Eiweisstoffen, welche im Kanal in Fäulnis geraten.

Diese in der Tabelle 1 erwähnten Teilabwässer werden aus den einzelnen Werkstätten stossweise abgelassen,

was zur Folge hat, dass in den Hauptkanal der Gerberei in gewissen Tagesstunden Abwasser von stark alkalischer Reaktion (pH bis 12) einfliesst, in anderen wieder Abwasser von sauerer Reaktion (pH = 3...4). Nach der Durchmischung resultiert das „Totalabwasser" mit einem pH etwa 11...12 (vgl. Tabelle 2).

Die Temperatur des abgelasssenen Abwassers beeinflusst weitgehend alle Reinigungsprozesse und auch die Selbstreinigung des Vorfluters. Die Temperatur des Gesamt-Abwassers ist das ganze Jahr durch bedeutend höher als die der Luft (vgl. Abb. 1).

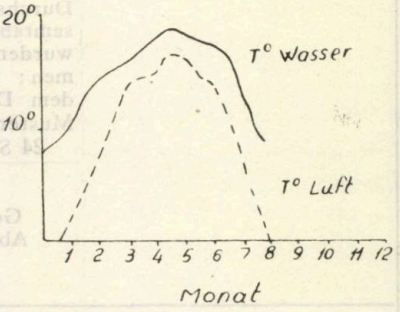


Abb. 1

Die qualitative Zusammensetzung des Totalabwassers in rohem Zustande ist in der Kollone *A* der Tabelle 3 angegeben. Die Teilabwässer wurden schon öfters den genauen chemischen Analysen unterworfen und die Ergebnisse sind in der Fachliteratur angegeben. Für die von uns untersuchte Lederfabrik sind die ermittelten Werte in einer früheren Arbeit veröffentlicht. An dieser Stelle will ich nur kurze Charakteristik der in der Tabelle 1 angeführten Teilabwässer angeben, was für meine Ausführungen genügt.

Wichtiger als die detailierten Angaben der zahlenmässigen Analysenwerte ist für unsere Arbeit die Einteilung der Teilabwässer in konzentrierte (Kalkäscher, Gerbfarben etc.) und in „verdünnte", wie sie in der Tabelle 4 übersichtlich wiedergegeben ist. (Die Bezeichnung der einzelnen Teilabwässer entspricht der Tabellen 1 und 3).

Abgelassenes Weichwasser. Das erste Weichwasser enthält grosse Mengen von höchst schädlichen organischen Stoffen (Kot, organische eiweisshaltige Säfte), ist stark fäulnisfähig. Abwässer von der 2. und ev. der weiteren Weiche sind bedeutend verdünnter. Bakteriologisch sind alle ausgenützten Weichwässer die gefährlichsten von allen; sie führen mit sich fast alle Mikroorganismen, welche auf und in den Rohhäuten enthalten waren, darunter auch alle Seuchenerreger.

Abgelassene Äscher sind in der Hauptsache Kalkmilch mit 2...5 % CaO-Gehalt; daneben enthalten sie bis 10 g/l organische eiweissartige Stoffe, welche der Fäulnis unterliegen (Geruch NH_3, H_2S etc.).

Die benützten Entkälkungsbrühen und Beizen (*d* + *c* aus der Tabelle 1) sind wenig verunreinigt; sie enthalten meistens unschädliche anorganische Salze und wenig organische Eiweisstoffe.

Die benützten Beizbrühen (*e*) enthalten Holzmehl, anorganische Salze, Reste von gelösten enzymatischen Beizen und wenig Eiweisstoffe; sie sind im frischen Zustande fast sterill und mit so viel Waschwasser verdünnt, dass sie kaum im Flusswasser schädlich wirken.

Die abgelassene benützte (erste) Gerbfarbe (*g* in der Tabelle 1) gehört zu den konzentriertesten Abfällen der Lederfabrik. Deren Hauptbestandteil bilden die reduzierenden vegetabillen Gerbstoffe, fäulnisfähige stickstoffhaltige Eiweisstoffe, Kohlenhydrate; von Mikroorganismen sind meistens Gärungserreger und Schimmelpilze vorhanden. Die

Tabelle 3

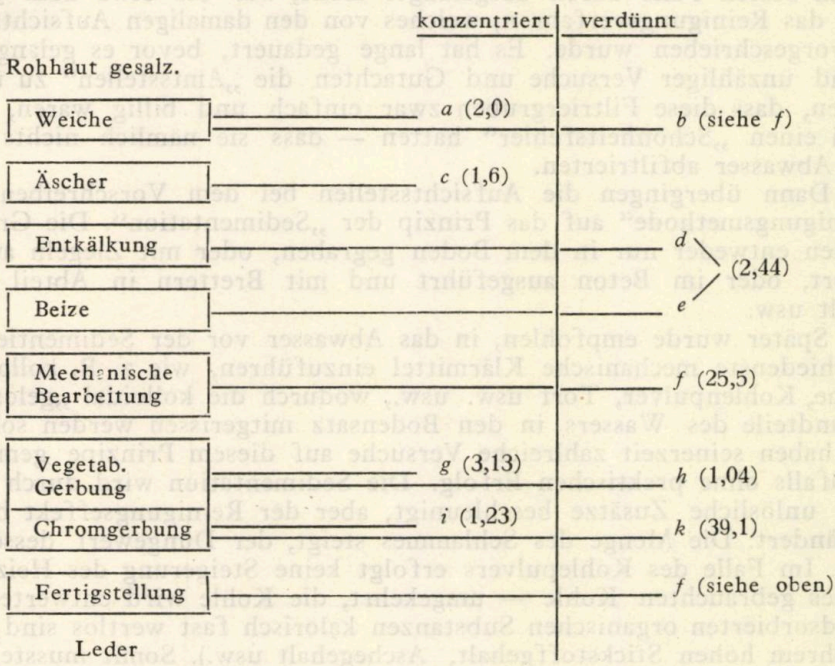
Durchschnittliches Tagesmuster des Gesamtabwassers

	Durchschnittl. Tagesmuster des Gesamtabwassers. Die einzelnen Muster wurden in 1/2 St. Intervallen genommen; ihre Grösse richtete sich nach dem Durchfluss im Augenblicke des Musterziehens während der ganzen 24 Stunden des geprüften Tages		% der Abnahme (Effekt der Selbstklärung mit nachfolg. Sedimentation)
	A Gesamt-Abwasser	*B* Das gemischte Abwasser nach der Sedimentierungstation	*C*
Farbe	dunkelbraun	lichtbraun	
Aussehen	mit roter Farbenstufe Wasser mit grosser Menge von braunen, flockigen Schwebestoffen	Wasser mit kleiner	
Durchsichtigkeit	0	2 cm	
Schwebestoffen	Flocken von veg. Gerb.	Flocken von veg. Gerb.	
Volum. des Sedim. (2 St.)	70 cm^3	5,5 cm^3	92,0
Geruch	typischer Geruch der Gerbereiabwässer		
Zustand des Musters	frisch, unfaul	frisch, unfaul	
pH	9,90	7,64	
Oxydierbarkeit (mg/l O_2)	3040,0	2560,0	15,8
Abdampfrückst. bei 105 C			
mg/l total	5650,0	4174,0	26,0
mg/l organ.	1084,0	822,0	24,6
mg/l mineral.	4566,0	3352,0	26,6
Suspendierte Stoffe			
total (mg/l)	775,0	348,0	55,0
Aufgelöste Stoffe			
mg/l total	4875,0	3826,0	21,0
mg/l organ.	724,0	526,0	22,5
mg/l mineral.	4151,0	3264,0	21,5
Stickstoff			
mg/l total	142,0	95,3	33,0
mg/l albumin.	17,5	15,0	14,5
mg/l organ.	51,5	29,9	41,8
mg/l NH_3	73,0	50,4	31,0
Na (mg/l)	463,0	436,0	6,0
$Ca^{\cdot\cdot}$ (mg/l)	365,0	185,0	49,2
$Mg^{\cdot\cdot}$ (mg/l)	18,5	10,5	43,0
Cr_2O_3 (mg/l)	96,0	0	100,0
Cl (mg/l)	2020,0	1506,0	25,4
SO_4'' (mg/l)	1206,0	1004,0	11,6
S'' (mg/l)	3,9	3,9	0
HPO_4 (mg/l)	16,0	10,0	38,0
BSB5	1363,0	805,0	33,5

verfaulte Farbbrühe verfärbt sich (bis zu schwarz), der Geruch wird unangenehm bis eckelhaft (H_2S, NH_3 etc.), der Sauerstoffverbrauch sehr gross.

Tabelle 4

Abwasser in Litern auf 1 kg eingearbeiteter gesalzener Rindshaut



Die Waschwässer (Abtränkewässer) aus der vegetabilische Gerbung (*h*) haben stofflich dieselbe Zusammensetzung wie die Farben; ihre Konzentration ist aber viel geringer, auch sind die vegetabillen Gerbstoffe weniger (wenn überhaupt!) zersetzt, sodass sie in den meisten Fällen rezirkuliert werden können.

Abwässer aus der Chromgerberei. Die gebrauchten Chromgerbbäder (*i*) enthalten grosse Menge von gelösten anorganischen Salzen, darunter grosse Menge von Chromsalzen (bis 10 g/l), welche einen direkten Verlust einer Dollar-Chemikalie bedeutet (bis 30...40 % des benutzten Cr). Chrom verschlechtert die biologischen Eigenschaften der Abwässer und des Schlammes.

Der ältere (in vielen Fällen noch der heutige) Gerbereitechnologe widmete den Abwässern nicht die nötige Aufmerksamkeit. Für ihn begann und endete das Problem der Abwässer damit, dass er das in dem Hauptkanal gebildete „Gesamtabwasser" auf dem kürzesten Wege aus der Fabrik abgeführt hat. Wohin? In den nächsten Fluss. Das Abwasser passierte dabei gewöhnlich zuerst eine „Abwasserreinigungsstation" oder mehr zutreffend gesagt „Reinigungsgrube", deren Errichtung, Dimensie-

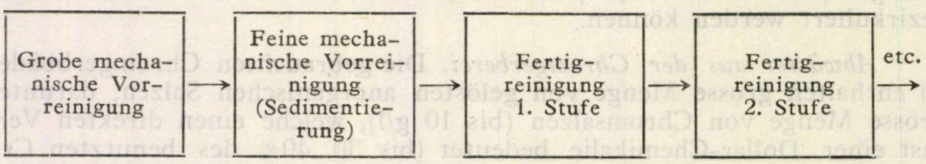
rung und Bedienung mehr zur Beruhigung der amtlichen Aufsichtstellen[4]) dienten als der Abwässerreinigung.

Diese altwürdigen „Klärgruben" wurden seit den ältesten Zeiten als „Grubenfilter" bzw. „Filtergruben" ausgebildet. Die „Filtrierung" der Abwässer durch verschiedenartiges Material, durch Koksstücke, Schlacke, Kohlenstücke usw., aber manchmal auch durch Torf, Ziegelsplitter ev. im besten Falle durch ausgelaugte Lohe, war bis etwa zum Jahre 1900 das Reinigungsverfahren, welches von den damaligen Aufsichtsstellen vorgeschrieben wurde. Es hat lange gedauert, bevor es gelang auf Grund unzähliger Versuche und Gutachten die „Amtsstellen" zu überzeugen, dass diese Filtriergruben zwar einfach und billig waren, aber dabei einen „Schönheitsfehler" hatten — dass sie nämlich nichts von dem Abwasser abfiltrierten.

Dann übergingen die Aufsichtsstellen bei dem Vorschreiben der „Reinigungsmethode" auf das Prinzip der „Sedimentation". Die Gruben wurden entweder nur in dem Boden gegraben, oder mit Ziegeln ausgemauert, oder im Beton ausgeführt und mit Brettern in Abteil ngen geteilt usw.

Später wurde empfohlen, in das Abwasser vor der Sedimentierung verschiedenste mechanische Klärmittel einzuführen, wie z. B. kolloidale Lehme, Kohlenpulver, Torf usw. usw., wodurch die kolloidal „gelösten" Bestandteile des Wassers in den Bodensatz mitgerissen werden sollten. Wir haben seinerzeit zahlreiche Versuche auf diesem Prinzipe gemacht, jedenfalls ohne praktischen Erfolg. Die Sedimentation wird durch ähnliche unlösliche Zusätze beschleunigt, aber der Reinigungseffekt bleibt ungeändert. Die Menge des Schlammes steigt, der Düngewert desselben sinkt. Im Falle des Kohlepulvers erfolgt keine Steigerung des Heizwertes des gebrauchten Kohle — umgekehrt, die Kohle wird entwertet, da die adsorbierten organischen Substanzen kalorisch fast wertlos sind (wegen ihrem hohen Stickstoffgehalt, Aschegehalt usw.). Somit musste sich die Abwässerforschung nach anderen Reinigungsprinzipien umsehen.

Alle bisher vorgeschlagenen Reinigungsmethoden müssen selbstverständlich auf dem drei- bzw. vierstufigen System beruhen, welches schematisch wie folgt dargestellt werden kann:



Von jeder Stufe dieser Reinigung werden zwei Produkte geliefert: a) das gereinigte bzw. vorgereinigte Wasser; b) die zurückgehaltenen Stoffe in der Form des Schlammes etc.

Die beide sollen in der Reinigungsstation bearbeitet werden.

Die „Selbstklärung" der Gerbereiabwässer. Für alle Stufen der oben schematisierten Reinigung ist eine spezifische Eigenschaft der Gerberei-

[4]) welche zum Einschreiten keine Grundlage in dem damaligen Wassergesetz hatten, vgl. Einleitung.

abwässer von Wichtigkeit, welche merkwürdigerweise in der Literatur nur ausnahmsweise ausdrücklich erwähnt wird; deren Studium wird ziemlich vernachlässigt, trotzdem wir sie schon im Jahre 1918 beschrieben.

Aus der Beschreibung einzelner Teilabwässer der Gerberei in vorangehenden Abschnitten ist ersichtlich, dass die 10 angeführten Teilabwässer einer Gerberei in 2 Gruppen geteilt werden können: a) Abwässer mit alkalischer Reaktion, in der Tabelle 1 bezeichnet $a+b+c+d+e+f$; b) Abwässer mit saurer Reaktion $(g+h+i+k)$.

Diese zwei Abwassergruppen wirken aufeinander als chemisches Klärmittel: die gelösten Stoffe, welche sie enthalten, fallen sich gegenseitig aus in Form vom voluminösen flockigen Niederschlag, welcher grosse Mengen von kolloiden und gelösten Bestandteilen in den Bodensatz mitreisst. Bei geeigneter Handhabung dieses Phänomens [5]) kann man aus dem Abwasser grosse Mengen von Stoffen ausscheiden, welche ursprünglich im Wasser „gelöst" waren.

Es ist ohne weiteres klar, dass diese „Selbstklärung" der Abwässer sich in den einzelnen Stufen der Abwasserreinigung in verschiedenem Masse auswirkt.

Wir werden uns jedenfalls mit der ersten Stufe nicht weiter beschäftigen; in dieser sollen die groben schwimmenden, schwebenden und mitgeschleppten Stücke von Häuten, Haarklumpen, Rindensplitter, Steine und Sand (aus dem Kalk) etc. abgefangen werden. Die technischen Einrichtungen zu diesem Zwecke: Rechen, Siebe, Sandfänger, Fettfänger usw., sind allgemein bekannt und in allen Zweigen der Wassertechnik verwendet.

Für die Vorreinigung der Gerbereiabwässer in dieser ersten Stufe ist es jedenfalls wichtig, dass die genannten Einrichtungen in die einzelnen Kanäle für Teilabwässer montiert werden. Auf jeden Fall muss die erste Stufe der mechanischen Reinigung noch vor dem Zusammenmischen der alkalischen mit den saueren Abwässern verlaufen; sonst tritt „Selbstklärung" ein und die Rechen-Rinnen werden zu Sedimentierungskanälen, verstopfen bzw. füllen sich mit Schlamm, was zu ernsten Störungen Anlass gibt.

Die Selbstklärung der Abwässer ist ein grosser Behelf in der zweiten Etape der Reinigung, d. i. in der Sedimentierungsanlage, deren Effekt dadurch erhöht wird. Die Selbstklärung hat zur Folge, dass nicht nur die unlöslichen Anteile des Abwassers sondern auch eine gewisse Menge der „gelösten" Stoffe aus dem Abwasser abgeschieden und in den Schlamm mitgerissen werden; besonders wird mehr als 33% des „gelösten" Stickstoffes entfernt (Eiweisstoffe).

Damit dies nicht in der unerwünschten Stelle der Reinigungsstation geschieht, muss das ganze Kanalsystem in der Fabrik kontrolliert und so umgebaut werden, dass jedes von den Abwässern separat und von anderen Abwässern getrennt aus der Werkstätte abgeführt werden kann. Es soll möglich sein nicht nur die Abwässer aus jeder Werkstätte (z. B. aus der Äscherei) abzuführen, sondern auch die einzelnen Abwässer nach

[5]) Wir werden es im Weiteren als „Selbstklärung" bezeichnen.

deren Konzentration zu trennen, z. B. die Äscher gesondert von den verdünnten Blössenreinigungsabwässern abzuleiten usw.

Das „Prinzip der Selbstklärung" wurde als Grundlage bei der Projektierung und dem Bau einer seinerzeit modernsten und grössten Sedimentierungsstation benützt. Die prinzipiellen Dispositionen dieser Station sind aus dem Abb. 2 leicht zu ersehen.

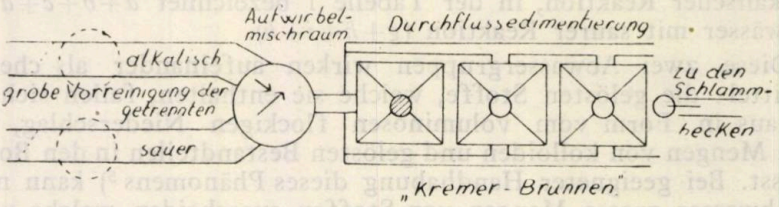


Abb. 2

Die Resultate dieser praktischen Ausnützung des Phänomens blieben aber noch zurück hinter den Ergebnissen der Laboratoriumsversuche, bei welchen wir Kläreffekte bis 40 % der „gelösten" Stoffe erhalten haben. Die Ursache davon wurde in der ungenügenden Durchmischung der Teilabwässer gefunden. Der Wirbelmischer (siehe Abb. 2) fungierte zwar sehr gut, hat die zugeführten Teilwässer gut durchgemischt, aber in jeder Tagesstunde in einem anderen Mengenverhältnis: nach der Tabelle 2 wird in jeder Tagesstunde ein anderes Teilabwasser zugeführt z. B. der Kalkäscher mit einer schwachen Gerbbrühe gemischt, in anderer Tageszeit wieder die konzentrierte gebrauchte Farbbrühe mit verdünntem Spülwasser gemischt u. ähnl. [6]).

Dieser Fehler könnte behoben werden durch die Erhöhung der Kapazität des Mischraumes und zwar so, dass womöglich alle Teilabwässer, welche im Laufe eines Arbeitstages anfallen, in demselben vereinigt, gut durchgemischt und unverzüglich sedimentiert werden. Das ist durch Anwendung von entsprechend grossen Absitzbecken mit einer Mischvorrichtung zu erreichen, wie solche z.B. durch die Dorr-Sedimentierungsbecken darstellen.

Wir haben in einer Lederfabrik einen solchen Dorr-Absitzbecken kontrolliert, welcher den grossen Teil es gesamten Totalabwassers von 1 Arbeitstag aufnimmt, durchmischt und nach erfolgter Sedimentierung den Schlamm in die Schlammleitung abkratzt. Die Fabrik produziert 1 500 m^3 Abwasser täglich, der nützliche Raum des Dorrbeckens war 500 m^3.

Der Sedimentierungseffekt war im Dorr-Sedimentator bedeutend besser als im Durchflussedimentator: durchschnittlich 70 % gegenüber 50 %.

Die Dorr-Station ist für die normalen Gerbereien sehr teuer und erfordert viel Platz. Besonders kostspielig ist auch der Betrieb solcher riesigen Anlage, welche genaue Kontrolle von den vielen Pumpen, von dem komplizierten Rohrsystem etc. etc. erfordert. Auch die Instandhal-

[6]) Die Folge davon ist z.B. die Schichtenbildung in dem abgesetzten Schlamm, in welchem bei dem Schaufeln deutliche weisse, braune, grünliche etc. Schichten erkennbar sind.

tung des Apparates ist kostspielig und erfordert viele speziell eingearbeiteten Facharbeiter.

Um die Arbeit nach diesem System konsequent nach dem oben geschilderten Prinzipe rationell zu gestalten, d.i. nicht im ununterbrochenen Durchfluss, sondern gesondert für jeden Arbeitstag zu bewerkstelligen, sollten eigentlich zwei Misch- und Sedimentierbecken vorhanden sein, von welchen abwechselnd immer einer in Tätigkeit wäre, der andere inzwischen entschlammt bzw. gereinigt und vorbereitet werden sollte. Eine solche Einrichtung wäre jedenfalls in Investionskosten als auch in Betriebs- und Instandhaltung so teuer, dass man an eine Realisierung solcher Vorschläge kaum denken kann.

Die Methode der Selbstklärung der konzentrierten Teilabwässer. Aus den genauen Analysenresultaten bei der Prüfung der Dorr-Station wurde dann ein weiteres Prinzip der Sedimentierungsreinigung abgeleitet und zwar die Methode der Selbstklärung der konzentrierten Teilabwässer.

Es wurde gefunden, dass von der in den Gesamtabwässern enthaltenen organischen Trockensubstanz etwa 75 bis über 80 % in den konzentrierten Anteilen der Teilabwässer sich befinden (vgl. Tabelle 4).

Es sind dies hauptsächlich: das Abwasser *c* (Äscher, 1,58 l/kg Rohhaut), die kanalisierten Brühen *g* (Gerbfarben, 3,13 l/kg), die kanalisierten benutzten Chrombrühen *i* (1,23 l/kg), und unter Umständen ev. noch das Abwasser *a*, d. h. das erste Weichwasser (2,05 l/kg).

Tabelle 5

Kontrolle des Dorr'schen Absitzbeckens

Datum	Oxydierbarkeit		Unlösliche Stoffe		Schlamn volum. Imhoff		Reinigungseffekte % des urspr. Wertes		
	Rohwasser	Gereinigtes Wasser	Rohwasser	Gereinigtes Wasser	1.	3.	Unauflösbare Stoffe	Imhoff	Oxydierbarkeit
12 I	63,0	24,0	1 359	307,0	83,3	0,8	77,5	99,0	62,0
13 I	47,0	—	1 290	312,0	115,0	1,7	75,8	98,5	—
16 I	53,3	40,0	620	108,0	40,7	0,6	82,6	98,6	25,0
17 I	48,8	40,0	999	219,0	22,7	0,4	78,1	98,3	18,0
18 I	56,0	16,0	855	32,0	21,3	0,2	96,3	99,1	71,5
19 I	61,0	40,0	412	184,0	39,0	0,1	55,5	99,7	42,3
	54,8	32,0	922,5	193,6	53,6	0,6	77,6	98,8	42,3

Rohwassermuster — wurden während des Arbeitstages jede Stunde d. i. von 7...15 Uhr abgenommen. Bei jedem Muster wurden unlösbare Stoffe, Oxydierbarkeit, pH urspr. festgestellt.

Muster des gereinigten Abwassers — wurden jede Stunde abgenommen (um 2 St. später als der Rohwässer) d. h. von 9...15 Uhr. Einzelne Muster wurden zusammengegossen und im Durchschnittmuster unlösbare Stoffe, Oxydierbarkeit, pH urspr. festgestellt.

Feststellung des Schlammes (Imhoff)-Muster abgenommen — Nr. 1 vor dem Dorr, Nr. 3 hinter dem Dorr.

Alle anderen Teilabwässer, d. i. das zweite und dritte Weichwasser (*b*), die Entkälkungsbäder und Beizen (*d*, *e*,) sowie auch alle Waschwässer (*b*, *f*, *h*, *k*), sind gegenüber den konzentrierten Abwässern sehr verdünnt und enthalten zusammen kaum etwa 20 % von den gesamten organischen Stoffen der Totalabwässer; deren Volumen ist etwa zehnfach so gross wie das der konzentrierten Abwässer. Deren Reinigung nach dem sie durch gegenseitiges Vermischen abgestumpft (homogenisiert) sind (pH ≅ 8), kann sich in vielen Fällen auf einfache Sedimentierung beschränken.

Tabelle 6

Selbstklärung der konzentrierten Abwässer (mg/l)

	A Abwässergemisch von *c*, *g*, *i* — in dem Verhaltnis, wie es im Betrieb anfällt		*B* Wässer *c*, *g*, *i* + erste Weiche (*a*)		*C* Wie *B*, aber doppelte Menge von Äscher (*c*)	
	Nach dem Mischen	Nach der Selbstklärung	Nach dem Mischen	Nach der Selbstklärung	Nach dem Mischen	Nach der Selbstklärung
pH	11,6	10,5	10,8	10,2	11,7	11,0
Oxydierbarkeit	8 600	5 330	9 325	6 540	5 120	2 640
Abdampfrückstand total	38 460	31 360	34 042	30 134	35 561	30 516
Abdampfrückstand organ.	8 756	5 408	4 522	3 400	5 436	2 060
Abdampfrückstand anorg.	29 704	25 952	29 520	26 734	30 125	28 456
Stickstoff total	929	711	565	448	755	638
BSK 5	3 920	2 460	3 620	2 680	2 580	1 470
% der Abnahmen im gereinigten Wasser						
Oxydierbarkeit		38		30		49
Abdampfrückstand total		19		11		14
Abdamprfückstand organ.		39		25		62
Stickstoff total		23		21		16
BSK 5		37		28		43
% der Zusammensetzung des Schlammes im Trockenrückst.						
Organische Stoffe		31		24		25
Stickstoff		3		1,7		2
$Ca^{\cdot\cdot}$		8		7		12
$PO_4^{\prime\prime}$		0,2		0,19		0,15

Wenn nur die konzentrierten Teilabwässer der Selbstklärung unterwerfen sind, genügt dazu ein zehnfach kleinerer Raum als für die gesamten Abwässer notwendig ist. Diese Selbstklärung der konzentrierten

Teilabwässer haben wir experimentell im Laboratorium und auch im halbbetriebsmässigen Masstabe geprüft; der Reinigungseffekt (Tabelle 6) ist grösser als bei der Selbstklärung der gesamten Abwässer, in den meisten Fällen beträgt er über 60% des organischen Trockenrückstandes, was mit der festgestellten Herabsetzung der Oxydierbarkeit um 50%, der BSB5 um 40...45% im Einklang steht. Von den „löslichen" organischen Bestandteilen werden bei der Selbstklärung der gesamten Abwässer etwa 25%, bei der Selbstklärung der konzentrierten Abwässer bis 35% in den Schlamm mitgerissen. Wichtig ist selbstverständlich, bei welchem gegenseitigen Mengenverhältnis der optimale Effekt der Klärung erzielt wird. Bei einer rein vegetabilen Gerberei wird die optimale Klärung erzielt bei dem natürlichen Verhältnis, in welchem die Teilwässer anfallen (ohne weitere Zusätze). Für eine Gerberei, welche vegetabile und Chromgerbung ausübt, muss dieses Verhältnis, in jedem Falle durch praktische Versuche erforscht werden.

Durchführung solcher Studien ist schwierig und kostspielig: die Versuche müssen im grossen Masstabe durchgeführt werden, weil bei grossen Mengen der Flüssigkeiten die Mengen-Verhältnisse, die gegenseitigen Wirkungen, die Temperaturunterschiede, die Geschwindigkeit der Bodensatzbildung etc., sich ganz anders auswirken als bei Kleinversuchen. So hat sich z.B. gezeigt, dass die im Laboratorium gewonnenen günstige Resultate der Selbstklärung der konzentrierten Teilwässer in der grossen Praxis technisch vorläufig nicht reproduzierbar waren, da das Schlammvolumen, in gewöhnlichen Absitzbecken sehr gross war (bis 30%) gegenüber dem Volumen des Schlammes, welcher bei der Selbstklärung der Gesamtabwässer ausgeschieden wird (5...10%). Diesen technischen Nachteil gelang es durch Zusatz von frischer Kalkmilch teilweise zu überwinden.

Der jetzige Stand unserer Versuche berechtigt die Hoffnung, dass beim Benützen der modernen intensiven Sedimentationseinrichtungen, welche im nächsten Abschnitt erwähnt werden, die neuartige Methode der Selbstklärung der konzentrierten Abwässer einen wichtigen Fortschritt in der sedimentierenden Vorreinigung der Gerbereiabwässer darstellt, welcher zur Lösung des Problems der Gerbereiabwässer beitragen wird. Zu den oben belegten erhöhten Reinigungseffekten dieser Methode kommen noch einige weiteren Vorteile. Die Selbstklärung hat u.a. eine bedeutende Beschleunigung der Sedimentierung zur Folge, wodurch die Schlammausscheidung ohne Fäulniss ermöglicht wird. Technische Einrichtungen zur Durchführung sind wirtschaftlich erträglich, der Betrieb und die Manipulation mit Rücksicht auf die kleineren Kubaturen der Absitzräume sind bedeutend billiger, der Verbrauch an Arbeitskräften ist kleiner. Dabei ist der Reinigungseffekt mindestens so günstig wie bei der Selbstklärung und Sedimentierung der Gesamtabwässer. Bei der Einführung der Selbstklärung in die technische Praxis wird empfohlen, statt den altertümlichen Sedimentierungskanälen, Brunnen usw. die neuartigen technischen Einrichtungen mit auszunützen.

Moderne Richtung in der Vervollkommnung der Sedimentation strebt an, diese Vorreinigung technisch womöglich zum Bestandteil des Fabrikationsprozesses zu machen; d.i. die grobe Vorreinigung ebenso

wie die Sedimentierung in einem regelmässig betriebenen und kontrollierten Fabriksraume aufzubauen. Das stösst auf den Umstand, dass die bisherigen tehnischen Einrichtungen zu diesem Zwecke grosse Flächen und Raum erfordern. Es wird versucht, diese altmodischen Einrichtungen durch mechanische Separatoren, Schüttelsiebe bzw. Wirbelseparatoren mit Zwischenwänden ev. mit Zirkulation und automatischer Entfernung des Schlammes zu ersetzen Diese Apparaturen erfordern bedeutend kleinere Bodenfläche; so kann man z. B. einen Sedimentierungskanal mit nützlicher Fläche von 500 m^2 durch einen mechanischen Separator von der Grösse 3×7 m ersetzen. Durch diese mechanisch betriebene Apparaturen, welche sehr rasch arbeiten, kann man bei richtiger Unterbringung und Handhabung aus den Teilabwässern die organischen Stoffe im frischen Zustande abscheiden noch bevor dieselben durch Fäulnis so verändert werden, dass ihre Sedimentierung, geschweige den ihre Wiederverwendung unmöglich wird.

Aus der Vorreinigungsstation kommen zwei Produkte in die weitere Stufe der Reinigung: a) das vorgereinigte Wasser; b) der Schlamm.

Ad 1. Das durch „Selbstklärung" vorgereinigte Abwasser kann nicht als vollkommen „gereinigt" angesehen werden. Es kann mit den bisher unbehandelten verdünnten Abwässern (*a, b, d, e, f, h, k*) (s. Tabelle 1)

Tabelle 7

Abwässerverhältnisse in geprüften 19 Gerbereien

Lederfabrik	Verhältnis Cr : veg.	Gesamtabwasser l/sec		Rezipient $Q_{min}(355)$ Q_{min}/Q_{max}		Verdünnung bei Q_{min} 355 Tage umgerechnet auf	
		8 St.	24 St.			8 St.	24 St.
	A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*
I	1 : 1,46	193	64	7,5 (3,5)	1 : 254	17	54
II	1 : 1	16	5,3	0,35	1 : 200	20	60
III	Cr	14,6	4,9	7,3	1 : 120	500	1 500
IV		2,4	0,8	7,3	1 : 120	9 000	27 000
V	Nur veg.	9,2	3,0	7,3	1 : 120	800	2 400
VI	Nur veg.	20,0	7,0	0,5	—	25	75
VII	veg. : Cr 1 : 1,26	56,5	18,8	1,9	1 : 200	33	100
VIII	Cr : veg. 1 : 3,7	10,5	3,5	3,5	1 : 270	350	750
IX	Nur veg.	45,0	15	0,1	1:3 220	3,3	10
X	1 : 1	18,1	6,0	0,26	1 : 116	14	42
XI	Nur Cr	9	3	0,26	—	34	100
XII	Nur veg.	5,3	1,8	0,26	—	50	150
XIII	Nur Cr	2,6	0,8	0,26	—	100	300
XIV	Nur Cr	10,5	3,5	0,016	—	—	—
XV	Nur Cr	28	9,2	40,0	1 : 130	1 400	5 000
XVI	1 : 3,2	18	6	50,0	1 : 133	2 700	5 500
XVII	3,65 : 1	10	3,3	0,06	1 : 210	7	20
XVIII	1 : 3	40	13	5,0	1 : 120	125	375
XIX	2 : 1	10	3,3	0,013	1 : 100	—	—

vermischt werden; alle diese Teilwässer ergeben dann ein „vorgereinigtes" Gesamtabwasser, welches immer noch ziemlich viel organische Stoffe enthält — 750 bis 1 000 mg/l bei einem Gesamttrockenrückstand von 2 000 bis 4 000 mg/l. Dieses vorgereinigte Totalabwasser erfordert in den Flüssen, welche das bei uns „normal" verunreinigte Wasser führen eine Verdünnung von mindestens 1 : 100, um in dem Flusswasser keine ungünstigen Erscheinungen hervorzurufen. Solche Verdünnung wird nur in wenigen Vorflutern erzielt, wie aus der Tabelle 7 zu ersehen ist. Somit muss das vorgereinigte Totalabwasser noch weiter einer „Fertigreinigung" unterzogen werden, was entweder auf dem chemischen oder auf dem biologischen Prinzipe durchgeführt werden muss. Die Methoden dieser Fertigreinigung sind noch weniger durchforscht und theoretisch bekannt als die Methoden der Sedimentierung. Wir hoffen, dass wir über die Ergebnisse unserer Studien dieser „Fertigreinigung" demnächst berichten werden.

Ad 2. Die Aufarbeitung des Schlammes bildet in der Regel den schwächsten Punkt der Abwässerreinigungsanlagen, der städtischen ebenso wie der industriellen. Trotz aller diesbezüglichen Forschungsarbeiten werden die grössten Mengen des Schlammes in der ganzen Welt noch nach der traditionellen alten Methode — Austrocknung im offenen Schlammbecken und Verwendung als Dünger in der Landwirtschaft (Kompostieren) beseitigt. Besonders der Schlamm aus allen Stationen der Gerbereiabwässerreinigung widersteht den neueren rationellen Verwertungsmethoden, denn er hat kleinen kalorischen Wert, hohen Aschegehalt, hohen Gehalt von zersetzten Eiweisstoffen und enthält oft gefährliche Krankheitserreger und Gifte. Rationelle Verarbeitung des Gerbereischlammes bleibt als ungelöste aber wichtige Aufgabe für die Gerbereichemiker.

Eingegangen am 1 VII 1961

Technische Hochschule, Bratislava,
S. R. Tchechoslowakei

К ЗАДАЧЕ ОТБРОСНЫХ ВОД В ТАННИДНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Очистка воды осаждением при помощи „самоосветления"

(Резюме)

Отмечается систематическая борьба последних лет, ведущаяся в ЧССР по очистке отбросных промышленных вод.

Как доказано исследователями отбросные промышленные воды загрязняют нижние течения рек во много хуже чем городские водоотводные каналы.

Исследуется с химической и технологической точки зрения задача токсичности отбросных вод кожевенной и таннидной промышленности.

В заключении подчеркивается острая необходимость решения вопроса рациональной переработки отбросной таннидной грязи кожевенных предприятий.

CONTRIBUŢII LA STUDIUL PROBLEMEI APELOR DE EVACUARE DIN INDUSTRIA DE TANANŢI

Purificarea prin sedimentare cu ajutorul „autolimpezirii"

(Rezumat)

Autorul, subliniind eforturile sistematice făcute în RSC în anii din urmă în legătură cu urgentarea rezolvării problemei de purificare a apelor de evacuare din întreprinderi, care — după cum arată cercetările întreprinse — dăunează de zeci ori mai mult compoziţiei normale a apelor fluviale din aval decît apele de scurgere rezultate din canalizarea oraşelor, studiază din punct de vedere al tehnologului şi al chimistului problema înlăturării nocivităţii apelor de evacuare provenite din industriile de pielărie şi de materii tanante.

Articolul se încheie cu sublinierea necesităţii de rezolvare de către chimişti a problemei de prelucrare raţională a nămolului tanant rezidual.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 675.01

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA UNOR FACTORI CARE INFLUENŢEAZĂ CALITATEA EXTRACTULUI DE STEJAR INDIGEN

DE
GH. ALEXA, L. SIRETEANU şi GH. BURGHELEA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 26—29 iunie 1958

1. Introducere

Prezenta lucrare reprezintă continuarea unor cercetări anterioare [1], efectuate cu scopul de a elucida oportunitatea aplicării extracţiei sulfitice la lemnul de stejar.

Unul din criteriile calităţii extractelor tanante îl constituie valoarea sedimentului la concentraţiile practice care interesează procesul de tanaj. Valoarea sedimentului se determină volumetric sau gravimetric, prin solvirea extractului şi determinarea depunerii la anumite intervale de timp. Sedimentul determinat pe această cale se denumeşte sediment de dizolvare spre deosebire de sedimentul de cuvă determinat în prezenţa gelatinei.

După cum remarcă J. A. Sagoschen [2] sedimentul de cuvă este mai mare ca sedimentul de dizolvare, mergînd uneori pînă la o valoare dublă pentru un acelaşi extract. Formarea unor asemenea depozite de cuvă crează dificultăţi în procesul tanajului. Ca o consecinţă tăbăcarii se pronunţă totdeauna în favoarea utilizării extractelor clarificate, libere de sediment în orice stadiu al diluţiei. Utilizarea extractelor brute, neclarificate, nu este indicată în nici un stadiu al tanajului rapid (posibil la retanaj), deoarece particulele grosier disperse ale extractului exercită o acţiune inhibitivă asupra tanajului. Concomitent are loc în timpul staţionării zemurilor acumulări de nămol pe fundul bazinelor care acoperă capetele pieilor şi crează dificultăţi la curăţirea bazinelor.

În ceea ce priveşte calitatea produsului finit, se observă [3] că prin utilizarea unor asemenea extracte bogate în substanţe grosier disperse, pierderile în grosime a produsului tăbăcit finit se cifrează la circa 25% în comparaţie cu produsele obţinute cu zemuri clarificate. Dezavantajelor enumerate ale utilizării extractelor brute, neclarificate, li se adaugă pierderea tanică apreciabilă, concretizată în depozitele de nămol ale bazinelor de tăbăcit, a căror recuperare ar determina greutăţi tehnice şi care practic sînt eliminate la canal.

Fabricarea extractelor tanante de calitate superioară indică drept cel mai bun mijloc clarificarea mecanică, constînd în staţionarea, în decantoare, a zemurilor de difuzie de concentraţie mijlocie, la o temperatură cît mai joasă posibilă, timp de 48...72 ore.

Procesul clarificării fiind o funcţie a dispersiei particulelor coloidale de natură tanică, cantitatea de sediment la un moment dat v fi determinată, în afară de concentraţie, temperatură, şi de alţi factori ca: pH, electroliţi, agenţi de dispersie, modul de obţinere al extractului, modul de dizolvare, vîrsta, prezenţa altor coloizi. În cazul extractului din lemn de stejar, caracterizat printr-un mic grad de dispersie şi o valoare ridicată a sedimentului, importanţa factorilor enumeraţi mai sus devine şi mai evidentă.

A. N. Mihailov [4] constată că îmbogăţirea în peptizori a extractului din lemn de stejar determină o reducere a cantităţii de sediment.

Efectul peptizării prin adaus de substanţe cu caracter dispersant (sulfit de sodiu) este evident în cazul extractelor concentrate [5], [6], [7] sub acţiunea unor condiţii fizice energice (temperatură, eventual presiune). Dimpotrivă, alte încercări [8] în acelaşi sens arată că prin sulfitarea extractului din lemn de stejar se produce o descompunere sau o precipitare a substanţelor tanante.

Alte cercetări [5], [9] privind efectul adăugării substanţelor sulfitice la epuizarea materialelor tanante vegetale, în scopul măririi randamentului în substanţe tanante extrase, constată că acţiunea acestor substanţe este nulă în micşorarea cantitativă a sedimentului sau determină o depunere mult mai mare de sediment, la toate concentraţiile, decît depunerile zemei extrase cu apă. Concluziile acestor cercetări par să demonstreze lipsa de efect pe care extracţia sulfitică ar avea-o asupra peptizării sedimentului. Problema interesează în de-aproape fabricarea extractului din lemn de stejar indigen la a cărui obţinere se aplică extracţia sulfitică, fără a se supune zemurile de concentraţie medie la clarificare.

Cercetările prezente au drept scop să urmărească influenţa calităţii materiei prime, a extracţiei sulfitice şi a purităţii extractului asupra randamentului şi calităţii unui extract clarificat din lemn de stejar.

2. Partea experimentală

În încercările noastre am lucrat cu extracte solide neclarificate din lemn de stejar produse de fabrica „Argeşul"-Piteşti, şi cu extracte lichide neclarificate din lemn de stejar, obţinute în laborator.

Comportarea la sedimentare s-a urmărit prin determinarea sedimentului la dizolvare.

În general, metoda de lucru adoptată de noi a fost următoarea:

Extractele solide sau lichide s-au adus la concentraţia maximă, urmărită în sedimentare, prin solvirea în apă distilată de 35°C timp de o oră. Diluţia la concentraţii inferioare s-a efectuat cu apă distilată de 18...20°C. pH-ul apei distilate utilizate a fost de 5,2.

Determinarea sedimentului volumetric s-a efectuat în cilindri de 100 ml gradaţi, la temperatura de 12°C; la intervale de 24, 48, 72 ore s-a făcut citirea valorilor volumetrice ale sedimentului. După ultimul interval de timp s-a determinat sedimentul aceloraşi probe obţinut prin clarificare mecanică, precum şi sedimentul gravimetric al soluţiei în ansamblu. Pentru determinarea acestuia din urmă probele au fost bine agitate şi omogenizate. Cote părţi din aceste probe s-au supus centrifugării la 3 500 rot/min sau ultracentrifugării la 12 000 rot/min timp de 30 min. Prin diferenţa dintre reziduul sec al aceloraşi cote părţi din soluţia iniţială şi soluţia clară rezultată din centrifugare s-a determinat sedimentul gravimetric.

Analizele tanice s-au efectuat în conformitate cu metodele internaţionale, cu deosebirea că solubilele totale s-au determinat prin metoda Riess iar substanţele netanante prin metoda agitării.

Extractele solide din lemn de stejar, produse curent de fabrica „Argeşul"- Piteşti, se obţin din lobde şi lemne rotunde de stejar necojite. Extracţia se efectuează într-o baterie de 8 difuzoare de beton închise, la o temperatură constantă de 95...100°C la toate difuzoarele, pe o încărcătură de 7 000 kg material tocat şi 10 000 kg apă. Epuizarea se face cu apă, introducîndu-se în al patrulea difuzor din „coadă" 0,2% Na_2SO_3 anhidru raportat la materialul tanant. Zeama din ultimul difuzor, cu o concentraţie de 2,5° Bé, se concentrează în evaporator triplex. Extractul de 25° Bé ce se obţine se sulfitează timp de 8 ore la 80...100°C cu 2% $NaHSO_3$ raportat la tanin. Ulterior, prin concentrare în aparatul Kestner, extractul este adus sub formă solidă.

Extractele lichide obţinute de noi în laborator provin din o probă cu granulaţii de 1...3 mm, bine omogenizată, din trunchiuri de gorun *(Quercus seria sessiliflorae)*, avînd vîrste între 50...125 ani. Trunchiurile au fost prealabil cojite. Arborii sînt recoltaţi din trei păduri diferite situate în regiunea sudică a podişului Moldovei, regiunea mijlocie a Subcarpaţilor răsăriteni şi regiunea mijlocie a Carpaţilor răsăriteni. Materialul a fost stocat timp de doi ani prezentînd final un conţinut în apă de 12,42%. Extracţia are loc într-o baterie compusă din 8 difuzoare din lemn, capacitatea fiecăruia fiind de 9 l.

În fiecare difuzor se introduce cîte 1 500 g material. Coeficientul de flotă este 350%. Epuizarea decurge conform principiului contracurentului. Fiecare material dintr-un difuzor suferă 15 tratări. Zemurile extrase, pentru a fi transvazate se încălzesc în prealabil la 100°C și apoi se lasă în contact cu materialul timp de o oră. Temperatura nu se menține constantă în acest interval de timp, ci ea scade pînă la circa 50...60°C. Pentru fiecare din cele patru variante de lucru adoptate pentru a obține patru extracte rezultă opt zemuri de difuzie, în cantități echivalente, a căror concentrație în reziduu sec variază între 18...19,2 g/l. Zemurile se concentrează sub vid la temperatura de 70°C. Final rezultă patru extracte lichide de 27° Bé.

Într-o primă fază a încercărilor noastre am efectuat o serie de analize zilnice, timp de 8 luni, asupra extractelor produse de fabrica „Argeșul", Pitești. Analizele efectuate s-au referit la cifra de raport și determinarea sedimentului volumetric după 24 ore de la solvirea extractelor. Temperatura de sedimentare s-a menținut la 18...20°C. Din cele 240 analize, jumătate s-au efectuat pe extracte provenite din luni consecutive producției începutului de an, iar restul analizelor pe extracte din luni consecutive producției sfîrșitului aceluiași an.

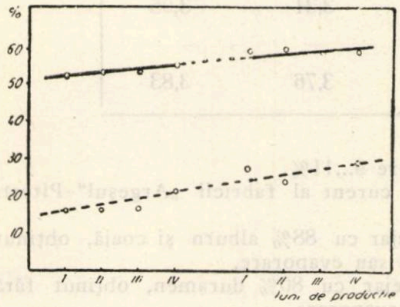


Fig. 1.— Variația sedimentului volumetric funcție de cifra de raport a extractelor neclarificate din lemn de stejar;
—— cifra de raport; - - - sediment după 24 ore, în % volume la 8° Bé.

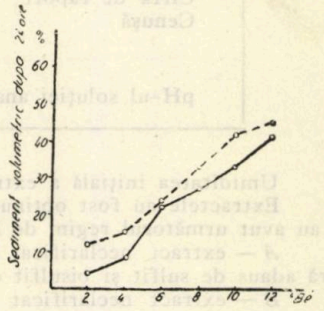


Fig. 2. — Variația sedimentului volumetric funcție de cifra de raport a extractelor neclarificate din lemn de stejar;
- - - extract cu cifra de raport 58,23%; —— extract cu cifra de raport 54,68%.

Datele obținute și sintetizate în fig. 1 arată că creșterea purității extractului neclarificat din lemn de stejar determină o sporire a cantității de sediment. Extractul cu cifră de raport mai ridicată prezintă o cantitate de sediment volumetric mai mare la toate concentrațiile.

Acest fenomen poate fi explicat prin însăși stocarea materialului lemnos. În acest sens cercetări recente emit ipoteza asemănării fermentării substanțelor netanante din zemurile de difuzie concentrate la 8°Bé, cu fenomenele ce au loc în timpul depozitării lemnului. În ambele cazuri se remarcă o creștere a substanțelor tanante și o descreștere a substanțelor netanante, ceea ce duce implicit la mărirea cifrei de raport, dar și la o creștere a insolubilelor extractului [10].

Experimentările noastre au continuat pe trei extracte neclarificate din lemn de stejar, ale căror date analitice, calculate la 13% umiditate, le redăm în tabelul 1.

Tabelul 1

Date analitice

Date analitice %	*A* Extract din deşeuri de stejar cu 88% alburn şi coajă	*B* Extract din deşeuri de stejar cu 80% duramen	*C* Extract din lemn de stejar „Argeşul"-Piteşti, producţie curentă
Umiditate	13,00	13,00	13,00
Solubile totale	85,95	85,80	85,03
Insolubile	1,05	1,20	1,97
Substanţe tanante	42,10	52,32	49,52
Substanţe netanante	43,85	33,48	35,51
Cifră de raport	48,98	60,97	58,23
Cenuşă	3,63	3,31	3,95
pH-ul soluţiei analitice	4,48	3,76	3,83

Umiditatea iniţială a extractelor variază între 9...11%.

Extractele au fost obţinute după procedeul curent al fabricii „Argeşul"-Piteşti şi au avut următorul regim de lucru :

A — extract neclarificat din deşeuri de stejar cu 88% alburn şi coajă, obţinut fără adaus de sulfit şi bisulfit de sodiu la difuzie sau evaporare.

B — extract neclarificat din deşeuri de stejar cu 80% duramen, obţinut fără adaus de sulfit şi bisulfit de sodiu la difuzie sau evaporare.

C — extract neclarificat din lemn de stejar (lobde) sortat şi uscat, extras cu 0,2% sulfit de sodiu, raportat la material, la atelierul de difuzie şi tratat la atelierul de evaporare cu 2% bisulfit de sodiu raportat la tanin.

În fig. 3...9 am transpus grafic datele referitoare la sedimentul volumetric, viteza de depunere a sedimentului volumetric, sedimentul gravimetric, reziduul sec al sedimentului gravimetric şi randamentul clarificării mecanice şi al ultracentrifugării. În tabelul 2 indicăm valorile obţinute prin determinarea astringenţei după metoda prin sărare.

Tabelul 2

Precipitarea cu NaCl

Extract provenit din	Precipitare (%) cu 1/3 NaCl	Precipitare (%) cu 2/3 NaCl	Precipitare (%) cu 3/3 NaCl	Total precipitabile %	Neprecipitabile %
A — alburn şi coajă (88%)	39,9	14,5	10,6	65,0	35,0
B — duramen (80%)	28,4	2,8	10,8	42,0	58,0
C — lemn stejar „Argeşul"-Piteşti, producţie curentă	23,2	8,9	6,1	38,2	61,8

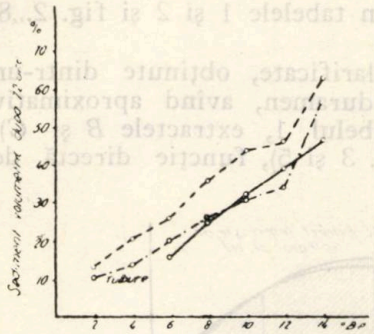


Fig. 3.—Variaţia sedimentului volumetric în funcţie de proporţia componentelor lemnului de stejar în extracţie;
—— *A* — extract din alburn şi coajă (88 %), cifră de raport 48,98 %; - - - *B* — extract din duramen, cifră de raport 60,97%; -·-·- *C* — extract din lemn de stejar integral, producţie curentă, cifră de raport 58,23%.

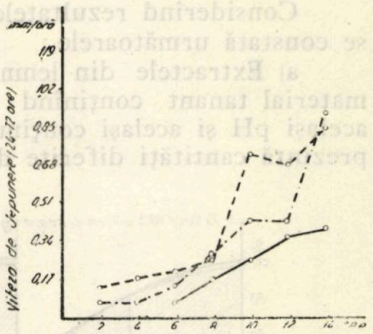


Fig. 4. — Variaţia vitezei de depunere a sedimentului volumetric (între 24 şi 72 ore de la solvire) în funcţie de proporţia componentelor lemnului de stejar în extracţie:
—— *A* — extract din alburn şi coajă (88 %), cifră de raport 48,98 %; - - - *B* — extract din duramen, cifră de raport 60,97%; -·-·- *C* — extract din lemn de stejar integral, producţie curentă, cifră de raport 58,23%.

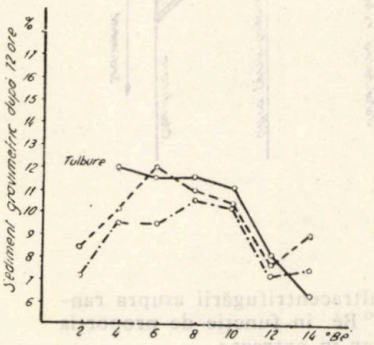


Fig. 5. — Variaţia sedimentului gravimetric în funcţie de proporţia componentelor lemnului de stejar în extracţie;
—— *A* — extract din alburn şi coajă (88 %), cifră de raport 48,98 %; - - - *B* — extract din duramen, cifră de raport 60,97%; -·-·- *C* — extract din lemn de stejar integral, producţie curentă, cifră de raport 58,23%.

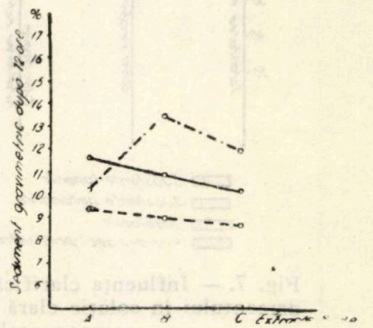


Fig. 6.— Variaţia sedimentului gravimetric al extractelor de 8° Bé rezultat prin clarificare, centrifugare şi ultracentrifugare;
A— extract din alburn şi coajă (88%), cifră de raport 48,98%; *B* — extract din duramen de stejar (80%), cifră de raport 60,97%; *C* — extract din lemn de stejar integral, producţie curentă, cifră de raport 58,23%; —— centrifugare 30 min, 3 500 rot/min; - - - ultracentrifugare 30 min, 12 000 rot/min; -·-·- clarificare ore 72.

Considerînd rezultatele concretizate în tabelele 1 şi 2 şi fig. 2...8, se constată următoarele :

a) Extractele din lemn de stejar, neclarificate, obţinute dintr-un material tanant conţinînd circa 70...80 % duramen, avînd aproximativ acelaşi pH şi acelaşi conţinut de cenuşă (tabelul 1, extractele *B* şi *C*), prezintă cantităţi diferite de sediment (fig. 3 şi 5), funcţie directă de

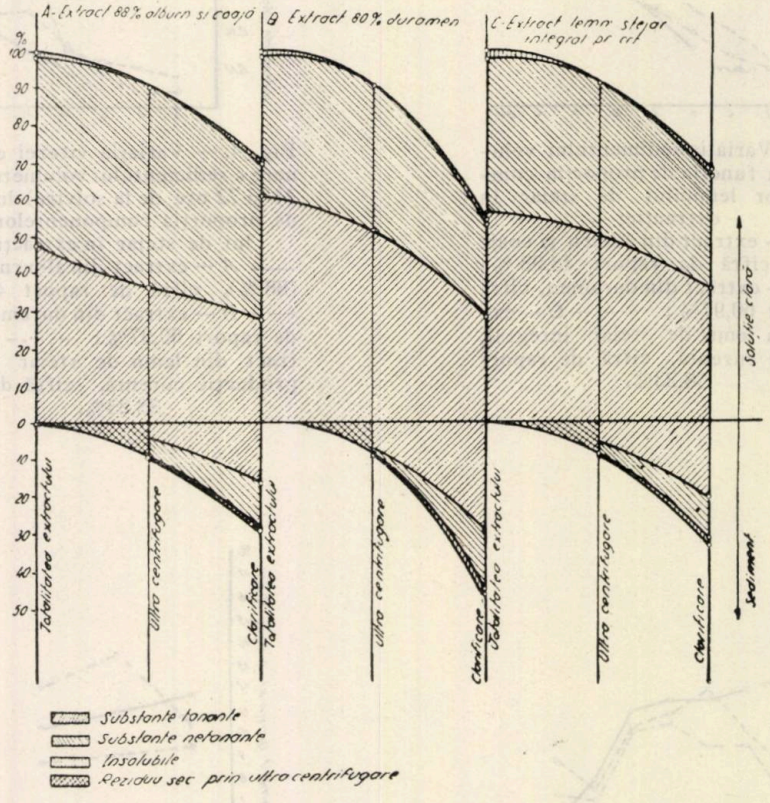


Fig. 7. — Influenţa clarificării mecanice şi a ultracentrifugării asupra randamentului în soluţie clară a extractelor de 8° Bé în funcţie de proporţia componentelor lemnului de stejar în extract ;
A — extract din alburn şi coajă (88%), cifră de raport 48,98 % ; *B* — extract din duramen de stejar (80%), cifră de raport 60,97% ; *C* — extract din lemn de stejar integral, producţie curentă, cifră de raport 58,23%.

puritatea extractelor (tabelul 1, extractele *B* şi *C*) şi cantitatea de particule coloidale cu caracter predominant hidrofob (tabelul 2, extractele *B* şi *C*). Aceşti ultimi factori determină viteza mărită de depunere a particulelor grosier disperse în procesul clarificării (fig. 4) ca şi cantitatea maximă de sediment gravimetric la 8° Bé (fig. 6, extractele *B* şi *C*).

b) Urmărirea randamentului în soluţie clară a extractelor de 8° Bé (fig. 7, extractele *B* şi *C*) permite să se stabilească faptul că în componenţa particulelor grosier disperse conţinute în sedimentul rezultat de la cla-

rificare și ultracentrifugare se găsește o cantitate apreciabilă de substanțe tanante. Pierderile în substanțe tanante ale soluției clare sînt mai evidente la extractul cu puritate mare și grad de hidrofobicitate a particulelor avansat (fig. 7, extractele *B* și *C*; fig. 8). Randamentul în soluție clară este superior și pierderile acesteia în substanțe tanante precum și cifra de raport sînt mai mici la ultracentrifugare decît la clarificare mecanică (fig. 7, extractele *B* și *C*; fig. 8), datorită pe de o parte

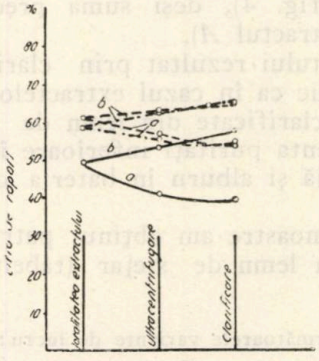


Fig. 8. — Variația cifrei de r port a soluției clare și a sedimentului obținut prin clarificarea mecanică și ultracentrifugarea extractelor de 8°Bé,funcție de proporția componentelor lemnului de stejar în extract; —— *A* — extract din alburn și coajă (88%), cifră de raport 48,98%; --- *B* — extract din duramen de stejar (80%), cifră de raport 60,97%· -·-·- *C* —extract din lemn de stejar integral, producție curentă, cifră de raport 58,23%; *a* — clarificat, *b* — sediment

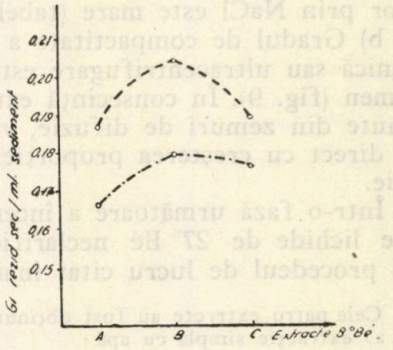


Fig. 9. — Variația reziduului sec al sedimentului (g/ml) extractelor de 8°Bé obținute prin clarificare mecanică și ultracentrifugare: —— *A* — extract din alburn și coajă (88%), cifră de raport 48,98%; *B*— extract din durament de stejar (80%), cifră de raport 60,97%; *C* — extract din lemn de stejar integral, producție curentă, cifră de raport 58,23%; --- ultracentrifugare 30 min, 12 000 rot/min; -·-·- clarificare 72 ore.

compactității ridicate a sedimentului (fig. 9) și pe de altă parte vitezei mari de depunere a particulelor în ultracentrifugare. Viteza mare de depunere a particulelor în cazul ultracentrifugării nu permite, cum se întîmplă în procesul lent al clarificării, o antrenare în depunere a unor particule coloidale intermediare aflate în apropierea particulelor grosier disperse.

c) Creșterea proporției de alburn și coajă în materia primă supusă extracției influențează negativ calitatea extractului prin scăderea cifrei de raport (tabelul 1, extractul *A*). Din aceste două componente coaja furnizează o proporție mai mare de substanțe tanante caracterizate printr-o predominanță a particulelor hidrofobe (tabelul 2, extractul *A*) și contribuie la ridicarea pH-ului (tabelul 1, extractul *A*), pe cînd alburnul dă procentajul r dicat de substanțe netanante.

În procesul obținerii de extracte clarificate creșterea proporției alburnului și cojii determină ca:

a) Soluţia decantată obţinută prin clarificarea mecanică să se prezinte încă tulbure (fig. 3), cantitatea reală de sediment fiind pusă în evidenţă printr-o centrifugare sau ultracentrifugare (fig. 5 şi 6, extractul *A*; fig. 7, extractul *A*). Menţinerea în suspensie, în soluţia decantată, a unor particule grosier disperse de ordin relativ mai mic decît acelea depuse, este determinată de valoarea pH-ului şi de proporţia ridicată de substanţe netanante (tabelul 1, extractul A), care acţionînd dispersant nu permit o viteză de depunere rapidă (fig. 4), deşi suma precipitabilelor prin NaCl este mare (tabelul 2, extractul *A*).

b) Gradul de compactitate a sedimentului rezultat prin clarificare mecanică sau ultracentrifugare este mai mic ca în cazul extractelor din duramen (fig. 9). În consecinţă extractele clarificate din lemn de stejar, obţinute din zemuri de difuzie, vor prezenta purităţi inferioare în raport direct cu creşterea proporţiei de coajă şi alburn în bateria de extracţie.

Într-o fază următoare a încercărilor noastre am obţinut patru extracte lichide de 27° Bé neclarificate, din lemn de stejar (tabelul 3), după procedeul de lucru citat înainte.

Cele patru extracte au fost obţinute după următoarele variante de lucru:
a) extracţie simplă cu apă;
b) extracţie cu apă asupra materialului în prealabil încălzit o oră la 95...100°C;
c) extracţie cu apă, cu adăugare de 0,2% Na_2SO_3, în raport cu materialul, în al patrulea difuzor din „coadă";
d) extracţie cu apă, cu adăugare de 0,4% Na_2SO_3, în raport cu materialul, în al patrulea difuzor din „coadă".

Tabelul 3

Variaţia datelor analitice ale extractelor de 27° Bé

Date analitice %	Materialul s-a extras:			
	—	după o încălzire prealabilă	cu adaus de 0,2% Na_2SO_3	cu adaus de 0,4% Na_2SO_3
Umiditate	54,60	54,60	54,60	54,60
Solubile totale	42,26	42,42	41,93	42,50
Insolubile	3,14	2,98	3,47	2,90
Substanţe tanante	27,80	26,30	26,97	25,30
Substanţe netanante	14,46	16,12	14,96	17,20
Cifră de raport	65,78	62,00	64,36	59,60
Cenuşă	1,52	2,36	1,95	3,54

În fig. 10...17 s-au redat rezultatele experimentărilor efectuate cu aceste extracte. Din analiza acestor diagrame se constată următoarele:

a) Sedimentele volumetrice ale extractelor lichide, neclarificate, din lemn de stejar, sînt mult mai voluminoase, dar mai puţin compacte la toate concentraţiile, decît sedimentele volumetrice ale extractelor solide (fig. 3). Aceasta se datoreşte în parte cifrei de raport mai ridicată

a extractelor lichide (tabelele 1 şi 3, fig. 5 şi 12), dar mai ales faptului că concentrarea lor s-a făcut pînă la o anumită limită (27° Bé). Concentrarea extractelor la sec presupune un proces de aglomerare, de conden-

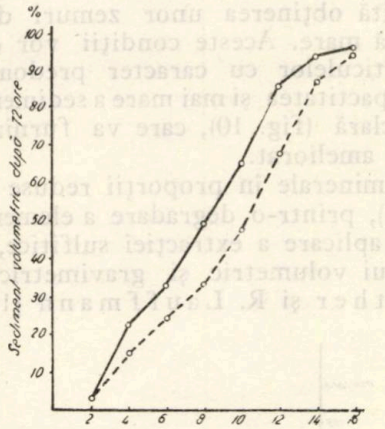


Fig. 10. — Variaţia sedimentului în funcţie de puritatea şi conţinutul în săruri al extractelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%; —— extract cu cifră de raport 62,0%.

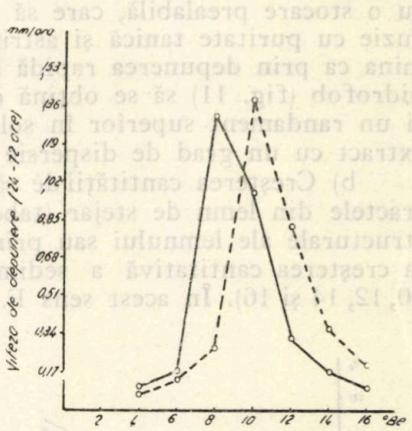


Fig. 11. — Variaţia vitezei de depunere a sedimentului volumetric (între 24 şi 72 ore de la solvire) în funcţie de puritatea şi conţinutul în săruri al extractelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%;
—— extract cu cifră de raport 62,0%.

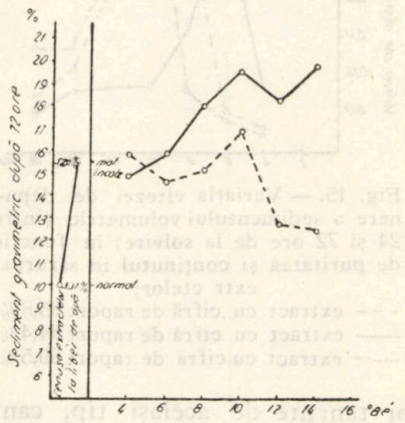


Fig. 12. — Variaţia sedimentului gravimetric în funcţie de puritatea şi conţinutul în săruri al extractelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%;
—— extract cu cifră de raport 62,0%.

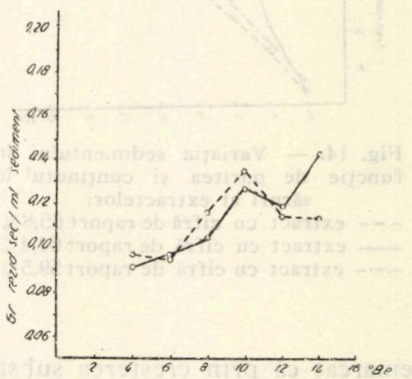


Fig. 13. — Variaţia reziduului sec al sedimentului (g/ml) în funcţie de puritatea şi conţinutul în săruri al extractelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%;
—— extract cu cifră de raport 62,0%

sare a particulelor, o micşorare a gradului de dispersie, reflectat în mai mică măsură asupra sedimentelor extractelor lichide care vor prezenta un grad de afînare mai mare a particulelor grosier disperse. Rezultă că

zemurile de la bateria de difuzie, concentrate la 8° Bé şi supuse clarificării mecanice, dau un randament inferior în soluţie clară. Pentru ridicarea valorică a acestui randament este indicată utilizarea în extracţie a unei materii prime de calitate, cu cifră de raport ridicată (duramen), cu o stocare prealabilă, care să permită obţinerea unor zemuri de difuzie cu puritate tanică şi astringenţă mare. Aceste condiţii vor determina ca prin depunerea rapidă a particulelor cu caracter predominant hidrofob (fig. 11) să se obţină o compactitatea şi mai mare a sedimentului şi un randament superior în soluţie clară (fig. 10), care va furniza un extract cu un grad de dispersie mult ameliorat.

b) Creşterea cantităţii de săruri minerale în proporţii reduse în extractele din lemn de stejar (tabelul 3), printr-o degradare a elementelor structurale ale lemnului sau printr-o aplicare a extracţiei sulfitice, duce la creşterea cantitativă a sedimentului volumetric şi gravimetric (fig. 10, 12, 14 şi 16). În acest sens F. Stather şi R. Lauffmann [11] au

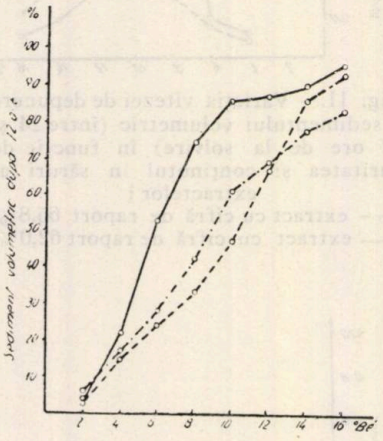


Fig. 14. — Variaţia sedimentului în funcţie de puritea şi conţinutul în săruri al extractelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%;
—— extract cu cifră de raport 64,4%;
-.-.- extract cu cifră de raport 59,5%.

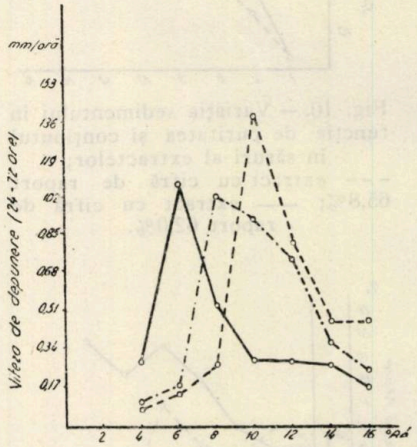


Fig. 15. — Variaţia vitezei de depunere a sedimentului volumetric (între 24 şi 72 ore de la solvire) în funcţie de puritatea şi conţinutul în săruri al extr ctelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%;
—— extract cu cifră de raport 64,4%;
-.-.- extract cu cifră de raport 59,5%.

remarcat că prin creşterea substanţelor tanante de acelaşi tip, cantitatea componentelor cu grad de dispersie mic creşte mult şi se produc pierderi de substanţe tanante prin floculări parţiale. Pe de altă parte P. I. Levenko [12] observă că puterea de salifiere a Na_2SO_3 este doar de două ori mai mică ca cea a NaCl, caracterizat printr-o putere mare de floculare a substanţelor tanante. Pe această cale randamentul în soluţie clară ca şi viteza de depunere a particulelor grosier disperse sînt diminuate (fig. 11 şi 15). Micşorarea vitezei de depunere a particulelor grosier disperse în clarificarea mecanică a extractelor din lemn de stejar îmbogăţite în electroliţi, este însoţită de o deplasare a puncte-

lor de maxim a acestor viteze în sensul concentrațiilor mai mici (fig. 11 și 15) Micșorarea vitezei de depunere nu reprezintă decît consecința scăderii cantității particulelor hidrofobe în extracte (fig. 4, tabelul 2, extractele *B* și *C*). Asemenea particule cu caracter predominant hidrofob, prezentînd o sensibilitate crescută la electroliți, se unesc sub acțiunea acestora în agregate mari, care se depun încă în primele ore ale clarificării me-

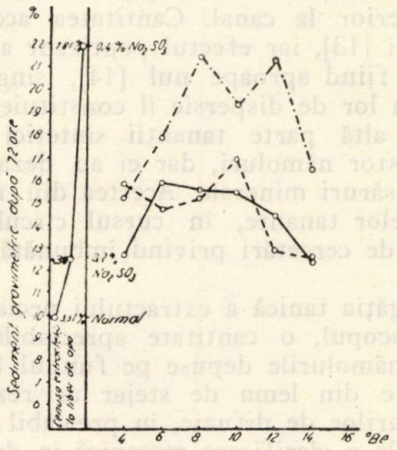


Fig. 16. — Variația sedimentului gravimetric în funcție de puritatea și conținutul în săruri al extractelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%;
—— extract cu cifră de raport 64,4%;
-·-·- extract cu cifră de raport 59,5%.

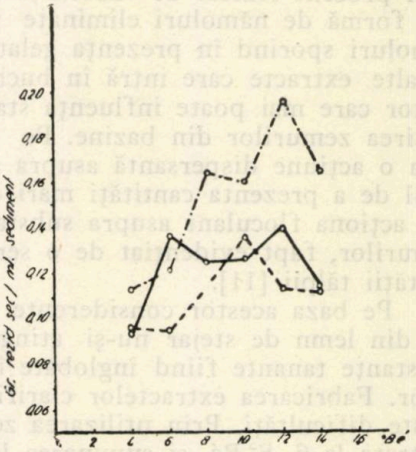


Fig 17. — Variația reziduului sec al sedimentului gravimetric (g/ml) în funcție de puritatea și conținutul în săruri al extractelor;
--- extract cu cifră de raport 65,8%;
—— extract cu cifră de raport 64,4%;
-·-·- extract cu cifră de raport 59,5%.

canice. Coagulatele de această natură se adaugă cantitativ sedimentelor inițiale (ale extractelor obținute prin extracție simplă cu apă) și determină cantități sporite de sediment (fig. 10, 12, 14 și 16) ca și o compactitate ridicată a sedimentului gravimetric (fig. 13 și 17). Pe de altă parte particulele cu caracter mai puțin hidrofob, care au scăpat de sub influența electroliților, vor căuta să se depună sub acțiunea gravității; datorită însă dimensiunii lor mai reduse, ele vor avea o viteză mai mică.

c) Asemenea punctelor de maxim ale vitezelor de depunere, punctele de maxim ale sedimentelor gravimetrice ale extractelor sulfitice au tendință de deplasare în sensul concentrațiilor mai mici (fig. 11, 15 și 16).

3. Discuții

Extractul neclarificat din lemn de stejar, obținut după procedeul curent al fabricii „Argeșul"-Pitești, prezintă o cantitate apreciabilă de depozit care crează dificultăți industriei de pielărie.

Tendința ca prin îmbunătățirea materiei prime (utilizarea de lemn conținînd o proporție ridicată de duramen, stocarea materialului) să se ridice cifra de raport a extractului neclarificat, realizează acest ultim

scop, dar neglijează problema depozitului format la solvirea extractelor. Cantitatea sedimentului volumetric format prin solvirea extractelor seci, neclarificate, din lemn de stejar, este o funcţie directă de cifra de raport şi de gradul de hidrofobicitate a particulelor tanice conţinute. Creşterea cantitativă a sedimentului şi a compactităţii lui, pe măsura îmbunătăţirii calităţii materiei prime, determină neutilizarea în tanaj a unui procent ridicat de substanţe tanante (circa 20...30%), care se depun sub formă de nămoluri eliminate ulterior la canal. Cantitatea acestor nămoluri sporind în prezenţa gelatinei [13], iar efectul peptizant al celorlalte extracte care intră în buchet fiind aproape nul [14], singurul factor care mai poate influenţa starea lor de dispersie îl constituie încălzirea zemurilor din bazine. Pe de altă parte tananţii sintetici pot avea o acţiune dispersantă asupra acestor nămoluri, dar ei au dezavantajul de a prezenta cantităţi mari de săruri minerale. Acestea din urmă pot acţiona floculant asupra substanţelor tanante, în cursul circulaţiei zemurilor, fapt evidenţiat de o serie de cercetări privind îmbunătăţirea calităţii tălpii [11].

Pe baza acestor considerente bogăţia tanică a extractului neclarificat din lemn de stejar nu-şi atinge scopul, o cantitate apreciabilă de substanţe tanante fiind înglobate în nămolurile depuse pe fundul bazinelor. Fabricarea extractelor clarificate din lemn de stejar ar rezolva aceste dificultăţi. Prin utilizarea zemurilor de difuzie, în prealabil concentrate la 6...8° Bé, şi supunerea lor la o clarificare mecanică în decantoare timp de 72 ore, la temperaturi joase, s-ar obţine o soluţie clară care se trimite mai departe la concentrare în scopul obţinerii extractului. Ridicarea calităţii materiei prime prin cifra de raport şi astringenţa superioară a zemurilor de difuzie ar contribui de această dată la o mai mare compactitate a sedimentului din decantoare şi deci la obţinerea unui randament maxim în soluţie clară. Extractul clarificat astfel obţinut va prezenta o cifră de raport puţin inferioară extractului iniţial, dar care conservînd particulele cu dispersie coloidală cele mai mici îi va mări puterea de pătrundere în piele.

Pe de altă parte ultracentrifugarea sedimentului rezultat din clarificarea mecanică permite obţinerea unei a doua soluţii clare. Unirea acestei din urmă soluţii, în stadiul concentrării, cu soluţia sedimentului de la ultracentrifugare, în prealabil solubilizat printr-un tratament oarecare, permite obţinerea unui al doilea fel de extract din lemn de stejar. Pe această cale s-ar obţine două feluri de extracte din lemn de stejar: un extract clarificat, cu un grad de dispersie ridicat, mult mai utilizabil în tanajul în bazine şi altul mai puţin clarificat, cu o cifră de raport ridicată şi o astringenţă remarcabilă, utilizabil în tanajul în butoi. Ambele extracte ar prezenta avantajul de a forma depozite de cuvă minime.

4. Concluzii

1. Extractele neclarificate din lemn de stejar obţinute dintr-o materie primă conţinînd 70...80% duramen, prezintă sedimente volumetrice şi gravimetrice importante, funcţie directă de cifra de raport şi gradul

de hidrofobicitate a particulelor conținute. Funcție de valoarea acestor doi parametri cresc atît vitezele de depunere a particulelor grosier disperse și cît gradul de compactitate al sedimentului. Concomitent cifra de raport a soluției clare obținute este mai scăzută ca cea a extractului inițial.

2. Creșterea proporției de alburn și coajă în materia primă supusă extracției determină, pe de o parte, scăderea cifrei de raport legată de proporția de alburn, și pe de altă parte o creștere a astringenței extractului, funcție de proporția cojii. Aceste caracteristici vor determina depozite mai mari, puse special în evidență prin centrifugare. Clarificarea mecanică a acestor tipuri de extracte devine dificilă datorită faptului că soluția clară, prin particularitățile extractelor (pH ridicat, puritate scăzută, grad de hidrofobicitate mare) mai conservă urme de particule grosier disperse, care se depun cu viteză redusă.

3. Aplicarea extracției sulfitice, precum și acumulările de săruri minerale în zemurile de difuzie, provenite în special din coajă, determină o scădere a randamentului în soluție clară, printr-o creștere a sedimentului volumetric și gravimetric, datorită floculărilor parțiale ale particulelor hidrofobe de către electroliții prezenți. Vitezele de depunere a particulelor grosier disperse sînt micșorate iar valorile maxime ale acestor viteze sînt deplasate în sensul concentrațiilor mai mici. Aplicarea clarificării mecanice la extractele sulfitice dă randamente inferioare în soluție clară.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia pielii,
blănurilor și substanțelor tanante

BIBLIOGRAFIE

1. Alexa Gh., Burghelea Gh., Sireteanu L., Bul. Inst. polit. Iași, 1959, V(IX), *3-4*, pp. 165—176.
2. Sagoschen J. A., Ledertechn. Rdsch., 1942, 8, S. 57.
3. Parsy M., B.A.F.C.I.C., 1946, **11**, pp. 173—189.
4. Mihailov A. N., Coll. 1941, S. 109.
5. Sagoschen J. A., Le Cuir technique 1939, **XXVIII**, *6*, pp. 81—83; Ibid., 1939, **XXVIII**, *7*, pp. 95—99.
6. Mihailov A. N., *Chimia substanțelor tanante și a proceselor de tăbăcire*, vol. **II**, Ed. I.D.T., Buc., 1955, p. 208, (trad. din l. rusă).
7. Красухин М. Н., Лег. пром., 1951, *10*, стр. 38.
8. Besse J., Le Cuir technique, 1927, **XVI**, 7, p. 151.
9. Kuntara W., Grassmann W., Coll., 1943, S. 79.
10. Ланин И. Л., Пашкова А. Г.. Кож.-об. пром., 1959, *11*, стр. 13—16.
11. Stather F., Lauffman R., Coll., 1934, S. 495.
12. Левенко П. И., Лег. пром., 1957, *3*, стр. 13—18.
13. Alexa Gh., Chiriță Gh., Chiriță A.. Bul. Inst. polit. Iași, 1958, **IV (VIII)**, *3-4*, p. 217.
14. Sagoschen J. A., Le Cuir technique, 1935, **XXIV**, *2*, p. 20.

О НЕКОТОРЫХ ФАКТОРАХ ВЛИЯЮЩИХ НА КАЧЕСТВО ЭКСТРАКТА ОТЕЧЕСТВЕННОГО ДУБА

(Резюме)

Рассматриваются ряд факторов влияющих на образование осадка экстракта дубовой древесины. Этот осадок, содержащий в первую очередь танинные вещества, создает осложнения в кожевенном производстве.

В связи с этим был произведен ряд лабораторных и производственных экспериментов доказавших, что количество осадка, а также и его компактность непосредственно зависят от числа осветленности и степени гидрофобности таниннных частиц.

Изучается также возможность получения осветленного экстракта, а также и факторов, которые должны учитываться для этой цели (пропорциональность составляющих древесины и сульфитного экстракта).

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Изменения объемного осадка в зависимости от модуля ванны непрозрачных экстрактов древесины дуба ; —— модуль ванны ; - - - осадок после 24 часов в объемных % при 8° Bé.

Рис. 2. — Изменения объемного осадка в зависимости от модуля ванны непрозрачных экстрактов древесины дуба; - - - экстракт с модулем ванны 58,23% ; —— экстракт с модулем ванны 54,68%.

Рис. 3. — Изменения объемного осадка в зависимости от пропорции составляющих экстрактов древесины дуба ; —— *A* — экстракт из заболони и коры (88%), модуль ванны 48,98% ; - - - *B* — экстракт из дубовой сердцевины (80%), модуль ванны 60,97% ; - · - · - *C* — экстракт из свежей цельной дубовой древесины модуль ванны 58,23%.

Рис. 4. — Изменения скорости осаждения объемного осадка (между 24 и 72 часами от момента растворения) в зависимости от пропорции составляющих экстракта дубовой древесины ; —— *A* — экстракт из заболони и коры (88%), модуль ванны 48,98% ; - - - *B* — экстракт из дубовой сердцевины (80%), модуль ванны 60,97% ; - · - · - *C* — экстракт из свежей цельной дубовой древесины модуль ванны 58,23%.

Рис. 5. — Изменения объемного осадка в зависимости от пропорции составляющих экстракта дубовой древесины ; —— *A* — экстракт из заболони и коры (88%), модуль ванчы 48,98% ; - - - *B* — экстракт из дубовой сердцевины (80%), модуль ванны 60,97% ; - · - · - *C* — экстракт из свежей цельной дубовой древесины, модуль ванны 58,23%.

Рис. 6. — Изменения гравиметрического осадка экстрактов 8° Bé получаемый просветлением, центрифугированием и ультрацентрифугированием ; *A* — экстракт из заболони и коры (88%), модуль ванны 48,98% ; *B* — экстракт из дубовой сердцевины (80%), модуль ванны 60,97% ; *C* — экстракт из свежей цельной дубовой древесины, модуль ванны 58,23% ; —— центрифугирование 50 мин, 3 500 об/мин ; - - - ультрацентрифугирование 30 мин, 12 000 об/мин ; - · - просветление 72 часа.

Рис. 7. — Влияние механического просветлении и ультрацентрифугирования на к. п. д. просветленного раствора 8 Bé в зависимости от пропорции составляющих дубовой древесины ; *A* — экстракт из заболони и коры (88%), модуль ванны 48,98% ; *B* — экстракт из дубовой сердцевины (80%), модуль ванны 60,97% ; *C* экстракт из свежей цельной дубовой древесины, модуль ванны 58,23%.

Рис. 8. – Изменения модуля ванны просветленного раствора и осадка полученного механическим просветлением и ультрацентрифугированием экстрактов 8° Bé в зависимости от пропорции составляющих экстракта дубовой древесины ; —— *A* — экстракт заболони и коры (88%), модуль ванны 48,98% ; - - - *B* — экстракт дубовой сердцевины (80%), модуль ванны 60,97% ; - · - · - *C* — экстракт из свежей цельной дубовой древесины, модуль ванны 58,23% ; *a* — просветленный, *b* — осадок.

Рис. 9. — Изменения тощего остатка из осадка (г/мл) экстрактов 8 Bé получаемых механическим просветлением и ультрацентрифугированием ; *A* — экстракт заболони и коры (88%), модуль ванны 48,98% ; *B* — экстракт дубовой сердцевины (80%), модуль ванны 60,97% ; *C* — экстракт из свежей цельной дубовой древесины, модуль ванны 58,23% ; - - - ультрацентрифугирование 30 мин, 12 000 об/мин ; - · - · - просветление 72 часа.

Рис. 10. — Изменения объемного осадка в зависимости от чистоты и содержания солей экстракта ; - - - экстракт с модулем ванны 65,8%; - · - · - экстракт с модулем ванны 62,0%.

Рис. 11. — Изменения скорости осаждения объемного осадка (между 24 и 72 часами от момента растворения) в зависимости от чистоты и содержания солей экстрактов; – – – экстракт с модулем ванны 65,8%; – · – · – экстракт с модулем ванны 62,0%.

Рис. 12. — Изменения гравиметрического осадка в зависимости от чистоты и содержания солей экстрактов; – – – экстракт с модулем ванны 65,8%; – · – · – экстракт с модулем ванны 62,0%.

Рис. 13. — Изменения тощего остатка гравиметрического осадка (г/мл) в зависимости от чистоты и содержания солей экстрактов; – – – экстракт с модулем ванны 65,8%; – · – · – экстракт с модулем ванны 62,0%.

Рис. 14. — Изменения объемного остатка в зависимости от чистоты и содержания солей экстрактов; – – – экстракт с модулем ванны 65,8%; —— экстракт с модулем ванны 64,4%; – · – · – экстракт с модулем ванны 59,5%.

Рис. 15. — Изменения скорости осаждения объемного осадка (между 24 и 72 часами от момента растворения) в зависимости от чистоты и содержания солей осадков; – – – экстракт с модулем ванны 65,8%; —— экстракт с модулем ванны 64,4%; – · – · – экстракт с модулем ванны 59,5%.

Рис. 16. — Изменения гравиметрического осадка в зависимости от чистоты и содержания солей экстрактов; – – – экстракт с модулем ванны 65,8%; —— экстракт с модумем ванны 64,4%; – · – · – экстракт с модулем ванны 59,5%.

Рис. 17. — Изменение тощего остатка из гравиметрического осадка (г/мл) в зависимости от чистоты и содержания солей экстрактов; – – – экстракт с модулем ванны 65,8%; —— экстракт с модулем ванны 64,4%; – · – · – экстракт с модулем ванны 59,5%.

CONSIDÉRATIONS CONCERNANT QUELQUES FACTEURS QUI INFLUENCENT LA QUALITÉ DE L'EXTRAIT DE CHÊNE INDIGÈNE

(Résumé)

On étudie une série de facteurs qui interviennent à la formation du depôt dans le cas de l'extrait du bois de chêne. Ce depôt, qui englobe premièrement des matières de nature tannique, produit nombre de difficultés à l'industrie du cuir. Par suite d'une série d'essais éffectués tant au laboratoire qu'à l'échelle industrielle on montre que la quantité du depôt et tout aussi sa compactité sont fonctions directes du chiffre de pureté et du degré d'hydrofobicité des particules de nature tannique.

On étudie aussi la possibilité de l'obtention d'un extrait clarifié ainsi que les facteurs dont on doit tenir compte en ce but (la proportion des composants du bois et l'extraction sulfitique).

Explication des figures

Fig. 1. — Variation du sédiment volumétrique en fonction du chiffre de rapport des extraits nonclarifiés du bois de chêne; —— chiffre de rapport; – – – sédiment après 24 heures, en % volumes à 8° Bé.

Fig. 2. — Variation du sédiment volumétrique en fonction du chiffre de rapport des extraits nonclarifiés du bois de chêne; – – – – extrait correspondant au chiffre de rapport 58,23%; —— extrait correspondant au chiffre de rapport 54,68%.

Fig. 3. — Variation du sédiment volumétrique en fonction de la proportion des composants du bois de chêne dans l'extraction: —— *A* — extrait d'aubier et d'écorce (88%), chiffre de rapport 48,98%: – – – – *B* — extrait du duramen de chêne (80%), chiffre de rapport 60,97%: – · – · – *C* — extrait du bois de chêne intégral, production courante, chiffre de rapport 58,23%.

Fig. 4. — Variation de la vitesse de précipitation du sédiment volumétrique (entre 24 et 72 heures après la dissolution) en fonction de la proportion des composants du bois de chêne dans l'extraction; —— *A* — extrait d'aubier et d'écorce (88%), chiffre de rapport 48,98%; – – – *B* — extrait du duramen de chêne (80%), chiffre de rapport 60,97%; – · – · – *C* — extrait du bois de chêne intégral, production courante, chiffre de rapport 58,23%.

Fig. 5. — Variation du sédiment gravimétrique en fonction de la proportion des composants du bois de chêne dans l'extraction ; —— *A* — extrait d'aubier et d'écorce (88%), chiffre de rapport 48,98% ; - - - *B* — extrait du duramen de chêne (80%), chiffre de rapport 60,97% ; - . - · - *C* — extrait du bois de chêne intégral, production courante, chiffre de rapport 58,23%.

Fig. 6. — Variation du sédiment gravimétrique des extraits de 8° Bé obtenu par clarification, centrifugation et ultracentrifugation ; *A* — extrait d'aubier et d'ecorce (88%), chiffre de rapport 48,98% ; *B* — extrait du duramen de chêne (80%), chiffre de rapport 60,97% ; *C* — extrait du bois de chêne intégral, production courante, chiffre de rapport 58,23% ; —— centrifugation 30 min, 3500 rot/min ; - - - ultracentrifugation 30 min, 12000 rot/min ; - · - · - clarification 72 heures.

Fig. 7. — Influence de la clarification mécanique et de l'ultracentrifugation sur le rendement en solution claire des extraits de 8 Bé en fonction de la proportion des composants du bois de chêne dans l'extrait ; *A* — extrait d'aubier et d'écorce (88%), chiffre de rapport 48,98% ; *B* — extrait du duramen de chêne (80%), chiffre de rapport 60,97% ; *C* — extrait du bois de chêne intégral, production courante, chiffre de rapport 58,23%.

Fig. 8. — Variation du chiffre de rapport de la solution claire et du sédiment obtenu par clarification mécanique et ultracentrifugation des extraits de 8° Bé en fonction de la proportîon des composants du bois de chêne dans l'extrait ; —— *A* — extrait d'aubier et d'écorce (88%), chiffre de rapport 48,98% ; - - - *B* — extrait du duramen de chêne (80%), chiffre de rapport 60,97% ; - · - · - *C* — extrait du bois de chêne intégral, production courante, chiffre de rapport 58,23% ; *a* — clarifié, *b* — sédiment.

Fig. 9. — Variation du résidu sec du sédiment (g/ml) des extraits de 8° Bé obtenus par clarification mécanique et ultracentrifugation ; *A* — extrait d'aubier et d'écorce (88%), chiffre de rapport 48,98% ; *B* — extrait du duramen de chêne (80%), chiffre de rapport 60,97% ; *C* — extrait du bois de chêne intégral, production courante, chiffre de rapport 58,23% : - - - ultracentrifugation 30 min, 12000 rot/min : - · - · - clarification 72 heures.

Fig. 10. — Variation du sédiment volumétrique en fonction de la pureté en du contenu en sels des extraits ; - - - extrait au chiffre de rapport 65,8% ; - . - . -extrait au chiffre de rapport 62,0%.

Fig. 11. — Variation de la vitesse de précipitation du sédiment volu т étrique (entre 24 et 72 heures après la dissolution) en fonction de la pureté et du contenu en sels des extraits ; - - - extrait au chiffre de rapport 65,8% ; - · - - extrait au chiffre de rapport 62,0%.

Fig. 12. — Variation du sédiment gravimétrique en fonction de la pureté et du contenu en sels des extraits ; - - - extrait au chiffre de rapport 65,8% ; —— extrait au chiffre de rapport 62,0%.

Fig. 13. — Variation du résidu sec du sédiment gravimétrique (g/ml) en fonction de la pureté et du contenu en sels des extraits : - - - extrait au chiffre de de rapport 65,8% ; - . - · - extrait au chiffre de rapport 62,0%.

Fig. 14. — Variation du sédiment volumétrique en fonction de la pureté et du contenu en sels des extraits ; - - - extrait au chiffre de rapport 65,8% ; —— extrait au chiffre de rapport 64,4% ; - · - · - extrait au chiffre de rapport 59,5%.

Fig. 15. — Variation de la vitesse de précipitation du sédiment volumétrique (entre 24 et 72 heures après la dissolution) en fonction de la pureté et du contenu en sels des extraits ; - - - extrait au chiffre de rapport 65,8% ; —— extrait au chiffre de rapport 64,4% ; - · - · - extrait au chiffre de rapport 59,5%.

Fig. 16. — Variation du sédiment gravimétrique en fonction de la pureté et du contenu en sels des extraits ; - - - extrait au chiffre de rapport 65,8% ; —— extrait au chiffre de rapport 64,4% ; - · - · - extrait au chiffre de rapport 59,5%.

Fig. 17. — Variation du residu sec du sédiment gravimétrique (g/ml) en fonction de la pureté et du contenu en sels des extraits ; - - - extrait au chiffre de rapport 65,8% ; —— extrait au chiffre de rapport 64,4% ; - · - · - extrait au chiffre de rapport 59,5%.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 675.04

STUDIUL TĂBĂCIRII COMBINATE CU UREE-FORMOL-CROM A PIEILOR PENTRU FEŢE DE ÎNCĂLŢĂMINTE

DE

GH. ALEXA, GH. CHIRIŢĂ, AGLAIA CHIRIŢĂ, H. HASS, V. NĂNESCU, GEORGETA NĂNESCU

Comunicare prezentată în sesiunea jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28—30 octombrie 1960

1. Introducere

În ultimul timp s-au studiat şi s-au folosit la tăbăcirea pieilor aminoplastele, fie ca substanţe tanante, fie pentru fixarea taninurilor necombinate în tăbăcirea vegetală a pieilor.

Aminoplastele sînt printre puţinele răşini sintetice a căror condensare şi polimerizare poate fi provocată în pielea însăşi, fără a se produce deteriorarea pielii tăbăcite [1]. Dintre aminoplaste, răşinele de uree-formaldehidă sînt mai frecvent utilizate datorită faptului că se obţin uşor şi au un preţ de cost scăzut.

Dintre derivaţii de uree şi formaldehidă numai produsele metilolice pot fi folosite în tanaj, iar dintre produsele metilolice, derivatul de dimetiloluree [2] duce la piei tăbăcite cu rezultatele cele mai bune.

Raportul molar dintre uree şi formaldehidă necesar la formarea aminoplastelor ureo-formaldehidice, după diferiţi cercetători, este de 2/3...1/2 sau chiar mai mult [3], [4]. Astfel Bergmann, într-un brevet al său, propune raportul molar 1/3, adică o moleculă de uree la trei molecule de formaldehidă [3].

După datele lui P. Chambard [2], un amestec de uree-formaldehidă se prepară prin dizolvarea ureii în soluţia de formaldehidă, imediat înaintea întrebuinţării, la pH=7,5...8,0. După ce pielile au fost impregnate cu o astfel de soluţie se coboară treptat pH-ul soluţiei de tăbăcire pînă la pH=3,0...3,5, cînd are loc rezinificarea. Către sfîrşitul tăbăcirii soluţia se încălzeşte la temperatura de 45...50°C, pentru a condensa polimerii formaţi în interiorul pielii. La acidularea soluţiilor se foloseşte cu succes acidul sulfuric sau oxalic în concentraţie de pînă la 10%. Se poate tăbăci numai cu răşini de uree-formaldehidă, obţinîndu-se piei de culoare albă, pline, dar cu faţa fragilă.

Într-o lucrare anterioară am studiat condiţiile obţinerii pieilor pentru feţe aplicîndu-se tăbăcirea combinată cu formol-crom [5], [6]. Tăbăcindu-se în condiţiile menţionate în lucrarea amintită mai sus, cu 1,0...1,5% formol de 36% şi cu 1,5% Cr_2O_3 s-au obţinut piei asemănătoare box-calfului.

Pentru a se îmbunătăţi calităţile pieilor pentru feţe de încălţăminte obţinute în urma tăbăcirii combinate cu formol-crom, în lucrarea de faţă s-a cercetat posibilitatea tăbăcirii combinate cu răşini ureo-formaldehidice şi cu săruri bazice de crom.

Din studiile apărute în literatura de specialitate [2], [3], [7] asupra tăbăcirii cu formol-uree ca şi din lucrările noastre anterioare [5], [6], am stabilit o serie de parametri pe care i-am folosit în lucrarea prezentă, propunîndu-ne a studia: a) influenţa concentraţiei în urec-formaldehidă; b) influenţa concentraţiei în oxid de crom; c) stabilirea caracteristicilor chimice şi fizico-mecanice ale pieilor tăbăcite combinat cu uree-formaldehidă şi săruri de crom.

În toate încercările de tăbăcire combinată cu uree-formaldehidă şi săruri bazice de crom, s-a aplicat următorul proces tehnologic:

Înmuierea s-a făcut în bazine cu 450% apă, timp de 48 ore. Apa s-a schimbat de trei ori, primenindu-se după 3 ore şi după 24 ore. După 24 ore de înmuiere pieile au fost ştrecuite.

Cenuşeritul. Pieile înmuiate şi scurse s-au cenuşerit după sistemul cu un singur cenuşar, cu var şi sulfură de sodiu, respectîndu-se următorii parametri: durata — 48 ore, flota — 400%, clorură de sodiu — 6%, var — 12% şi sulfură de sodiu concentrată — 2%. Toate cifrele sînt raportate procentual la greutatea pielii înmuiate.

După cenuşerire, pieile spălate cu apă curgătoare au fost supuse depărării mecanice, şeruirii, făţuirii şi apoi cîntăririi. Pielea gelatină obţinută a fost apoi spălată în butoi timp de 30 minute, cu un curent continuu de apă şi decalcificată complet cu 0,1% acid clorhidric şi 0,6% clorură de amoniu. Pieile s-au agitat timp de 60 minute la butoi, după care s-au lăsat în repaus în soluţie, timp de 10...12 ore. La sfîrşitul decalcificării s-au mai agitat încă 10 minute.

Sămăluirea. Pieile decalcificate s-au sămăluit în 250% flotă la 32...34°C, cu 1,0% oropon, timp de 45 minute.

Tăbăcirea cu răşini pe bază de uree şi formaldehidă. În toate încercările de tăbăcire raportul molar între uree şi formaldehidă a fost de 1 : 2. Tăbăcirea s-a efectuat la butoi într-o flotă de 100...150% raportat la pielea gelatină, s-a adus la pH = 7,2...7,5 cu ajutorul unei soluţii de carbonat de sodiu de 10%, s-a adăugat cantit tea necesară de uree, s-a agitat 10 minute şi apoi s-au adăugat pieile, continuîndu-se agitarea timp de 5...6 ore, după care s-a lăsat în repaus peste noapte.

În această etapă are loc impregnarea pielii. În faza următoare, de rezinificare, s-a coborît progresiv pH-ul soluţiei de tăbăcire pînă la valoarea de 3,0...3,5 prin adausuri succesive de acid sulfuric în soluţie de 1%. Coborîrea pH-ului s-a făcut în 2...3 ore, în care timp pieile s-au agitat. După ce s-a ajuns la pH = 3,0...3,5 s-a continuat agitarea încă 8...10 ore, după care pieile s-au lăsat în baie peste noapte. A doua zi s-a produs condensarea răşinilor ureo-formaldehidice, încălzindu-se soluţia la temperatura de 45...50°C, după care pieile s-au agitat timp de 2 ore. După tanaj pieile s-au spălat prin agitare, timp de o oră, cu apă curgătoare.

2. Tăbăcirea cu crom

Probele de piele tăbăcite cu uree-formaldehidă nu au fost piclate. Tăbăcirea în crom s-a făcut în butoi, într-o flotă de 200%, cu 2% clorură de sodiu şi cu cantitatea de oxid de crom necesară.

Bazicitatea soluţiilor a fost cuprinsă între 38% şi 42% Schorlemmer. După 6 ore de agitare s-a mărit bazicitatea soluţiei de tăbăcire prin adaus de carbonat de sodiu în soluţie 1 : 10 şi pieile s-au mai agitat încă 2 ore, după care au rămas în baia de tăbăcire peste noapte. Din această fază pieile tăbăcite combinat cu răşini pe bază de uree-formaldehidă şi săruri de crom au urmat procesul tehnologic normal pentru obţinerea pieilor pentru feţe de tip box-calf.

a) *Influenţa concentraţiei în uree-formaldehidă*

Scopul principal al studiului de faţă îl constituie stabilirea condiţiilor tehnologice de tăbăcire cu uree-formaldehidă-crom, în vederea ob-

ţinerii pieilor de feţe de încălţăminte şi posibilitatea de a ameliora calitatea pieilor cu structură rară.

În studiul tăbăcirii combinate cu formol-crom, [5], [6], s-a constatat că se pot obţine piei pentru feţe asemănătoare boxului, numai cu 1,5% Cr_2O_3 în loc de 2,5% Cr_2O_3, dar care au o plinătate mai mică decît cea normală.

În prezenta lucrare, la tăbăcirea cu crom s-a folosit de asemenea 1,5% Cr_2O_3, dar s-a variat concentraţia în uree şi formaldehidă în limite mai largi, în vederea stabilirii concentraţiei optime în uree şi formol la tăbăcirea cu uree-formol-crom, care să ducă la o piele complet tăbăcită şi care să nu se contracte la proba de fierbere.

Au fost tăbăcite în uree-formaldehidă, în condiţiile arătate mai sus, şase probe de piele gelatină, la următoarele concentraţii: a) 2,0% formol de 36% + 0,75% uree; b) 3,0% formol de 36% + 1,0% uree; c) 4,0% formol de 36% + 1,5% uree; d) 5,0% formol de 36% + 1,8% uree; e) 7,5% formol de 36% + 2,75% uree; f) 10% formol de 36% + 3,5% uree.

Tăbăcirea în crom s-a efectuat cu 1,5% Cr_2O_3, în condiţiile arătate mai sus, cu o sare bazică de 39% Schorlemmer.

După tăbăcirea în crom s-au determinat indicele de contracţie şi conţinutul în oxid de crom fixat. Rezultatele determinărilor sînt date în tabelul 1.

Tabelul 1

Influenţa concentraţiei în uree-formaldehidă

Date analitice %	Uree %					
	0,75	1,0	1,5	1,8	2,75	3,5
	+ formol de 36% %					
	2,0	3,0	4,0	5,0	7,5	10,0
	Probe tăbăcite cu 1,5% Cr_2O_3					
Umiditate	14	14	14	14	14	14
Oxid de crom	3,81	3,54	3,49	3,06	2,99	2,93
Indice de contracţie	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Probele de piele tăbăcite numai cu uree-formol, după uscare sînt rigide şi casante. Aceste caracteristici se accentuează pe măsură ce cantitatea de răşini ureo-formaldehidice înglobată în piele creşte.

În cazul tăbăcirii combinate cu uree-formol-crom aceste inconveniente sînt mult remediate. Din probele de piele tăbăcite numai cele care au fost tăbăcite cu 7,5% formol + 2,75% uree şi 10% formol + 3,5% uree, au faţa foarte fragilă, plesnind la îndoire. Celelalte sînt foarte suple şi cu plinătate caracteristică. Din tabelul 1 se constată că toate probele tăbăcite au indicele de contracţie nul, cu toate că aceste probe s-au tăbăcit numai cu 1,5% Cr_2O_3. Aceasta dovedeşte că pretăbăcirea cu

uree-formaldehidă duce la ridicarea temperaturii de contracţie a probelor tăbăcite. Oxidul de crom fixat scade pe măsură ce cantitatea de răşină înglobată în piele creşte. Aceasta se datoreşte faptului că răşinele ureo-formaldehidice, ca şi formaldehida, se fixează de grupele bazice ale pielii, ducînd la diminuarea capacităţii de legare a cromului de către piele.

b) *Influenţa concentraţiei în crom*

Deoarece probele de piele tăbăcite cu răşini ureo-formaldehidice, în condiţiile menţionate şi cu 1,5% oxid de crom, nu se contractă la proba de fierbere, în încercările ulterioare am studiat posibilitatea scăderii conţinutului în oxid de crom la tăbăcirea cu crom.

Două serii de cîte şase probe de piele gelatină au fost tăbăcite în uree-formaldehidă, în condiţii identice ca la punctul a) al lucrării de faţă, la următoarele concentraţii: a) 2,0% formol de 36% + 0,75% uree; b) 3,0% formol de 36% + 1,0% uree; c) 4,0% formol de 36% + 1,5% uree; d) 5% formol de 36% + 1,8% uree; e) 7,5% formol de 36% + 2,75% uree; f) 10,0% formol de 36% + 3,5% uree.

O serie de probe tăbăcite cu uree-formaldehidă au fost tăbăcite cu 0,8% Cr_2O_3 şi altă serie cu 1,0% Cr_2O_3.

După tăbăcirea în crom s-a determinat indicele de contracţie şi oxidul de crom fixat. Rezultatele analizelor sînt date în tabelul 2.

Tabelul 2

Influenţa concentraţiei în crom

Date analitice %	Uree %					
	0,75	1,0	1,5	1,8	2,75	3,5
	+ formol de 36% %					
	2,0	3,0	4,0	5,0	7,5	10,0
	Probe tăbăcite cu 1,0% Cr_2O_3					
Umiditate	14	14	14	14	14	14
Oxid de crom	2,84	2,88	2,84	2,80	2,61	2,44
Indice de contracţie	2,0	10,0	10,0	9,5	15,0	22,0
	Probe tăbăcite cu 0,8% Cr_2O_3					
Umiditate	14	14	14	14	14	14
Oxid de crom	2,66	2,52	2,47	1,95	2,35	2,26
Indice de contracţie	13,0	15,0	18,0	34,5	25,2	32,0

Se constată că toate probele supuse analizei se contractă la fierbere. Cu cît cantitatea de oxid de crom fixată este mai mică, cu atît indicele de contracţie este mai ridicat.

Indicii de contracţie ai unor probe tăbăcite cu 1% Cr_2O_3 sînt destul de mici. Acest fapt permite să se presupună că s-ar putea tăbăci cu rezultate bune şi sub 1,5% Cr_2O_3, în cazul acestui sistem de tanaj.

c) *Stabilirea caracteristicilor chimice şi fizico-mecanice ale pieilor tăbăcite combinat, cu formol-uree şi săruri bazice de crom*

Pentru a stabili caracteristicile chimice şi fizico-mecanice ale pieilor tăbăcite combinat, cu formol-uree şi săruri bazice de crom, s-au făcut încercări pe piei de viţel de 5 kg bucata ; fiecare piele a fost tăiată în două canate, un canat tăbăcindu-se cu crom cu o singură baie şi alt canat, cu formol-uree şi săruri bazice de crom.

S-a procedat astfel ca rezultatele analizelor să nu fie influenţate de structura histologică a pieilor.

Canatele de piele tăbăcite cu formol-uree-crom au urmat procesul tehnologic menţionat la începutul lucrării, tăbăcirea cu crom efectuîndu-se cu 1,5% Cr_2O_3. Canatele de piele tăbăcite cu crom, cu o singură baie, au urmat acelaşi proces tehnologic pînă la operaţia de sămăluire inclusiv, după care au fost piclate (la butoi, cu 100% flotă, 8% clorură de sodiu, 1,8% acid clorhidric, durata — 2 ore) tăbăcite, cu crom, respectîndu-se parametrii arătaţi la începutul lucrării, cu deosebirea că s-a tăbăcit cu 2,5% Cr_2O_3.

Pentru a se urmări modul cum sînt influenţate caracteristicile chimice şi fizico-mecanice ale pieilor de către tăbăcirea cu formol-uree, s-au efectuat cinci încercări de tăbăcire, la care s-a variat concentraţia în uree-formaldehidă astfel : a) 2% formol de 36% + 0,75% uree ; b) 3,8% formol de 36% + 1,0% uree ; c) 4,0% formol de 36% + 1,5% uree ; d) 5,0% formol de 36% + 1,8% uree ; e) 10,0% formol de 36% + 3,5% uree.

Toate canatele de piele tăbăcite cu crom în o singură baie, s-au tăbăcit cu 2,5% Cr_2O_3.

Probele de piele tăbăcite au fost finisate la fabrica „Partizanul"-Bacău, aplicîndu-se procesul tehnologic al pieilor pentru box-calf. Organoleptic, pieile tăbăcite combinat cu uree-formaldehidă-crom au un aspect foarte plăcut şi nu se deosebesc de probele de piele tăbăcite normal. Toate probele de piele au fost analizate chimic şi fizico-mecanic, rezultatele fiind consemnate în tabelul 3.

Socotindu-se 100 fiecare rezultat obţinut la determinarea alungirii la rupere, a alungirii la crăparea feţei, a rezistenţei la tracţiune şi a rezistenţei feţei probelor de piele tăbăcite cu crom, pentru probele tăbăcite combinat cu uree-formaldehidă şi săruri bazice de crom se obţin datele cuprinse în tabelul 4.

Din analiza rezultatelor din tabelul 4 se poate constata o foarte mare apropiere a caracteristicilor fizico-mecanice ale probelor tăbăcite cu crom de a celor tăbăcite combinat cu uree-formol-crom. Rezistenţa la tracţiune este însă mai mică în cazul probelor tăbăcite cu formol-uree-crom în comparaţie cu probele tăbăcite numai cu crom, dar îndeplinind normele impuse de standarde.

Întrucît în încercările de tăbăcire anterioare, aplicînd metoda de tăbăcire combinată cu uree-formol-crom, s-au obţinut rezultate satisfăcătoare, s-au efectuat două probe de tăbăcire în fază semi-industrială la fabrica „Partizanul"-Bacău.

Tabelul 3

Analiza chimică şi fizico-mecanică

Caracteristici	Probele				
	I	II	III	IV	V
	Concentraţia în formol de 36% + uree				
	0,75% uree +2% formol	1% uree +3% formol	1,5% uree +4% formol	1,8% uree +5% formol	3,5% uree +10% formol
Tanaj cu uree-formaldehidă-crom					
Flexiune	rezistă	rezistă	rezistă	rezistă	plesnituri fine
Alungire la rupere (%)	21,0	20,0	23,0	23,0	24,0
Alungire la crăparea feţei (%)	20,0	20,0	20,0	21,0	20,0
Rezistenţă la tracţiune (kg/mm²)	2,90	2,83	3,25	3,38	3,12
Rezistenţa feţei (kg/mm²)	2,66	2,47	2,80	3,16	2,79
Indice de permeabilitate la vapori de apă (mg)	318,3	333,6	395,2	231,2	318,9
Umiditate (%)	14,41	14,10	14,03	14,81	14,46
Cr_2O_3 (%)	4,58	3,76	3,75	3,66	4,00
Cenuşă (%)	5,29	3,73	5,09	4,66	5,09
Substanţe grase (%)	2,85	2,79	2,78	2,83	2,86
Tanaj cu crom					
Flexiune	rezistă	rezistă	rezistă	rezistă	rezistă
Alungire la rupere (%)	23,0	25,0	24,0	21,0	24,0
Alungire la crăparea feţei (%)	21,0	20,0	20,0	21,0	20,0
Rezistenţă la tracţiune (kg/mm²)	3,63	2,63	3,32	3,47	3,39
Rezistenţa feţei (kg/mm²)	3,09	2,25	2,58	3,45	2,97
Indice de permeabilitate la vapori de apă (mg)	371,8	329,8	335,0	258,9	253,5
Umiditate (%)	14,29	14,58	14,58	14,58	14,58
Cr_2O_3 (%)	5,39	6,18	6,18	6,18	6,18
Cenuşă (%)	7,07	7,67	7,67	7,67	7,67
Substanţe grase (%)	2,85	2,88	2,88	2,88	2,88

Tabelul 4

Date comparative referitoare la tanajul cu uree-formaldehidă-crom şi tanajul cu crom

Proba	Alungire la rupere %	Alungire la crăparea feţei %	Rezistenţă la tracţiune %	Rezistenţă la crăparea feţei %
I	91,3	95,2	79,8	86,0
II	100,0	100,0	107,6	109,8
III	115,0	100,0	97,6	108,5
IV	95,8	100,0	97,4	91,5
V	100,0	100,0	92,0	93,9

S-a aplicat procesul tehnologic descris la începutul lucrării. O probă a fost tăbăcită cu 1,0% uree + 3,0% formol de 36%, iar cea de a doua, cu 1,8% uree + 5,0% formol de 36%. La tăbăcirea cu crom s-a folosit 1,5% oxid de crom. Pieile tăbăcite au fost finisate pentru piei de feţe de încălţăminte. S-au întrebuinţat piei conservate prin sărare, de 19 kg bucata.

Organoleptic pieile obţinute au un aspect plăcut, sînt pline, suple şi au o faţă foarte fină. Pieile rezultate au fost supuse analizei chimice şi fizico-mecanice. Rezultatele sînt cuprinse în tabelul 5, alături de datele analitice ale unei probe de piele pentru feţe de încălţăminte, tăbăcită cu crom, din producţia curentă a fabricii „Partizanul"-Bacău.

Tabelul 5

Analiza chimică şi fizico-mecanică

Caracteristici	Proba		
	I	II	III *)
	Concentraţia în uree+formol de 36%		
	1,0% uree +3% formol	1,8% uree +5% formol	Tanaj cu crom
Flexiune	rezistă	rezistă	rezistă
Alungire la rupere (%)	22,0	20,0	23,0
Alungire la crăparea feţei (%)	18,0	19,0	20,0
Rezistenţă la tracţiune (kg/mm^2)	2,98	2,98	3,90
Rezistenţa feţei (kg/mm^2)	2,55	2,68	3,50
Indice de permeabilitate la vapori de apă (mg)	478,8	608,0	542,9
Umiditate (%)	15,45	13,80	13,82
Cr_2O_3 (%)	3,94	4,38	5,17
Cenuşă (%)	5,22	5,87	6,01
Substanţe grase (%)	1,82	3,06	1,96

*) Proba de piele tăbăcită normal, din producţia curentă a fabricii de pielărie „Partizanul"-Bacău.

Din datele tabelului 5 se observă de asemenea că rezultatele obţinute pe probele tăbăcite combinat cu uree-formol-crom sînt comparabile cu cele ale probelor tăbăcite cu crom. Rezistenţa la tracţiune şi rezistenţa feţei sînt mai mici la pieile tăbăcite cu uree-formol-crom, în comparaţie cu aceleaşi determinări efectuate asupra pieilor tăbăcite numai cu crom, dar care depăşesc cu mult limitele admise de standarde, cu toate că procentul de Cr_2O_3 folosit a fost redus cu 40%.

3. Concluzii

1. Răşinile ureo-formaldehidice reacţionează cu pielea supusă tăbăcirii, cu aceleaşi grupe cu care reacţionează şi formaldehida.

2. În cazul tăbăcirii combinate cu uree-formol-crom se obţin piei complet tăbăcite, folosindu-se numai 1,5% Cr_2O_3 în loc de 2,5% Cr_2O_3, ca la tanajul obişnuit, realizîndu-se astfel o economie de Cr_2O_3 de circa 40% în comparaţie cu metoda de tăbăcire cu crom obişnuită.

3. Tăbăcirea combinată cu uree-formol-crom permite obţinerea de piei pentru feţe de încălţăminte cu un aspect foarte plăcut, pline, suple şi cu floare foarte fină. Caracteristicile fizico-mecanice sînt foarte apropiate de cele ale pieilor tăbăcite numai cu crom.

4. Acest procedeu de tăbăcire s-ar putea aplica cu succes pieilor cu structură rară, cărora le-ar îmbunătăţi calitatea.

5. Procesul tehnologic de obţinere a pieilor tăbăcite combinat cu uree-formol-crom poate fi condus cu uşurinţă.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de tehnologia pieilor,
blănurilor şi materialelor tanante
şi
Fabrica „Partizanul", Bacău

BIBLIOGRAFIE

1. Lasserre R., Jullien I., Rev. techn. Ind. du Cuir, 1958, *10*, pp. 214—220.
2. Chambard P., Bull. A.F.C.I.C., 1955, *11*, pp. 200—201.
3. Lasserre R., Ibid., 1958, *3*, pp. 29—42.
4. Grassmann u. a., Collegium, 1937, S. 530.
5. Alexa Gh., Chiriţă Gh., Chiriţă A., Bul. Inst, polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 193—202.
6. Alexa Gh., Chiriţă A., Hass H., Nănescu V., Nănescu G., Ibid., 1960, **VI (X)**, *3—4*, pp. 169—180.
7. * * * Bull. A.F.C.I.C., 1955, *7-9*, p. 101.

ИЗУЧЕНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО МОЧЕВИНО-ФОРМАЛИНО-ХРОМОВОГО ДУБЛЕНИЯ ОБУВНОЙ КОЖИ

(Резюме)

Рассматриваются наилучшие условия дубления кожи комбинированным способом, с уточнением следующих факторов: а) влияние отношения мочевина-формалин, в предварительном дублении; б) влияние содержания Cr_2O_3.

Предложенный способ дубления был испытан в полупромышленном масштабе на фабрике „Партизан", в г. Бакэу. Была получена кожа типа „бокс", сравнимая с кожей вырабатываемой хромовым дублением, причем расход Cr_2O_3 уменьшился на 40%.

L'ÉTUDE DU TANNAGE COMBINÉ URÉE-FORMALDÉHYDE-CHRÔME DES CUIRS POUR EMPEIGNES

(Résumé)

On étudie les conditions optimes du tannage combiné urée-formol-chrôme, pour la fabrication des cuirs pour empeignes, en précisant les facteurs suivants: a) l'influence du rapport urée-formaldehyde dans l'opération de prétannage; b) l'influence de la concentration en Cr_2O_3 par rapport à la peau en tripe.

Ce procédé de tannage combiné a été ensuite essayé à l'échelle semi-industrielle à la fabrique „Partizanul" de Bacău.

Les résultats obtenus montrent qu'on peut obtenir des cuirs à dessus, façon boxe, comparables aux cuirs tannés simplement au chrôme, mais avec une dépense en Cr_2O_3 de 40% plus petite que celle pour les cuirs chrômés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 675.04

CONTRIBUŢIUNI LA CREŞTEREA RANDAMENTULUI ÎN SUPRAFAŢĂ, ÎN FAZA USCĂRII, A PIEILOR TĂBĂCITE ÎN CROM

DE

C. STRUB, IRINA IAROŞINSCHI-DRABIC, DANIEL JUCHUM şi CORNELIA MAGA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică jubiliară a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, din 28–30 octombrie 1960

Derma pielii animale fiind o împîslire de fascicule de fibre conjuctive (colagene) [1] alcătuite din fascicule de fibrili ce păstrează între ele spaţii interfasciculare, iar fiecare fibril fiind un ansamblu de molecule proteice, ce schematic pot fi reprezentate printr-o multitudine de lanţuri polipeptidice reţinute în mod organizat sub forma unui cristalit colagenic [2], fibrele prezintă între ele spaţii libere, după cum între moleculele proteice ce alcătuiesc fibrilul, ca şi între lanţurile polipeptidice vecine, (al cărui ansamblu determină cristalitul colagenic) există spaţii determinate pe de-o parte de lungimea catenelor laterale ale lanţurilor polipeptidice vecine, iar pe de altă parte de modul de reţinere sau de atracţie a acestora între ele [3].

Toate aceste spaţii diferite ca dimensiuni (de ordinul Å, pînă la dimensiuni vizibile cu ochiul liber), determină solicitarea şi reţinerea apei în interiorul ţesutului dermic sub diverse forme [4], funcţie de dimensiunile spaţiilor respective şi de condiţiile de umiditate şi temperatură ale mediului ambiant.

Alături de apa fixată chimic de către molecula proteică, ca apă ce însoţeşte procesele biologice şi biochimice de naştere ale colagenului, apa mai poate fi condensată şi fixată chimic din faza de vapori prin legături de hidrogen, la grupele peptidice ale colagenului sau polarizată în jurul grupelor liofile ale acestuia, constituind *apa de hidratare intra- şi intermicelară.*

Pe măsură ce raza sferei de molecule de apă polarizate în jurul grupelor liofile ale colagenului creşte, forţele de atracţie şi reţinere ale apei sub această formă descresc; dacă însă dimensiunile capilarelor complexului de micele (sau cristalite) colagenice permit, apa din faza de vapori continuă a fi absorbită şi moleculele de apă condensate sînt *reţinute* intermicelar prin forţe de adsorbţie în aceste capilare, limita inferioară a dimensiunilor capilare, în care se poate produce condensarea vaporilor de apă, fiind de 12 Å, superioară dimensiunilor spaţiilor intramicelare (secţiunii „volumului elementar" al cristalitului colagenic); această limită superioară este funcţie de parametrii aerului înconjurător (la o umiditate relativă a aerului constantă, dimensiunile capilarelor variind invers proporţional cu temperatura, pe cînd la temperatură constantă dimensiunile capilarelor variază direct proporţional cu umiditatea relativă a aerului). Această umiditate constituie *apa de capilaritate* a pielii şi este funcţie directă de starea de umiditate a aerului, influenţînd deci, în mod direct, caracteristicile *fizico-mecanice ale pielii. Umiditatea capilară influenţează*, alături de umiditatea de hidratare, *procesul de uscare al pielii*, între umiditatea de hidratare şi cea de capilaritate neexistînd o limită netă de demarcaţie.

Deoarece în cursul proceselor de transformare a pielii crude în piele tăbăcită unele proteine sînt îndepărtate din piele prin solubilizare iar altele sînt insolubilizate, *umiditatea osmotică* exercită asupra pielii tăbăcite o influenţă neînsemnată, căci probabil că ea nu se poate manifesta intramicelar, ci numai intermicelar; deoarece în cursul proceselor de tăbăcire şi de finisaj elementele structurale de la suprafaţa micelelor sînt supuse acţiunii agenţilor de tăbăcire şi de gresaj, reacţionabilitatea lor este anulată sau cel puţin diminuată, reţinerea apei prin osmoză este prea mică pentru ca influenţa umidităţii osmotice să se facă resimţită în determinarea gradului de umflare al pielii.

Cînd pielea, ai cărei pori încă nu sînt saturaţi de apa de condensare capilară absorbită din faza de vapori, se găseşte în echilibru cu faza lichidă a apei, toate spaţiile interfibrilare ale pielii se îmbibă de apă, ce nu este legată chimic de către substanţa piele, şi care se va lăsa uşor îndepărtată din piele cînd aceasta este scoasă din mediul apos constituind *apa* sau *umiditatea de îmbibare.*

Umiditatea de îmbibare este egală cu diferenţa dintre cantitatea totală de apă absorbită în cursul înmuierii pielii în apă şi umiditatea maximă absorbită în aerul saturat cu vapori de apă; această umiditate nu modifică dimensiunile pielii, dar solvă substanţele solubile din piele şi o dată cu migrarea acestei umidităţi de îmbibare se produce deplasarea acestor substanţe în toate direcţiile ; de aceea *umiditatea de îmbibare determină procentul de „solubile totale" din pielea tăbăcită,* în special la cea tăbăcită vegetal şi poate *influenţa în condiţii determinate procesul de uscare al pieilor indiferent de modul de tăbăcire.*

Forma sub care apa este reţinută în interiorul ţesutului dermic determină deci modul şi condiţiile de eliminare ale acesteia în cursul operaţiunilor de tăbăcire şi de finisaj, deci impune condiţiile de uscare a pielii tăbăcite necesare pentru ca aceasta să-şi păstreze sau pentru ca acesteia să i se imprime caracteristicile impuse de procesul de prelucrare al pielii tăbăcite la produse confecţionate.

Procesele de absorbţie şi desorbţie ale apei de către pielea tăbăcită se manifestă în mod diferit asupra acesteia, funcţie de natura tăbăcirii (vegetală sau minerală), suprafaţa pielii la aceeaşi umiditate relativă a aerului fiind diferită şi dependentă de modul în care ea ajunge în stare de echilibru cu această umiditate (prin absorbţie sau desorbţie).

Dacă se urmăreşte variaţia dimensiunilor pielii tăbăcite în timpul desfăşurării procesului de uscare, se pot distinge trei faze caracterizate prin contracţii ale suprafeţei acesteia.

În prima fază a uscării pielea se usucă repede, pierderile de suprafaţă sînt însă în mod real neînsemnate; în cazul pieilor care au suferit întinderi înainte de uscare, contracţia suprafeţei este accentuată şi se datoreşte mai puţin „pierderilor de umiditate" ci mai mult efectului acţiunii forţelor de elasticitate ale pielii [4, p. 168].

A doua fază a uscării se caracterizează printr-o parte lină a curbei de variaţie a suprafeţei pielii funcţie de conţinutul în umiditate al acesteia; pielea se contractă uşor (puţin). Acest sector al curbei corespunde eliminării *apei de capilaritate.* Înclinaţia curbei în această fază de uscare este funcţie de mărimea capilarelor şi variază cu regiunea topografică şi natura pielii.

În sfîrşit, un ultim sector al curbei de contracţie reprezintă ultimul stadiu al procesului de uscare, care este hotărîtor în „formarea suprafeţei" pielii. Acest sector al curbei reprezintă eliminarea *umidităţii osmotice* şi *de hidratare.* Intensitatea cu care va acţiona instalaţia de uscare în acest stadiu, va determina suprafaţa pielii finite, ea manifestîndu-se însă diferit, funcţie de natura tăbăcirii. Între factorii care determină intensitatea cu care acţionează instalaţia de uscare (umiditatea relativă a aerului, viteza de uscare şi mişcarea aerului), umiditatea relativă a aerului din spaţiul de uscare joacă un rol determinant în „formarea suprafeţei" pielii, iar ceilalţi factori joacă numai un rol secundar [5]. Între umiditatea relativă a aerului şi viteza de uscare există un raport de inversă proporţionalitate, o umiditate relativă scăzută determinînd creşterea vitezei de uscare, deci scurtarea duratei de uscare.

În condiţii exterioare constante viteza de evaporare a apei de pe suprafaţa pielii rămîne constantă atîta timp cît aceasta rămîne umedă prin afluxul apei din interiorul ţesutului dermic către suprafaţa pielii (perioada „vitezei constante de uscare"). În această perioadă viteza de uscare este funcţie de natura materialului supus uscării, de umiditatea relativă a aerului, de temperatura sa, de viteza şi de direcţia curentului de aer în raport cu suprafaţa pielii. Cînd cantitatea de apă difuzată din interior va deveni inferioară cantităţii de apă evaporată de pe suprafaţa pielii (umiditatea critică), supra-

faţa de evaporare se deplasează de la nivelul feţei, în interiorul ţesutului (perioada „vitezei descrescînde de uscare"), iar suprafaţa pielii începe a se usca şi a se contracta. Viteza de uscare scade în această a doua fază a uscării datorită contracţiei capilarelor stratului superficial al pielii şi datorită stratului static de aer pe care trebuie să-l străbată căldura în drumul ei spre straturile încă umede ale ţesutului dermic. De aceea la pieile cu ţesut dens şi fin evaporarea apei se produce aproape exclusiv la suprafaţă; viteza de difuzie a apei din interiorul ţesutului dermic fiind în echilibru cu viteza de evaporare a apei de pe suprafaţa pielii, aceasta se va contracta puţin. La pieile cu ţesut alcătuit din fascicule de fibre colagene groase şi cu capilarele mari, suprafaţa de evaporare se deplasează către interiorul ţesutului dermic, evaporarea apei producîndu-se în mare măsură în interiorul pielii, ceea ce va provoca o contracţie mai accentuată a acesteia.

Contracţia suprafeţei pieilor în cursul uscării acestora este însoţită de tendinţa feţei lor de a deveni fragilă, în special în timpul iernii; de asemenea contracţia suprafeţei pielii în timpul uscării este funcţie de natura sistemului de tăbăcire, practica industrială dovedind că pieile tăbăcite vegetal suferă în timpul uscării o contracţie de 8...16%, în raport cu suprafaţa acestora înainte de uscare, pe cînd pieile de tanaj în crom suferă o contracţie de 27...35% ; aceasta înseamnă că formarea structurii fibroase definitive, care determină suprafaţa pieilor tăbăcite vegetal, se produce în cursul procesului de tăbăcire, pe cînd pieile tăbăcite în crom îşi păstrează în mult mai mare măsură elasticitatea fibrelor, scheletul fibros definitiv al acestora, format prin sudarea catenelor proteice secundare, producîndu-se abia în cursul procesului de uscare [5].

Aceasta se manifestă printr-un randament în suprafaţă al pielii tăbăcite în crom mai mic decît al pieilor tăbăcite vegetal.

Uscarea pieilor tăbăcite în crom, la o umiditate relativă mare a aerului, asigură pielii uscate o suprafaţă cu circa 10% mai mare decît aceea a pielii uscate în condiţii de umiditate relativă mică [4, pp. 173—174]. O contracţie nedorită poate fi deci prevenită prin condiţionarea aerului din mediul de uscare (uscător) astfel, încît umiditatea sa relativă să nu scadă sub o anumită limită (50%), dar ea nu poate fi realizată decît în instalaţii de uscare, înzestrate cu dispozitive de condiţionare automată a aerului.

Un efect asemănător de prevenire a unei contracţii excesive a suprafeţei pielii s-ar putea însă obţine şi prin acele mijloace ce ar micşora viteza de evaporare a apei în straturile superficiale ale pielii şi ar împiedica deplasarea în adîncimea suprafeţei de evaporare şi ar menţine deci o anumită cantitate de apă în interiorul pielii în cursul desfăşurării procesului de uscare (în perioada vitezei descrescînde de uscare).

În lucrarea prezentă am urmărit, în fază pilot şi apoi pe scară semi-industrială şi industrială (pe un număr de circa 400 piei de categorii diferite, însoţite de tot atîtea probe martor) influenţa ce o exercită asupra vitezei de uscare a pielii şi asupra nivelului suprafeţei de evaporare a apei impregnarea pielii tăbăcite în crom, cu soluţii de sulfat de magneziu.

Pentru a urmări influenţa impregnării pieilor cu sulfat de magneziu, asupra contracţiei acestora, am secţionat pieile, în toate seriile de încercări, în două jumătăţi, după linia mediană a spatelui, în afară de seria a treia de încercări, indicată în tabelul 3, unde au fost prelucrate piei întregi, probele martor fiind reprezentate printr-un număr egal de piei de aceeaşi categorie şi considerate ca probe martor. Cîte o jumătate din fiecare piele a fost impregnată cu sulfat de magneziu iar cealaltă jumătate a fost supusă procedeului uzual de finisaj.

În scopul impregnării cu sulfat de magneziu, în flota de vopsire am adăugat 3/4 din cantitatea de emulsie de gresaj (curent utilizată în finisajul chimic al pieilor tăbăcite în crom), agitînd pieile în butoi timp de 1/2 oră, după care prin axul butoiului am introdus în aceeaşi flotă de vopsire o cantitate de 2% sulfat de magneziu ($MgSO_4.7\ H_2O$) în

raport cu pielea, solvit în puţină apă; am continuat agitarea timp de încă 1/2 oră, după care am adăugat restul de emulsie (1/4 din cantitatea totală), şi am continuat agitarea timp de încă 1/2 oră.

Toate probele de piele au fost apoi supuse uscării, în camera de uscare, la o temperatură de 34...35°C şi o umiditate relativă 62...69%, după care ele au fost finisate în mod obişnuit.

Toate probele de piele impregnate cu sulfat de magneziu au prezentat după uscare o suprafaţă cu 4...7% mai mare decît probele de piele martor şi o „floare" elastică şi necasantă, spre deosebire de aceea a probelor martor (jumătăţile de piei neimpregnate cu sulfat de magneziu) care de multe ori erau fragile şi nerezistente la îndoire.

Rezultatele acestor încercări sînt redate în tabelele 1, 2 şi 3.

Tabelul 1

Piei impregnate cu $MgSO_4 . 7H_2O$ şi neimpregnate. Box viţel

Nr. probei	Sortul de piele (tăbăcită)	Tratament	Suprafaţa (dm^2) după:				Creşterea suprafeţei pielii în raport cu pielea neimpregnată %
			întindere	uscare	dare de supleţe	finisaj	
1	box viţei	impregnat	50,5	47,3	52,7	52,0	6,33
		neimpregnat	50,5	45,0	51,5	48,9	
2	box viţei	impregnat	47,35	45,6	48,5	47,6	6,00
		neimpregnat	47,35	41,1	41,6	44,9	

Tabelul 2

Piei impregnate cu $MgSO_4 . 7H_2O$ şi neimpregnate. Box mînzaţi

Nr. probei	Sortul de piele (tăbăcită)	Tratament	Suprafaţa (dm^2) după:					Creşterea suprafeţei pielii în raport cu pielea neimpregnată %
			întindere	uscare	dare de supleţe	lustruire	finisaj	
1	box mînzaţi	impregnat	87,7	74,7	90	87	87,3	6,33
		neimpregnat	87,7	68,0	84	81	82,1	
2	box mînzaţi	impregnat	50,3	46,1	49	48	50,6	6,52
		neimpregnat	50,3	42,4	47	47	47,5	

Din examinarea datelor cuprinse în aceste tabele rezultă că impregnarea pieilor tăbăcite în crom, cu sulfat de magneziu, în faza ultimă de finisaj ce premerge uscării, diminuează contracţia pieilor în cursul uscării lor şi conduce deci la o creştere a randamentului în suprafaţă a pieilor, în raport cu aceea a pieilor neimpregnate cu sulfat de magneziu (şi tratate în mod uzual), de 3,87...7,39%.

Tabelul 3

Partizi mici de piei impregnate cu $MgSO_4 . 7H_2O$ şi neimpregnate

Nr. seriilor de probe	Sortul de piele (tăbăcită)	Numărul de piei dintr-o serie de probe	Greutatea		Piele finită	Creşterea suprafeţei pielii impregnate în raport cu pielea neimpregnată	Observaţii
			piele brută	piele gelatină	m²	%	
1	Box viţei impregnat	64	376	275	68,47	7,35	Încercările s-au efectuat pe jumătăţi de piei
	Box viţei neimpregnat	64	376	275	63,78		Fiecare a doua jumătate a fost considerată probă martor
2	Box mînzaţi impregnat	70	399	328	61,38	3,87	Ca la seria 1
	Box mînzaţi neimpregnat	70	399	328	59,09		Ca la seria 1
3	Box mînzaţi impregnat	228	1 630	1 192	284,50	7,39	Încercările s-au efectuat pe piei întregi
	Box mînzaţi neimpregnat	228	1 630	1 153	264,90		Ca probe martor au fost considerate piei de aceeaşi natură şi aceeaşi greutate
4	Bizon viţei impregnat	25	457	410	76,74	4,82	Ca la seria 1
	Bizon viţei neimpregnat	25	457	410	73,21		Ca la seria 1

Pielea finită, impregnată cu sulfat de magneziu, este caracterizată prin compoziţia chimică indicată în tabelul 4.

Sulfatul de magneziu a fost absorbit în cantitate mică (0,30%) fiind însă reţinut în interiorul pielii într-o formă în care el nu se lasă extras cu apă, chiar după un contact de 32 ore cu apa. În extractul de eter de petrol sulfatul de magneziu a fost găsit în cantitate neînsemnată (0,03...0,04%, v. tabelul 5), pe cînd pielea după ce a fost supusă extracţiei cu eter de petrol a reţinut o cantitate de sulfat de magneziu de

0,23...0,27% (în raport cu pielea, v. tabelul 5), cantitatea totală de sulfat de magneziu dozată în extractul de eter de petrol şi cea dozată în piele după ce aceasta a fost supusă extracţiei (0,26...0,31%, v. tabelul 5), fiind corespunzătoare cantităţii de sulfat de magneziu dozată în pielea nesupusă extracţiei cu eter de petrol (0,30%; v. tabelul 4).

Tabelul 4

Datele analitice ale pielii impregnate cu sulfat de magneziu

Umiditate (%)	13,64...13,68
Grăsime extrasă cu eter de petrol (%)	2,85... 2,95
Cr_2O_3 (%)	4,24... 4,26
Fe_2O_3 (%)	0,72... 0,78
$MgSO_4$ din cenuşă (%)	0,30... 0,32

Deoarece sulfatul de magneziu încorporat pielii nu se lasă extras cu ajutorul apei, înseamnă că aceasta nu este simplu interpus în spaţiile interfibrilare şi interfasciculare ale pielii deoarece este mai puţin probabil ca sărurile de magneziu să poată fi legate de fibra dermică a unei piei care este tăbăcită cu săruri de crom. Se pare că sulfatul de magneziu este împiedicat de a difuza din piele, în condiţii favorabile de umiditate, de către particulele de substanţe grase încorporate pielii în cursul

Tabelul 5

Datele analitice ale pielii impregnate cu sulfat de magneziu, obţinute prin extracţie cu eter de petrol

Grăsime totală (%)	2,85...2,95
Acizi graşi totali (%)	2,22...2,32
$MgSO_4$ din eter de petrol (%)	0,03.. 0,04
$MgSO_4$ din cenuşa pielii după extracţie (%)	0,23...0,27
$MgSO_4$ total (%)	0,26...0,31

operaţiei de gresaj, deoarece substanţele grase care se lasă extrase cu solvenţi organici din piele antrenează o dată cu ele numai mici cantităţi de sulfat de magneziu, majoritatea acestuia rămînînd în piele (tabelul 5). Putem presupune că sulfatul de magneziu se găseşte în piele sub formă de săpunuri de magneziu nehidrolizabile cu apa, neputîndu-se niciodată extrage din pielea tăbăcită prin extracţii cu solvenţi organici

întreaga cantitate de materii grase încorporate în piele, acestea fiind în parte legate chimic de fibra dermică. Indiferent de forma sub care sulfatul de magneziu este menţinut în pielea tăbăcită, prezenţa sa împiedică îndepărtarea prea înaintată a apei din pielea tăbăcită şi impregnată cu sulfat de magneziu, în cursul uscării acesteia. În acest mod este împiedicată contracţia excesivă a fibrelor şi a întregului ţesut dermic, ceea ce se manifestă printr-o reducere a contracţiei suprafeţei pielii tăbăcite, deci printr-o creştere a randamentului în suprafaţă al pieilor impregnate în raport cu cele neimpregnate cu sulfat de magneziu şi ca un corolar, prezenţa sulfatului de magneziu în interiorul ţesutului dermic împiedică floarea pielii de a deveni fragilă chiar atunci cînd procesul de uscare se desfăşoară într-o atmosferă cu o umiditate a aerului redusă.

Institutul politehnic, Iaşi
Catedra de tehnologia pielii, blănurilor şi substanţelor tanante
şi
Fabrica de piele „8 Mai", Mediaş

BIBLIOGRAFIE

1. Grassman W., *Die Rohhaut*, Bd. I, Teil *1*, Julius Springer Verlag, Wien, 1944, S. 280.
2. Михайлов Н. А., *Физико-химические основы технологии кожи*, Гизлегпром, М., 1949, стр. 37.
3. Stather Fr., *Gerbereichemie und Gerbereitechnologie*, Akademie-Verlag, Berlin, 1951, S. 61.
4. Кавказов Л. Ю., *Взаимойдействие кожи с влагой*, Гизлегпром,, М., 1952, стр. 147—157.
5. Perkowski St., Przeglad Skorzany, 1953, *2*, pp. 47–50.

РАСШИРЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ КОЖ ХРОМОВОГО ДУБЛЕНИЯ ВО ВРЕМЯ СУШКИ

(Резюме)

Под влиянием состояния влаги процесс сушки чувствительно влияет на величину поверхности кож и зависит от способа дубления и от условий сушки. Так на пример, у кож растительного дубления поверхность сокращается от 8-ми до 16%, а у кож хромового дубления — от 27 до 35%.

В процессе сушки кож последняя стадия имеет решающее значение, когда сокращение поверхности становится наибольшим из-за удаления гидратных молекул воды.

С целью уменьшения скорости испарения влаги в этой последней стадии сушки, авторы импрегнируют кожи хромового дубления, в стадии окрашивания, с помощью $MgSO_4 . 7H_2O$, затем высушивают их в камерной сушилке.

Произведенные в лабораторных условиях, а также и в промышленном масштабе, опыты дали возможность увеличить поверхность кожи от 4 до 7%.

Полученные кожи не теряют своей полной эластичности, а также и других своих положительных качеств.

CONTRIBUTION À L'ACCROISSEMENT EN SURFACE PENDANT LE SÉCHAGE DES CUIRS TANNÉS AU CHRÔME

(Résumé)

On étudie la possibilité de la diminution de la vitesse de séchage des cuirs tannés au chrôme par leur impregnation avec du sulfate de magnésium pendant l'opération de teinture des cuirs; il en résulte des cuirs ayant une surface élastique et non cassante dont le rendement en surface (déterminé en phase pilote semi-industrielle) est de 4...7% plus grand par rapport à celui des cuirs tannés au chrôme, pris comme témoin, et séchés normalement.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 547; 92

CENTENARUL TEORIEI STRUCTURII CHIMICE A LUI A. M. BUTLEROV

DE

GH. ROZMARIN

La 19 septembrie 1861, în şedinţa secţiei chimice a celui de al 36-lea Congres al medicilor şi naturaliştilor germani, A. M. Butlerov — marele chimist rus căruia îi revine meritul istoric al fundamentării teoriei structurii chimice a combinaţiilor organice — a prezentat cunoscutul său referat *Despre structura chimică a substanţelor*, în care a elaborat un sistem unitar şi închegat de teze, reprezentînd baza teoriei structurii chimice; această teorie a adus servicii enorme ştiinţei şi industriei chimice şi s-a transformat în decursul unui secol într-un fundament ştiinţific al întregii chimii organice. Articolul de faţă este consacrat aniversării acestei date importante deoarece, cum se va arăta în cele ce urmează, teoria structurii chimice nu prezintă numai un interes pur istoric, ci continuă şi astăzi să servească drept ghid preţios în sintezele organice, să stea la baza tuturor sistemelor chimico-teoretice actuale.

I

Aleksandr Mihailovici Butlerov s-a născut la 25 august 1828 în oraşul Cistopole din gubernia Kazan [1]. Fiind încă elev de liceu el se preocupă în egală măsură de experienţele chimice, ca şi de strîngerea colecţiilor de plante botanice, manifestînd un viu interes pentru ştiinţele naturii. Termină liceul în 1844 şi intră la secţia fizico-matematică a facultăţii de filozofie a Universităţii din Kazan; a fost curînd remarcat de către profesorii de chimie K. K. Klaus şi N. N. Zinin.

Istoricii chimiei deosebesc trei perioade distincte în viaţa şi activitatea lui A. M. Butlerov: perioada întîia din Kazan (1849...1861), perioada a doua din Kazan (1861...1868) şi perioada din Petersburg (1869...1886) [2]. De aceea în cele ce urmează vom menţine periodizarea citată.

1849...1861. În 1849 A. M. Butlerov absolvă universitatea şi rămîne, la recomandarea lui K. K. Klaus, pe lîngă catedra de chimie, pentru a-şi pregăti dizertaţia de magistru, pe care o susţine în 1851, sub titlul *Despre oxidarea combinaţiilor organice*, şi în care manifestă deja un anumit interes pentru problemele teoretice ale chimiei organice. În 1854, la Universitatea din Moscova, A. M. Butlerov susţine dizertaţia de doctor cu tema *Despre*

uleiurile eterice, cu care a pus bazele cercetării compuşilor organici naturali, din Rusia. În continuare, A. M. Butlerov se ocupă în special cu munca didactică de predare şi efectuează doar sporadic unele mici lucrări, mai mult cu caracter preliminar.

În 1851 este ales profesor adjunct la catedra de chimie, în 1854 profesor extraordinar, iar în 1857 — profesor titular al Universităţii din Kazan.

Prima deplasare în străinătate A. M. Butlerov a efectuat-o în 1857, la recomandarea senatului universităţii, vizitîndu-l pe A. W ü r t z, la Paris, la care a studiat acţiunea alcoolatului de sodiu asupra iodului şi iodoformului şi a obţinut iodura de metilen. Mai tîrziu, în laboratorul din Kazan, A. M. Butlerov obţine prin acţiunea acetatului de argint asupra iodurii de metilen esterul corespunzător al metilenglicolului (1859), iar în anul următor — hexametilentetramina (urotropina) prin acţiunea amoniacului asupra para-formaldehidei. În 1861 el obţine un zahar (metilenitan) sub acţiunea apei de var asupra para-formaldehidei, realizînd pe această cale prima sinteză a zaharurilor.

1861...1868. În anul 1861 A. M. Butlerov pleacă pentru a doua oară în străinătate pentru a vizita centrele universitare mai importante din Europa. Sub influenţa lui N. N. Zinin, A. M. Butlerov îşi îndreaptă preocupările către domeniul cercetării chimico-teoretice în care formulează o serie de ipoteze proprii, bazate pe ultimele sinteze organice. La 19 septembrie 1861, în oraşul Speier (Germania), cu ocazia celui de al 36-lea Congres al naturaliştilor şi medicilor la care au participat chimiştii de vază ai timpului, A. M. Butlerov îşi expune referatul *Despre structura chimică a substanţelor*, în care afirmă chiar de la început că „...latura teoretică a chimiei nu mai corespunde dezvoltării ei practice. Teoria tipurilor, acceptată astăzi de majoritatea chimiştilor, începe sa devină necuprinzătoare..." [3, p. 68]. El arată deficienţele principale ale acestei teorii, cum ar fi necesitatea folosirii mai multor formule pentru una şi aceeaşi substanţă în funcţie de tipul reacţiei în care participă, caracterul complicat şi neclar al formulelor mai complexe bazate pe teoria tipurilor, faptul că reacţiile de adiţie nu pot fi reprezentate prin aceste formule etc. După ce demonstrează necesitatea de a renunţa total la teoria tipurilor, A. M. Butlerov propune ca noile concepţii să se bazeze pe noţiunile de atomicitate (valenţă) şi de structură chimică, afirmînd că „natura chimică a unei particule complexe este determinată de natura părţilor componente elementare, de numărul şi de structura lor chimică" [3, p. 72]. De aici rezultă că, cunoscînd însuşirile chimice ale combinaţiilor, chimiştii vor putea aprecia structura lor chimică şi că, stabilind structura chimică, vor putea trage concluzii asupra celorlalte însuşiri în cazul unei combinaţii date sau a compuşilor analogi. Dezvoltarea ulterioară a chimiei organice a mers tocmai pe această cale [4].

Concepţiile lui A. M. Butlerov, cum era şi de aşteptat, au fost primite cu multă răceală ; lucrul acesta se explică nu numai prin faptul că *noul* trebuie să lupte, ca să învingă ceea ce este *vechi*, perimat, să învingă împotrivirea adepţilor teoriilor vechi, ci şi prin „hipertrofia sentimentului naţional" la învăţaţii germani, care „îi face să recunoască insuficient aportul vreunei naţionalităţi străine", cum arată A. M. Butlerov în darea de seamă făcută la Kazan cu privire la călătoria sa în Germania.

Reîntors acasă, A. M. Butlerov reia cercetările pe plan mai aprofundat în scopul de a lărgi baza experimentală de demonstrare a valabilităţii teoriei sale. În acelaşi timp, într-un şir de articole, el îşi dezvoltă concepţiile sale, remarcînd greşelile teoretice şi lipsa de consecvenţă admise de K e k u l é, K o l l e, E r l e n m e y e r şi alţii. A. M. Butlerov a sintetizat trimetilcarbinolul (1864), reprezentantul necunoscut pînă la el al alcoolilor terţiari şi prevăzut de teoria sa, a studiat mecanismul reacţiei de obţinere a alcoolilor terţiari, a obţinut noi reprezentanţi ai acestei clase de compuşi. Prin obţinerea izobutanului A. M. Butlerov a demonstrat pentru întîia oară în lume (1867) existenţa izomerilor în seria hidrocarburilor saturate şi, mai tîrziu, a celor nesaturate. În 1875 A. M. Butlerov a sintetizat diizobutilenul — produs rezultat din polimerizarea izobutilenului, cu greutatea moleculară dublă.

În 1864...1866 A. M. Butlerov a publicat cunoscuta sa carte *Introducere în studiul complet al chimiei organice* care a jucat un rol de seamă în răspîndirea teoriei structurii ; cartea a fost tradusă şi editată în Germania (1868). Istoricul de chimie german E. M e y e r recunoaşte rolul important al acestei cărţi în răspîndirea teoriei lui A. M. Butlerov, fapt deosebit de remarcabil, dacă ţinem seama că E. Meyer a fost elevul şi colaboratorul lui H. Kolbe — adversarul teoretic al lui A. M. Butlerov.

In 1867 A. M. Butlerov pleacă pentru a treia oară într-o călătorie prin Europa cu scopul de a-şi dovedi prioritatea în crearea teoriei structurii chimice, prin întîl-

niri personale cu chimiştii apuseni, întrucît o parte din ei şi-au însuşit multe din tezele care-i aparţineau în mod incontestabil.

1869...1886. La propunerea lui D. I. Mendeleev senatul Universităţii din Petersburg îl alege pe A. M. Butlerov profesor titular. În această perioadă el studiază detaliat condiţiile reacţiei de condensare a izobutilenului; în colaborare cu V. Goriain (1873) obţine primul în lume alcool etilic sintetic prin hidratarea etilenului în prezenţa acidului sulfuric, elaborează metoda polimerizării hidrocarburilor nesaturate în prezenţa florurii de bor, care, mai tîrziu (în epoca sovietică), a stat la baza dezvoltării industriei de cauciuc sintetic (butilcauciucul). În aceste lucrări, precum şi în altele, A. M. Butlerov demonstrează pe cale experimentală tezele principale ale teoriei structurii chimice.

În 1870 A. M. Butlerov a fost ales adjunct, apoi membru extraordinar (1871) şi, în urmă (1874), membru titular al Academiei de Ştiinţe din Petersburg. A fost membru de onoare al universităţilor din Kazan, Kiev şi Moscova, al academiei medico-militare şi al altor multor societăţi ştiinţifice.

În ultimii ani ai vieţii şi activităţii sale A. M. Butlerov era nevoit să-şi apere prioritatea şi justeţea concluziilor sale teoretice. El a prevăzut căile concrete de dezvoltare a ştiinţei pentru anii următori (de exemplu, în privinţa tautomeriei). Aceste previziuni ştiinţifice, ca şi teoria sa a structurii chimice, erau strîns legate de concepţiile sale materialiste spontane în domeniul ştiinţei chimice despre materie, de convingerea sa nestrămutată în cognoscibilitatea lumii. Concepţiile sale materialiste au fost expuse în articolele lui împotriva lui N. A. Menşutkin, adversarul cel mai energic din Rusia al teoriei structurii chimice, care nega realitatea atomilor (1875) şi, mai tîrziu (1879), la şedinţa Societăţii ruse de fizico-chimie, în conferinţa *Importanţa actuală a teoriei structurii chimice.*

A. M. Butlerov s-a stins din viaţă la 5 august 1886 şi a fost depus în cavoul familiei sale din satul Butlerovka.

II

Esenţialul în teoria structurii a lui A. M. Butlerov constă în faptul că există posibilitatea cunoaşterii structurii interne a moleculelor prin studierea transformărilor chimice multiple ale substanţelor.

În fundamentarea teoriei sale [5] A. M. Butlerov s-a situat pe poziţiile atomistice; molecula este constituită din atomi, legaţi între ei *într-un chip determinat.*

Trebuie să deosebim două feluri de relaţii între atomii unei molecule — interacţiunea *nemijlocită*, denumită de A. M. Butlerov *legătura chimică între atomi*, şi influenţa reciprocă a atomilor *nelegaţi* între ei nemijlocit. Legăturile chimice nemijlocite sînt *fundamentale* pentru înţelegerea structurii interne a moleculei, iar influenţele atomilor nelegaţi direct unul de altul sînt *secundare*, suplimentare.

Teza privind valenţele determinate pentru fiecare atom în parte are o importanţă covîrşitoare, deoarece permite aprecierea numărului de legături chimice nemijlocite care se pot stabili între un atom dat şi ansamblul celorlalţi atomi din moleculă.

Legătura chimică şi valenţa reprezintă elementele principale ale concepţiei de bază a lui A. M. Butlerov, anume că există o anumită ordine, o dispunere determinată a legăturilor chimice în moleculă. Pentru a reda diferitele tipuri de relaţii dintre atomii unei molecule, chimiştii se pot servi de *formulele de structură chimică*, în care atomii se figurează cu ajutorul notaţiilor corespunzătoare elementelor, iar legăturile chimice nemijlocite — prin linioare de valenţă. Cunoscînd numărul, individualitatea şi valenţa atomilor în moleculă, se poate indica o singură repartiţie, *unică*, a legăturilor chimice, sau *mai multe* metode diferite de distribuire a acestor legături. În ultimul caz, teoria structurii chimice *poate prevedea* posibilitatea existenţei unor *izomeri structurali*, adică a substanţelor cu aceeaşi formulă stoechiometrică şi greutate moleculară, dar cu ordonări diferite a legăturilor chimice în moleculă.

Între diferitele raporturi ale dependenţei chimice nemijlocite există deosebiri calitative şi cantitative distincte: legăturile chimice pot fi simple, duble, triple etc.

Două grupe de factori determină însuşirile legăturilor chimice izolate dintre atomi. Prima grupă determină însuşirile în măsura în care aceste proprietăţi depind de individualitatea chimică, de starea şi alte particularităţi ale *celor doi atomi legaţi între ei*, independent de structura moleculei în restul ei. Cea de a doua grupă de factori

care influenţează structura chimică a moleculei include influenţa reciprocă *a atomilor ce nu sînt legaţi nemijlocit între ei*, atomi care nu participă la formarea directă a legăturii chimice considerate.

Prima grupă de factori incluşi in noţiunea de „ordinea legăturii chimice" a atomilor este grupa principală, care *determină proprietăţile fundamentale ale legăturilor chimice*, particularităţile lor cele mai esenţiale şi, în consecinţă, caracteristicile de bază ale structurii chimice a moleculei. Cea de a doua grupă, care se referă la influenţa restului edificiului molecular asupra fiecărei legături chimice, are *caracterul unei influenţe suplimentare*, al cărui efect depinde de raporturile principale ale atomilor legaţi, determinate de factorii din grupa întîia.

Una din direcţiile cele mai importante de dezvoltare ulterioară a teoriei structurii chimice constă, după părerea lui A. M. Butlerov, în studierea detaliată a particulelor interne componente, a mişcărilor în moleculă, în stabilirea legăturilor dintre specificul mişcărilor interne din moleculă şi însuşirile şi reacţiile ei exterioare. Reprezentările şi noţiunile chimice, cum sînt, de exemplu, legătura chimică, valenţa, ordinea legăturii chimice dintre atomi etc., reflectă într-o anumită formă statistică mişcările interne din moleculă. Dar această stare este redată doar grosier, în medie, fără o imagine detaliată a dinamicii interne.

Formula structurii chimice *trebuie să exprime raportul atomilor din moleculă* şi cu cît aceasta se va face mai deplin şi mai precis, cu atît ea va defini mai bine, mai unitar şi mai corect *structura* moleculei. A. M. Butlerov considera că structura chimică a unei molecule trebuie să fie redată printr-o singură formulă: „în orice caz pentru o substanţă dată există numai o singură formulă unică posibilă şi realmente raţională".

Structura chimică a moleculelor unei substanţe determină într-o anumită măsură comportarea ei în reacţiile chimice, deci structura chimică a moleculelor unei substanţe poate fi apreciată după reacţiile ei chimice.

Conţinutul actual al principiilor expuse de A. M. Butlerov poate fi redat în modul următor [6], [4]:

1. În moleculele substanţelor există o ordine determinată a legăturii chimice a atomilor, denumită de A. M. Butlerov *structură chimică*. Noţiunea de structură chimică s-a completat în repetate rînduri cu sensuri noi. Stereochimia a introdus concepţia orientării moleculelor, metodele fizice au permis determinarea unghiurilor de valenţă şi a distanţelor interatomice, iar teoria mecanico-cuantică statistică a precizat noţiunea electronilor de valenţă şi a rolului lor în legătura chimică, ceea ce a determinat includerea unei concepţii ceva mai generale, anume distribuţia densităţii de electroni.

Aşadar, în prezent, prin structură chimică se înţelege obişnuit ordinea şi orientarea legăturilor, distanţele interatomice şi repartiţia densităţii de electroni în moleculă. Fără îndoială că în viitor această noţiune va impune precizări noi, determinate de succesele realizate în cunoştinţele noastre fizico-chimice.

2. Însuşirile chimice ale substanţei sînt determinate de *compoziţia* şi de *structura* moleculelor sale. Spre deosebire de trecut, pentru stabilirea structurii chimice se pot folosi numeroase metode moderne de studiu—fizice şi fizico-chimice.

3. O structură chimică deosebită pentru o aceeaşi compoziţie şi greutate moleculară a substanţei determină fenomenul de *izomerie*.

4. Deoarece în anumite reacţii nu participă toate, ci numai *unele* din particulele componente din moleculă, studiul produselor de transformare chimică a substanţei poate duce la stabilirea structurii ei chimice.

5. Caracterul chimic (adică capacitatea de reacţie) a atomilor din care este constituită o moleculă variază în funcţie de felul celorlalţi atomi cuprinşi în molecula considerată. Această variaţie a caracterului chimic este determinată în special de influenţa reciprocă a atomilor ce nu sînt legaţi nemijlocit între ei. De obicei influenţa reciprocă a atomilor nelegaţi direct între ei se manifestă mai puţin intens.

Din cele expuse rezultă că, la început, sub numele de *teoria structurii chimice* se înţelegea numai structura chimică şi dependenţa dintre ultima şi însuşirile chimice ale compuşilor organici. Teoria modernă a structurii (*teoria structurală*) însumează astăzi toate datele privitoare la structura moleculelor combinaţiilor organice şi anorganice şi la dependenţa dintre structura şi însuşirile lor. În etapa actuală, prin structură chimică înţelegem [7] succesiunea legăturilor interatomice, structura chimică propriu-zisă, dispoziţia spaţială a atomilor şi legăturilor, precum şi repartiţia densităţii electronice în moleculă, adică noţiunea de însuşiri chimice cuprinde, de data aceasta, atît proprietăţile fizice, cît şi cele chimice ale substanţei în ansamblul ei, a moleculelor izolate şi a

elementelor structurale. În felul acesta, teoria clasică a structurii chimice intră ca parte oarecum independentă, dar în acelaşi timp integrată, cu reprezentări noi, moderne, în noţiunea teoriei structurale actuale.

*

Succesele remarcabile înregistrate de chimia combinaţiilor macromoleculare şi, în particular, de chimia celulozei (domeniu în care are preocupări autorul rîndurilor de faţă), se explică prin aplicarea creatoare a teoriei structurii chimice a lui A. M. Butlerov. Iată, ca exemplu, cîteva din problemele la ordinea zilei în chimia modernă a celulozei: stabilirea influenţei diferiţilor factori asupra stabilităţii legăturii acetalice care uneşte verigile elementare în macromolecula celulozei ; influenţa caracterului şi poziţia diferitelor grupe funcţionale asupra capacităţii ei de reacţie, influenţa structurii ei supramoleculare asupra unor reacţii chimice ale celulozei ; stabilirea stării fizice de echilibru a edificiului celulozic şi altele.

După cum arată Z. A. Rogovin, A. A. Konkin şi Iu. A. Rîmaşevskaia, într-una din comunicările [8] din seria privind *Studiul structurii şi însuşirile celulozei şi eterilor,* variaţia stabilităţii legăturii acetalice prin introducerea grupelor funcţionale noi în veriga elementară a macromoleculei, modificarea tipului sau a formei legăturii dintre verigile elementare, a poziţiei reciproce a grupărilor alcoolice în molecula monomerului sau a intensităţii interacţiunii intermoleculare (în particular a numărului de legături de hidrogen stabilite între macromolecule), tot acest ansamblu reprezintă o imagine destul de incompletă a aplicării la chimia celulozei a uneia din tezele principale a teoriei structurii chimice şi anume *despre influenţa reciprocă a atomilor ce nu sînt legaţi nemijlocit între ei,* teză formulată şi fundamentată experimental de A. M. Butlerov şi, mai tîrziu, de către elevul său V. V. Markovnikov. După părerea autorilor menţionaţi s-au stabilit următorii factori principali care pot modifica stabilitatea legăturii acetalice :

a) forma legăturii dintre verigile elementare (formele α şi β) ;

b) tipul legăturii dintre verigile elementare (*1 — 4, 1 — 2, 1 — 3, 1 — 6*) ;

c) mărimea ciclului verigii elementare a macromoleculei (ciclu piranozic sau furanozic) ;

d) prezenţa sau absenţa grupelor alcoolice primare în ciclul piranozic al moleculei monomerului (hexozane sau pentozane) ;

e) caracterul grupelor funcţionale în molecula monomerului şi poziţia lor (prezenţa grupelor —COOH în poziţiile *1*, *3* şi *6* sau a grupelor —CHO în poziţiile *1*, *2* şi *3*);

f) poziţia grupelor alcoolice în molecula monomerului ;

g) intensitatea interacţiunii intermoleculare.

Clarificarea tuturor acestor factori este legată de unele greutăţi experimentale, dar, în etapa actuală, de rezolvarea acestor probleme depind într-o măsură determinată perspectivele şi posibilităţile de raţionalizare a operaţiilor tehnologice legate de obţinerea, prelucrarea şi valorificarea complexă a celulozei ; succesele realizate deja în acest domeniu sînt promiţătoare şi, avînd în vedere că prin caracterul de materie primă ce se reface anual celuloza asigură avantaje evidente pentru un domeniu, mereu mai larg, al industriei chimice, eforturile ce se depun în această direcţie sînt pe deplin justificate.

III

Trebuie să remarcăm de la început că recunoaşterea meritelor lui A. M. Butlerov a întîmpinat o aprigă rezistenţă din partea reprezentanţilor de vază a timpului său, pe de-o parte datorită faptului că unii nu l-au înţeles de loc, iar pe de altă parte, că alţii, sesizînd importanţa tezelor teoretice elaborate de acest eminent reprezentant al chimiei ruse, au încercat să-şi însuşească pe nedrept fundamentarea teoriei structurii chimice. De aceea, s-ar impune — după părerea noastră — expunerea unor materiale istorice legate de chestiunea priorităţii lui A. M. Butlerov [9].

După cum arată G. V. Bîkov [10] problema *priorităţii* este legată la rîndul ei de *conţinutul* pe care-l atribuie autorii, teoriei clasice a structurii chimice. Astfel, majoritatea istoricilor chimiei sînt de părere că teoria structurii chimice reprezintă totalitatea regulilor necesare deducerii formulelor structurale, plecînd de la valenţa proprie atomilor în combinaţia dată, şi-l prezintă pe chimistul A. Kekulé ca autor al acestei teorii ; alţii, afirmînd că în teoria structurii chimice *locul central îl ocupă*

teza dependenței însușirilor chimice ale moleculelor de compoziția și structura lor chimică și că tocmai această teză împreună cu urmările firești ce decurg de aici, inclusiv alegerea unei formule determinate pentru un compus chimic dat, constituie teoria structurii chimice, arată că prioritatea în crearea ei aparține lui A. M. Butlerov. Lipsa unei delimitări depline între concepțiile lui Kekulé și teoria structurii chimice a lui A. M. Butlerov a fost favorizată și de faptul că ultima se baza atît pe teoria atomicității, cît și, în special, pe teza privind tetravalența carbonului, introdusă în știință de către Kekulé, Kolbe și Cooper. Trebuie însă în același timp să atragem atenția asupra faptului că însuși Kekulé a renunțat curînd la folosirea formulelor ce arătau înlănțuirea reciprocă a atomilor, neîntrezărind aici decît un mijloc de demonstrare a *„complicării"* compușilor organici. Subliniem că principiul fundamental al teoriei lui A. M. Butlerov era cu totul nou pentru timpul său, că teoria structurii chimice depășește cu mult cadrul învățăturii despre atomicitate, că nu cu ajutorul construcției schematice a formulelor, ci tocmai pornind de la acest principiu au fost explicate fenomenele de izomerie, și s-au descoperit căi noi de sinteză organică, bazate pe obținerea substanțelor cu formulă structurală concepută în prealabil.

Cea de a doua cauză a menținerii legendei despre Kekulé, ca despre învățatul căruia îi aparține cinstea creării și dezvoltării teoriei structurii chimice, reprezintă denaturarea datelor istorice și a sensului teoriei structurii ca atare de către Kekulé însuși. Astfel, în 1864 Kekulé *„remarca"* într-un articol faptul că concepțiile sale cu privire la modul de legare a atomilor care compun molecula s-ar deosebi, chipurile, puțin de tezele teoriei *„structurii chimice"* a lui Butlerov sau de teoria *„poziției topografice a echivalenților"* a lui Erlenmayer, *fără a remarca* în același timp diferența principială dintre aceste două teorii. Fără a se opri aici, în cel de al doilea volum al manualului său, editat în 1863..1866, Kekulé denaturează adevărul istoric, afirmînd că formulele pe care le-a folosit în manual *sînt formule de structură* și denumite *tipice*, deși în volumul întîi tot el sublinia de mai multe ori că *formulele raționale sînt formule de reacție și nu de constituție.*

W. Heintz (1864) punea în seama meritelor lui A. M. Butlerov numai introducerea expresiei noi de *„structură chimică"*. Împotriva acestor încercări și în special împotriva lui Kekulé s-a ridicat V. V. Markovnikov în disertația sa (1865) și în articolul *În legătură cu istoria teoriei despre structura chimică.* El scria: „... Kekulé nu se limitează numai la însușirea unui bun străin în prezent; el ar vrea, se pare, să dovedească lumii științifice că tot ce a fost descoperit de știință în ultima vreme fusese pentru el clar cu mult înaintea altora...". În răspunsul adresat lui V. V. Markovnikov, Heintz a fost nevoit să recunoască meritele lui Butlerov, dar în ce-l privește pe Kekulé, acesta a preferat să nu răspundă direct, rămînînd în postura unui om *„neînțeles și jignit"*.

F. F. Beilstein, deși recunoștea în scrisoarea adresată lui Butlerov (24 nov. 1866) că „... Dv. ați avut de suportat multă ignorare și jigniri din diferite părți...", încerca totuși să explice trecerea sub tăcere a numelui lui Butlerov prin tirajul mic al revistei lui Erlenmeyer (ceea ce, de altfel, nu corespunde realității, căci învățatul rus își tipărise articolele privind teoria structurii și în alte reviste germane și franceze).

În apărarea priorității sale A. M. Butlerov s-a văzut silit să plece în străinătate, pentru ca prin întîlniri personale și discuții să demonstreze meritul de a fi primul creator al teoriei structurii chimice. Dar chiar în perioada desfășurării călătoriei lui Butlerov în străinătate apare articolul lui L. Meyer (1868) care încearcă în chip brutal să-l defăimeze pe Butlerov, punînd în seama lui Cooper și în special a lui Kekulé cinstea creării teoriei structurii, învinuindu-l pe nedrept pe Butlerov că ar încerca să-și însușească drepturile cuvenite altora; în același timp L. Meyer falsifică în mod conștient însăși noțiunea și conținutul teoriei. Dar analiza, chiar sumară, a datelor istorice, demonstrează clar, că începînd din anul 1861 Kekulé trece la formulele empirice, iar între anii 1861...1863 el nu a făcut nici un fel de expuneri în spiritul teoriei structurii chimice; în 1864 Kekulé încă nu s-a eliberat total de sub înrăuririle reprezentărilor chimice, iar în 1865 continuă să comită greșeli mari din punct de vedere al teoriei structurii chimice.

În *Răspunsul* său demn și reținut, A. M. Butlerov (1868) a demonstrat netemeinicia afirmațiilor lui L. Meyer: „... Am curajul să-mi mențin, ca și înainte, pretențiile pentru recunoașterea aportului meu însemnat în dezvoltarea, aplicarea consecventă și largă a noului principiu...". Cu toate acestea, numele său continua să fie trecut sub tăcere.

În mai 1868 a apărut cartea lui Würtz *Istoria doctrinelor chimice de la Lavoisier pînă în zilele noastre* în care găsim doar teoria atomicității, teoria structurii lipsind total. Autorul arată că în anul 1855, o dată cu demonstrarea trivalenței azotului și fosforului, el (Würtz) a pus bazele teoriei atomicității elementelor, că în 1858 această teorie a înregistrat un progres însemnat. Expunînd conținutul ideilor lui Kekulé privind tetravalența carbonului și înlănțuirea atomilor de carbon între ei, Würtz arată că aceste idei au fost formulate concomitent și independent de către Kekulé și Cooper, trecînd într-o notă de subsol pe Butlerov și Erlenmeyer „printre chimiștii care au popularizat cel mai mult principiile admise în prezent, dacă ne referim la determinarea constituției combinațiilor organice".

A. Ladenburg (1869), în *Lecții de istoria chimiei*, pune pe seama lui Butlerov folosirea corectă și consecventă a formulelor de structură, fără însă a lega aceasta de conținutul teoriei butleroviene a structurii.

H. Kopp (1873) denumește concepțiile expuse de Kekulé și Cooper, în 1858, ca învățătura cea mai nouă privind constituția chimică a corpurilor.

C. Schorlemmer (1879) pune pe seama lucrărilor lui Kekulé și (în măsură mai mică) a lui Cooper (1858) începuturile teoriei structurii chimice, menționînd că „... *unii chimiști*... scriau formulele care exprimau *structura* combinațiilor prin diferite metode, dar pretențiile lor de prioritate nu erau îndeajuns de fundate" (sublinierile noastre *Gh. R.*). Se ghicește ușor cine este vizat aci de Schorlemmer.

În 1889 a fost editată cartea lui E. Meyer *Istoria chimiei*, scrisă de elevul lui Kolbe, adversarul teoretic al lui Kekulé și al școlii sale. El remarcă faptul că Kekulé „tindea la început să extindă consecvent o teorie largă a tipurilor, iar în urmă — teoria despre structură", considerînd articolele lui Kekulé și Cooper ca fiind „începutul teoriei structurale", dar recunoaște că Butlerov a fost primul care a exprimat clar „esența așa-numitei teorii a structurii". Această lucrare reprezintă prima încercare de a nu i se recunoaște lui Kekulé dreptul de autor al teoriei atomicității. E. Meyer este primul dintre chimiștii germani care a luat poziție fățișă împotriva recunoașterii totale a meritelor lui Kekulé în crearea și dezvoltarea teoriei structurii chimice.

La un an după apariția cărții lui E. Meyer, Kekulé se vede nevoit să facă unele „precizări" suplimentare, privind modul în care a apărut ideea teoriei structurale (1890), sub forma unor povestiri inedite care sînt citate în literatura de istoria chimiei.

A. Wilhelmj (1901) îl prezintă pe Kekulé ca fiind autorul teoriei despre valență și a „structurii chimice". Însă A. Stange (1908), recunoscîndu-l pe Kekulé ca autor al „teoriei înlănțuirii atomilor", arată totuși că ea a fost dezvoltată ulterior de către Butlerov și Erlenmeyer. El scrie: „Sistematica sa a compușilor carbonului el (Butlerov) a expus-o în *Cursul de chimie organică* (Leipzig, 1868). Prin aceasta el a contribuit deosebit de mult la dezvoltarea chimiei organice și a avut o mare influență asupra educării generației tinere de chimiști din timpul acela".

W. Herz (1916) îl considera pe Kekulé fondatorul chimiei structurale, deoarece după părerea sa (*dar în ciuda adevărului istoric*) tocmai Kekulé a știut să traducă în viață și să răspîndească ideile chimiei structurale, deși au expus și alți chimiști concepții asemănătoare.

C. Graebe (1920) nu arată adevăratul rol jucat de Butlerov în crearea teoriei structurii chimice, iar E. Färber (1921) este înclinat să considere teoria structurii chimice ca o urmare a teoriei valenței, subliniind totuși importanța tezei lui Butlerov „că natura chimică a unui corp complex este condiționată de natura particulelor elementare componente și de structura sa chimică".

In *Istoria chimiei* de H. Bauer (1921) Butlerov are doar meritul introducerii termenului de „structură", considerîndu-se greșit că prin formule de structură Butlerov, ca și Kolbe, încerca, chipurile, să redea situarea spațială a atomilor.

R. Anschütz (1929), în lucrarea sa *August Kekulé. Viața și opera*, ignorează total datele istorice cunoscute; el nu amintește nici o vorbă despre teoria structurii, despre articolele lui Butlerov și Markovnikov împotriva lui Kekulé. Anschütz trece cu vederea atitudinea luată de Butlerov împotriva lui Kekulé în ediția germană a *Introducerii la studiul complet al chimiei organice*, trece sub tăcere articolele lui Butlerov *Despre cîteva explicații ale unor cazuri de izomerie*, *Răspunsul* lui Butlerov adresat lui L. Meyer și chiar articolul ultimului. Anschütz nu amintește nimic nici despre artiçolul lui Markovnikov *În legătură cu istoria teoriei despre structura chimică*; acest autor denaturează conștient istoria faptelor, ascunde o seamă de date care contraziceau linia generală de

preamărire a lui Kekulé. Anschütz se situează in postura de neinvidiat a falsificatorilor istoriei.

Ignorarea rolului lui A. M. Butlerov în crearea şi dezvoltarea teoriei structurii chimice de către A. Kekulé — L. Meyer — R. Anschütz reprezintă linia generală a istoriografiei chimice germane, care a influenţat istoricii chimiei din alte ţări apusene. Aşa de pildă, istoricii englezi J. C. Brown (1913), E. Thorpe (1923), I. Masson (1925) şi alţii nu amintesc nimic despre rolul lui Butlerov. Istoricii americani M. M. P. Muir (1909), F. Darrow (1930), F. J. Moore (1939) şi A. F. Berry (1948) leagă fundamentarea teoriei structurale de numele lui Kekulé, iar istoricul elveţian H. E. Fierz-David (1945) nu pomeneşte nici el nimic de Butlerov. Acelaşi lucru se poate spune în privinţa istoricilor francezi ai chimiei R. Jagnaux (1891) şi A. Colson (1910). Singurul M. Delacre (Belgia) în 1921 manifestă o anumită independenţă, afirmînd că „demonstrarea fundamentală a concluziilor teoriei structurii — sinteza alcoolilor — aparţine şcolii ruse".

Dintre istoricii apuseni ai secolului XX, numai E. Hjelt (1916), în cartea sa *Istoria chimiei organice*, descrie mai deplin şi mai corect rolul lui A. M. Butlerov în crearea şi dezvoltarea teoriei structurii chimice.

*

Reprezentantul de vază şi fondatorul celeilalte linii istoriografice care a analizat just rolul lui Butlerov în crearea şi dezvoltarea teoriei structurii chimice a fost V. V. Markovnikov; el a luat de mai multe ori atitudine în scris, în Rusia şi în paginile revistelor apusene, demonstrînd cu date neîndoielnice prioritatea lui A. M. Butlerov. Elevul său M. N. Popov, într-un articol consacrat dezvoltării teoriei structurii (1904) subliniază necesitatea de a-l recunoaşte pe Butlerov autorul teoriei structurale. În epoca sovietică, o serie de chimişti (S. N. Danilov — 1936, 1947; V. M. Tolstopiatov — 1947; A. E. Arbuzov — 1948, Iu. S. Musabekov — 1948; V. V. Razumovski — 1949; Iu. A. Jdanov — 1949) subliniază în diferite ocazii rolul lui A. M. Butlerov în crearea teoriei structurii chimice. Un merit deosebit în studierea materialelor istorice privind apariţia şi dezvoltarea marii teorii revine lucrărilor lui B. A. Kazanski şi, îndeosebi, celor ale lui G. V. Bîkov, care prin cercetarea amănunţită şi sistematică a izvoarelor istorice originale au demonstrat participarea nemijlocită a lui A. M. Butlerov la crearea teoriei structurale şi prioritatea sa incontestabilă.

Dintre autorii apuseni de dată recentă care menţionează corect data apariţiei teoriei structurii şi rolul principal jucat de Butlerov în fundamentarea tezelor ei, trebuie să remarcăm pe italianul M. Giua (1946), germanul W. N. Dawydoff (1957), americanul H. M. Leicester (1956). Totuşi, în istoriografia chimică modernă, sub influenţa liniei germane de nerecunoaştere a rolului şi priorităţii lui Butlerov, continuă să apară lucrări care-l ignorează pe autorul de drept al teoriei structurale; în această privinţă îi citäm pe G. Lockemann (1955), H. A. Staab (1958), H. C. Brown (1959), K. A. Jensen (1952) şi G. J. Hojtink (1957).

*

Materialul expus prezintă convingător meritul lui A. M. Butlerov în formularea clară şi generală a teoriei structurii combinaţiilor chimice, prioritatea sa. După cum arată acad. C. D. Neniţescu [11], teoria structurii chimice a lui A. M. Butlerov marchează încheierea unei epoci istorice sterile de peste 40 de ani, epocă plină de de teorii obscure şi polemici aprige. În cei 100 de ani care au urmat de la formularea teoriei structurale, chimia organică a înregistrat, sub influenţa ei, o dezvoltare furtunoasă; depăşindu-şi generaţia, timpul său, A. M. Butlerov a prevăzut această dezvoltare şi a avut, poate, încă în timpul vieţii sale, mulţumirea de a vedea progresînd domeniul ştiinţific pe care l-a îndrăgit aşa de mult, în care a avut contribuţii proprii atît de importante, dar şi multe necazuri generate de acea trecere sub tăcere a meritelor sale evidente.

Sărbătorind evenimentul împlinirii unui secol de existenţă a teoriei structurale, eveniment de cea mai mare importanţă în istoria chimiei, se cuvine să evocăm figura acestui mare om de ştiinţă şi patriot, care prin lucrările şi concepţiile sale a contribuit la elaborarea unei teorii ştiinţifice de o fecunditate fără precedent sau analogie în istoria altor ştiinţe.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de celuloză, hîrtie
şi fibre artificiale

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Биографический словарь деятелей естествознания и техники,* Госиздат БСЭ, М., 1958, стр. 122—123.
2. * * * *Большая Советская Энциклопедия,* изд. второе, том **6**, Госиздат БСЭ, М., 1951, стр. 378—383.
3. Бутлеров А. М., *Избранные работы по органической химии,* Изд. АН СССР, М., 1951.
4. Bîkov G. V., Analele romîno-sovietice, seria Chimie, 1952, *2*, pp. 6—17.
5. Татевский А. М., *Химическое строение углеводородов и закономерности в их физико-химических свойствах,* Изд. МГУ, 1953, стр. 21—47.
6. Чичибабин А. Е., *Основные начала органической химии,* том **I**, Госхимиздат, М., 1953, стр. 72.
7. Быков Г. В., Ж. структ. хим., 1961, **2**, *4*, стр. 495—401.
8. * * * *Вопросы химической кинетики, катализа и реакционной способности,* Изд. АН СССР, М., 1955, стр. 821—832.
9. Быков Г. В., Усп. хим., 1951, *21*, стр. 657—667.
10. — *История классической теории химического строения,* Изд. АН СССР, М., 1960, стр. 262—306.
11. Neniţescu C. D., *Chimie organică,* vol. **I**, Ed. Tehn., Buc., 1960, p. 9.

СТОЛЕТИЕ ТЕОРИИ ХИМИЧЕСКОГО СТРОЕИИЯ А. М. БУТЛЕРОВА

(Резюме)

19 сентября 1861 года, на заседании химической секции 36-го съезда немецких врачей и естествоиспытателей, великий русский химик Александр Михайлович Бутлеров прочел свой знаменитый доклад *О химическом строении веществ*, в котором мастерски изложил связную и цельную систему положений, составляющей основу теории химического строения и превратившейся в научный фундамент всей органической химии. Этой знаменательной дате и посвящен настоящий обзор.

В статье дана краткая биографическая справка о жизни и деятельности великого ученого, и, более подробно, освещена сущность теории строения А. М. Бутлерова. Основная часть статьи касается вопроса о приоритете автора структурной теории. В этом направлении использованы последние работы известного советского историк-химика Г. В. Быкова.

Изложенный материал убедительно доказывает историческими фактами приоритет и роль А. М. Бутлерова в создании и развитии теории химического строения. Необходимость изложения этих данных вызвана и тем, что в румынской химической литературе пока еще недостаточно освещены выдающиеся заслуги великого русского ученого в создании структурной теории, а также не проведено историческое сопоставления данных, касающихся появления работ Бутлерова и Кекуле, не разъяснена принципиальная разница теоретических взглядов этих двух ученых.

Написав данную статью, автор надеется внести свой скромный вклад в дело популяризации роли и приоритета великого русского ученого в создании и развитии теории химического строения.

CENTENAIRE DE LA STRUCTURE CHIMIQUE DE A. M. BUTLEROFF

(Résumé)

Le 19 septembre 1861, dans la séance de la section chimique du 36-e congrès des médecins et naturalistes allemands, le célèbre chimiste russe A. M. Butleroff a présenté son fameux mémoire *Sur la structure chimique des substances* dans lequel il a exposé un système d'une cohésion remarquable et unitaire des thèses qui ont constitué la base de la théorie de la structure chimique et qui s'est transformé par la suite en un véritable fondement scientifique de la chimie organique. C'est à cette importante anniversaire que l'on a consacré le présent travail, dans lequel on fournit d'abord quelques données sur la vie et l'activité scientifique de ce grand savant, ensuite, de façon

plus détaillée, l'essence même de la théorie de la structure de A. M. Butleroff. Dans la troisième partie, de plus grande envergure, on s'occupe du problème de la priorité de l'auteur de la théorie structurale. À cette fin, on a utilisé les derniers travaux de l'éminent historien chimiste soviétique A. V. Bykoff.

Le matériel présenté dans cette Note prouve, de façon tout à fait convaincante, par des données historiques d'une authenticité incontestable, la priorité et le rôle q'eut A. M. Butleroff, dans la création et le développement de la théorie de la structure chimique.

La nécessité de présenter ces donnés a été déterminée par le fait que, dans la littérature chimique roumaine, les mérites notoires du grand savant russe, dans l'élaboration de la théorie de la structure, n'ont pas été suffisamment mis en évidence et également parce qu'on n'avait pas encore fait jusqu'à présent, une comparaison historique des données ou des différences principielles concernant les travaux de A. M. Butleroff et ceux de A. Kekulé (car c'est tout à fait injustement que l'on atribue à ce dernier, dans l'historiographie chimique occidentale, le rôle de fondateur de la théorie de la structure chimique). À cette fin on a analysé minutieusement les causes qui ont déterminé cette présentation erronée dans la littérature allemande et occidentale du rôle, de la priorité et de l'apport de chacun de ces deux chimistes.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 1–2, 1961

C. Z. 621.318.134

DESPRE ACŢIUNEA ULTRASUNETELOR ASUPRA UNOR DIELECTRICI LICHIZI ŞI A UNOR AMESTECURI ETEROGENE, FORMATE DIN: FERITE—ULEI DE PARAFINĂ, GLICERINĂ—ULEI DE PARAFINĂ ŞI MONOCLORBENZEN—ULEI DE PARAFINĂ

DE

EMIL LUCA, I. LUCA şi ANASTASIA VASILIU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

Într-o lucrare anterioară [1] studiindu-se proprietăţile dielectrice ale unor amestecuri eterogene formate din ferite şi ulei de parafină, s-au trasat curbele de variaţie a permitivităţii ε' şi a lui tg δ funcţie de frecvenţă, de temperatură şi de concentraţia amestecului eterogen în ferită.

Deoarece în literatura de specialitate [2] se indică că ultrasunetele ar avea o acţiune asupra dielectricilor lichizi, în sensul că permitivitatea acestora scade sub acţiunea unui cîmp ultrasonor şi că această scădere este cu atît mai mare cu cît frecvenţa cîmpului ultrasonor este mai ridicată, ne-am propus să determinăm acţiunea unui cîmp ultrasonor asupra proprietăţilor dielectrice ale amestecurilor eterogene formate din: ulei de parafină şi ferite; ulei de parafină şi glicerină; ulei de parafină şi monoclorbenzen cît şi a constituenţilor acestor amestecuri.

În vederea determinării permitivităţii ε' şi a lui tg δ ale amestecului eterogen respectiv s-a utilizat un montaj clasic în punte Wien [3] care permite a determina în acelaşi timp, atît eventuala variaţie de capacitate survenită prin acţiunea ultrasunetelor asupra amestecului eterogen, cît şi rezistenţa de pierdere a acestui amestec.

Generatorul de ultrasunete, construit de noi, ne-a permis să obţinem cîmpuri ultrasonore cu frecvenţa de: 720 kHz; 1 200 kHz; 3000 kHz; energia cîmpului ultrasonor putînd fi variată.

Cu ajutorul punţii Wien, alimentată de la un generator de frecvenţă variabilă, s-a lucrat în gama 20 Hz...20 000 Hz. Pentru frecvenţe mai ridicate, şi anume în gama 35 kHz...10 MHz măsurarea permitivităţii ε' şi a lui tg δ au fost făcute cu un Q-metru Tesla.

Cuarţul piezoelectric generator de ultrasunete fiind montat în paralel pe condensatorul variabil al circuitului oscilant al lămpii oscilatoare, deci în regiunea de acţiune a cîmpului ultrasonor existînd şi un puternic cîmp electromagnetic, s-a impus luarea de măsuri speciale de ecranare a condensatorului ce conţinea proba de amestec eterogen, în sensul eliminării efectelor de inducţie. În acest scop condensatorul între armăturile căruia se găsea amestecul eterogen, cablurile de legătură la puntea Wien, cît şi întreg ansamblul de măsură în punte, au fost ecranate şi puse la pămînt.

Efectul inductiv fiind eliminat total, măsurile experimentale efectuate au arătat că atît în cazul amestecurilor eterogene de ulei de parafină şi ferite, cît şi al amestecurilor de ulei de parafină şi glicerină, ultrasunetele n-au un efect sensibil asupra permitivităţii ε' sau a lui tg δ, cel puţin pentru domeniul nostru de lucru.

În cazul amestecului de ulei de parafină şi glicerină se constată că sub acţiunea ultrasunetelor, şi anume, în domeniul utilizat de noi, ultrasunetele favorizează asociaţiile particulelor de glicerină ce sînt dispersate în masa uleiului de parafină, ceea ce duce la separarea celor doi constituenţi. Datorită acestei separări, a celor doi constituenţi, observată şi de Al. Cişman, Şt. Bojin şi M. Munteanu [4] în cazul soluţiilor coloidale, poate să apară şi o variaţie a permitivităţii funcţie de poziţia condensatorului în raport cu cei doi constituenţi ce se separă.

În tot timpul măsurătorilor s-a urmărit a se menţine constantă temperatura amestecului, deoarece din cauza efectului termic al ultrasunetelor rezultă o încălzire a amestecului eterogen, ce ar fi putut produce o variaţie a permitivităţii acestuia.

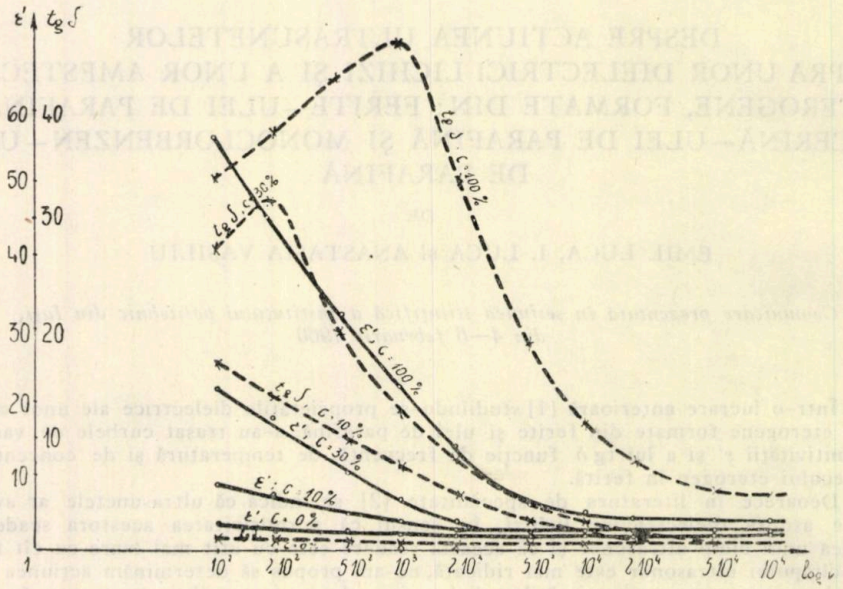


Fig. 1

Măsurările experimentale întreprinse asupra amestecurilor eterogene neindicînd nici o variaţie sensibilă a permitivităţii acestora sub acţiunea ultrasunetelor, care să fie datorită unor modificări de structură sau de aranjare a dipolilor amestecului, încercările noastre experimentale au fost extinse şi asupra unora din constituenţii puri, respectiv uleiul de parafină şi glicerină.

În afară de efectul termic al ultrasunetelor, care produce o variaţie a permitivităţii, nici în cazul dielectricilor lichizi puri nu s-au obţinut, în domeniul nostru de lucru, variaţii ale permitivităţii ε' sau ale lui tg δ în cîmp ultrasonor.

Rezultatele obţinute de noi în cazul dielectricilor lichizi sînt în concordanţă cu cele ale lui W. Meyer [5] care studiind modul cum variază conductivitatea electrică a dielectricilor lichizi sub acţiunea ultrasunetelor, stabileşte că în acest proces se observă în general o creştere a conductivităţii, datorită unor fenomene ce apar la suprafaţa celor doi electrozi, în volumul dielectricului lichid neproducîndu-se modificări sub acţiunea cîmpului ultrasonor.

Cu scopul de a aprofunda rezultatele experimentale am utilizat şi un dielectric lichid polar, a cărui dispersie a polarizării să se producă la o temperatură curentă de lucru, într-un domeniu accesibil al frecvenţelor. În acest scop am utilizat monoclorbenzenul, care prezintă o accentuată dispersie a polarizării la temperatura de 0°C, la frecvenţa de 1 000 Hz.

Sub acţiunea unui cîmp ultrasonor nici în cazul acestui dielectric lichid nu s-au observat variaţii sensibile ale permitivităţii ε' şi ale lui tg δ în afară de cele datorite

efectului termic al ultrasunetelor, De asemenea în cazul acestui dielectric lichid polar, cu o zonă de dispersie bine determinată, nu s-au observat deplasări ale regiunii de dispersie sub acțiunea ultrasunetelor.

Rezultatele experimentale care au permis la acest amestec trasarea curbei dispersiei polarizării cu frecvența, și care sînt redate în fig. 1, arată că amestecul de ulei de parafină și monoclorbenzen prezintă o permitivitate ε' și un tg δ cu atît mai mari cu cît concentrația în monoclorbenzen crește.

În zona cu variație puternică a permitivității, unde are loc fenomenul de dispersie, pierderile dielectrice exprimate prin tg δ prezintă un maxim care se deplasează spre frecvențe mai mici atunci cînd concentrația în monoclorbenzen scade.

Deoarece în acest caz este vorba de amestecul nemiscibil a două lichide, unul polar și altul nepolar, rezultatele experimentale au fost verificate cu relația lui Weiner [6] adaptată pentru amestecurile eterogene de lichide de către Piekara [7].

După Piekara permitivitatea amestecului în raport cu permitivitatea constituenților și concentrația acestuia este dată de o relație de forma :

$$\varepsilon = 3\varepsilon_2 [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] \delta_1 .$$

Rezultatele teoretice obținute pe baza acestei relații sînt în perfect acord cu cele obținute experimental.

Supus acțiunii unui cîmp ultrasonor, la frecvențele de 720 kHz; 1 200 kHz și 3 000 kHz, nici în cazul acestui amestec nu se observă variații sensibile ale permitivității și ale lui tg δ, ci numai o asociație a particulelor de monoclorbenzen dispersate în uleiul de parafină, ceea ce are drept rezultat separarea celor doi constituenți.

Efectul de separare este cu atît mai accentuat cu cît energia cîmpului ultrasonor este mai mare. Acest aspect a fost observat și în cazul celorlalte amestecuri eterogene.

Concluzii

În urma măsurărilor experimentale întreprinse în ceea ce privește acțiunea cîmpurilor ultrasonore asupra unor dielectrici lichizi sau a unor amestecuri heterogene rezultă următoarele concluzii :

1. Cîmpurile ultrasonore cu o frecvență de 720 kHz; 1 200 kHz și 3 000 kHz nu aduc la dielectricii lichizi ca : uleiul de parafină, glicerina și monoclorbenzenul nici o modificare sensibilă (în afară de cea datorită efectului termic) a permitivității ε' sau a lui tg δ.

2. Amestecurile eterogene formate din ferite—ulei de parafină, glicerină—ulei de parafină și monoclorbenzen—ulei de parafină de asemenea nu-și modifică sensibil permitivitatea ε' și tg δ sub acțiunea cîmpurilor ultrasonore.

3. În cazul dielectricului pur de monoclorbenzen sau a amestecului de monoclorbenzen și parafină nu se observă deplasări ale zonei de dispersie sub acțiunea cîmpurilor ultrasonore.

În cazul amestecurilor de glicerină—ulei de parafină și monoclorbenzen—ulei de parafină se constată că sub acțiunea ultrasunetelor, și anume în domeniul de frecvențe: 720 kHz; 1 200 kHz și 3 000 kHz, acestea favorizează asociațiile particulelor de glicerină și monoclorbenzen ce sînt dispersate în masa uleiului de parafină, ceea ce duce la separarea celor doi constituenți. Această separare este cu atît mai accentuată cu cît energia cîmpului ultrasonor este mai mare.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fizică
și
Institutul agronomic „Ion Ionescu de la Brad", Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Luca E., Reus N., Bul. Inst. polit. Iași, 1961, **VIII (XI)**, *1—2*, p. 205.
2. Lăzărescu E., GMF, seria A, 1958, **X (LXIII)**, *9*, p. 535.
3. Petrescu V., Luca E., Savin Gh., Bărbulescu D., Bul. Inst. polit. Iași, 1960, **VI (X)**, *1—2*, p. 211.

4. Cişman Al., Bojin Şt., Munteanu M., St. şi cerc. Fiz., Acad. R.P.R., Buc., 1953, **IV**, *3—4*, p. 158.
5. Mayer W., Ztschr. für Phys., 1936, **102**, S. 279.
6. Wiener O., Phys. Ztschr, 1926, **27**, S. 115.
7. Piekara A., Ibid., 1930, **31**, S. 579.

О ДЕЙСТВИИ УЛЬТРАЗВУКОВ НА ЖИДКИЕ ДИЭЛЕКТРИКИ И НЕКОТОРЫЕ ГЕТЕРОГЕННЫЕ СМЕСИ ИЗ ФЕРРИТА—ПАРАФИНОВОГО МАСЛА, ГЛИЦЕРИНА—ПАРАФИНОВОГО МАСЛА И МОНОХЛОРБЕНЗЕНА—ПАРАФИНОВОГО МАСЛА

(Резюме)

Устанавливается, что под действием ультразвукового поля с частотой : 720 кГц; 1 200 кГц и 3 000 кГц на гетерогенные смеси составленные из феррита — парафинового масла и монохлорбензена — парафинового масла, ультразвуки не производят чувствительного эффекта на проницаемость этих гетерогенных смесей, кроме их теплового эффекта, возможно, только в этой области работы.

В случае указанных смесей было замечено, что ультразвуки способствуют ассоциации частиц глицерина и монохлорбензена дисперсированных в массе парафинового масла. Это приводит к отделению этих двух составляющих гетерогенной смеси. Эффект этот увеличивается одновременно с ростом энергии ультразвукового поля.

SUR L'ACTION DES ULTRASONS SUR QUELQUES DIÉLECTRIQUES LIQUIDES ET QUELQUES MÉLANGES HÉTÉROGÈNES DE FERRITES—HUILE DE PARAFFINE, GLICÉRINE—HUILE DE PARAFFINE ET MONOCHLORBENZÈNE—HUILE DE PARAFFINE

(Résumé)

On constate que, en actionnant avec un champ ultrasonore de fréquences : 720 kHz, 1 200 kHz et 3 000 kHz, sur des mélanges hétérogènes de ferrites—huile de paraffine, glicérine—huile de paraffine et de monochlorbenzène—huile de paraffine, les ultrasons n'exercent pas une influence sensible, au moins pour ce domaine, sur la constante diélectrique de ces mélanges hétérogènes, hormis celle dûe à l'effet thermique des ultrasons.

On a observé que dans le cas des mélanges hétérogènes étudiés les ultrasons favorisent les associations des particules de glicérine et de monochlorbenzène qui sont dispersées dans la masse d'huile de paraffine, ce qui favorise la séparation des deux composants du mélange hétérogène. Cet effet est d'autant plus accentué que l'énergie du champ ultrasonore est plus grand.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 621 313.362

AUTOEXCITAREA MAŞINII TRIFAZATE CU COLECTOR, ALIMENTATĂ PRIN STATOR, CU TREI PERII PE PERECHEA DE POLI

MAŞINA DERIVAŢIE DECONECTATĂ DE LA REŢEA

DE

V. CORLĂŢEANU, IOSIF BERGMAN, GH. ŞERBAN, P. LEONTE şi V. ŞTIRBU

1. Introducere

În exploatarea maşinilor de curent alternativ cu colector fenomenul de autoexcitare este în general nedorit pentrucă în anumite regimuri de funcţionare face imposibilă utilizarea lor.

În literatură [1]...[5] se analizează unele aspecte ale fenomenului de autoexcitare la maşina trifazată serie cu colector şi numai tangenţial fenomenul de autoexcitare la maşina derivaţie. În special se arată importanţa fenomenului de autoexcitare ce apare la maşina trifazată serie cu colector, cu trei perii pe perechea de poli, fără transformator intermediar, cînd aceasta funcţionează în regim de generator. Se arată că în acest caz fenomenul de autoexcitare provoacă serioase dificultăţi de comutaţie, produce perturbări în reţea şi face ca maşina să aibă randamentul foarte scăzut.

Fenomenul de autoexcitare al maşinii trifazate cu colector permite, de asemenea, realizarea unor generatoare independente, cu frecvenţă reglabilă [1]. Astfel de generatoare pot fi folosite, de exemplu, pentru reglajul vitezei şi factorului de putere la motoarele asincrone.

Faptul că în momentul de faţă maşinile trifazate cu colector sînt larg răspîndite, construindu-se pînă la puteri de ordinul a 1 500 kW [6], ne-a îndemnat să studiem problema autoexcitării acestora. După ce într-un lucrare precedentă [7] am tratat, din acest punct de vedere, maşinile derivaţie trifazate, alimentate prin rotor, în cele ce urmează ne preocupăm de maşinile trifazate cu colector, alimentate prin stator, avînd trei perii pe perechea de poli şi transformator intermediar.

2. Consideraţii teoretice

Un motor trifazat serie cu colector trece în regim de generator dacă este cuplat la reţea, antrenat cu un mijloc exterior la o viteză oa-

recare n în sensul cîmpului său învîrtitor, iar colierul de perii se decalează din poziția de mers la gol în sensul de rotație al mașinii.

Simultan însă cu generarea în rețea a unui curent de frecvență f, a rețelei, mașina va debita și un curent de frecvență f', mai mică decît cea a rețelei; pentru acest curent rețeaua constituie un veritabil scurt-circuit.

Pentru ca într-o mașină să se producă fenomenul de autoexcitare este necesar ca impedanța totală a acesteia să fie nulă, $\underline{Z} = 0$ [2], [4].

În cazul general al mașinii trifazate cu colector, cu trei perii, cu transformator intermediar și avînd în serie cu circuitul primar o impedanță oarecare $\underline{Z}_u$, ecuația f.e.m. a circuitului primar este:

$$\underline{E}_1 + \underline{E}_{1t} = (r_1 + jx_{1s})\underline{I}_1 + (r_{1t} + jx_{1t})\underline{I}_1 + \underline{Z}_u \underline{I}_1, \tag{1}$$

iar ecuația circuitului secundar:

$$-\underline{E}_2 + \underline{E}_{2t} = (r_2 + jx_{2s})\underline{I}_2 + (r_{2t} + jx_{2t})\underline{I}_2. \tag{2}$$

În aceste ecuații $\underline{E}_1$ și $\underline{E}_2$ sînt f.e.m. produse de înfășurările statorului și rotorului, $\underline{E}_{1t}$ și $\underline{E}_{2t}$ — f.e.m. produse de înfășurarea primară și cea secundară a transformatorului intermediar, r_1, r_2, x_{1s} și x_{2s} sînt rezistențele și respectiv reactanțele de scăpări ale înfășurărilor statorului și rotorului, iar r_{1t}, r_{2t}, x_{1t} și x_{2t} — rezistențele și respectiv reactanțele de scăpări ale înfășurărilor transformatorului.

Raportul de transformare al transformatorului intermediar este, $k_t = N_1/N_2$, unde N_1 și N_2 sînt numerele de spire ale unei faze din primarul și din secundarul acestuia. Dacă se neglijează curentul de magnetizare al transformatorului intermediar se poate scrie $\underline{I}_2 = -k_t \underline{I}_1$.

Prin scăderea relației (2) din (1), după ce s-a înlocuit $\underline{E}_{1t} = k_t \underline{E}_{2t}$ și s-au raportat parametrii circuitului secundar la cel primar se obține:

$$\begin{aligned}\underline{E}_1 + \underline{E}'_2 = {} & (r_1 + r_{1t})\underline{I}_1 + (r_2 + r_{2t})k_t^2 \underline{I}_1 + j(x_{1s} + x_{1t})\underline{I}_1 + \\ & + j(x_{2s} + x_{2t})k_t^2 \underline{I}_1 + \underline{Z}_u \underline{I}_1.\end{aligned} \tag{3}$$

Fluxul magnetic total al mașinii serie cu transformator intermediar, raportat la axa fazei considerate a înfășurării statorului, este

$$\underline{\Phi}_1 = \frac{3}{2} \Lambda \left(k_{w1} w_1 \underline{I}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}} k_{w2} w_2 e^{j\alpha} \underline{I}_2\right),$$

iar raportat la axa periilor fazei respective a rotorului

$$\underline{\Phi}_2 = \frac{3}{2} \Lambda \left(w_1 k_{w1} e^{-j} \underline{I}_1 - \frac{1}{\sqrt{3}} w_2 k_{w2} \underline{I}_2\right),$$

unde: Λ — permeanța totală a fluxului principal al mașinii, α — unghiul de decalaj al periilor, considerat pozitiv cînd decalarea colierului de la poziția de mers la gol ($\alpha = 0$) are loc în sensul de rotație al rotorului, w_1 — numărul de spire pe fază la stator, w_2 — numărul de spire dintre

două perii ale rotorului iar k_{w1} şi k_{w2} — coeficienţii de înfăşurare pentru stator şi rotor.

F. e. m. produsă de fluxul principal în faza de referinţă a înfăşurării statorului este:

$$\underline{E}_1 = -\mathrm{j}\omega' k_{w1} w_1 \underline{\Phi}_1 ,$$

iar valoarea raportată la stator a f.e.m. produse de fluxul principal în faza corespunzătoare a înfăşurării rotorului:

$$\underline{E}'_2 = -(\mathrm{j}/\sqrt{3})\, s' k_t \omega' w_2 k_{w2} \underline{\Phi}_2 ,$$

ω' fiind pulsaţia curenţilor de autoexcitare, iar s' — alunecarea corespunzătoare.

Dacă se notează cu $x_1 = \frac{3}{2}\omega' \Lambda (w_1 k_{w1})^2$ reactanţa principală a înfăşurării statorului, cu $k_m = w_2 k_{w2}/(\sqrt{3}\, w_1 k_{w1})$ raportul de transformare al maşinii şi se face substituţia $\underline{I}_2 = -k_t \underline{I}_1$, ecuaţia (3) devine:

$$\begin{aligned} &-\mathrm{j}x_1 (1 + k_t k_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}) - \mathrm{j}x_1 k_t k_m^2 \left(k_t + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}/k_m\right) s' = \\ &= (r_1 + r_{1t}) + (r_2 + r_{2t}) k_t^2 + \mathrm{j}(x_{1s} + x_{1t}) + \mathrm{j}(x_{2s} + x_{2t}) k_t^2 + \underline{Z}_u . \end{aligned} \tag{4}$$

Se notează cu

$$k = k_t k_m = [w_2 k_{w2}/(\sqrt{3}\, w_1 k_{w1})]\,(N_1/N_2) = (N_r/N_s)[1/(2a)]\,(k_{w2}/k_{w1})(N_1/N_2) \tag{5}$$

raportul global de transformare, N_s şi N_r fiind numerele totale de conductoare ale înfăşurării statorului, respectiv rotorului, iar $2a$ — numărul de circuite derivate ale înfăşurării rotorului.

Dacă se consideră coeficientul de repartiţie a înfăşurării statorului egal cu coeficientul de bobinaj al înfăşurării rotorului, raportul global k devine [5]:

$$k = (N_r N_s)\,[1/2a)]\,(1/k_{y1})(N_1/N_2) , \tag{6}$$

k_{y1} fiind coeficientul de scurtare a pasului înfăşurării statorului.

Pentru a putea separa partea reală de cea imaginară din ecuaţia (4) se ţine seama că: $\underline{Z}_u = r_u + \mathrm{j}x_u$ şi $\mathrm{e}^{\pm\mathrm{j}\alpha} = \cos\alpha \pm \mathrm{j}\sin\alpha$. Ecuaţia (4) devine:

$$\begin{aligned} &r_u + r_1 + r_{1t} + (r_2 + r_{2t}) k_t^2 - (1 - s') x_1 k \sin\alpha + \mathrm{j}(x_{1s} + x_{1t}) + \\ &+ \mathrm{j}(x_{2s} + x_{2t}) k_t^2 + \mathrm{j}x_u + \mathrm{j}x_1 [1 + k\cos\alpha + k(k + \cos\alpha) s'] = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Relaţia (7) reprezintă impedanţa totală $\underline{Z}$ a maşinii autoexcitate avînd legată în serie impedanţa circuitului de utilizare $\underline{Z}_u$.

Din această relaţie rezultă că fenomenul de autoexcitare poate apărea în particular cînd $\underline{Z}_u = r_u + \mathrm{j}x_u = 0$, ceea ce înseamnă că maşina serie este decuplată de la reţea şi închisă în scurtcircuit pe sine însăşi. Dar din schema din fig. 1 se vede că se obţine acelaşi caz şi atunci cînd se decuplează de la reţea maşina derivaţie. Rezultă că făcînd $\underline{Z}_u = 0$

în relaţia (3), referitoare la maşina serie cu colector, se obţine cazul de autoexcitare a maşinii derivaţie, decuplată de la reţea.

În literatură [1] se indică numai posibilitatea autoexcitării maşinii derivaţie fără transformator intermediar, cînd aceasta este decuplată de la reţea. Încercările întreprinse arată că în aceleaşi condiţii se poate obţine şi autoexcitarea maşinii derivaţie cu transformator intermediar. Menţionăm că R. Richter [1] justifică motivul pentru care nu poate să aibă loc autoexcitarea maşinii derivaţie cuplate la reţea.

Făcînd înlocuirile:

$$x_1 = \omega' L_1, \quad \tau = [x_{1s} + x_{1t} + (x_{2s} + x_{2t})\, k_t^2]/x_1 \quad \text{şi} \quad s' = (\omega' - \omega'')/\omega',$$

unde $\omega'' = 2\pi pn/60$, şi separînd în relaţia (7) partea reală de cea imaginară, se obţin cele două condiţii necesare pentru ca maşina să funcţioneze autoexcitată:

$$r_1 + r_{1t} + (r_2 + r_{2t})\, k_t^2 - (2\pi pn/60)\, k L_1 \sin\alpha = 0 \tag{8}$$

şi

$$1 + \tau + k\cos\alpha + k(k + \cos\alpha)\{[f' - (pn/60)]/f'\} = 0. \tag{9}$$

Din relaţia (8) se obţine viteza la care poate să apară autoexcitarea:

$$n = [30/(\pi p)][r_1 + r_{1t} + (r_2 + r_{2t})\, k_t^2]/(k_t k_m L_1 \sin\alpha). \tag{10}$$

Din relaţia (10) rezultă că:

a) Autoexcitarea poate să apară numai la decalarea periilor din poziţia $\alpha = 0$ în sensul de rotaţie al cîmpului învîrtitor şi al rotorului. Rezultă faptul ştiut că la maşina serie legată la reţea, autoexcitarea cu curenţi de frecvenţă joasă poate apărea numai cînd aceasta funcţionează ca generator.

b) Autoexcitarea nu poate să apară la $\alpha = 0$ şi $\alpha = 180°$, însă apare la o viteză cu atît mai mică cu cît valoarea decalajului α este mai apropiată de 90°.

c) Apariţia autoexcitării va necesita o viteză cu atît mai mare cu cît rezistenţa activă a maşinii este mai mare, analog ca la generatoarele de curent continuu.

d) Relaţia (10) sugerează ideea că fenomenul de autoexcitare trebuie să apară în aceleaşi condiţii de viteză pentru α cuprins între 0° şi 90° ca şi pentru α cuprins între 90° şi 180°. În realitate însă acest lucru nu are loc, deoarece expresia impedanţei (7) nu este o relaţie simetrică în raport cu $\alpha = 90°$.

e) Dacă creşte raportul de transformare k_m al maşinii, viteza la care apare autoexcitarea devine mai mică. Aceasta se explică prin faptul că o dată cu creşterea lui k_m creşte cuplajul electromagnetic dintre stator şi rotor, deci creşte f. e. m. de autoexcitare indusă în stator, ceea ce permite transferul unei puteri mai mari de la stator la rotor pe cale electrică. Deci, pentru a obţine aceeaşi f. e. m. de autoexcitare, viteza de rotaţie n poate scădea cînd k_m creşte.

f) Viteza la care apare autoexcitarea se măreşte cînd creşte raportul de transformare k_t al transformatorului, pentru că la creşterea acestui raport scade f.e.m. ce se aplică la perii. Rezistenţa activă a circuitelor maşinii rămînînd neschimbată, curentul de autoexcitare va scădea, iar menţinerea maşinii în stare de autoexcitare va necesita creşterea vitezei de rotaţie n.

g) Dacă în relaţia (10) se face $k_t = 1$ şi $r_{1t} = r_{2t} = 0$ se obţine expresia vitezei la care are loc autoexcitarea, dată în [4] pentru maşina serie fără transformator intermediar.

Din relaţia (9) rezultă frecvenţa curenţilor de autoexcitare:

$$f' = [k(k + \cos\alpha)/(1 + 2k\cos\alpha + k^2 + \tau)](pn/60). \tag{11}$$

Se constată că expresia frecvenţei curenţilor de autoexcitare la maşina cu transformator intermediar este identică cu cea dată de Michael [4] pentru maşina fără transformator. Neglijînd în relaţia (11) coeficientul τ, adică considerînd fluxurile de scăpări neglijabile în raport cu fluxul principal, frecvenţa curenţilor de autoexcitare devine:

$$f' = [k(k + \cos\alpha)/(1 + 2k\cos\alpha + k^2)](pn/60) = B(pn/60). \tag{12}$$

Rezultă că frecvenţa curenţilor de autoexcitare depinde de viteza n, de raportul de transformare global k şi de unghiul de decalaj al periilor α.

În cele ce urmează vom face o analiză sumară a expresiei

$$B = [k(k + \cos\alpha)/(1 + 2k\cos\alpha + k^2)].$$

Se observă că pentru $k = 1$, $B = 1/2$ pentru orice valoare a unghiului de calaj α. Se ştie că motorul serie funcţionează în condiţii optime la $k = 1{,}06...1{,}14$, deci la valori apropiate de 1. În cazul autoexcitării maşinii serie frecvenţa curenţilor va fi aproximativ egală cu jumătate din frecvenţa curenţilor maşinii sincrone cu acelaşi număr de poli şi aceeaşi viteză.

Dacă se face $k = -\cos\alpha$ se obţine $f' = 0$, adică autoexcitarea trebuie să aibă loc în curent continuu, însă în acest caz relaţia (7) nu mai este valabilă, operaţia de raportare a impedanţelor din circuitul secundar la cel primar fiind lipsită de sens. Rezistenţa pe care transformatorul intermediar o opune la circulaţia curentului în schema de ansamblu a maşinii fiind infinită, dispare posibilitatea de transmitere a unei energii de magnetizare de la stator la rotor, prin transformator. Rezultă că autoexcitarea în curent continuu a maşinii cu transformator intermediar nu poate avea loc, ceea ce constituie un aspect deosebit faţă de maşina fără transformator.

Pentru a obţine $f' = (pn/60)$ vom face $B = 1$, adică $k(k + \cos\alpha) = 1 + 2k\cos\alpha + k^2$, sau $\cos\alpha = -1/k$. Se observă că B va fi apropiat de 1 numai pentru unghiuri α cuprinse între 90° şi 180° (unde $\cos\alpha$ este negativ). De asemenea valoarea $B = 1$ se va obţine pentru un α cu atît mai apropiat de 90° cu cît k este mai mare.

Conform definiţiei raportului de transformare global k, dată prin relaţia (6), motorul derivaţie funcţionează pentru $k = 2...\infty$. Pentru $k = 2$

se obţin, în funcţionare ca motor derivaţie, vitezele teoretice de mers la gol de $0{,}5\,n_1$ şi $1{,}5\,n_1$, după sensul f.e.m. injectate în rotor, iar pentru $k = \infty$ motorul derivaţie se transformă în motor asincron normal. Aici s-a notat cu $n_1 = (60\,f/p)$ viteza de sincronism a motorului. Rezultă că în cazul autoexcitării maşinii derivaţie decuplate de la reţea se vor putea obţine valori ale lui B apropiate de 1.

La valori ale lui k subunitare maşina funcţionează în montaj serie cu parametri necorespunzători. Ca motor derivaţie, funcţionarea cu valori subunitare ale lui k, definit prin relaţia (6), nu este practic utilizabilă.

Dacă se calculează derivata funcţiei B în raport cu α se obţine

$$dB/d\alpha = [(k^2 - 1)\,k \sin \alpha]/(1 + 2\,k \cos \alpha + k^2)^2.$$

Se observă că la $k = \text{const.}$ funcţia B admite extreme pentru $\alpha = 0$ şi $\alpha = 180°$ şi că în cazul cînd k este supraunitar (cazul din practică) derivata este pozitivă pentru tot intervalul de variaţie a unghiului α, (0°...180°). Deci B şi frecvenţa curenţilor de autoexcitare cresc o dată cu α. Acest lucru este confirmat şi de datele experimentale. Dacă se calculează derivata funcţiei B în raport cu k se obţine:

$$dB/dk = (k^2 \cos \alpha + 2k + \cos \alpha)/(1 + 2k \cos \alpha + k^2)^2.$$

Derivata se anulează pentru

$$k = (-1 \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha})/\cos \alpha\,.$$

Cum numărătorul acestei fracţii este nul sau negativ, iar raportul de transformare este totdeauna pozitiv, rezultă că valoarea lui k corespunzătoare valorilor extreme ale funcţiei B are loc numai pentru $-1 \leqslant \cos \alpha \leqslant 0$. Deci la $\alpha = \text{const.}$, dacă există un extremum al funcţiei B, acesta are loc numai pentru $90° < \alpha < 180°$. Pentru $\alpha < 90°$, B creşte o dată cu creşterea lui k. La $\alpha = 90°$, $(\cos \alpha = 0)$, maximul funcţiei B are loc numai teoretic pentru $k = \infty$, iar la $\alpha = 180°$, $(\cos \alpha = -1)$, extremul funcţiei B are loc pentru $k = 1$.

Din studiul teoretic al variaţiei frecvenţei se desprind următoarele concluzii:

a) Expresia frecvenţei curenţilor de autoexcitare nu se modifică cînd se introduce transformatorul intermediar.

b) Frecvenţa curenţilor de autoexcitare depinde de viteza de rotaţie n, de unghiul de decalaj al periilor α şi de raportul de transformare k.

c) Se dovedeşte că şi la generatoarele trifazate cu colector independente, cu transformator intermediar, frecvenţa curenţilor este în general mai mică decît cea a generatorului sincron cu acelaşi număr de poli, la aceeaşi viteză.

d) La viteză constantă şi raport de transformare constant frecvenţa curenţilor de autoexcitare creşte o dată cu α.

e) Pentru $0 < \alpha < 90°$ frecvenţele cresc o dată cu raportul de transformare k, $(k > 1)$, viteza de rotaţie rămînînd constantă.

f) În eventualitatea folosirii unor asemenea maşini ca generatoare trifazate cu colector independente, frecvenţa acestora poate fi reglată,

fără modificarea vitezei de rotaţie, prin simpla deplasare a colierului de perii sau prin variaţia raportului de transformare.

g) În cazul existenţei transformatorului intermediar autoexcitarea în curent continuu nu poate avea loc.

3. Procedeul experimental

Încercările experimentale s-au efectuat pe un motor trifazat serie cu colector cu trei perii pe perechea de poli, de 1/1,5/3,1 kW; 1 750/1 500/800 rot/min, cu transformator intermediar de 6 kVA, cu prize reglabile în secundar. Transformatorul are tensiunea primară de 380 V şi permite a obţine rapoarte de transformare globale (motor şi transformator) $k = 0{,}5...10$.

Schema experimentală este dată în fig. 1 unde sînt indicate şi instrumentele de măsură folosite. Cu *S* şi *R* s-au notat statorul şi rotorul maşinii trifazate cu colector, cu *Pr* şi *Sec* – primarul şi secundarul transformatorului intermediar, şi cu *M* — dinamul frînă ce a servit ca motor de antrenare. Circuitul de excitaţie al acestuia este alimentat la tensiune constantă, iar indusul de la o sursă de tensiune reglabilă *U*.

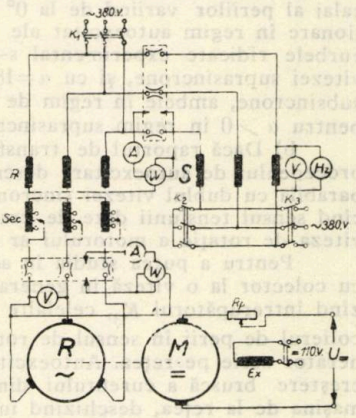


Fig. 1

Dacă se închid numai întrerupătoarele K_1 şi K_2, calajul periilor fiind pe poziţia zero, se obţine motorul trifazat derivaţie.

Închizînd numai întrerupătorul K_3 se obţine, funcţie de unghiul de calaj al periilor α, motorul, respectiv, generatorul serie trifazat.

După cum s-a arătat mai sus, fenomenul de autoexcitare al maşinii serie ca generator pe reţea este în esenţă acelaşi cu fenomenul de autoexcitare al maşinii derivaţie decuplate de la reţea şi poate fi studiat închizînd numai întrerupătorul K_2. Schema astfel obţinută poate fi privită atît ca maşină trifazată derivaţie decuplată de la reţea cît şi ca maşină serie închisă în scurtcircuit.

Se ştie că apariţia autoexcitării este legată, în primul rînd, de existenţa magnetismului remanent în maşină. Experienţa arată că acest magnetism este în general slab şi depinde ca mărime de condiţiile de magnetizare ale maşinii în momentul decuplării sale de la reţea. Aşa se explică motivul pentru care amorsarea nu are loc totdeauna în aceleaşi condiţii de viteză n, unghi de decalaj al periilor α şi raport de transformare k.

Pentru amorsarea maşinii trifazate cu colector, decuplată de la reţea, în ipoteza existenţei magnetismului remanent, maşina ar trebui să fie antrenată la o viteză suficient de mare şi colierul de perii să fie decalat din poziţia de mers la gol în sensul de rotaţie. Experienţa arată însă că în acest caz se obţin şocuri mari de putere ce pot deteriora maşina. Experimental, pentru a evita şocurile menţionate, autoexcitarea s-a obţinut în două moduri:

a) În cazurile în care raportul de transformare $k > 1$ se cuplează maşina ca motor derivaţie pe reţea la $\alpha = 0$, închizînd întrerupătoarele K_1 şi K_2. Dacă sensul tensiunii pe care transformatorul o furnizează în rotor este astfel încît motorul se roteşte cu o viteză suprasincronă, atunci se decalează periile în sensul de rotaţie al rotorului, pînă ce curentul din rotor atinge aproximativ valoarea sa nominală. Se excită maşina de curent continuu *M* şi se realizează condiţia de cuplare în paralel a acesteia la sursa de tensiune continuă reglabilă *U*. Apoi se decuplează motorul trifazat de la reţea, prin deschiderea întrerupătorului K_1 şi maşina rămîne amorsată, fiind antrenată de motorul *M*.

Dacă sensul tensiunii date de transformator în rotor este astfel încît motorul se roteşte cu o viteză subsincronă, atunci se decalează periile în sensul invers sensului de rotaţie al rotorului. În rest procedeul de amorsare rămîne acelaşi ca în cazul precedent.

Se recunoaşte uşor că în ambele cazuri descrise mai sus decalajul periilor a fost realizat în aşa mod încît să se obţină compensarea factorului de putere al motorului, prin urmare maşina derivaţie decuplată de la reţea rămîne autoexcitată numai atunci cînd i s-a aplicat procedeul de decalare a periilor, folosit de obicei la maşinile cu colector, pentru îmbunătăţirea factorului de putere. Decalajul de 180° electrice, necesar trecerii motorului derivaţie de la o viteză suprasincronă la cea subsincronă corespunzătoare aceluiaşi raport de transformare, se poate obţine şi fără a inversa sensul tensiunii culese de la secundarul transformatorului, decalînd colierul cu 180° electrice în sensul de mers. Acest procedeu de trecere de la viteza suprasincronă la cea subsincronă nu se poate aplica la motorul trifazat derivaţie cu trei perii pe perechea de poli în timpul funcţionării sale, deoarece curenţii ar atinge valori inadmisibil de mari.

Rezultă că decalajul colierului pe perii, pentru compensarea $\cos\varphi$ în sensul de rotaţie la viteze suprasincrone şi în sens invers la viteze subsincrone, are loc între limitele aceluiaşi unghi de 180° electrice. Deci studiind autoexcitarea pentru un unghi de calaj al periilor variind de la 0° la 180° electrice se studiază ambele situaţii de funcţionare în regim autoexcitat ale motorului derivaţie (subsincron şi suprasincron). La curbele ridicate experimental s-a notat cu $\alpha = 0$ poziţia colierului corespunzătoare vitezei suprasincrone, şi cu $\alpha = 180°$ electrice poziţia colierului corespunzătoare vitezei subsincrone, ambele în regim de motor necompensat. Motorul va funcţiona compensat pentru $\alpha > 0$ în regim suprasincron şi pentru $\alpha < 180°$ electrice în regim subsincron.

b) Dacă raportul de transformare k este apropiat de 1, devine dificilă aplicarea procedeului de autoexcitare descris mai sus, de oarece viteza suprasincronă ar fi comparabilă cu dublul vitezei sincrone, deci inadmisibilă din punct de vedere mecanic, iar cînd sensul tensiunii date de transformator în rotor corespunde vitezelor subsincrone viteza de rotaţie a motorului ar fi nulă sau apropiată de zero.

Pentru a putea studia în acest caz autoexcitarea, se antrenează maşina trifazată cu colector la o viteză în general mică şi se cuplează la reţea ca maşină serie, închizînd întrerupătorul K_3, celelalte întrerupătoare rămînînd deschise. Apoi se decalează colierul de perii în sensul de rotaţie şi se obţine astfel regimul de funcţionare ca generator serie pe reţea. Autoexcitarea apare în acest caz imediat şi se manifestă printr-o creştere bruscă a curentului din circuitul secundar. Se decuplează în acest moment maşina de la reţea, deschizînd întrerupătorul K_3, şi se scurtcircuitează repede circuitul său primar închizînd întrerupătorul K_2.

Trebuie să remarcăm aici deosebirea între funcţionarea maşinii cu transformator intermediar şi cea fără transformator. În prezenţa transformatorului intermediar întreruperea unei faze în circuitul primar sau secundar duce la stingerea fenomenului de autoexcitaţie; dacă transformatorul intermediar ar lipsi, la întreruperea unei faze curentul autoexcitat în cele două faze rămase neîntrerupte ar deveni curent continuu [1]. Menţionăm de asemenea că scurtcircuitarea înfăşurării statorului sau rotorului duce la stingerea fenomenului.

Indiferent de situaţia de autoexcitare în care se află maşina sensul puterii electrice măsurate la bornele înfăşurării statorului este invers sensului acestei puteri pentru funcţionarea ca motor. Rezultă că puterea mecanică primită prin arbore de la motorul de antrenare M trece prin întrefier în stator şi de aici, pe cale electrică, prin transformatorul intermediar, în rotor. Deci, în cazul autoexcitării maşinii alimentate prin stator, rotorul joacă, în special, rolul de sistem inductor şi statorul joacă rolul de indus.

La obţinerea rezultatelor experimentale valorile cele mai mici indicate pentru tensiuni şi curenţi sînt acelea la care fenomenul se mai menţine stabil. Sub aceste valori maşina se dezamorsează. Limita superioară pînă la care s-au trasat curbele a fost aleasă pentru a nu depăşi datele nominale ale maşinii.

4. Analiza rezultatelor experimentale obţinute în studiul autoexcitării

În cele ce urmează se va analiza fenomenul de autoexcitare cînd maşina este decuplată de la reţea. În fig. 2 s-a reprezentat variaţia tensiunii primare (U_1) la bornele unei faze a înfăşurării statorului în funcţie de viteza de rotaţie (n), pentru diverse valori ale unghiului de calaj al periilor (α) şi ale raportului de transformare (k). Menţionăm că pentru $\alpha < 25°$ şi pentru $\alpha > 160°$ nu s-au putut obţine un număr suficient

de valori care să permită trasarea unei curbe, deşi în cazuri izolate, pentru $\alpha < 160°$ şi $\alpha < 25°$ maşina rămîne încă amorsată. Se verifică experimental concluzia dedusă teoretic (v. relaţia (10)) că la $\alpha = 0$ şi $\alpha = 180°$ autoexcitarea nu poate avea loc. Pentru claritatea figurii nu s-au trasat decît curbele corespunzătoare lui $k = 1{,}02$ pentru $\alpha = 25°$ (*a*); 45° (*b*); 90° (*c*); 128° (*d*); 160° (*e*). De asemenea, pentru $\alpha = 90°$ s-au trasat curbele corespunzătoare raportului de transformare $k = 1{,}02$ (*c*); 2,03 (*f*); 2,9 (*g*) şi 6,7 (*h*).

Analizînd curbele din fig. 2 se verifică creşterea tensiunii U_1 cu creşterea vitezei.

Pentru $0 < \alpha < 90°$ limitele între care s-a putut varia tensiunea fără a depăşi datele nominale ale maşinii (curbele *a*, *b*, *c*), sînt mai largi decît pentru cazul cînd $90° < \alpha < 180°$ (curbele *d*, *e*). De asemenea, cu cît α creşte viteza trebuie scăzută pentru ca funcţionarea să poată avea loc fără o suprasolicitare a maşinii; pentru $\alpha > 90°$ tensiunile U_1 sînt mai mici şi se obţin la viteze mici. Cînd raportul de transformare k creşte, iar viteza şi unghiul de calaj al periilor rămîn constante, tensiunea U_1 creşte (curbele *c*, *f*, *g*, *h*).

Panta curbelor $U_1 = f(n)$ este practic aceeaşi indiferent de valorile lui k, α sau n, cu excepţia curbei *e* (la $\alpha = 160°$ şi $k = 1{,}02$), care reprezintă de fapt un caz limită.

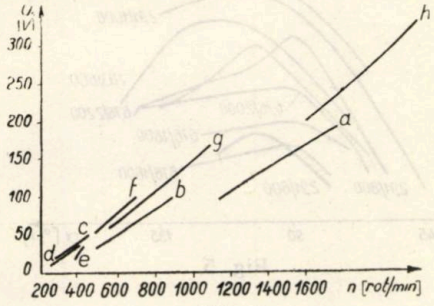


Fig. 2

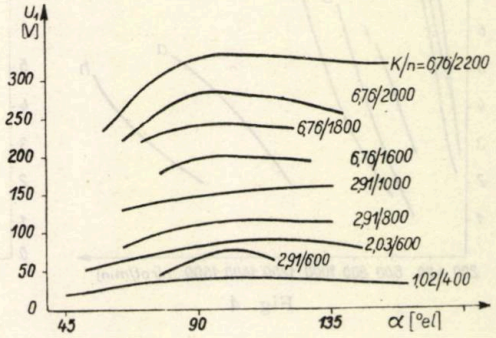


Fig. 3

În fig. 3 s-au reprezentat curbele de variaţie ale tensiunii U_1 în funcţie de unghiul de decalaj al periilor (α) pentru diverse valori constante ale raportului de transformare şi vitezei. Astfel, pentru $k = 6{,}7$ s-au trasat patru curbe (la $n = 1\,600 : 1\,800$; 2 000 şi 2 200 rot/min), pentru $k = 2{,}9$ — trei curbe (la $n = 600$; 800 şi 1 000 rot/min), iar pentru $k = 2{,}03$ şi $k = 1{,}02$ cîte o singură curbă (la $n = 600$, respectiv 400 rot/min); vitezele au fost alese astfel încît să se obţină funcţionarea maşinii între limite cît mai largi de variaţie a unghiului α. Se observă că to te curbele trec printr-un maxim.

Din fig. 3 se constată nesimetria curbelor faţă de punctul corespunzător lui $\alpha = 90°$. Pentru $\alpha > 90°$ maşina se menţine autoexcitată pentru o gamă mai mare de valori ale decalajelor. Limitele între care poate varia α fără ca maşina să se dezexcite cresc o dată cu viteza, ca urmare a creşterii tensiunii cu viteza.

Din relaţia (10) s-a dedus că condiţia optimă de autoexcitare (de obţinere a tensiunilor maxime) este îndeplinită la $\alpha = 90°$ electrice. Curbele obţinute experimental arată însă că acest lucru nu este totdeauna valabil şi că la rapoarte de transformare mai mici şi la viteze relativ mari maximele curbelor $U_1 = f(\alpha)$ se deplasează spre valori mai mari ale lui α. Toate constatările cu privire la nesimetria parametrilor de funcţionare faţă de $\alpha = 90°$ se explică prin faptul că expresia impedanţei (7) nu este simetrică în raport cu $\alpha = 90°$.

În fig. 4 s-au reprezentat curbele de variaţie ale curentului din circuitul primar (I_1) în funcţie de viteza de rotaţie (n), pentru aceleaşi valori ale raportului de transformare (k) şi ale unghiului de decalaj (α) ca şi în cazul reprezentat în fig. 2.

În fig. 5 s-au reprezentat curbele de variaţie ale curentului din circuitul primar (I_1) în funcţie de unghiul de decalaj (α) pentru aceleaşi valori ale raportului de transformare (k) şi pentru aceleaşi viteze (n) ca şi în cazul reprezentat în fig. 3.

Analizînd curbele din fig. 4 şi 5 se remarcă următoarele: La $\alpha = \text{const.}$ şi $k = \text{const.}$ curentul I_1 creşte o dată cu n. Această creştere este cu atît mai rapidă cu cît unghiul α este mai mare. Excepţie face cazul $\alpha = 160°$, (curba *e*), caz care este foarte apropiat

de stingerea fenomenului. Cu alte cuvinte curbele $I_1 = f(n)$ au panta cu atît mai mare, cu cît α şi k sînt mai mari. Cu creşterea lui α trebuie micşorată viteza, pentru a putea obţine curenţii între limitele valorilor nominale.

Se observă că viteza la care se obţine un anumit curent I_1 creşte, dacă k creşte, deoarece cu creşterea raportului de transformare cuplajul electromagnetic dintre stator şi rotor scade şi deci scade şi curentul de excitaţie. Valorile minime ale curenţilor din primar se obţin pentru rapoarte de transformare mijlocii ($k = 1{,}5...3$).

Toate curbele de variaţie ale curentului absorbit (I_1) în funcţie de unghiul de decalaj al colierului de perii (α) trec printr-un maxim. Maximele au loc pentru $\alpha \geqslant 90°$, şi anume pentru unghiuri α cu atît mai mari cu cît k este mai mic, ceea ce confirmă

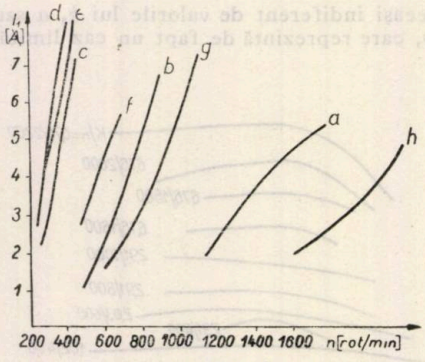


Fig. 4

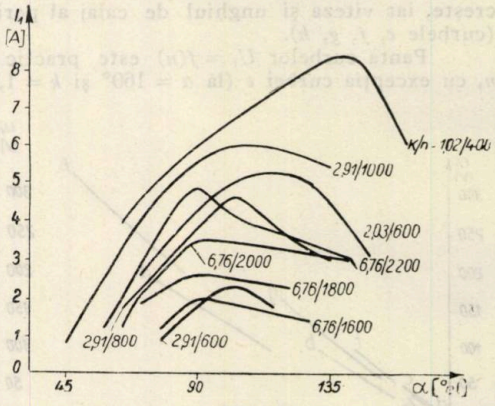


Fig. 5

rezultatele teoretice. Prin urmare curenţii ce se obţin pentru $\alpha < 90°$ nu se vor obţine în general, pentru aceleaşi valori k şi n în cazul $\alpha > 90°$.

Între concluziile privind curenţii din primar (I_1) şi cele ce se pot obţine cu referire la curenţii din secundar (I_2) nu există deosebiri esenţiale şi deci curbele $I_2 = f(n)$ şi $I_2 = f(\alpha)$ nu s-au mai reprezentat.

Analizînd curbele reprezentate în fig. 2 şi 4 se observă următoarele: La unghiuri α mici viteza trebuie să varieze între limite largi, pentru ca curenţii şi tensiunile să varieze de la valoarea lor minimă, corespunzătoare autoexcitării stabile, pînă la valorile maxime admisibile. Din date neprezentate în lucrare rezultă că pentru $k \geqslant 2$ şi $\alpha < 45°$ se obţin curenţi şi tensiuni de autoexcitare de valori admisibile chiar la viteze de rotaţie mai mari decît cea corespunzătoare vitezei suprasincrone de funcţionare ca motor derivaţie la gol. Se ştie că pentru $\alpha < 45°$ se obţine o compensare acceptabilă a factorului de putere în funcţionarea ca motor derivaţie. Deci în acest caz autoexcitarea la decuplarea de la reţea nu prezintă inconveniente. Pentru $1 < k < 2$, la $\alpha < 45°$, valorile nominale ale curenţilor şi tensiunilor de autoexcitare sînt atinse pentru viteze mult mai mici decît vitezele suprasincrone corespunzătoare, de funcţionare ca motor la gol. Prin urmare, la un motor trifazat derivaţie funcţionînd cu un asemenea raport de transformare, autoexcitarea la decuplare poate periclita maşina. În ceea ce priveşte vitezele subsincrone, din cauza variaţiilor mari ale curenţilor de autoexcitare la variaţii mici de viteză, compensarea factorului de putere prin decalarea periilor în funcţionarea ca motor poate duce la deteriorarea maşinii din cauza autoexcitării ei la decuplarea de la reţea.

În fig. 6 s-a reprezentat puterea P_1 pe care înfăşurarea statorului maşinii o debitează prin transformator în rotor în funcţie de viteza de rotaţie (n) pentru aceleaşi condiţii ca cele reprezentate în fig. 2. De asemenea, în fig. 6 s-a reprezentat variaţia puterii P_2 pe care secundarul transformatorului o debitează în rotor, în funcţie de viteza de rotaţie (n), pentru un singur caz şi anume, pentru $\alpha = 90°$ şi $k = 2{,}9$ (curba (i) — punctat). Comparînd curbele (g) şi (i) se observă că puterea P_2 este mai mică decît puterea P_1, ceea ce justifică de asemenea remarca referitoare la circulaţia puterilor în maşina autoexcitată. Diferenţa puterilor acoperă pierderile transformatorului.

Puterea P_1 variază în funcţie de viteză precum şi în funcţie de unghiul α de decalaj al periilor, în acelaşi mod ca şi curentul I_1. Curbele $P_1 = f(\alpha)$ nu au mai fost reprezentate.

În fig. 7 s-au reprezentat curbele de variaţie ale factorului de putere din circuitul primar (trasate în linii pline), $\cos\varphi_1 = P_1 / (\sqrt{3}\, U_1 I_1)$, în funcţie de unghiul de decalaj al periilor (α), pentru aceleeaşi valori, constante, ale vitezei (n) şi ale raportului de transformare (k), ca şi pentru curbele $U_1 = f(\alpha)$.

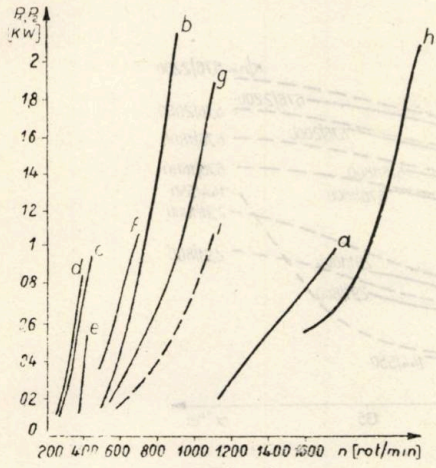


Fig. 6

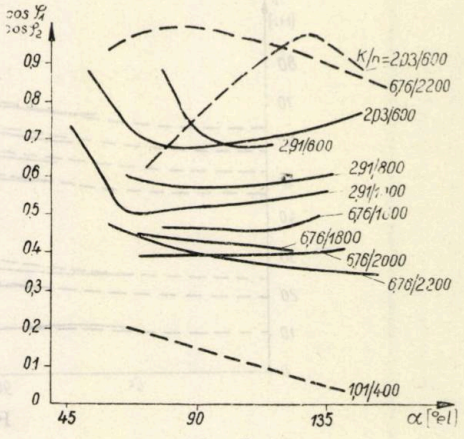


Fig. 7

Se observă că curbele factorului de putere trec prin cîte un minim cînd unghiul α variază. Acest fapt este valabil pentru toate maşinile de curent alternativ cu colector. Maximul curbelor $I_1 = f(\alpha)$ are în esenţă aceeaşi explicaţie.

Factorul de putere al circuitului primar creşte cînd valorile vitezei n şi ale raportului de transformare k scad. Cu scăderea raportului de transformare, minimele curbele $\cos\varphi_1$ se accentuează

În fig. 7 s-au trasat, de asemenea cu linii punctate, curbele de variaţie ale factorului de putere al circuitului secundar, $\cos\varphi_2 = P_2 / (\sqrt{3}\, U_2 I_2)$, în funcţie de unghiul de decalaj al periilor (α) pentru $k = 6{,}76$, $n = 2\,200$ rot/min; $k = 2{,}03$, $n = 600$ rot/min; $k = 1{,}01$, $n = 400$ rot/min.

Curbele $\cos\varphi_2 = f(\alpha)$ trec prin cîte un maxim. Valorile lui $\cos\varphi_2$ sînt mici pentru acele cazuri în care valorile factorului de putere primar sînt mari şi invers. Din datele experimentale ce nu au fost reprezentate în figură rezultă că pentru acelaşi k valoarea factorului de putere secundar este cu atît mai mare cu cît viteza este mai mică.

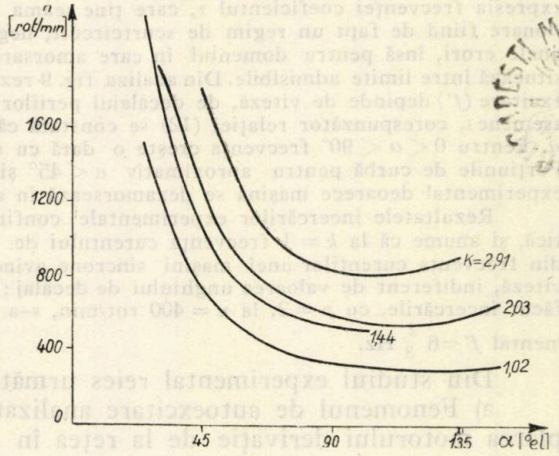


Fig. 8

În fig. 8 s-au reprezentat, pentru diferite valori constante ale raportului de transformare (k), curbele de variaţie ale vitezei de rotaţie la care se obţine curentul din primar $I_1 = 4$ A în funcţie de unghiul de decalaj al periilor (α). Se observă că acelaşi curent primar se obţine la o

viteză cu atît mai scăzută cu cît unghiul α este mai mare. Curbele $n = f(\alpha)$ nu sînt simetrice în raport cu $\alpha = 90°$, ceea ce concordă cu relația (7).

Se constată că la $\alpha = \text{const.}$ același curent I_1 se obține la viteze mai mari cînd k este mai mare. Cum creșterea raportului de transformare global k s-a făcut prin mărirea raportului de transformare k_t al transformatorului, se confirmă și aici concluzia ce reiese din relația (10) că viteza la care apare autoexcitarea crește o dată cu acest raport de transformare.

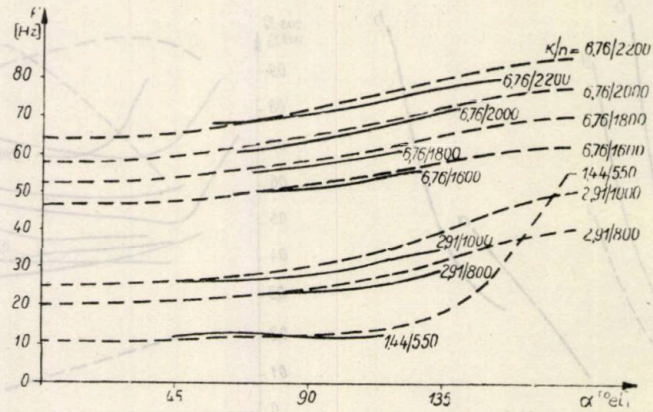


Fig. 9

În fig. 9 s-au reprezentat comparativ, pentru diferite situații, curbele de variație ale frecvenței curenților de autoexcitare obținute experimental (linii pline) și cele calculate cu ajutorul relației (12) (linii punctate). Frecvențele peste 20 Hz au fost măsurate cu ajutorul unui frecvențmetru de vibrație și cu ajutorul oscilografului catodic, iar frecvențele sub 20 Hz au fost măsurate numai cu ajutorul oscilografului catodic.

Faptul că valorile calculate sînt, în genere, puțin mai mari decît cele măsurate cu frecvențmetrul se explică prin aceea că la deducerea relației (12) s-a neglijat din expresia frecvenței coeficientul τ, care ține seama de fluxul de scăpări. Această funcționare fiind de fapt un regim de scurtcircuit, neglijarea fluxului de scăpări introduce unele erori, însă pentru domeniul în care amorsarea este practic posibilă acestea se situează între limite admisibile. Din analiza fig. 9 rezultă că frecvența curenților de autoexcitare (f') depinde de viteză, de decalajul periilor și de raportul de transformare. De asemenea, corespunzător relației (12) se constată că frecvența crește o dată cu unghiul α. Pentru $0 < \alpha < 90°$ frecvența crește o dată cu raportul de transformare global k. Porțiunile de curbă pentru aproximativ $\alpha < 45°$ și $\alpha > 160°$ nu au putut fi obținute experimental deoarece mașina se dezamorsează în aceste cazuri.

Rezultatele încercărilor experimentale confirmă concluzia dedusă pe cale teoretică, și anume că la $k = 1$ frecvența curentului de autoexcitare este egală cu jumătate din frecvența curenților unei mașini sincrone avînd același număr de poli și aceeași viteză, indiferent de valoarea unghiului de decalaj; de exemplu, la mașina pe care s-au făcut încercările, cu $p = 2$, la $n = 400$ rot/min, s-a obținut atît teoretic cît și experimental $f' = 6\frac{2}{3}$ Hz.

Din studiul experimental reies următoarele concluzii:

a) Fenomenul de autoexcitare analizat aici poate să apară la decuplarea motorului derivație de la rețea în timpul frînării sale dacă este prevăzut cu compensarea factorului de putere prin decalarea periilor. De asemenea, autoexcitarea este posibilă la deconectarea de la rețea a unui motor compensat destinat să antreneze un mecanism de lucru ce poate, în anumite situații, să mențină mișcarea de rotație a rotorului

motorului. În acest ultim caz, dacă nu este posibilă decalarea colierului la $\alpha = 0$, trebuie să se prevadă un dispozitiv de întrerupere sau de scurtcircuitare a unuia din circuite pentru a preîntîmpina autoexcitarea.

b) Compensarea factorului de putere se obţine pentru unghiuri α mici, la care autoexcitarea va fi posibilă numai la rapoarte de transformare k mici, adică pentru viteze de rotaţie n mult diferite de viteza sincronă a motorului.

c) La viteze suprasincrone corespunzătoare valorilor mici ale raportului de transformare k, chiar şi pentru valori mici ale lui α, fenomenul de autoexcitare poate fi periculos.

d) Autoexcitarea poate să apară la motorul derivaţie compensat atît la viteze suprasincrone cît şi la viteze subsincrone; fenomenul de autoexcitare are însă loc la alte valori ale parametrilor (tensiuni, curenţi, viteze) în fiecare din cele două regimuri. La viteze subsincrone, din cauza variaţiilor mari ale curenţilor de autoexcitare, decuplarea de la reţea a motorului compensat poate duce la deteriorarea lui, ceea ce se întîmplă numai rareori la viteze suprasincrone.

e) Curbele prezentate permit analizarea performanţelor generatorului trifazat, independent, cu colector. Din analiza lor se constată că tensiunile, curenţii şi puterile din circuitele maşinii autoexcitate cresc o dată cu viteza şi admit un maxim la variaţia decalajului periilor. Cu creşterea raportului de transformare al transformatorului creşte viteza la care se obţine autoexcitarea.

f) Fenomenul de autoexcitare al maşinii trifazate derivaţie cu colector poate fi folosit pentru frînarea ei în modul următor: Înainte de decuplarea maşinii de la reţea se decalează colierul de perii în sensul compensării factorului de putere. Astfel ea rămîne autoexcitată după decuplare, iar cuplul de frînare poate fi reglat modificînd poziţia colierului sau raportul de transformare. În acest caz de frînare toată energia se consumă în maşina însăşi, iar încălzirea maşinii limitează posibilităţile de frînare.

g) Principial frînarea este posibilă şi prin decalarea periilor după decuplarea de la reţea. Procedeul acesta nu prezintă însă o siguranţă suficientă, din cauză că în acest caz autoexcitarea este funcţie de magnetismul remanent, care este totdeauna acelaşi.

h) Din cele arătate mai sus şi din comparaţia unor mărimi calculate cu cele obţinute experimental rezultă că aproximaţia făcută în consideraţiile teoretice prin neglijarea curentului de mers la gol în circuitul transformatorului intermediar este neesenţială nu numai atunci cînd se studiază funcţionarea maşinii ci şi pentru calculul diverselor sale elemente. Singura situaţie în care această aproximaţie duce la concluzii net diferite de realitate este cea în care amorsarea ar trebui să aibă loc în curent continuu.

Primită la 20 X 1961

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de măsuri şi maşini electrice,
Laboratorul de maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Richter R., *Maşini electrice,* vol., V, Ed. tehn. Buc., 1961, pp. 411—421, (trad. din l. germană).

2. Bödefeld T., Sequenz H., *Elektrische Maschinen,* Springer Verlag, Wien, 1949, S. 403—404.
3. Kozicek J., ETZ, 1935, *51*, S. 1121.
4. Michael W., *Theorie der Wechselstrommaschinen in vecktorieller Darstellung,* B G. Teubner, Leipzig u. Berlin, 1937, S. 202—204.
5. * * * *Manualul inginerului electrician,* vol. **II**, Ed. tehn., Buc., 1954, pp. 535—537.
6. * * * *Электрические машины специального назначения*, ГЭИ, М.-Л., 1960, стр. 118—151.
7. Corlăţeanu V., Şerban Gh., Vasilciuc M., Bergman I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1960, **VI (X)**, *1—2*, pp. 231—238.

САМОВОЗБУЖДЕНИЕ ТРЕХФАЗНЫХ КОЛЛЕКТОРНЫХ МАШИН С ПИТАНИЕМ СО СТОРОНЫ СТАТОРА И С ЕДИНОЙ ЩЕТОЧНОЙ СИСТЕМОЙ

Машина с параллельным возбуждением отключена от сети

(Резюме)

В настоящей работе исследуется процесс самовозбуждения трехфазной коллекторной параллельной машины с питанием со стороны статора, с промежуточным трансформатором и с единой щеточной системой, при машине отключенной от сети.

Доказывается, что самовозбуждение параллельной машины с единой щеточной системой и с питанием роторной цепи через трансформатор при машины отключеной от сети, не отличается существенно от самовозбуждениям трехфазного последовательного коллекторного генератора снабжающего энергию в сеть.

Выводятся выражения скорости при которой машина работает в самовозбужденном состоянии и частоты самовозбужденных токов трехфазной коллекторной машины с промежуточным трансформатором и сравнивают эти выражения с соответственными выражениями безтрансформаторной машины.

Опытные результаты полно подтверждают выводы полученные теоретическим путем.

Поднимаются экспериментально характеристики изменения рабочих параметров самовозбужденной машины и устанавливаются обстоятельства при которых самовозбуждение представляет опасность для машины в двигательном режиме.

Упоминается возможность применения этого режима для торможения трехфазного параллельного двигателя.

DIE SELBSTERREGUNG DER DREIPHASEN-STÄNDERGESPEISTEN-STROMWENDERMASCHINE, MIT EINFACHEM BÜRSTENSATZ

Die vom Netz getrennte Nebenschlussmaschine

(Zusammenfassung)

In dieser Arbeit wird die Selbsterregung der mit Dreibürstenschaltung und Zwischentransformator, Ständergespeisten-Stromwendermaschine, im von Netz getrennten Nebenschlussregim studiert.

Es wird bewiesen das die Selbsterregung der vom Netz getrennten Nebenschlussmaschine die den Sekundärkreiss durch Transformator geschlossen hat, nicht grundsätzlich verschieden von der Selbsterregung des am Netzliegenden Drehstrom-Reihenschluss Generators ist.

Es werden für die Dreiphasen-Stromwendermaschine mit Zwischentransformator die Ausdrücke der Geschwindigkeit bei der Selbsterregung erscheinen kann, und der Frequenz der selbsterregten Strömen abgeleutet. Diese Ausdrucke werden mit die der Maschine ohne Zwischentransformator vergleicht.

Die theoretisch abgeleuteten Schlüsse sind volkommen durch die erfahrungsmässigen Ergebnisse bestätigt. Erfahrungsmässig sind die Kurven der Veränderung der Betriebsparameter der selbsterregten Maschine dargestellt und Schlüsse über die Fälle wan diese Erscheinung gefährlich für die Maschine im Motorbetrieb werden kann, gezogen.

Es wird die Möglichkeit der Verwändung dieser Erscheinung zur Bremsung des Dehstromnebenschlussmotors angedeutet.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 621.316 722

REZISTENŢE NELINIARE DE JOASĂ TENSIUNE

DE

EMIL HANGANU şi D. BĂRBULESCU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4–6 februarie 1960

Încă din anul 1954 am realizat o serie de rezistenţe neliniare pe bază de carbură de siliciu, folosind materiale indigene [1]. De asemenea am reuşit confecţionarea unor elemente cu caracteristică neliniară care nu necesită tratamente termice [2].

În ultimul timp cercetările au fost îndreptate spre confecţionarea unor rezistenţe neliniare de joasă tensiune concomitent cu obţinerea unei creşteri a coeficientului de neliniaritate a caracteristicii elementelor.

Rezistenţele neliniare pe bază de carbură de siliciu fac parte din categoria semiconductoarelor cu neliniaritate simetrică. Caracteristica volt-amper, la temperatură constantă, poate fi exprimată de relaţia $I = AU^n$, unde n este coeficientul de neliniaritate. Elementele de rezistenţă confecţionate anterior erau caracterizate printr-un coeficient de neliniaritate avînd valoarea medie $n = 2$.

Utilizînd o carbură de siliciu cu impurităţi de fier produsă de întreprinderea „Carbochim"-Cluj, am reuşit să confecţionăm rezistenţe neliniare pentru tensiuni joase, cu un coeficient de neliniaritate superior, atingînd valoarea $n=4$. Această valoare este de acelaşi ordin de mărime cu cele mai bune rezultate obţinute de diferiţi cercetători din străinătate pentru această categorie de rezistenţe [3].

Compoziţia elementelor şi procedeul de lucru sînt asemănătoare celor indicate într-o lucrare anterioară [2].

Elementele se prezintă sub formă de discuri avînd diametrul de 25 mm şi grosimea de 6 mm. Suprafeţele de contact au fost metalizate prin pulverizare termică cu aluminiu.

Una din problemele urmărite a fost stabilizarea caracteristicii volt-amper a elementelor.

Supunînd elementele neformate la o tensiune alternativă crescătoare se obţine o primă caracteristică volt-amper. Dacă se repetă operaţia se obţin noi caracteristici (tabelul 1).

Pentru a se observa fazele succesive prin care trece caracteristica volt-amper a unui element nestabilizat s-au trasat caracteristicile volt-

Tabelul 1

Caracteristicile succesive volt-amper la aplicarea unei tensiuni alternative crescătoare înainte de stabilizarea elementului

Elementul	Caracteristica	U (V)	35	50	75	100	125	150	175
I-1	*1*	I (mA)	0,2	0,58	1,7	6,4	17	—	—
	2		0,2	0,36	1,3	5	13	—	—
	3		0,2	0,32	1,1	4,2	11	—	—
	4		0,2	0,28	0,82	2,4	6,9	—	—

amper succesive pînă la stabilizare. În tabelul 1 se redau patru din primele caracteristici volt-amper ale elementului I-1, înainte de formare.

Stabilizarea s-a făcut în curent alternativ la 220 V, 50 Hz.

Probele au fost puse inițial sub tensiune la 100 V, tensiunea crescînd treptat pînă la 220 V, şi menţinute sub această tensiune pînă la stabilizarea curentului. Trasînd succesiv, după stabilizarea elementului, caracteristica volt-amper, se constată că ea nu se modifică ci rămîne stabilă (conform cu datele din tabelul 2).

Tabelul 2

Caracteristica volt-amper la aplicarea unei tensiuni alternative crescătoare după stabilizarea elementului

Elementul	U (V)	35	50	75	100	125	150	175	200
I-1	I (mA)	—	—	0,2	0,38	0,8	1,7	3,5	6

În fig. 1 se observă prima caracteristică corespunzătoare elementului nestabilizat, şi ultima caracteristică trasată după stabilizarea elementului. Între aceste două caracteristici sînt plasate caracteristicile intermediare care pe figură nu sînt reprezentate.

Tabelul 3

Caracteristica volt-amper la aplicarea unei tensiuni alternative crescătoare după stabilizarea elementului, pentru o temperatură a mediului ambiant $t=55°C$

Elementul	U (V)	75	100	125	150	175	200
I-1	I (mA)	0,2	0,4	0,86	1,8	3,8	6,4

Urmărind variația rezistenței cu temperatura se constată că aceasta este redusă între limitele de variație ale temperaturii mediului ambiant. Tabelul 3 cuprinde datele caracteristicii volt-amper pentru o temperatură a mediului ambiant de 55°C, iar în fig. 2 se observă modificarea caracteristicii volt-amper pentru temperatura de 55°C față de caracte-

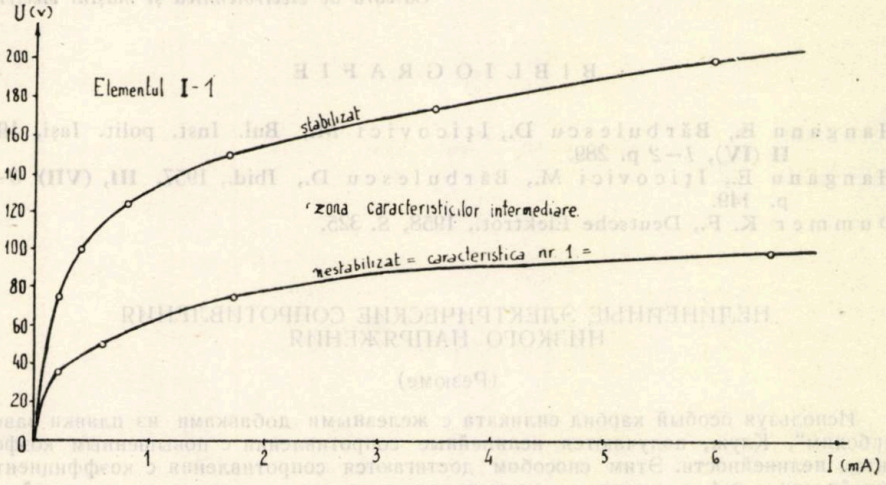


Fig. 1

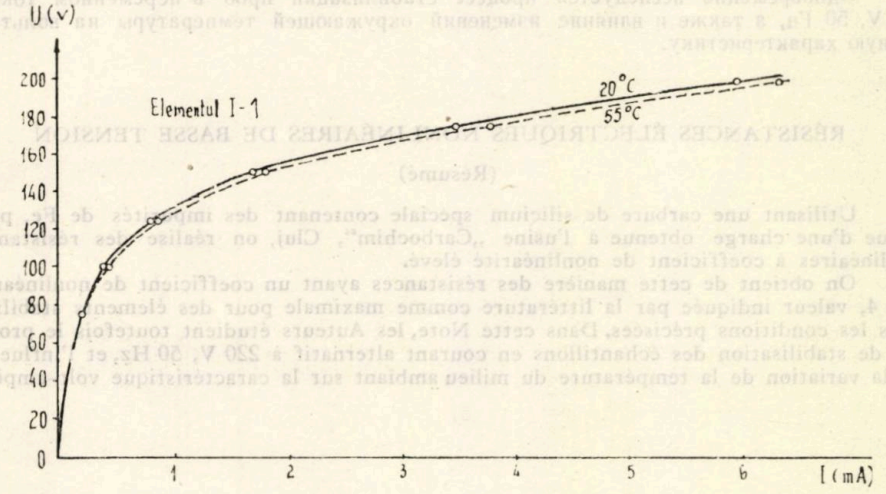


Fig. 2

ristica trasată la 20°C. De asemenea se observă că variația temperaturii între limitele temperaturii mediului ambiant nu atrage modificarea coeficientului de neliniaritate a elementului.

Rezistențele neliniare pe bază de carbură de siliciu, stabilizate in joasă tensiune, confecționate de noi, pot fi utilizate în construcția regu-

latoarelor şi stabilizatoarelor de tensiune precum şi pentru mărirea sensibilităţii unor relee, la variaţia tensiunii.

Ţinem să mulţumim conducerii I.C.E.T., Bucureşti, cît şi tov. ing. S. Donici pentru sprijinul acordat.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Hanganu E., Bărbulescu D., Iţicovici M., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (IV)**, *1–2* p. 289.
2. Hanganu E., Iţicovici M., Bărbulescu D., Ibid., 1957, **III, (VII)** *3–4*, p. 149.
3. Dummer K. F., Deutsche Elektrot., 1958, S. 325.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ НИЗКОГО НАПРЯЖЕНИЯ

(Резюме)

Используя особый карбид силиката с железными добавками из плавки завода „Карбохим", Клуж, получаются нелинейные сопротивления с повышенным коэффициентом нелинейности. Этим способом достигаются сопротивления с коэффициентом нелинейности $n = 4$, а именно максимальная величина указанная литературой для стабилизированных элементов в данных условиях.

Одновременно исследуется процесс стабилизации проб в переменном токе в 220 V, 50 Гц, а также и влияние изменений окружающей температуры на вольтамперную характеристику.

RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES NONLINÉAIRES DE BASSE TENSION

(Résumé)

Utilisant une carbure de silicium spéciale contenant des impurités de Fe, provenue d'une charge obtenue à l'usine „Carbochim", Cluj, on réalise des résistances nonlinéaires à coefficient de nonlinéarité élevé.

On obtient de cette manière des résistances ayant un coefficient de nonlinéarité $n = 4$, valeur indiquée par la littérature comme maximale pour des élements stabilisés dans les conditions précisées. Dans cette Note, les Auteurs étudient toutefois le procesus de stabilisation des échantillons en courant alternatif à 220 V, 50 Hz, et l'influence de la variation de la température du milieu ambiant sur la caractéristique volt-ampère.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 621.315.05.025

К ВОПРОСУ О НАИЛУЧШЕМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧ

В. А. ВЕНИКОВ и И. П. СИУДА

1. Общий рост масштабов передачи электроэнергии вызывает необходимость дальнейшей углубленной разработки вопросов, связанных с экономикой строительства и эксплуатации линий электропередач — вопросов их наилучшего использования. Стоимость передачи энергии снижается за счет экономии в затратах на сооружение передачи и за счет обеспечения оптимальных условий эксплуатации, — приближения к наиболее экономичному распределению потоков мощностей. Достижение экономичного распределения потоков мощностей может потребовать специального оборудования и изменений схемы электропередачи.

Для дальних передач необходимы мощные синхронные компенсаторы, реакторы, трансформаторы с регулировкой под нагрузкой и т. п. Так, что данная задача может решаться и как эксплуатационная и как проектная. Мы рассмотрим вопросы оптимального распределения в электропередачах реактивных мощностей, так как этот вопрос не получил еще теоретического обоснования и в известной мере является спорным.

Величина реактивных мощностей в передачах больших мощностей, в противоположность распределительным сетям с малыми мощностями и короткими расстояниями, определяется однозначно при заданной активной нагрузке, так как вопрос ставится не о разгрузке линий от извне приложенных реактивных мощностей, а о компенсации собственных реактивных мощностей линии. Это в основном обусловлено требованиями устойчивости и явной экономической нецелесообразностью передачи реактивной мощности по линиям 220...500 кв. Протяженные линии 220...500 кв характеризуются большой зарядной мощностью, величина которой может достигать величины передаваемой мощьности и регулирование таких потоков мощностей представляет собой сложную проблему. В опубликованных многочисленных работах по электропередачам различные авторы придерживаются различных точек зрения о распределении и регулировании реактивных мощностей в линиях электропередачи. Если предварительно решен вопрос о размещении компенсирующих устройств (КУ), то распределение реактивных мощностей в линии электропередачи должно отвечать условию передачи заданной активной нагрузки с минимальными потерями. При этом попутный интерес представляет выявление величины активной нагрузки, соответствующей минимальным удельным потерям, т. е. максимальному значению к. п. д. линии.

Сочетание емкости, индуктивности и активных сопротивлений, равномерно распределенных по всей длине линии передачи, создает условия для особого режима работы линии, — режима естественной нагрузки, при котором имеет место естественная самокомпенсация реактивных мощностей в линии. В связи с этим в литературе ([1], [2], [3], [4] и др.) часто упоминается о том, что максимальный к. п. д. достигается при „естественной“ нагрузке.

Наряду с этим во многих работах ([5], [6], [7] и др.) доказывается, что режим наименьших потерь и наибольшего к. п. д. в линиях электропередач, а также пассивном четырехполюснике, существенно отличается от режима „естественной“ мощности. Дело доходит до не вполне корректных случаев. Например в журнале из серии „Энергетика за рубежом“, 1956 г., „Электропередача 380 кв в Швеции“ в двух, следующих одна за другой статьях, приводятся по данному вопросу совершенно противоположные

высказывания: В. Фрай и Р. Келлер — „Так как при работе с натуральной мощностью реактивная мощность ни в одном месте не смещается, — потери в линии передачи будут минимальными"; И. Герлиц — „Величина мощности режима максимального к. п. д. пропорциональна длине линии[1]) и, следовательно, не имеет ничего общего с натуральной мощностью, которая не зависит от длины линии". Кроме того, нельзя не обратить внимание на часто встречаемые в технической литературе противоречивые рекомендации по методам регулирования напряжений линий.

При изменяющейся по свободному графику передаваемой по линии активной мощности минимум потерь может быть обеспечен за счет регулирования реактивных мощностей, что непосредственно будет отражаться на условиях напряжений концов линии. Часть авторов ([1], [9] и др.) считают равенство напряжений подстанций сети во всех случаях признаком правильного, экономичного регулирования линий. В других работах ([1], [9] и др.) утверждается, что равенство напряжений не отвечает минимуму потерь и рекомендуется работать с перепадом, возрастающим с длиной линии. Неясность вопросов регулирования реактивных мощностей линий весьма затрудняет решение технических задач, связанных с повышением эксплуатационных показателей и выбором мощности и размещения К. 4 линий электропередач.

В данной статье делается попытка указать на источники, которые послужили причиной различных толкований вопроса об условиях минимальнх потерь активной мощности в линиях электропередач и одновременно дать правильное представление о принципах наивыгоднейшего распределения реактивных мощностей в дальних электропередачах.

2. Первоначально кратко опишем историю данного вопроса и сделаем наши замечания общего характера.

В начале 1931 г. Союз берлинских электротехников совместно с Институтом для внешних сношений Берлинского высшего технического училища организовал ряд докладов по проблеме передачи больших мощностей на большие расстояния и выпустил сборник этих докладов. В 1934 г. вышел русский перевод сборника под редакцией проф. Р. Рюденберга. В своем докладе Р. Рюденберг дал обзор главных проблем по передаче переменным током и наметил основное направление их решения.

Вопросы компенсирования реактивных мощностей заняли в докладе Р. Рюденберга центральное место, но рассматривал он их исключительно с точки зрения регулирования напряжения, считая, что по соображениям эксплуатации в электропередачах и системах с множеством подстанций совершенно необходимо поддерживать режим с постоянными и равными напряжениями на всех подстанциях [1].

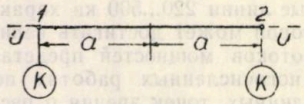


Рис. 1. — Участок линии с КУ.

Основное уравнение для расчета и регулирования реактивной мощности на концах участков линии (рис. 1) дано Рюденбергом в виде:

$$UI_k = \omega CaU^2 - \{1 + [r/(\omega L)]^2\}\,\omega LaI^2 - [r/(\omega L)]\,UI_a. \qquad (1)$$

Уравнение (1) отвечает условию равенства и неизменности напряжений на концах участка линии и может быть непосредственно получено из общеизвестного уравнения связи напряжений концов линии

$$U_1^2 = [U_2 + (PR - QX)]^2 / U_2 + [(PX + QR)/U_2]^2,$$

где: $Q = \omega CaU_2^2 - U_2 I_k$ реактивная, емкостная мощность конца участка, $R = rl$, $X = \omega Ll$ — активное и реактивное сопротивление всего участка линии.

В случае линии без потерь уравнение (1) принимает простой вид:

---

[1]) И. Герлиц без вывода приводит соотношение $BU^2 = \sqrt{12}\,P$, (где B — емкостная проводимость линии), которое по его мнению представляет собой условие максимального к. п. д.

(2) $$UI_k = \omega CaU^2 - \omega LaI^2.$$

При передаче естественной мощности происходит естественное компенсирование реактивных мощностей индуктивности L и емкости C, и $UI_k = 0$, отношение U/I $\sqrt{L/C}$, т. е. равно волновому сопротивлению.

Активная мощность, передаваемая по линии:

(3) $$P_e = I^2\sqrt{L/C} = U^2/\sqrt{L/C}.$$

При мощностях больших и меньших естественной $UI_k \neq 0$ и необходимо включение КУ.

Если перенести UI_k в правую часть равенства (2) и рассматривать сопротивления и проводимости линии совместно с сопротивлениями (проводимостями) КУ, то вместо (2) можно написать уравнение аналогичное (3)

(4) $$P = U^2/\sqrt{L'/C'},$$

где: $L' = L - 1/(\omega^2 C_k)$, $C' = C - 1/(\omega^2 L_k)$ — эквивалентные индуктивность и емкость на единицу длины, C_k — последовательно включенная емкость КУ на единицу длины, L_k — параллельно включенная индуктивность, приходящаяся на единицу длины.

Надо заметить, что соблюдение условия (4) не означает, что во всем диапазоне изменения величины передаваемой мощности P режим линии с КУ будет эквивалентным режиму естественной мощности. Убедиться в этом можно из рассмотрения графиков распределения реактивных мощностей и напряжений вдоль линии в зависимости от активной нагрузки, представленных в сборнике [1, стр. 84].

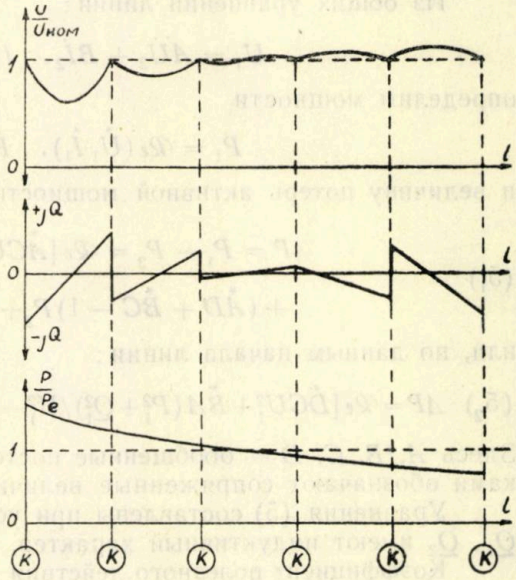


Рис. 2. — Распределение реактивных мощностей и напряжений в компенсированной линии.

Из рис. 2 видно, что реактивные мощности и напряжения претерпевают резкие изменения вдоль линии. Это не свойственно режиму естественной мощности и поэтому можно сделать заключение, что Р. Рюденберг и его сотрудники [1, стр. 48] необъективно отождествляли физическую сущность режимов, отвечающих уравнениям (3) и (4).

Наметив основные типы компенсационных схем по условиям регулирования напряжения подстанций дальних электропередач, Р. Рюденберг пытался дать оценку энергетических характеристик (потерь, к. п. д.) режимов, компенсированных по уравнению (4) линий. На основании чисто логических рассуждений о „полезности" прямых и вредности обратных электромагнитных волн в линии, он решил [1, стр. 37], что режим „естественной" мощности отвечает условиям минимума удельных потерь и с некоторыми несущественными оговорками [1, стр. 46] приписал это свойство режимам линий, компенсирование которых производится сосредоточенно — по уравнениям (4) и (1).

Так, как утверждение Р. Рюденберга о достижении минимума удельных потерь в режиме „естественной" мощности им не было доказано, то появление строгого доказательства этого положения, если бы оно было справедливым, представляло бы большой интерес.

Однако, до настоящего времени, в связи с популярностью Р. Рюденберга, многие авторы приводят в своих работах ([2], [3], [4] и т.д.) недоказанное им положение

о том, что минимальные удельные потери имеют место при „естественной" мощности нагрузки.

Для того, чтобы убедиться в неправильности этого положения, необходимо провести специальное рассмотрение вопроса о к. п. д. дальних электропередач. Таких исследований насчитывается немного. К ним можно отнести [5], [6], [7], [8]. Однако данные этих работ недостаточны для решения вопроса об условиях передачи с минимальными удельными потерями, что выражается в неучете потерь в КУ ([5], [6], [7]), а также в предположении независимости уровня напряжения линии (четырехполюсника) от величины нагрузки.

3. На первом этапе исследования режима минимальных потерь следует принять те же условия, что и у Р. Рюденберга, т. е. не учитывать потерь КУ, на корону и считать уровень напряжения линии заданным и неизмененным.

Из общих уравнений линии:

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2, \quad \dot{I}_1 = C\dot{U}_2 + D\dot{I}_2,$$

определим мощности

$$P_1 = \mathcal{R}e(\overset{*}{\dot{U}}_1 \dot{I}_1), \quad P_2 = \mathcal{R}e(\overset{*}{\dot{U}}_2 \dot{I}_2)$$

и величину потерь активной мощности:

$$(5_1) \qquad \begin{aligned} \Delta P = P_1 - P_2 = \mathcal{R}e[&\overset{*}{A}CU_2^2 + \overset{*}{B}D(P_2^2 + Q_2^2)/U_2^2 + \\ &+ (\overset{*}{A}D + \overset{*}{B}C - 1)P_2 + \mathrm{j}(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)Q_2] \end{aligned}$$

или, по данным начала линии:

$$(5_2) \quad \Delta P = \mathcal{R}e[\overset{*}{D}CU_1^2 + \overset{*}{B}A(P_1^2 + Q_1^2)/U_1^2 - (\overset{*}{D}A + \overset{*}{B}C - 1)P_1 - \mathrm{j}(\overset{*}{B}C - \overset{*}{D}A)Q_1].$$

Здесь A, B, C, D — обобщенные постоянные линии; буквы со звездочками обозначают сопряженные величины.

Уравнения (5) составлены при условии, что реактивные мощности Q_1, Q_2 имеют индуктивный характер.

Коэффициент полезного действия линии можно вычислить по данным конца или начала линии

$$(6) \quad \eta = P_2/(P_2 + \Delta P) = 1/(1 + \Delta P/P_2), \quad \eta = (P_1 - \Delta P)/P_1 = 1 - \Delta P/P_1.$$

Как видно из выражений (6) к. п. д. приобретает максимальное значение при минимальной величине удельных потерь.

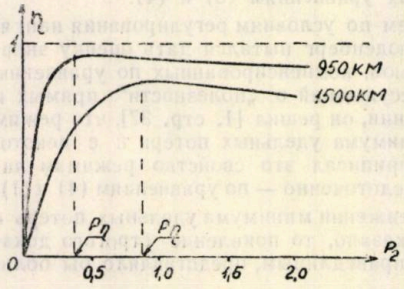


Рис. 3. — Зависимость к. п. д. линии от нагрузки.

К. п. д. линии, при заданных ее параметрах и длине, является функцией напряжения U, активной (P) и реактивной (Q) мощностей. В общем случае зависимость к. п. д. линий от нагрузки при неизменных и равных напряжениях на концах линии имеет вид, представленный на рис. 3.

При данном напряжении того или иного конца линии, активные и реак-

тивные мощности на этом конце независимы и поэтому можно установить самостоятельные условия минимума потерь от передачи активной и реактивной мощностей.

Дифференцируя выражения (5) по P и Q и приравнивая производные нулю, находим условия минимума потерь.

Ведя расчет по данным приемного конца линии, можем написать

$$\partial(\Delta P)/\partial P_2 = \mathcal{R}e(2\overset{*}{B}DP_2/U_2^2 + \overset{*}{A}D - \overset{*}{B}C - 1) = 0$$

откуда

$$P_{2m0} = -U_2^2\,[\mathcal{R}e(\overset{*}{A}D + \overset{*}{B}C - 1)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)], \tag{7}$$

а также

$$\partial(\Delta P)/\partial Q_2 = \mathcal{R}e[2\overset{*}{B}DQ_2/U_2^2 + \mathrm{j}(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)] = 0$$

и

$$Q_{2m} = U_2^2[\mathcal{I}m(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)] = K_{2Q}U_2^2. \tag{8}$$

Для начала линии выражения мощностей, отвечающих условию минимума потерь имеют вид

$$P_{1m0} = U_1^2[\mathcal{R}e(\overset{*}{D}A + \overset{*}{B}C - 1)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{B}A)], \tag{9}$$

$$Q_{1m} = U_1^2[\mathcal{I}m(\overset{*}{B}C - \overset{*}{D}A)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)] = K_{1Q}U_1^2. \tag{10}$$

При минимуме потерь ΔP линия не используется для передачи активной мощности и работает в зарядном режиме.

Реактивная мощность Q_m отвечает требованиям минимальных потерь ΔP при всех значениях активной нагрузки линии. Зависимость отдельных составляющих потерь при данной, произвольной активной нагрузке, от реактивной мощности показана на рис. 4.

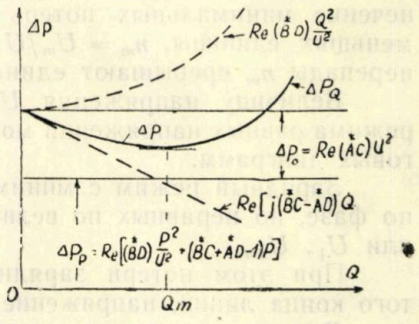


Рис. 4. — Зависимость составляющих ΔP от Q.

Из рис. 4 видно, что минимум полных потерь на нагрев в линии соответствует точке с $Q = Q_m$, независимо от величины ΔP_p — потерь на передачу активной мощности и ΔP_0 — потерь от напряжения.

Наглядное представление о связи параметров режима минимальных потерь ΔP дает круговая диаграмма напряжений-мощностей линии (рис. 5).

Диаграмма рис. 5 может быть получена из обычной круговой диаграммы мощностей, путем деления всех отрезков диаграммы на величину U_2/B, или для начала линии на U_1/B.

Для выделения области режима минимальных потерь ΔP на диаграмму наносится параллельно оси P_2 прямая линия, пересекающая ось реактивных мощностей при $Q_2 = Q_{2m}$.

Прямая линия $O_p m_2$ является геометрическим местом конца вектора U_1, в режиме минимальных потерь ΔP и может быть названа „линией минимальных потерь".

Аналогичную диаграмму можно построить для начала линии. Линия $O_p m_1$ будет проходить также параллельно оси P, но в квадрантах

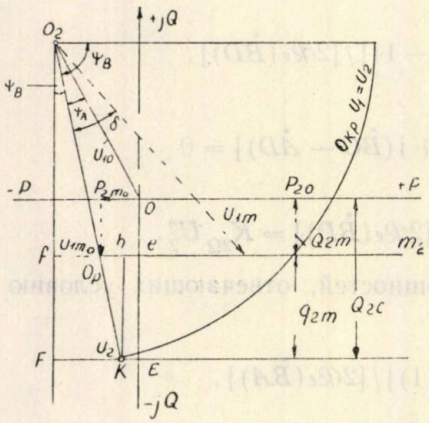


Рис. 5. — Круговая диаграмма напряжений мощностей конца линии.

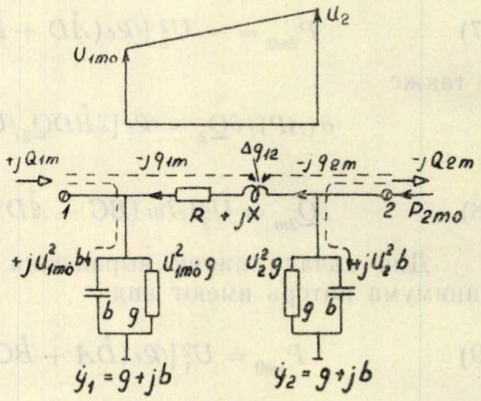


Рис. 6. — Распределение токов мощностей в зарядном режиме.

$C + jQ$. Надо заметить, что круговую диаграмму с линией минимальных потерь можно построить и использовать только для одного конца линии, напряжение которого зафиксировано, так как с изменением нагрузки напряжения противоположного конца линии изменяется.

Из рис. 5 следует, что при малых нагрузках вплоть до $P_{20}(P_{10})$ обеспечение минимальных потерь требует наличия перепадов напряжений меньших единицы, $n_m = U_m/U \leqslant 1$, а при нагрузках больших $P_{20}(P_{10})$ перепады n_m превышают единицу.

Величину напряжения U_m а также величины нагрузок $P_{20}(P_{10})$ режима равных напряжений можно определить непосредственно из круговых диаграмм.

Зарядный режим с минимальными потерями требует совпадающих по фазе, но неравных по величине напряжений концов линии (U_2, U_{1m0} или U_1, U_{2m0}).

При этом потери зарядного режима покрываются полностью с того конца линии, напряжение которого зафиксировано.

Для придания некоторого физического смысла режимам минимальных потерь, и в том числе зарядному режиму, перейдем к П-образной схеме замещения линии (рис. 6) постоянными:

$$Z = R + jX \text{ и } Y_1 = Y_2 = Y = g + jb.$$

Выразив обобщенные постоянные A, B, C, D через сопротивления и проводимости схемы замещения, перепишем выражения (7), (8)

нагрузок зарядного режима с минимальными потерями в виде:

$$P_{2m0} = -U_2^2[g + gg_{12}/(g + g_{12})], \tag{11}$$

где $g_{12} = R/z^2$ — активная проводимость взаимного импеданса,

$$Q_{2m} = U_2^2[b - gb_{12}/(g + g_{12})], \tag{12}$$

где $b_{12} = X/z^2$ — реактивная проводимость взаимного импеданса.

Поток P_{2m0} идет на покрытие потерь в проводимостях начала и конца схемы замещения линии и в сопротивлении R взаимного импеданса и его можно представить в виде:

$$P_{2m0} = -[U_{1m0}^2 g + U_2^2 g + (U_{1m0} - U_2)^2 g_{12}],$$

где

$$U_{1m0} = U_2 - g_{2m} z/(U_2 \cos\psi'_B) = U_2 g_{12}/(g + g_{12}).$$

Потоки реактивных мощностей начала и конца линии, Q_{1m} и Q_{2m}, в схеме замещения разделяются на составные части: Q_{cm} и q_m; $Q_{cm} = U^2 b$ — мощность потребляемая емкостной проводимостью конца схемы замещения, $q_m = U^2 gb_{12}/(g + g_{12})$ — мощность идущая на покрытие потерь реактивной мощности во взаимном импедансе.

Потери реактивной мощности во взаимном импедансе составляют:

$$\Delta q_{12} = (P_{2m0}^2 + q_{2m}^2)/U_2^2 = U_2^2[g/(g + g_{12})]^2 b_{12} = (U_{1m0} - U_2)^2 b_{12}.$$

Эти потери покрываются за счет потоков q_{1m} и q_{2m}, поступающих с двух концов линии.

Таким образом в зарядном режиме с минимальными потерями мощности, потребляемые емкостными проводимостями и индуктивные потери во взаимном импедансе покрываются с двух концов линии при перепаде напряжений $n_{m0} = U_{1m0}/U_2 = g_{12}/(g + g_{12})$. В практических случаях перепад n_{m0} доходит до 10% и оказывает большое влияние на величину зарядных потерь P_{2m0}.

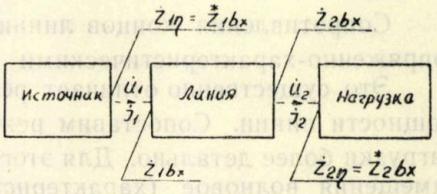


Рис. 7. — Характер сопротивление элементов электропередачи в режиме $\eta_{макс}$.

Далее выясним характер распределения потоков мощностей и определим перепад напряжений в режиме максимального к.п.д. ($\eta_{макс}$). Для отыскания нагрузки P_2 при которой к. п. д. достигает максмиального значения, следует исследовать на минимум выражения удельных потерь $\Delta P/P_2$ или $\Delta P/P_1$. При этом надо иметь в виду, что линия работает с оптимальной реактивной мощностью на обоих концах линии, т. е. режим максимального к. п. д. представляется одной из точек, лежащих на линии минимальных потерь (рис. 5).

По данным конца линии, имеем:

$$\Delta P/P_2 = \mathcal{R}e[\overset{*}{A}C(U_2^2/P_2^2) + \mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)(P_2/U_2^2) + (\overset{*}{A}D + \overset{*}{B}C - 1) + j(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)(Q_{2m}/P_2)].$$

Беря первую производную $\Delta P/P_2$ по P_2 и приравнивая нулю:

$$\mathrm{d}(\Delta P/P_2)/\mathrm{d}P_2 = \mathcal{R}e\left[-\overset{*}{A}C\,(U_2^2/P_2^2) + \overset{*}{B}D/U_2^2 - \mathrm{j}\,(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)\,(Q_{2m}/P_2^2)\right] = 0,$$

получим

$$(13_1)\qquad P_{2\eta} = U_2^2\sqrt{[\mathcal{R}e(\overset{*}{A}C)]/[\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)] - \{[\mathcal{I}m(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)]\}^2} = U_2^2 K_{2P},$$

а по данным начала

$$(13_2)\qquad P_{1\eta} = U_1^2\sqrt{[\mathcal{R}e(\overset{*}{D}C)]/[\mathcal{R}e(\overset{*}{B}A)] - \{[\mathcal{I}m(\overset{*}{B}C - \overset{*}{D}A)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{B}A)]\}^2} = U_1^2 K_{1P}.$$

В линиях электропередачи $A = D$ и нагрузка P_η при данном напряжении U имеет одно и тоже значение для начала и конца линии. Полная нагрузка режима $\eta_{\text{макс}}$ составляет:

$$(14)\qquad S_\eta = U^2\sqrt{[\mathcal{R}e(\overset{*}{A}C)]/[\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)]}.$$

Выражение (14) можно получить из условия равенства потерь холостого хода и короткого замыкания линии [6].

Сопротивления нагрузок концов линии в режиме $\eta_{\text{макс}}$ составляют:

$$(15)\qquad \begin{cases} z_\eta = \sqrt{[\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)]/[\mathcal{R}e(\overset{*}{A}C)]}, \\ X_\eta = b_\eta z_\eta^2 = [\mathcal{I}m(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{A}C)], \\ R_\eta = g_\eta z_\eta^2 = \sqrt{[\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)]/[\mathcal{R}e(\overset{*}{A}C)] - \{[\mathcal{I}m(\overset{*}{B}C - \overset{*}{A}D)]/[2\mathcal{R}e(\overset{*}{A}C)]\}^2}. \end{cases}$$

Сопротивления концов линии для условий $\eta_{\text{макс}}$ (15) совпадают с сопряженно-характеристическими сопротивлениями [2]) электропередачи. Это существенно отличает режим $\eta_{\text{макс}}$ от режима „естественной" мощности линии. Сопоставим режим $\eta_{\text{макс}}$ с режимом „естественной" нагрузки более детально. Для этого выразим через постоянные П-схемы замещения волновое (характеристическое) сопротивление линии Z_λ и сопряженно-характеристические сопротивления на концах линии в режиме $\eta_{\text{макс}}$

$$(16)\qquad Z_\lambda = R_\lambda - \mathrm{j}X_\lambda = \sqrt{B/C} = 1/\sqrt{g^2 - b^2 + 2(gg_{12} + bb_{12}) + \mathrm{j}\,2(gb + bg_{12} - gb_{12})}.$$

Сопротивление нагрузок концов линии в режиме

---

[2]) См. статью К. М. Поливанова [6].

$$(17)\quad \begin{cases} R_\eta = \sqrt{1-[b-Xg/(z^2g+R)]^2/[g^2+b^2+2g(1+Rg-Xb)/(z^2g+R)]}, \\ X_\eta = [(z^2g+R)b - Xg]/[(z^2g+R)(g^2+b^2) + 2g(1+Rg-Xb)]. \end{cases}$$

Особый интерес представляет электропередача, сопротивления и проводимости которой удовлетворяют условию $X_\eta = 0$, (случай „Н)". Это соответствует передаче энергии с максимальнм к. п. д. и $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = 1$. Параметры схемы замещения при этом должны удовлетворять условию:

$$(18)\quad (z^2g+R)b - Xg = 0, \text{ или } b = Xg/(z^2g+R) = gb_{12}/(g+g_{12});$$

подставляя (18) в формулы (16) и (17), получим

$$(19)\quad \left.\begin{matrix} Z_{\lambda H} = R_{\lambda H} \\ Z_{\eta H} = R_{\eta H} \end{matrix}\right| = 1/\sqrt{g^2 + 2g(1+Rg)/(z^2g+R) - [gb_{12}/(g+g_{12})]^2},$$

т.е. волновое сопротивление линии и оно же характеристическое сопротивление четырехполюсника, замещающего линию, в этом случае равно сопротивлению нагрузки в режиме $\eta_{макс}$, $Z_{\lambda H} = Z_{\eta H}$. Оба сопротивления имеют только активную составляющую.

Режим натуральной нагрузки в случае „Н" является режимом максимального к. п. д.

Выполнение условия (18), приводящее к совпадению характеристик режимов $\eta_{макс}$ и натуральной нагрузки, имеет место в так называемых „неискажающих" линиях.

Как известно, волновое сопротивление „неискажающей" линии имеет чисто активный характер $Z_{\lambda H} = \sqrt{L/C}$, что отвечает условию:

$$(20)\quad rC = gL,$$

для действительных постоянных линии и условию (18) для П-образной схемы замещения линии. Передача энергии происходит без отраженных волн, при полной самокомпенсации потерь реактивной мощности в самой линии, т. е. при $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = 1$. Мощность нагрузки режимов $\eta_{макс}$ и натурального „неискажающей" линии составляет:

$$(21)\quad P_{\eta H} = P_{eH} = U^2\sqrt{g^2 + 2g(1+Rg)/(z^2g+R) - [(gb_{12}/(g+g_{12})]^2}.$$

В естественных линиях электропередачи наблюдается условие (18), (20) и естественная натуральная нагрузка $S_e = P_e + jQ_e = U^2/Z_\lambda$ не соответствует максимальному к. п. д.

Обеспечение условия (18), и следовательно работы линии с $\eta_{макс}$ в реальных линиях, может быть достигнуто за счет искусственного компенсирования, — присоединения к концам линии (участка) КУ, имеющих индуктивную проводимость:

$$b_\eta = b_m = -[b - gb_{12}/(g+g_{12})].$$

Схема замещения линии с КУ представлена на рис. 8.

Результирующие реактивные проводимости на концах схемы замещения эквивалентной „неискажающей" линии составляют:

$$b_1 = b_2 = b - [b - gb_{12}/(g + g_{12})] = gb_{12}/(g + g_{12})$$

и отвечают условию (18).

Мощность активной нагрузки режима $\eta_{макс}$ эквивалентной „неискажающей" линии определяется уравнением (13) которое при выражении обобщенных постоянных через параметры П-схемы замещения линии (без КУ) совпадает с уравнением (21). Таким образом $P_\eta = P_{\eta н} = P_{eн}$, т. е. активные мощности нагрузок режимов $\eta_{макс}$ в естественной (компенсированной) и „неискажающей" линиях равны друг другу и равны мощности натуральной нагрузки „неискажающей" линии.

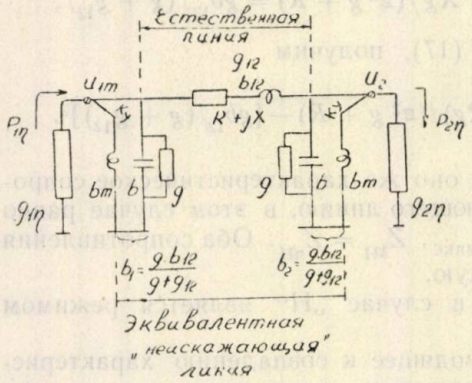


Рис. 8. — Схема замещения эквивалентной „неискажающей" линии.

Следовательно, сопряженно-характеристические сопротивления, присоединяемые к концам естественной линии передачи, придают ей свойства линии, работающей без отраженных волн.

Надо заметить, что установление режима $\eta_{макс}$ требует существенного уменьшения емкости линии, а это влечет за собой уменьшение величины $P_{eн}$.

С увеличением длины линии постоянные П-схемы замещения изменяются таким образом, что величина $P_{eн} = P_{\eta н} = P_\eta$ возрастает и может даже превосходить естественную натуральную нагрузку.

Для одноцепной линии 400 кв с проводами 3×АСО—480 зависимость мощностей (проводимостей) режима $\eta_{макс}$ показана на рис. 9.

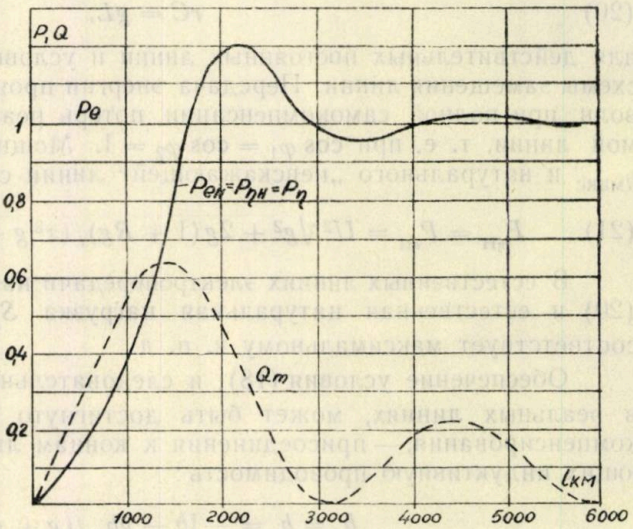


Рис. 9. — Влияние длины линии на параметры режима $\eta_{макс}$.

Если участь, что длина участков линии между смежными КУ по соображениям устой-

чивости и ограничения перенапряжений не должна превосходить 300... 400 км, то можно сказать, что удовлетворение требований наименьших удельных потерь осуществимо при нагрузках значительно меньших „естественной“ мощности линии. Таким образом, утверждение Р. Рюденберга и других авторов о достижении минимума удельных потерь в режиме „естественной“ мощности не отвечает действительности.

4. Анализ параметров режима минимальных потерь, приведенный выше, дан без учета потерь в КУ и на корону и без учета возможности регулирования общего уровня напряжения линии. Электропередачи большой протяженности даже при значительных нагрузках, близких к номинальной, требуют включения на подстанциях в качестве КУ-реакторов, потребляющих реактивную мощность, генерируемую линией.

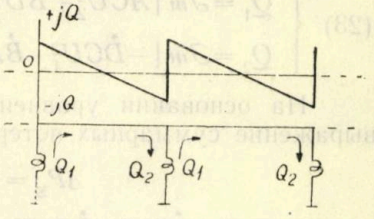


Рис. 10. — Распределение реактивных мощностей в линии с КУ.

В режимах, когда в качестве КУ используются реакторы, распределение реактивных мощностей в электропередаче схематично может быть представлено графиком (рис. 10).

Сами КУ (реакторы) обладают заметными потерями и суммарные потери активной мощности в электропередаче с учетом потерь в КУ и на корону составят:

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P + \Delta P_{\text{КУ}} + \Delta P_{\text{кор}}.$$

Потери в КУ на участке с реакторами по концам можно представить в виде:

$$\Delta P_{\text{КУ}} = \varphi |Q_1| + \varphi |Q_2| = \varphi \Delta q. \tag{22}$$

Коэффициент потерь φ равен тангенсу импеданского угла реактора $\varphi = \operatorname{tg} \psi_k \leqslant 0{,}015$ [3]).

Величина потерь реактивной мощности в линии составляет $\Delta q = |Q_1 - Q_2|$.

В отличие от активных потерь, которые всегда положительны, реактивные потери, в зависимости от величины нагрузки, могут быть, как положительными, так и отрицательными. Уменьшение потерь реактивной мощности Δq а следовательно и $\Delta P_{\text{КУ}}$ будет происходить при повышении до некоторой определенной величины активной нагрузки $P_{1,2}$ снижении реактивной $Q_{1,2}$ и основано на самокомпенсации избыточной емкостной мощности линии.

При нагрузках близких к „естественной“ потери Δq и $\Delta P_{\text{КУ}}$ приближаются к нулю. Определение условий, при которых Δq и $\Delta P_{\text{КУ}}$ приобретают экстремальные значения, в данном случае не имеет самостоятельного значения, т. к. при работе линии с реактивной нагрузкот $Q_{1,2} \neq Q_{(1,2)m}$ будет происходить возрастание потерь активной мощносйи в самой линии, которые также как и $\Delta P_{\text{КУ}}$ входят в состав суммарных потерь.

[3]) По заводским данным.

Поэтому следует перейти к рассмотрению условий минимума суммарных потерь в линии КУ.

Мощности Q_1, Q_2 необходимые для определения Δq, находятся из основных уравнений линии

$$Q_1 = \mathcal{J}m\,(\dot{U}_1 \dot{I}_1), \quad Q_2 = \mathcal{J}m\,(\dot{U}_2 \dot{I}_2),$$

или

$$(23)\quad \begin{cases} Q_1 = \mathcal{J}m\,[\dot{A}CU_2^2 + \dot{B}D\,(P_2^2+Q_2^2)/U_2^2 + (\dot{A}D+\dot{B}C)\,P_2 + j\,(\dot{B}C-\dot{A}D)\,Q_2], \\ Q_2 = \mathcal{J}m\,[-\dot{D}CU_1^2 - \dot{B}A\,(P_1^2+Q_1^2)/U_1^2 + (\dot{D}A+\dot{B}C)\,P_1 + j(\dot{B}C-\dot{D}A)\,Q_1]. \end{cases}$$

На основании уравнений (5), (22) и (23) напишем развернутое выражение суммарных потерь:

$$\Delta P_\Sigma = \Delta P + \Delta P_{КУ} + \Delta P_{кор} =$$

$$= \mathcal{R}e\,[\dot{A}CU_2^2 + \dot{B}D(P_2^2+Q_2^2)/U_2^2 + (\dot{A}D+\dot{B}C-1)P_2 + j(\dot{B}C-\dot{A}D)Q_2] +$$

$$+ \mathcal{J}m\,[\dot{A}CU_2^2 + \dot{B}D(P_2^2+Q_2^2)/U_2^2 + (\dot{A}D+\dot{B}C-1)P_2 + j(\dot{B}C-\dot{A}D)Q_2]\,\mathrm{tg}\,\psi_k +$$

$$+ Q_2\,\mathrm{tg}\,\psi_k + \Delta P_{кор}.$$

Будем пока что считать напряжение одного из концов линии постоянным и достигающим предельного уровня. Поэтому в уравнении потерь ΔP_Σ вместо полных потерь на корону $\Delta P_{кор}$ можно учесть лишь часть потерь на корону $\Delta P'_{кор}$ зависящую от распределения напряжения вдоль линии и величины перепада.

Только эта часть потерь на корону будет влиять на расчет условий минимума ΔP_Σ однако математическое выражение $\Delta P'_{кор}$ зависящих от перепада напряжений составить невозможно, а сами потери $\Delta P'_{кор}$ при сравнительно малых перепадах, не велики. Поэтому включение в расчет режима минимальных потерь электропередачи $\Delta P'_{кор}$ нецелесообразно.

Дифференцируя ΔP_Σ по Q_2 и приравнивая первую производную нулю, находим Q_{2m_Σ} при условии минимума потерь

$$(25)\quad Q_{2m} = U_2^2\{\mathcal{J}m\,(\dot{B}C-\dot{A}D) - [1-\mathcal{R}e(\dot{B}C-\dot{A}D)]\,\mathrm{tg}\,\psi_k\}/\{2\,[\mathcal{R}e(\dot{B}D)+\mathcal{J}m(\dot{B}D)\,\mathrm{tg}\,\psi_k\} = U_2^2 K_{Q_\Sigma}.$$

Сравнивая формулу (25) с (8) видим, что при учете потерь в КУ величина Q_{2m} уменьшается. Аналогичное положение будет и с Q_{1m}. Линия минимальных потерь $O_p\,m$ на диаграмме рис. 5 перемещается к оси отсчета активной нагрузки (ось P). Величины P_{20} и P_{10} возрастают. При больших удельных потерях в КУ ($\mathrm{tg}\,\psi_k \gg 0$) линия $O_p\,m$ в пределе может занять положение, которое отвечает $\Delta q_{мин}$ т. е. „естественной“ нагрузке линии. Так что реактивная мощность Q_{2m_Σ} ограничена пределами:

$$Q_{2m} < Q_{2m_\Sigma} < Q_e,$$

где $Q_e = \mathrm{j}\,\mathcal{I}m\,(U_2^2/Z_\lambda)$ — реактивная (емкостная) составляющая „естественной" мощности линии.

Режим максимального к. п. д. при учете потерь в КУ представляется также одной из точек, лежащих на линии минимальных потерь.

Нагрузка P_{η_Σ} при которой к.п.д. электропередачи с КУ достигает максимума, может быть найдена из условия минимума удельных суммарных потерь $\mathrm{d}(\Delta P_\Sigma/P)/\mathrm{d}P=0$. Отсюда, при условии, что $Q_2=Q_{2m_\Sigma}=U_2^2 K_{Q_\Sigma}$, получим

$$P_{\eta_\Sigma}=U^2\sqrt{[\mathcal{R}e(\overset{*}{A}C)+\mathcal{I}m(\overset{*}{A}C)\operatorname{tg}\psi_k]/[\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)+\mathcal{I}m(\overset{*}{B}D)\operatorname{tg}\psi_k]-K_{Q_\Sigma}^2}= U^2 K_{P_\Sigma}. \tag{26}$$

В связи с симметрией формула (26) может применяться для расчета P_{η_Σ} начала и конца линии.

Наглядное представление о связи параметров режима $\eta_{\text{макс}}$ дают круговые диаграммы начала и конца линии (участка) с КУ (рис. 11).

Нагрузка $P_\eta(P_{\eta_\Sigma})$ находится между P_{20} и P_{10}, деля этот отрезок в определенной пропорции.

Следует заметить, что при всех возможных значениях Q_m и вектор U_{2m} находится внутри окружности $U_1 = U_2$ диаграммы начала линии, а вектор U_{1m} выходить за пределы окружности $U_1 = U_2$ диаграммы конца линии. Осуществление режима максимального к. п. д. каждого компенсированного участка магистральной линии требует наличия перепада напряжений

$$n_\eta = U_1/U_{2m} = U_{1m}/U_2 > 1. \tag{27}$$

Напряжения концов участка линии с КУ в обоих комбинациях напряжений (см. рис. 11 и формулу (27)) связаны с активной нагрузкой P_η уравнениями (13), (26).

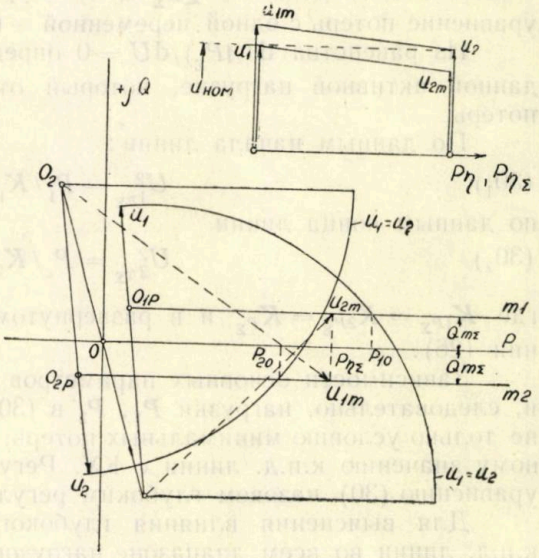


Рис. 11. — Диаграмма участка линии с КУ в режиме максимального к. п. д.

Перепады напряжений обусловлены потерями, а потери активной мощности в режимах максимального к. п. д. также точно связаны с перепадами, как и P_η с напряжениями. Поэтому перепад напряжений в режиме максимального к. п. д. удовлетворяет условно:

$$U_1/U_{2m} = U_{1m}/U_2 = 1/\sqrt{\eta_{\text{макс}}}. \tag{28}$$

При данных $U_1(U_2)$ величины напряжений противоположных концов линии (участка) можно определить непосредственно из диаграммы.

По данным начала линии имеем:

$$(U_1 U_{2m}/B)^2 = \{P_{1\eta} - U_1^2[\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)]/B^2\}^2 + \{Q_{1m} + U_1^2[\mathcal{I}m(\overset{*}{B}D)]/B^2\}^2.$$

Отсюда получим

$$(29)\quad Q_{2m} = \sqrt{(P_{1\eta}^2+Q_{1m}^2)(B^2/U_1^2)+2[Q_{1m}\mathcal{I}m(\overset{*}{B}D)-P_{1\eta}\mathcal{R}e(\overset{*}{B}D)]+D^2U_1^2}.$$

Аналогичное выражение можно получить для U_{1m}.

Учет потерь в КУ не изменяет характера зависимостей (27), (28) и (29) и индекс Σ у параметров режима и к.п.д. может быть опущен.

5. Полученные выше условия минимальных потерь не характеризуют еще всех возможностей уменьшения потерь, т. к. напряжение одного из концов линии передачи принималось неизмененным. Наличие в линиях электропередач больших параллельных проводимостей обуславливает целесообразность регулирования общего уровня напряжения линии в соответствии с нагрузкой.

При нагрузках меньших $P_{10}(P_{20})$ линия может работать с оптимальной реактивной мощьностью Q_{m_Σ} и пониженным уровнем напряжения. Подставляя выражение Q_{m_Σ} (25) в уравнение потерь (24), получим уравнение потерь с одной переменной — напряжением конца линии.

Из равенства $\mathrm{d}(\Delta P_\Sigma)/\mathrm{d}U = 0$ определим уровень напряжения, при данной активной нагрузке, который отвечает условиям минимальных потерь.

По данным начала линии:

$$(30_1)\qquad U_{1\eta_\Sigma}^2 = P_1/K_{1P_\Sigma};$$

по данным конца линии

$$(30_2)\qquad U_{2\eta_\Sigma}^2 = P_2/K_{2P_\Sigma};$$

где $K_{1P_\Sigma} = K_{2P_\Sigma} = K_{P_\Sigma}$ и в развернутом виде представлено в уравнении (26).

Зависимости основных параметров режима (30) и (26) совпадают и, следовательно, нагрузки P_1, P_2 в (30) также как и в (26) отвечают не только условию минимальных потерь, но и соответствует максимальному значению к.п.д. линии с КУ. Регулирование напряжения согласно уравнению (30) назовем глубоким регулированием.

Для выяснения влияния глубокого регулирования на потери и к.п.д. линии во всем диапазоне нагрузок подставим в уравнение потерь (24) напряжение $U_{2\eta_\Sigma}$

$$\Delta P_\Sigma = U_{2\eta_\Sigma}^2\{\mathcal{R}e[\overset{*}{A}C + \overset{*}{B}D(K_{2P_\Sigma}^2 + K_{2Q_\Sigma}^2) + (\overset{*}{A}B + \overset{*}{B}C - 1)K_{2P_\Sigma} +$$

$$+ \mathrm{j}(\overset{*}{B}C - \overset{*}{D}A)K_{2Q_\Sigma}] + \mathcal{I}m[\overset{*}{A}C + \overset{*}{B}D(K_{2P_\Sigma}^2 + K_{2Q_\Sigma}^2) + (\overset{*}{A}D + \overset{*}{B}C)K_{2P_\Sigma} +$$

$$+ \mathrm{j}(\overset{*}{B}C - \overset{*}{D}A)K_{2Q_\Sigma}]\operatorname{tg}\psi_k + K_{2Q_\Sigma}\operatorname{tg}\psi_k\} = U_{2\eta_\Sigma}^2 K_{2\Delta P_\Sigma}.$$

Величина потерь при глубоком регулировании пропорциональна квадрату напряжения, а следовательно согласно (30) пропорциональна величине активной нагрузки

$$\Delta P_{\Sigma} = P_2 K_{2\Delta P_{\Sigma}} / K_{2P_{\Sigma}} . \tag{31}$$

Аналогичная зависимость может быть получена для начала линии. Отсюда вытекает важное положение о том, что коэффициент полезного действия при глубоком регулировании напряжения остается неизменным и наивысшим при всех нагрузках.

Надо иметь ввиду, что линии электропередач имеют определенное номинальное напряжение, превышение которого недопустимо по соображениям прочности изоляции и т. д. При некоторой нагрузке $P = P_{\eta_{\text{н}}} = U_{\text{н}}^2 K_P$ напряжение на одном конце линии достигает номинального напряжения.

Важнейшее повышение напряжения U в соответствии с условием глубокого регулирования (30) не может быть допущено и напряжение поддерживается неизменным, — на уровне $U_{\text{ном}}$. Расчет регулирования по условиям (30) при учете ограниченний напряжений следует производить по данным начала линии. Это исключает возможность повышения напряжения сверх номинального и на противоположном, приемном конце линии, т. к. всегда $U_{2m} < U_1$, (см. рис. 11).

Расчет регулирования по данным приемного конца линии не обеспечивает простого контроля величины напряжения. Нам известно лишь то, что $U_{1m} > U_2$, а предельный уровень U_2, при котором U_{1m} достигает $U_{\text{ном}}$ непосредственно определить нельзя.

При нагрузках $P_1 \geqslant P_{10}$ (см. рис. 11) напряжения концов линии (участка) должны поддерживаться равными и на предельном уровне, а именно $U_1 = U_2 = U_{\text{ном}}$.

Конец вектора U_{2m} переходит на дугу окружности $U_1 = U_2$. С переходом к режиму равных напряжений открывается возможность обычного совместного использования для анализа круговых диаграмм начала и конца линии.

В режиме равных напряжений линия работает с реактивной мощностью $Q \neq Q_m$, что связано с возрастанием потерь мощности. Зависимость добавочных потерь от Q имеет вид параболы.

Практическое осуществление глубокого регулирования напряжения электропередач нуждается в специальном рассмотрении этого вопроса. Но уже сейчас, на начальной стадии развития теории экономичных режимов электропередаточных систем, можно говорить об определенных перспективах применения глубокого регулирования.

Глубину снижения (регулирования) напряжения при данной нагрузке P_1 можно оценить относительной величиной:

$$\Delta U = (U_{\text{ном}} - U_{\eta}) / U_{\text{ном}} . \tag{32}$$

Напряжение U_{η}, при данной нагрузке P_1, зависит от наклона характеристики $U_{\eta} = f(P_1)$ или можно сказать, от величины $P_{\eta_{\text{ном}}}$ (рис. 12), которая является функцией длины линии (рис. 13). При одной и той же передаваемой мощности и одинаковом графике нагрузки требуемая

глубина регулирования уменьшается вместе с уменьшением длины линии (участка). Это объясняется более благоприятным, с точки зрения потерь в линии растеканием реактивных (емкостных) мощностей, в коротких линиях.

Для участков, длиной 300...400 км, $P_{\eta\,ном} = 0{,}1...0{,}2$, т. е. состав-

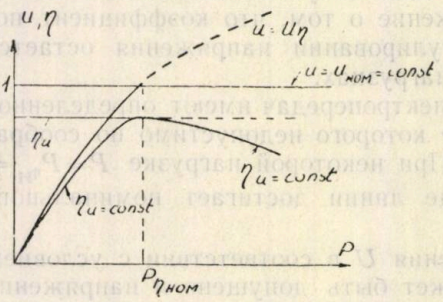


Рис. 12. — Зависимость напряжения и к. п. д. линии от нагрузки при глубоком регулировании.

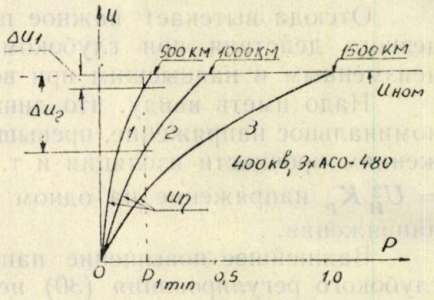


Рис. 13. — Влияние длины линии на глубину регулирования.

вляет небольшую долю от расчетной передаваемой мощности и в этом случае глубокое регулирование может не потребоваться. Передача энергии при нагрузках $P_1 \geqslant P_{\eta\,ном}$ с минимальными потерями будет протекать в режиме равных напряжений.

Линии значительной длины — 1 000 км и выше — имеют продольную емкостную компенсацию, что уменьшает „электрическую" длину линии и исключает надобность глубокого регулирования как и в случае коротких участков.

Практическое значение глубокое регулирование может иметь для линий длиной 500...1 000 км, используемых в качестве резервных связей и имеющих небольшое число часов использования. Надо заметить, что потери на корону могут приводить к значительному увеличению пограничной нагрузки—особенно при плохом состоянии поверхности проводов и атмосферных условий — так что потребность в глубоком регулировании будет и в случае коротких линий. При этом характеристики $U_\eta = f(P, \Delta P_{кор})$ должны основываться на конкретных измерениях потерь на корону.

Заключение

1. Установленные в данной статье принципы регулирования реактивных мощностей и напряжений линий электропередач по условию минимума потерь позволяют убедиться в неправильности отождествления режимов, естественной нагрузки и максимального к.п.д., а также дают правильное представление о оптимальном регулировании напряжения.

2. Регулирование напряжений по минимуму потерь может рассматриваться как самостоятельный экономичный принцип эксплуатации линий при условии, когда стоимость выработки (потребления) реактивной мощности на обоих концах линии (участка) будет одинаковой. Та-

кие условия имеют место в высоковольтных линиях большой протяженности с КУ. При этих условиях линию с КУ можно рассматривать независимо от всех остальных элементов системы.

3. Принципы регулирования по минимуму потерь могут быть использованы не только для повышения эксплуатационных показателей но и для обоснования проектных решений при выборе мощности и числа КУ на подстанциях электропередачи.

4. Полученные зависимости могут служить основой для разработки специального автоматического устройства по распределению реактивных мощностей на подстанциях дальних электропередач, что будет существенным шагом по пути автоматизации управления сложными энергетическими системами.

Поступила 13 IV 1961 г.

Московский энергетический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Рюденберг Р. (ред.), *Электрическая передача больших мощностей на далекие расстояния*, ГЭИ, М., 1934, (пер. с немецкого).
2. Смуров А. А., *Электротехника высокого напряжения и передача энергии*, **I**, М., 1932.
3. * * * *Дальние передачи переменного тока*, АН СССР, М., 1958.
4. Цукерник Л. В., *Сериесная компенсация реактивных мощностей электропередач*, Сборник, ХЭТИ, 1938.
5. Вульф А. А., *Некоторые характерные режимы работы длинной электропередач*, Сб. Гидроэнергопроекта, *5*, электротехнический выпуск, ГОНТИ, 1938.
6. Поливанов К. М., Электричество, 1949, *12*.
7. Веников В. А., Жуков Л. А., Сиуда И. П., Сб. ЭФ МЭИ, 1957, *26*.
8. Сиуда И. П., Энергетика, 1960, *12*.
9. Веников В. А., *Дальние электропередачи*, ГЭИ, М.-Л., 1960.

SUR LES CONDITIONS OPTIMALES DU TRANSPORT DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE

(Résumé)

Les principes de réglage des puissances réactives et de la tension d'une ligne de transport d'énergie électrique selon le critérium des pertes minima, établis dans ce mémoire, permettent à constater l'inexactité de l'affirmation trouvée dans la littérature [1] quant à la coïncidence du régime naturel (caractéristique) et le régime de rendement maximum. Ces principes permettent la compréhension juste du réglage optimum de la tension.

Le réglage de la tension selon le critérium des pertes minima peut-être considéré comme un principe économique indépendant d'exploitation de la ligne, lorsque le prix de revient des puissances réactives est le même aux deux extrémités de la ligne. Cettes conditions sont remplies par les lignes de haute tension, de grande longueur, ayant des installations de compensation. Dans cettes conditions la ligne compensée peut-être considérée indépendante par rapport aux autres éléments du système.

Les principes de réglage selon le critérium des pertes minima peuvent être utilisés tant pour l'augmentation des indices d'exploitation, que pour le fondement des solutions de projet concernant le choix de la puissance et du nombre des éléments de l'installation de compensation, placée dans la sousstation de transformation.

Les résultats obtenus peuvent servir comme base pour la réalisation d'une installation spéciale d'automation de la distribution des puissances réactives dans les sousstations de transformation des lignes de transport de grande longueur, ce qui constitue un progrès essentiel dans le domaine du réglage automatique des systèmes énergétiques.

Explication des figures

Fig. 1. — Portion de la ligne à dispositifs de compensation.
Fig. 2 — Distribution des puissances réactives et des tensions dans la ligne compensée.
Fig. 3. — Variation du rendement en fonction de la charge.
Fig. 4. — Variation des composantes ΔP en fonction de Q.
Fig. 5. — Diagramme circulaire des tensions et des puissances à l'extrémité de la ligne.
Fig. 6. — Distribution des puissances pour une ligne fonctionnant en charge.
Fig. 7. — Impédances des éléments du système de transmission de l'énergie électrique en régime η_{max}.
Fig. 8. — Schéma équivalente de la ligne „nondistorsionnée".
Fig. 9. — Influence de la longueur de la ligne sur les paramètres du régime η_{max}.
Fig. 10. — Distribution des puissances réactives dans la ligne à dispositifs de compensation.
Fig 11 — Diagramme de la portion de la ligne à dispositifs de compensation, en régime η_{max}.
Fig. 12. — Variation de la tension et du rendement de la ligne en fonction de la charge, dans le cas du réglage profond.
Fig. 13. — Influence de la longueur de la ligne sur la profondeur du réglage.

ASUPRA CONDIŢIILOR OPTIME DE TRANSPORT A ENERGIEI ELECTRICE

(Rezumat)

Principiile de reglaj a puterilor reactive şi a tensiunii unei linii de transport de energie electrică după criteriul pierderilor minime, stabilite în această lucrare, permit constatarea inexactităţii afirmaţiei din literatură [1] cu privire la coincidenţa regimului natural şi a regimului de randament maxim. Aceste principii permit înţelegerea justă a reglajului optim al tensiunii.

Reglajul tensiunii după criteriul pierderilor minime poate fi considerat ca un principiu economic de sine stătător, de exploatare a liniei, în cazul cînd preţul de cost al puterilor reactive este acelaşi la ambele extremităţi ale liniei. Aceste condiţii sînt îndeplinite de liniile de înaltă tensiune, de mare lungime, cu instalaţii de compensare. În aceste condiţii linia compensată poate fi considerată ca independentă de celelalte elemente ale sistemului.

Principiile de reglaj după criteriul pierderilor minime pot fi folosite nu numai pentru mărirea indicilor de exploatare ci şi pentru fundamentarea soluţiilor de proiect privitoare la alegerea puterii şi a numărului de elemente compensatoare în substaţia de transformare.

Rezultatele obţinute pot servi ca bază pentru realizarea unei instalaţii speciale de automatizare a distribuţiei puterilor reactive în substaţiile de transformare ale liniilor de transport de mare lungime, ceea ce constituie un progres esenţial în domeniul reglajului automat al sistemelor energetice.

Explicaţia figurilor

Fig. 1. — Porţiunea liniei cu dispozitive de compensare.
Fig. 2. — Distribuţia puterilor reactive şi a tensiunilor în linia compensată.
Fig. 3. — Variaţia randamentului în funcţie de sarcină.
Fig. 4. — Variaţia componentelor ΔP în funcţie de Q.
Fig. 5. — Diagrama circulară a tensiunilor şi puterilor de la extremitatea liniei.
Fig. 6. — Distribuţia puterilor în cazul unei linii în sarcină.
Fig. 7. — Impendanţele elementelor sistemului de transmisie a energiei electrice în regimul η_{max}.
Fig. 8. — Schema echivalentă a liniei „nedistorsionate".
Fig. 9. — Influenţa lungimii liniei asupra parametrilor regimului η_{max}.
Fig. 10. — Distribuţia puterilor reactive în linia cu dispozitive de compensare.
Fig. 11. — Diagrama porţiunii de linie cu dispozitive de compensare, în regimul η_{max}.
Fig. 12. — Variaţia tensiunii şi randamentului liniei în funcţie de sarcină în cazul reglajului profund.
Fig. 13. — Influenţa lungimii liniei asupra profunzimii reglajului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 621.392.5

ASUPRA TRANSMISIEI CU FACTOR DE PUTERE OPTIM A ENERGIEI ACTIVE PRIN SISTEME ELECTRICE

DE

HUGO ROSMAN şi ALFRED BRAIER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. În regimul energetic al sistemelor electrice un rol hotărîtor îl joacă factorul de putere la perechea de borne primare a sistemului; anume, se urmăreşte obţinerea unei mărimi cît mai ridicate, eventual egale cu unitatea, a valorii numerice a factorului de putere.

Scopul acestei Note este a găsi condiţiile în care un sistem electric dat transmite energia activă cu factor de putere optim la perechea de borne primare. Vom considera, dintre tipurile de sisteme electrice, pe cele de structură uzuală şi anume, pe cele de tip dipol precum şi pe cele de tip cuadripol. Soluţionarea problemei propuse devine extrem de dificilă pentru sisteme mai complexe.

Admiţînd sistemul electric (de tip dipol sau cuadripol) dat, vom determina parametrii receptorului căruia îi corespunde un factor de putere optim la bornele primare ale sistemului. De asemenea vom preciza condiţiile în care valoarea acestui factor de putere poate deveni egală cu unitatea. În sfîrşit, vom caracteriza regimul energetic cu factor de putere optim (REFPO) determinînd în acest caz randamentul transmisiei, puterea activă furnizată receptorului şi puterea reactivă schimbată la bornele secundare cu receptorul.

2. Fie un dipol pasiv funcţionînd în regim permanent armonic, de ecuaţie:

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + (r + jx)\underline{I} \tag{1}$$

cu

$$\underline{U}_2 = (r_2 + jx_2)\underline{I}\,. \tag{2}$$

Factorul de putere va fi maxim (egal cu unitatea) dacă

$$x_2 = -x\,, \tag{3}$$

r_2 fiind arbitrar.

În acest caz randamentul transmisiei este

$$\eta^* = r_2/(r + r_2)\,; \tag{4}$$

puterea activă furnizată receptorului este dată de relaţia

$$P_2^* = [r_2/(r_2 + r)^2]U_1^2, \tag{5}$$

puterea reactivă schimbată la bornele secundare cu receptorul fiind

$$Q_2^* = -[x/(r_2 + r)^2]U_1^2, \tag{6}$$

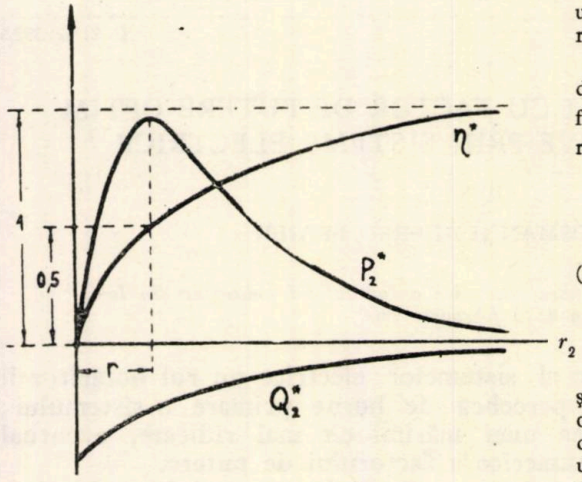


Fig. 1

unde s-au notat cu un asterisc mărimile corespunzătoare REFPO.

În fig. 1 s-au reprezentat curbele de variaţie ale lui η^*, P_2^* şi Q_2^* în funcţie derezistenţa r_2 a receptorului în ipoteza (uzuală) $x > 0$.

Pentru $r_2 = r$, în acest caz

$$\begin{cases} P_2^* = P_{2\max} = U_1^2/(4r), \\ \eta^* = 0{,}5, \\ Q_2^* = -[x/(4r^2)]U_1^2. \end{cases} \tag{7}$$

Aşadar, după cum este cunoscut şi din literatura de specialitate, orice dipol pasiv este susceptibil de a transmite energia activă cu un factor de putere egal cu unitatea la bornele primare atunci cînd este realizată rezonanţa în circuit. În schimb informaţiile furnizate de literatură în legătură cu problema analogă referitoare la sistemele electrice de tip cuadripol pasiv sînt extrem de sumare (v. de ex. [1]), de aceea paragraful ce urmează este consacrat studiului amănunţit al REFPO al cuadripolilor reciproci.

3. Se consideră un cuadripol reciproc, alimentat pe la perechea de borne primare, funcţionînd în regim permanent armonic şi avînd ecuaţiile:

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\underline{U}_2 + \underline{B}\underline{I}_2, \quad \underline{I}_1 = \underline{C}\underline{U}_2 + \underline{D}\underline{I}_2, \text{ cu } \underline{A}\underline{D} - \underline{B}\underline{C} = 1. \tag{8}$$

Rezistenţa echivalentă r_1 şi reactanţa echivalentă x_1 la perechea de borne primare ale cuadripolului sînt date de [2]:

$$\begin{cases} r_1 = \dfrac{(r_2^2 + x_2^2)\,\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{C}^*) + r_2\,\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*) - x_2\,\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*) + \mathcal{R}e(\underline{B}\underline{D}^*)}{C^2(r_2^2 + x_2^2) + 2r_2\,\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{D}^*) - 2x_2\,\mathcal{I}m(\underline{C}\underline{D}^*) + D^2}, \\ x_1 = \dfrac{(r_2^2 + x_2^2)\,\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*) + r_2\,\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*) + x_2\,\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*) + \mathcal{I}m(\underline{B}\underline{D}^*)}{C^2(r_2^2 + x_2^2) + 2r_2\,\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{D}^*) - 2x_2\,\mathcal{I}m(\underline{C}\underline{D}^*) + D^2}, \end{cases} \tag{9}$$

unde: r_2, x_2 — rezistenţa, respectiv reactanţa receptorului.

Fie $\varphi_1 = \operatorname{arctg}(x_1/r_1)$ defazajul dintre tensiunea $\underline{U}_1$ şi intensitatea de curent $\underline{I}_1$ la perechea de borne primare ale cuadripolului.

Parametrii receptorului satisfac relației:

$$r_2^2 + x_2^2 + \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)\operatorname{tg}\varphi_1}{\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{C}^*)\operatorname{tg}\varphi_1} r_2 +$$

$$+ \frac{\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*) + \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*)\operatorname{tg}\varphi_1}{\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{C}^*)\operatorname{tg}\varphi_1} x_2 + \tag{10}$$

$$+ \frac{\mathcal{I}m(\underline{B}\underline{D}^*) - \mathcal{R}e(\underline{B}\underline{D}^*)\operatorname{tg}\varphi_1}{\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{C}^*)\operatorname{tg}\varphi_1} = 0 .$$

Rezultă că pentru diferite valori ale lui φ_1 (constante), diagrama loc-geometric a impedanței receptorului ($\underline{Z}_2 = r_2 + j x_2$) este o familie de cercuri (10) având centrele situate pe o dreaptă.

În cazul cînd factorul de putere la perechea de borne primare este egal cu unitatea ($\operatorname{tg}\varphi_1 = 0$), pentru diagrama loc-geometric a impedanței receptorului rezultă ecuația:

$$r_2^2 + x_2^2 + [\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)/\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)]r_2 + [\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*)/\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)]x_2 + \tag{11}$$

$$+ \mathcal{I}m(\underline{B}\underline{D}^*)/\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*) = 0,$$

care reprezintă cercul avînd coordonatele centrului:

$$\begin{cases} r_{2c} = -\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)/[2\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)], \\ x_{2c} = -\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*)/[2\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)] \end{cases} \tag{12}$$

și raza

$$R = \sqrt{\{[\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*)]^2 + [\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)]^2 - 4\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)\mathcal{I}m(\underline{B}\underline{D}^*)\}/2\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)]^2}. \tag{13}$$

Or, pentru orice cuadripol reciproc este valabilă identitatea

$$[\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* - \underline{B}\underline{C}^*)]^2 + [\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)]^2 - 4\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)\mathcal{I}m(\underline{B}\underline{D}^*) = 1, \tag{14}$$

încît expresia (13) a razei cercului devine:

$$R = 1/[2|\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C}^*)|]. \tag{15}$$

Modul de obținere a identității (14) este întrutotul analog celui utilizat în [2], pentru deducerea identității:

$$[\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)]^2 + [\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{D}^* + \underline{B}\underline{C}^*)]^2 - 4\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{B}^*)\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{D}^*) = 1. \tag{16}$$

valabilă de asemenea pentru orice cuadripol reciproc.

Observaţii. a) La deducerea relaţiilor (9) şi (10) s-a exclus cazul:

$$C^2(r_2^2 + x_2^2) + 2r_2 \mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) - 2x_2\, \mathcal{I}m(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) + D^2 = 0, \tag{17}$$

cînd simultan $r_1 = \infty$, $x_1 = \infty$, adică atunci cînd

$$r_2 = -\mathcal{R}e(\underline{D}/\underline{C}) = -r_{20}, \quad x_2 = -\mathcal{I}m(\underline{D}/\underline{C}) = -x_{20}, \tag{18}$$

r_{20} şi x_{20} reprezentînd rezistenţa echivalentă, respectiv reactanţa echivalentă la perechea de borne secundare ale cuadripolului funcţionînd la gol, atunci cînd cuadripolul este alimentat pe la perechea de borne secundare.

b) Dacă $\varphi_1 = \varphi_{10} = \operatorname{arctg}[\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}})/\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}})]$, unde φ_{10} reprezintă defazajul dintre tensiunea U_{10} şi curentul I_{10} la perechea de borne primare ale cuadripolului funcţionînd la gol, atunci cînd alimentarea sa se face pe la perechea de borne primare, cercul corespunzător din familia (10) degenerează în dreapta

$$-\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{C})\, r_2 + \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{C})\, x_2 - \mathcal{I}m(\underline{B}\underline{C}) = 0. \tag{19}$$

c) Dacă $\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}}) = Q_{10}/U_2^2 = 0$, unde Q_{10} reprezintă puterea reactivă schimbată la perechea de borne primare cu generatorul de către cuadripolul funcţionînd la gol, atunci cînd este alimentat pe la perechea de borne primare, cercul (11) degenerează în dreapta de ecuaţie:

$$\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})\, r_2 + \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} - \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})\, x_2 + \mathcal{I}m(\underline{B}\underline{\overset{*}{D}}) = 0. \tag{20}$$

În cele ce urmează vom numi diagrama loc-geometric a impedanţei receptorului pentru care $\cos\varphi_1 = 1$, dată de ecuaţia (11), sub forma prescurtată— diagrama REFPO.

4. În acest paragraf vom considera cazul particular, dar de altfel uzual, cînd receptorul este pasiv ($r_2 \geqslant 0$). În acest caz impedanţa de intrare poate lua valori numai în interiorul şi pe frontiera domeniului delimitat de cercul [3] [1]:

$$r_1^2 + x_1^2 - [\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})/\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}})]\, r_1 - [\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})/\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}})]\, x_1 + \\ + \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})/\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) = 0. \tag{21}$$

Factorul de putere la perechea de borne primare ale cuadripolului va putea lua, în acest caz, o valoare egală cu unitatea, numai dacă cercul (21) intersectează axa $x_1 = 0$, adică atunci cînd

$$-1 \leqslant \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) \leqslant 1, \tag{22}$$

unde s-a ţinut seama de identitatea (16).

Se pot distinge următoarele cazuri posibile:
a) Coeficienţii cuadripolului satisfac relaţia:

$$-1 < \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) < 1, \tag{23}$$

---

[1]) În fig. 1 din [3] s-a strecurat o eroare referitoare la delimitarea lui $R_{1\max}^{(12)}$, uşor de rectificat.

r_1 luînd în acest caz valori în intervalul $r_{1\min} \leqslant r_1 \leqslant r_{1\max}$, unde:

$$(24)\quad \begin{cases} r_{1\min} = \left\{ \mathcal{R}e\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C}) - \sqrt{1 - [\mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C})]^2} \right\} / [2\mathcal{R}e\,(\underline{C}^*\underline{D})], \\ r_{1\max} = \left\{ \mathcal{R}e\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C}) + \sqrt{1 - [\mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C})]^2} \right\} / [2\mathcal{R}e\,(\underline{C}^*\underline{D})], \end{cases}$$

unde s-a avut în vedere identitatea (16).

Ţinînd seama de transformarea liniară

$$(25)\quad \underline{Z}_1 = (\underline{A}\,\underline{Z}_2 + \underline{B})/(\underline{C}\underline{Z}_2 + \underline{D}),$$

şi utilizînd procedee cunoscute (de ex. [4]), segmentului din planul $\underline{Z}_1$, definit de relaţia (24), îi corespunde în planul $\underline{Z}_2$ arcul de cerc al diagramei REFPO (11) situat în

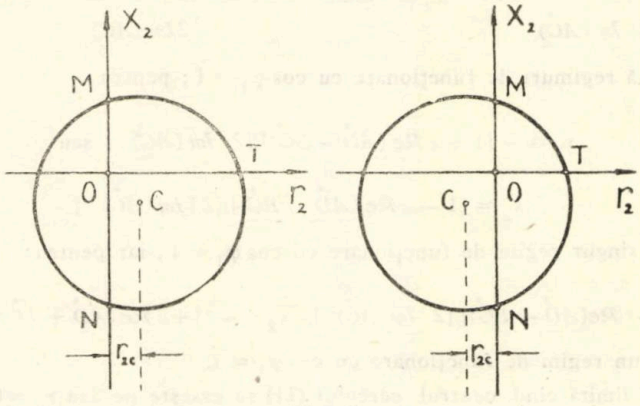


Fig. 2

semiplanul $r_2 \geqslant 0$ şi care intersectează axa $r_2 = 0$, în punctele M, N avînd coordonatele (fig. 2):

$$(26)\quad \begin{cases} x_{2M} = \left\{ -\mathcal{R}e\,(\underline{A}^*\underline{D} - \underline{B}^*\underline{C}) + \varepsilon\sqrt{1 - [\mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C})]^2} \right\} / [2\mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{C})], \\ x_{2N} = \left\{ -\mathcal{R}e\,(\underline{A}^*\underline{D} - \underline{B}^*\underline{C}) - \varepsilon\sqrt{1 - [\mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C})]^2} \right\} / [2\mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{C})], \end{cases}$$

unde s-a ţinut seama de identitatea (14) şi s-a introdus notaţia:

$$(27)\quad \varepsilon = \begin{cases} +1 \text{ dacă } Q_{10} > 0, \\ -1 \text{ dacă } Q_{10} < 0. \end{cases}$$

Se pot avea în vedere următoarele subcazuri:

a$_1$) $r_{2c} \geqslant 0$, care este echivalentă cu inegalităţile (v. relaţiile (12$_1$) şi (23)):

$$(28)\quad Q_{10} > 0,\ -1 < \mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C}) < 0,$$

sau

$$(29)\quad Q_{10} < 0,\quad 0 < \mathcal{I}m\,(\underline{A}^*\underline{D} + \underline{B}^*\underline{C}) < 1.$$

În această situaţie, pentru:

$$-\left\{\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})+\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})]^2}\right\}/[2\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})]\leqslant x_2<$$

(30)

$$<\left\{-\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})-\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})]^2}\right\}/[2\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})]$$

există cîte un singur regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$; pentru:

$$(31)\qquad \frac{-\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})+\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})]^2}}{2\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})}\leqslant x_2<\frac{1-\varepsilon\,\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})}{2\,|\,\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})\,|}$$

şi

$$(32)\qquad -\frac{1+\varepsilon\,\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})}{2\,|\,\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})\,|}<x_2\leqslant-\frac{\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})+\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})]^2}}{2\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})}$$

există cîte două regimuri de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$; pentru:

$$x_2=-[1+\varepsilon\,\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})]/[2\,|\,\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})\,|\,]\text{ sau}$$

(33)

$$x_2=[1-\varepsilon\,\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})]/[2\,|\,\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})\,|\,]$$

există cîte un singur regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$, iar pentru:

$$(34)\quad x_2>[1-\varepsilon\,\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})]/[2\,|\,\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})\,|\,],\quad x_2<-[1+\varepsilon\,\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})]/[2\,|\,\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})\,|\,]$$

nu există nici un regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$.

În cazul limită cînd centrul cercului (11) se găseşte pe axa $r_2=0$, adică atunci cînd

$$(35)\qquad \mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})=0,$$

rezultă din inegalităţile (30) că pentru

$$(36)\quad -[\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})+\varepsilon]/[2\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})]<x_2<[-\mathcal{R}e\,'\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})+\varepsilon]/[2\,\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})]$$

există cîte un singur regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$, iar pentru

$$(37)\quad x_2>[-\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})+\varepsilon]/[2\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})],\quad x_2<-[\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}}-\underline{B\dot{C}})+\varepsilon]/[2\mathcal{I}m(\underline{A\dot{C}})]$$

nu există nici un regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$.

Regimurile de funcţionare pentru care $\cos\varphi_1=1$ se obţin soluţionînd în raport cu r_2 ecuaţia (11) în care x_2 ori satisface inegalităţile (30) sau (31) sau (32), ori este dat de una din relaţiile (33).

a$_2$) $r_{2c}<0$, care este echivalentă cu inegalităţile:

$$(38)\qquad Q_{10}>0,\quad 0<\mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})<1$$

sau

$$(39)\qquad Q_{10}<0,\quad -1<\mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}}+\underline{B\dot{C}})<0.$$

În acest caz pentru:

$$-\left\{\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}-\underline{B}\underline{\dot{C}})+\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})]^2}\right\}/[2\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{C}})]\leqslant x_2\leqslant$$

(40)

$$\leqslant\left\{-\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}-\underline{B}\underline{\dot{C}})+\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})]^2}\right\}/[2\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{C}})]$$

există cîte un singur regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$; iar pentru

(41)

$$\begin{cases} x_2>\left\{-\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}-\underline{B}\underline{\dot{C}})+\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})]^2}\right\}/[2\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\dot{C}})] \\ x_2<-\left\{\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}-\underline{B}\underline{\dot{C}})+\varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})]^2}\right\}/[2\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{C}})] \end{cases}$$

nu există nici un regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$.

Procedînd analog ca în subcazul a_1), regimurile de funcţionare pentru care $\cos\varphi_1=1$, se obţin soluţionînd în raport cu r_2 ecuaţia (11) în care x_2 satisface inegalităţile (40).

b) Coeficienţii cuadripolului satisfac relaţiile:

$$\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})=-1 \quad \text{sau} \quad \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})=1.$$

În acest caz cercul (10) este tangent axei Ox_2; deoarece centrul cercului (11) se găseşte în semiplanul $r_2<0$, sînt îndeplinite simultan relaţiile:

(42) $$\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})=-1 \text{ dacă } Q_{20}<0; \quad \mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})=1 \text{ dacă } Q_{20}>0.$$

În aceste condiţii este posibil numai un singur regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$, parametrii receptorului fiind în acest caz:

(43) $$r_2=0, \quad x_2=-\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}-\underline{B}\underline{\dot{C}})/[2\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{C}})].$$

c) Coeficienţii cuadripolului satisfac una din inegalităţile:

(44) $$\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})>1, \quad \mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})<-1.$$

În acest caz nu există nici un regim de funcţionare cu $\cos\varphi_1=1$. Este posibil însă să se determine regimul de funcţionare căruia îi corespunde o valoare optimă a factorului de putere la perechea de borne primare ale cuadripolului. În acest scop se impune condiţia ca dreapta $x_1=r_1\operatorname{tg}\varphi_1^*$ să fie tangentă cercului (20); rezultă:

(45)

$$\varphi_1^*=\operatorname{arctg}\left(\left[-\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})\,\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})+\right.\right.$$
$$\left.\left.+2\lambda\sqrt{\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{B}})\,\mathcal{R}e\,(\underline{C}\underline{\dot{D}})}\right]/\{1-[\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})]^2\}\right),$$

unde s-a ţinut seama de identitatea (16) şi s-a introdus notaţia

(46) $$\lambda=\begin{cases} +1 \text{ pentru } \mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})>1, \\ -1 \text{ pentru } \mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\dot{D}}+\underline{B}\underline{\dot{C}})<-1, \end{cases}$$

Parametrii echivalenţi la perechea de borne primare sînt în acest caz:

$$(47)\qquad r_1 = [\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) + \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})\operatorname{tg}\varphi_1^*]/[2\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}})(1+\operatorname{tg}^2\varphi_1^*)],\quad x_1 = r_1\operatorname{tg}\varphi_1^*,$$

unde φ_1^* este dat de relaţia (45).

Parametrii corespunzători ai receptorului se pot determina folosind relaţiile [5]:

$$(48)\qquad \begin{cases} r_2 = \dfrac{-(r_1^2+x_1^2)\,\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) + r_1\,\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}}+\underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - x_1\,\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}}-\underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})}{C^2(r_1^2+x_1^2) - 2r_1\,\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}}) - 2x_1\,\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}}) + A^2}, \\ x_2 = \dfrac{-(r_1^2+x_1^2)\,\mathcal{I}m(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) + r_1\,\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}}+\underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) + x_1\,\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}}-\underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})}{C^2(r_1^2+x_1^2) - 2r_1\,\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}}) - 2x_1\,\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}}) + A^2}, \end{cases}$$

Din studiul întreprins în acest paragraf rezultă

Teorema 1. *Condiţiile necesare şi suficiente pentru realizarea rezonanţei la perechea de borne primare ale unui cuadripol reciproc, alimentat pe la perechea de borne primare şi avînd o sarcină pasivă, sînt:* a) *coeficienţii cuadripolului să satisfacă dubla inegalitate* (22); b) *parametrii receptorului să satisfacă relaţia* (11).

5. Un interes special îl prezintă regimul de funcţionare al cuadripolului pentru care simultan $\cos\varphi_1 = 1$ şi $\cos\varphi_2 = 1$. Acest regim se poate determina fie prin particularizarea cazului cînd $\varphi_1 = \varphi_2$, studiat în [6], fie impunînd condiţia ca diagrama REFPO (cercul (11)) să intersecteze axa $x_2 = 0$ (fig. 2, punctul T), fiind îndeplinită dubla inegalitate (22). Această condiţie este satisfăcută atunci cînd constantele cuadripolului satisfac, în plus, şi dubla inegalitate

$$(49)\qquad -1 \leqslant \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} - \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) \leqslant 1,$$

unde s-a ţinut seama de identitatea (14').

Parametrii receptorului sînt în acest caz:

$$(50)\qquad r_2 = \left\{-\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) + \varepsilon\sqrt{1-[\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}}-\underline{B}\underline{\overset{*}{C}})]^2}\right\}/[2\mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{C}})],\quad x_2 = 0,$$

ε fiind dat de relaţiile (27).

Ţinînd seama de inegalităţile (22) (care se mai pot scrie şi sub forma echivalentă $-1 \leqslant \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}}-\underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) \leqslant 1$) şi (49) (care se mai pot pune sub forma echivalentă $-1 \leqslant \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}}-\underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) \leqslant 1$), putem enunţa

Teorema 2. *Condiţiile necesare şi suficiente pentru realizarea simultană a rezonanţei atît la perechea de borne primare cît şi la perechea de borne secundare ale unui cuadripol reciproc alimentat pe la perechea de borne primare, şi avînd o sarcină pasivă sînt:* a) *mărimea complexă* $\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} - \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}$ *să ia valori în interiorul şi pe frontiera pătratului* $\pm 1 \pm j$; b) *parametrii receptorului să satisfacă relaţiile* (50).

6. Vom determina expresiile mărimilor cele mai importante care caracterizează REFPO al unui cuadripol reciproc alimentat pe la perechea de borne primare şi avînd o sarcină pasivă, anume: randamentul transmisiei puterii active (η^*), puterea activă furnizată receptorului (P_2^*) şi puterea reactivă schimbată pe la perechea de borne secundare cu receptorul (Q_2^*). În acest scop folosim relaţiile de calcul corespunzătoare din [7], particularizate pentru cazul cuadripolilor reciproci.

Considerăm în prealabil cazul cînd transmisia energiei prin cuadripol este efectuată cu $\cos\varphi_1 = 1$; în acest caz $x_1 = 0$ şi se obţin relaţiile [7]:

$$\eta^* = \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - r_1\,\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})/r_1, \tag{51}$$

$$P_2^* = U_1^2[-\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})/r_1^2 + \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})/r_1], \tag{52}$$

$$Q_2^* = U_1^2[-\mathcal{I}m(\underline{\overset{*}{C}}\underline{D}) - \mathcal{I}m(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})/r_1^2 + \mathcal{I}m(\underline{\overset{*}{A}}\underline{D} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})/r_1]. \tag{53}$$

Ţinînd seama de relaţiile (24) se obţine:

$$\eta^*(r_{1\min}) = \eta^*(r_{1\max}) = 0, \quad P_2^*(r_{1\min}) = P_2^*(r_{1\max}) = 0. \tag{54}$$

a) Randamentul η^* admite o valoare maximă care se obţine pentru $r_1 = r_{1\eta^*_{\max}}$, rădăcina ecuaţiei $d\eta^*/dr_1 = 0$, anume:

$$r_{1\eta^*_{\max}} = \sqrt{\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})/\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}})}, \tag{55}$$

expresia randamentului maxim fiind:

$$\eta^*_{\max} = \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - 2\sqrt{\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})\,\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}})}. \tag{56}$$

Din relaţiile (24) şi (55) rezultă

$$r_{1\eta^*_{\max}} = \sqrt{r_{1\min}\, r_{1\max}} \tag{57}$$

şi deci

$$r_{1\min} \leqslant r_{1\eta^*_{\max}} \leqslant r_{1\max}, \tag{58}$$

cu alte cuvinte maximul funcţiei $\eta^*(r_1)$ are loc efectiv.

Într-o lucrare anterioară [7] am arătat că randamentul transmisiei energiei active printr-un cuadripol reciproc admite o valoare maximă dată de relaţia:

$$\eta_{\max} = \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - \sqrt{[\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}})]^2 - 1}. \tag{59}$$

Ţinînd seama de identitatea (16) rezultă că se poate obţine coincidenţa REFPO cu regimul de transmisie a energiei active cu randament maxim dacă este satisfăcută relaţia (35). Regăsim astfel un rezultat stabilit pe o altă cale într-o lucrare precedentă [5].

În cazul cînd $r_1 = r_{1\eta^*_{max}}$ puterea activă furnizată receptorului este dată de relaţia:

$$(60)\quad P^*_{2\eta_{max}} = U_1^2 \left[\sqrt{\mathcal{R}e(\underline{C\dot{D}})/\mathcal{R}e(\underline{A\dot{B}})}\,\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}} + \underline{B\dot{C}}) - 2\sqrt{\mathcal{R}e(\underline{A\dot{B}})\,\mathcal{R}e(\underline{C\dot{D}})}\right].$$

Parametrii receptorului $r_{2\eta^*_{max}}$ şi $x_{2\eta^*_{max}}$ se pot deduce cu ajutorul relaţiilor (48) în care se substituie $r_{1\eta^*_{max}}$, $x_1 = 0$.

b) Puterea activă P_2^* admite un maxim care se obţine anulînd derivata dP_2^*/dr_1. Soluţia acestei ecuaţii este:

$$(61)\quad r_{1P^*_{2max}} = 2\mathcal{R}e(\underline{A\dot{B}})/\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}} + \underline{B\dot{C}}),$$

puterea maximă fiind

$$(62)\quad P^*_{2max} = U_1^2[1 - \mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}} + \underline{B\dot{C}})]^2/[4\mathcal{R}e(\underline{A\dot{B}})].$$

Din relaţiile (24) şi (61) rezultă

$$(63)\quad r_{1P^*_{2max}} = r_{1min}\, r_{1max}/[(r_{1min} + r_{1max})/2],$$

aşadar

$$(64)\quad r_{1min} \leqslant r_{1P^*_{2max}} \leqslant r_{1max},$$

unde s-a ţinut seama de inegalitatea cunoscută satisfăcută, de mediile aritmetică şi geometrică a unor mărimi pozitive; aşadar maximul funcţiei $P_2^*(r_1)$ are loc efectiv.

Puterea activă maximă furnizată receptorului de către un cuadripol reciproc, alimentat pe la perechea de borne primare, admite o valoare maximă dată de expresia [7]

$$(65)\quad P_{2max} = U_1^2/[4\mathcal{R}e(\underline{A\dot{B}})].$$

Din analiza relaţiilor (62) şi (65) rezultă că se poate obţine coincidenţa REFPO cu regimul transmisiei puterii active maxime dacă este satisfăcută relaţia (35).

Confruntînd relaţiile (55) şi (61), ţinînd seama totodată de identitatea (16), se poate stabili uşor că

$$(66)\quad r_{1\eta^*_{max}} \geqslant r_{1P^*_{2max}},$$

egalitatea avînd loc cînd este satisfăcută oricare din relaţiile (42). Acest ultim caz este banal căci conduce la $P^*_{2max} = 0$ şi deci $\eta^*_{max} = 0$.

În consecinţă putem formula

Teorema 3. *Condiţia necesară şi suficientă pentru ca:* a) *regimul transmisiei puterii active cu randament maxim;* b) *regimul transmisiei puterii active maxime printr-un cuadripol reciproc, avînd o sarcină pasivă, să coincidă cu REFPO* ($\cos\varphi_1 = 1$), *este dată de relaţia* (35).

Randamentul transmisiei, în cazul cînd $r_1 = r_{1P^*_{2max}}$, este:

$$(67)\quad \eta^*_{P^*_{2max}} = \{1 - [\mathcal{I}m(\underline{A\dot{D}} + \underline{B\dot{C}})]^2\}/[2\mathcal{R}e(\underline{A\dot{D}} + \underline{B\dot{C}})].$$

Ţinînd seama de dubla inegalitate (32) şi de faptul că [8] $\mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) \geqslant 1$, rezultă că

$$\max \eta^*_{P^*_{2\max}} = 0{,}5 \tag{68}$$

şi că acest maximum are loc atunci cînd:

$$\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}} = 1 \pm \mathrm{j}\,. \tag{69}$$

Parametrii receptorului $r_{2P^*_{2\max}}$ şi $x_{2P^*_{2\max}}$ se pot deduce cu ajutorul relaţiilor (48) în care se substituie $r_1 = r_{1P^*_{2\max}}$, $x_1 = 0$.

În fig. 3 s-au reprezentat curbele de variaţie ale lui η^* şi P_2^* în funcţie de rezistenţa echivalentă r_1 la bornele primare ale cuadripolului.

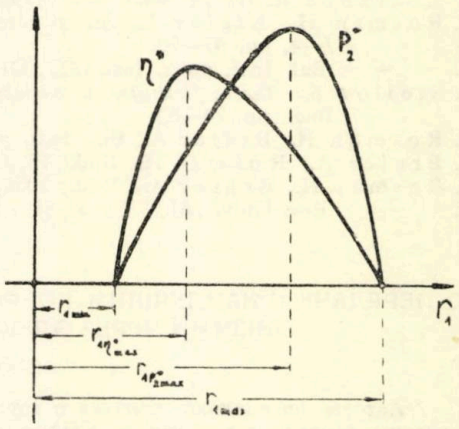


Fig. 3

c) În cazul cînd $r_1 = r_{1\min}$ (sau $r_{1\max}$), $Q_2^* = x_2^* I_2^2$ unde x_2^* este dat de una din relaţiile (26) iar I_2 se deduce din ecuaţia (8_1), în care se face substituţia $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2 = \mathrm{j}x_2 \underline{I}_2$. În aceste condiţii se obţine

$$Q^*_{2(r_1 = r_{1\min} \text{ sau } r_1 = r_{1\max})} = \{x_2^*/[A^2 x_2^{*2} - 2\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})x_2^* + B^2]\}\, U_1^2\,. \tag{70}$$

Se poate obţine expresia puterii reactive schimbate la perechea de borne secundare cu receptorul, în cazul cînd $\eta^* = \eta^*_{\max}$, dacă se introduce valoarea $r_1 = r_{1\eta^*_{\max}}$ dată de (55), în relaţia (53). Analog se poate obţine expresia puterii reactive schimbate la perechea de borne secundare cu receptorul, în cazul cînd $P_2^* = P^*_{2\max}$. Expresiile ce se obţin pentru $Q^*_{2\eta^*_{\max}}$ şi $Q^*_{2P^*_{2\max}}$ sînt însă foarte complicate şi renunţăm a le reda.

De asemenea se poate arăta că în intervalul $r_{1\min} \leqslant r_1 \leqslant r_{1\max}$ funcţia $Q_2^*(r_1)$ nu admite un extremum.

În cazul cînd REFPO al cuadripolului nu poate fi realizat la $\cos\varphi_1 = 1$, atunci pentru calculul lui η^*, P_2^*, Q_2^* se folosesc relaţiile [7]:

$$\eta^* = \mathcal{R}e\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) + [x_1\,\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - (r_1^2 + x_1^2)\,\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})]/r_1\,, \tag{71}$$

$$(72)\qquad P_2^* = U_1^2\{-\mathcal{R}e(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) + [r_1\mathcal{R}e\,\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) + x_1\mathcal{I}m\,(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - \mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{B}})]/(r_1^2 + x_1^2)\},$$

$$(73)\qquad Q_2^* = U_1^2\{-\mathcal{I}m(\underline{C}\underline{\overset{*}{D}}) + [r_1\mathcal{I}m(\underline{\overset{*}{A}}\underline{D} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) + x_1\mathcal{R}e(\underline{A}\underline{\overset{*}{D}} + \underline{B}\underline{\overset{*}{C}}) - \mathcal{I}m(\underline{\overset{*}{A}}\underline{B})]/(r_1^2 + x_1^2)\},$$

în care se substituie r_1, x_1 cu valorile date de relaţiile (47).

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Долгинов А. И., *Резонанс в электрических цепях и системах*, ГЭИ, М.-Л., 1957.
2. Rosman H., Braier A., St. şi cerc. şt., Acad. R. P. R., filiala Iaşi, 1952, **III**, *1—4*, pp. 57—70.
3. — Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 129—136.
4. Stoilow S., *Teoria funcţiilor de variabilă complexă*, 1954, vol. **I**, Ed. Acad. R. P. R., Buc., pp. 74—85.
5. Rosman H., Braier A., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1958, **IV (VIII)**, *1—2*, pp. 283—288.
6. Braier A., Rosman H., Ibid., 1959, **V (IX)**, *1—2*, pp. 291—302.
7. Rosman H., Braier A., Ibid., 1955, **I (V)**, *1—2*, pp. 159—172.
8. — Rev. Univ. „Al. I. Cuza" şi a Inst. polit. Iaşi, 1955, **II**, *1—2*, pp. 247—252.

О ПЕРЕДАЧЕ С НАИЛУЧШИМ КОЭФФИЦИЕНТОМ МОЩНОСТИ АКТИВНОЙ ЭНЕРГИИ ЧЕРЕЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

(Резюме)

Авторы определяют условия в которых данная электрическая система передает активную энергию с наилучшим коэффициентом мощности к первичным зажимам. С этой целью, из всех типов электрических систем, рассматриваются типы общеприятной структуры, а именно — двухполюсный и четырехполюсный. Разрешение предлагаемой задачи является особенно трудоемким для более сложных систем.

Допуская данную электрическую систему (двухполюсного или четырехполюсного типа) определяется параметр приемника которому соответствует наилучший коэффициент мощности у первичных зажимов системы. Уточняются такие условия, при которых величина этого коэффициента мощности может стать равной единице. Характеризуется в то же время энергетический режим с наилучшим коэффициентом мощности, определяя в этом случае к. п. д. передачи, активную мощность поставляемую приемнику и реактивную мощность обмененную у вторичных зажимов с приемником.

В случае пассивного двухполюсника коэффициент мощности у первичных зажимов максимален (равен единице) при выполнении условия (3); к. п. д. передач дан (4), активная мощность поставляемая приемнику — соотношением (5), а реактивная мощность обмененная у вторичных зажимов с приемником — соотношением (6).

В случае пассивного четырехполюсника имеющего коэффициент мощности у первичных зажимов равным единице, геометрическое место комплексного сопротивления является кругом (11), имеющим координаты центра данными (12) и радиус—(15).

В случае пассивного приемника, комплексное сопротивление у пары первичных зажимов может достигнуть величин только внутри и на границе области ограниченной кругом (21). В данном случае коэффициент мощности у пары первичных зажимов четырехполюсника может достигнуть единицы только при условии, что коэффициенты

четырехполюсника удовлетворяют двойному неравенству (22). Рассматривается затем три возможных случая: а) коэффициенты четырехполюсника удовлетворяют двойному неравенству (23); б) удовлетворены соотношения (42); в) коэффициенты четырехполюсника удовлетворяют двойному неравенству (44). В последнем случае не существует никакого режима с $\cos \varphi_1 = 1$, но можно определить режим которому соответствует наилучшая (ниже единицы) величина коэффициентом мощности у пары первичных зажимов четырехполюсника, а именно, эквивалентные параметры у пары первичных зажимов, в этом случае, даны соотношением (47), где φ_1^* дано выражением (45). Соответствующие параметры приемника могут быть определены, используя соотношение (48). Устанавливаются:

Теорема 1. *Необходимые и достаточные условия для выполнения резонанса у пары первичных зажимов взаимного четырехполюсника, являются:* а) *коэффициенты четырехполюсника должны удовлетворять двойному неравенству* (22), б) *параметры приемника должны удовлетворять соотношению* (11);

Теорема 2. *Необходимые и достаточные условия для одновременного выполнения резонанса как у пары первичных зажимов так и у пары вторичных зажимов взаимного четырехполюсника, питаемого у пары первичных зажимов и с пассивной нагрузкой, является:* а) *комплексная величина* $\underline{\overset{*}{A}D}-\underline{\overset{*}{B}C}$ *должна иметь величины внутри и на границе квадрата* $\pm 1 \pm j$, б) *параметры приемника должны удовлетворять соотношению* (50).

В заключении определяется к. п. д. передачи активной мощности (51), активная мощность поставляемая приемнику (52) и реактивная мощность обмененная у пары вторичных зажимов с приемником (53), для взаимного четырехполюсника питающего пассивный приемник, в случае когда коэффициент мощности у пары первичных зажимов равен единице. К. п. д. получает максимальную величину данную соотношением (56), в случае когда эквивалентное сопротивление у пары первичных зажимов выражено (55). Активная мощность также допускает максимальную величину выраженную (62), в случае когда эквивалентное сопротивление у пары первичных зажимов выражено (61). Следует:

Теорема 3. *Условие необходимое и достаточное для того, чтобы:* а) *режим передачи активной мощности с максимальным к.п.д.*, б) *режим передачи максимальной активной мощности через взаимный четырехполюсник питающий пассивный приемник, совпадали бы с энергетическим режимом, имеющим наилучший коэффициент мощности у пары первичных зажимов* ($\cos \varphi_1 = 1$) *дано соотношением* (35).

SUR LA TRANSMISSION À FACTEUR DE PUISSANCE OPTIMUM DE L'ÉNERGIE ACTIVE PAR DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES

(Résumé)

Dans cette Note les Auteurs déterminent les conditions dans lesquelles un système électrique donné transmet l'énergie active avec un facteur de puissance optimum aux bornes primaires. On considère, en ce but, parmi les types de systèmes électriques, ceux de structure usuelle, à savoir, de type dipôle et de type quadripôle. La solution du problème proposé devient extrêmement difficile pour des systèmes plus complexes.

En considérant le système électrique (de type dipôle on quadripôle) donné, on détermine les paramétres du récepteur correspondant à un facteur de puissance optimum aux bornes primaires du système. On précise, toutefois, les conditions dans lesquelles la valeur de ce facteur de puissance peut devenir égale à l'unité. On caractérise le régime énergétique à facteur de puissance optimum, en déterminant, en ce but, le rendement de la transmission, la puissance active fournie au récepteur et la puissance réactive échangée aux bornes secondaires avec le récepteur.

Dans le cas d'un dipôle passif le facteur de puissance aux bornes primaires est maximum (egale à l'unité) si la condition (3) est satisfaite; le rendement est donné par la relation (4), la puissance active fournie au récepteur — par la relation (5) et la puissance réactive échangée aux bornes secondaires avec le récepteur — par la relation (6).

Dans le cas d'un quadripôle passif ayant le facteur de puissance à la paire de bornes primaires, égale à l'unité, le diagramme lieu-géométrique de l'impédance du récepteur est un cercle d'équation (11), ayant les coordonnées du centre données par (12) et le rayon — par (15).

Si le récepteur est passif l'impédance à la paire de bornes primaires peut prendre des valeurs seulement à l'intérieur et sur la frontière du domaine délimité par le cercle (21). Dans ce cas le facteur de puissance à la paire de bornes primaires du quadripôle peut devenir égale à l'unité seulement si les coefficients du quadripôle satisfont à la double inégalité (22). On analyse ensuite trois cas possibles : a) les coefficients du quadripôle satisfont à la double inégalité (23) ; b) sont remplies les relations (42) ; c) les coefficients du quadripôle satisfont à la double inégalité (44). Dans ce dernier cas il n'y a aucun régime de fonctionnement à $\cos \varphi_1 = 1$ mais on peut déterminer le régime dans lequel la valeur du facteur de puissance aux bornes primaires du quadripôle est optimum (sousunitaire), à savoir, les paramètres équivalents à la paire de bornes primaires sont, en ce cas, donnés par les relations (47) où φ_1^* est donné par l'expression (46). Les paramètres du récepteur peuvent être déterminés, en ce cas, en utilisant les relations (48).

On établi le

T h é o r è m e 1. *Les conditions nécesaires et suffisantes pour réaliser la résonance à la paire de bornes primaires d'un quadripôle réciproque alimenté par la paire de bornes primaires et alimentant un récepteur passif sont :* a) *les coefficients du quadripôle doivent satisfaire à la double inégalité* (22) *;* b) *les paramètres du récepteur doivent satisfaire la relation* (11).

et le

T h é o r è m e 2. *Les conditions nécesssaires et suffisantes pour réaliser simultanément la résonance tant à la paire de bornes primaires, qu'à la paire de bornes secondaires d'un quadripôle réciproque, alimenté par la paire de bornes primaires et alimentant un récepteur passif sont :* a) *la grandeur complexe* $\overset{*}{\underline{AD}} - \overset{*}{\underline{BC}}$ *doit prendre des valeurs seulement à l'intérieur et sur la frontière du carré* $\pm 1 \pm j$; b) *les paramètres du récepteur doivent satisfaire la relation* (50).

Enfin, on détermine le rendement de la transmission de la puissance active (51), la puissance active fournie au récepteur (52) et la puissance réactive échangée à la paire de bornes secondaires avec le récepteur (53), dans le cas d'un quadripôle passif alimentant un récepteur passif, lorsque le facteur de puissance à la paire de bornes primaires est égale à l'unité. Le rendement admet une valeur maximum, donnée par la relation (56), lorsque le résistance équivalente à la paire de bornes primaires a l'expression (55). Toutefois, la puissance active fournie au récepteur admet une valeur maximum, donnée par la relation (62), lorsque la résistance équivalente à la paire de bornes primaires a l'expresion (61). Il en résulte le

T h é o r è m e 3. *La condition nécessaire et suffisante pour que :* a) *le régime de la transmission de la puissance active à rendement maximum ;* b) *le régime de la transmission de la puissance active maximum par un quadripôle reciproque, coïncide avec le régime énergétique à facteur de puissance optimum à la paire de bornes primaires* ($\cos \varphi_1 = 1$), *lorsque le récepteur est passif, est donnée par la relation* (35).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 538.552.2

MODEL PENTRU DEMONSTRAREA PRODUCERII CÎMPULUI MAGNETIC ÎNVÎRTITOR ÎN MAŞINILE ELECTRICE*)

DE

AUREL POPOVICI

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

În expunerea cunoştinţelor de electrotehnică se recurge uneori—în afară de demonstraţia analitică — şi la experienţe practice intuitive, care au scopul să arate cît mai clar unele fenomene de bază, mai dificile de înţeles, în special cînd acestea au şi aplicaţii importante.

Utilizarea judicioasă a unor asemenea procedee prezintă un ajutor preţios în metodica predării, asigurînd o fundamentare clară a cunoştinţelor respective la o masă cît mai mare din auditoriu. Astfel, pe lîngă demonstraţiile teoretice, la demonstrarea producerii cîmpului magnetic învîrtitor în maşinile electrice, se folosesc, după cum se ştie, şi diferite procedee experimentale, de exemplu: un sistem de trei cadre sau bobine cu miez de fier sau chiar un stator prevăzut cu o înfăşurare polifazată străbătută de curenţi polifazaţi. Cîmpul magnetic produs pe această cale acţionează asupra unui ac magnetic sau a unei bile feromagnetice. Se mai folosesc şi alte variante ce diferă puţin de cele arătate.

Aceste procedee, de o realizare simplă, prezintă însă dezavantajul că demonstrează numai existenţa şi efectul cîmpului magnetic învîrtitor obţinut, fără a putea pune în evidenţă, în mod viu, cît mai intuitiv şi totodată complet şi riguros, mecanismul intim de producere a acestui cîmp, esenţa sa de cîmp alternativ, noţiunea de funcţionare sincronă, aspectele de fază, viteză, sens, precum şi rolul pe care îl au înfăşurările de curent alternativ parcurse de curenţi polifazaţi, în maşinile electrice.

Modelul pe care îl prezentăm în cele ce urmează, prin concepţia şi realizarea sa, considerăm că îndepărtează în mare parte aceste neajunsuri, permiţînd o demonstraţie optică riguroasă şi perfect convingătoare prin confruntarea ei cu fenomenul fizic.

2. Principiul de realizare

Modelul se compune din două părţi:

Prima parte o constituie un panou (fig. 1) cu o înfăşurare trifazată *2*, realizată schematic în culori diferite, pe un pachet redus de table de stator *1*. Pe un ecran *5* solidar cu acest panou, fixat în golul rotoric, se indică optic pentru fiecare fază polii

*) Modelul a fost expus în cadrul Expoziţiei Biroului Internaţional de Educaţie (UNESCO), Standul R. P. R., Geneva, din anul 1959.

magnetici alternativi pe axele lor : mai întîi prin săgeţi radiale translucide *11*, cu vîrfuri opuse iluminate pe rînd pe jumătate din lungime *15*, colorat *14* şi cu variaţie sinusoidală în intensitatea luminoasă — şi apoi prin zone iluminate alternativ, analog,

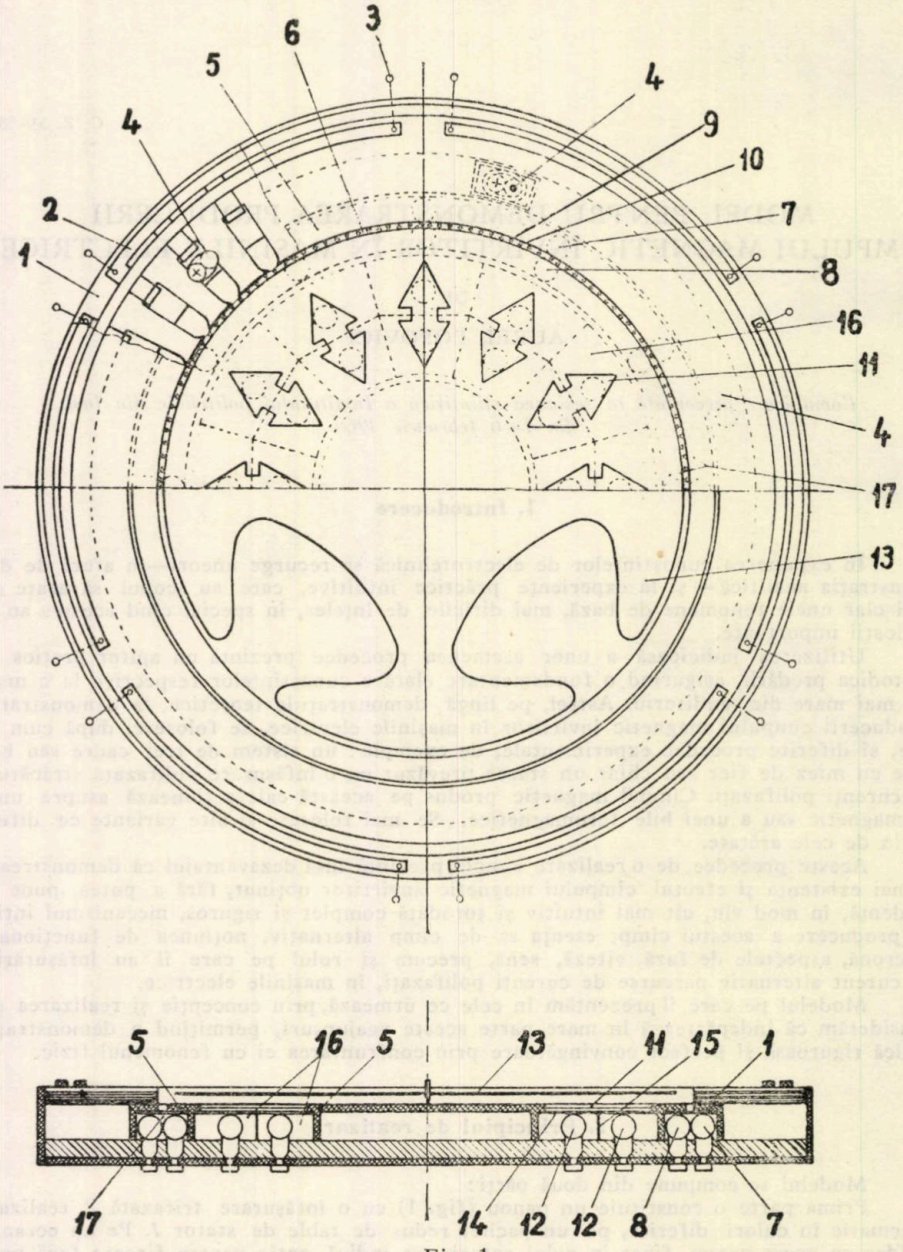


Fig. 1

pe un inel translucid *6* de-a lungul întrefierului. În acelaşi timp, prin mici casete, cu suprafeţe circulare *4* translucide situate la începutul fiecărei faze, indicînd la iluminare

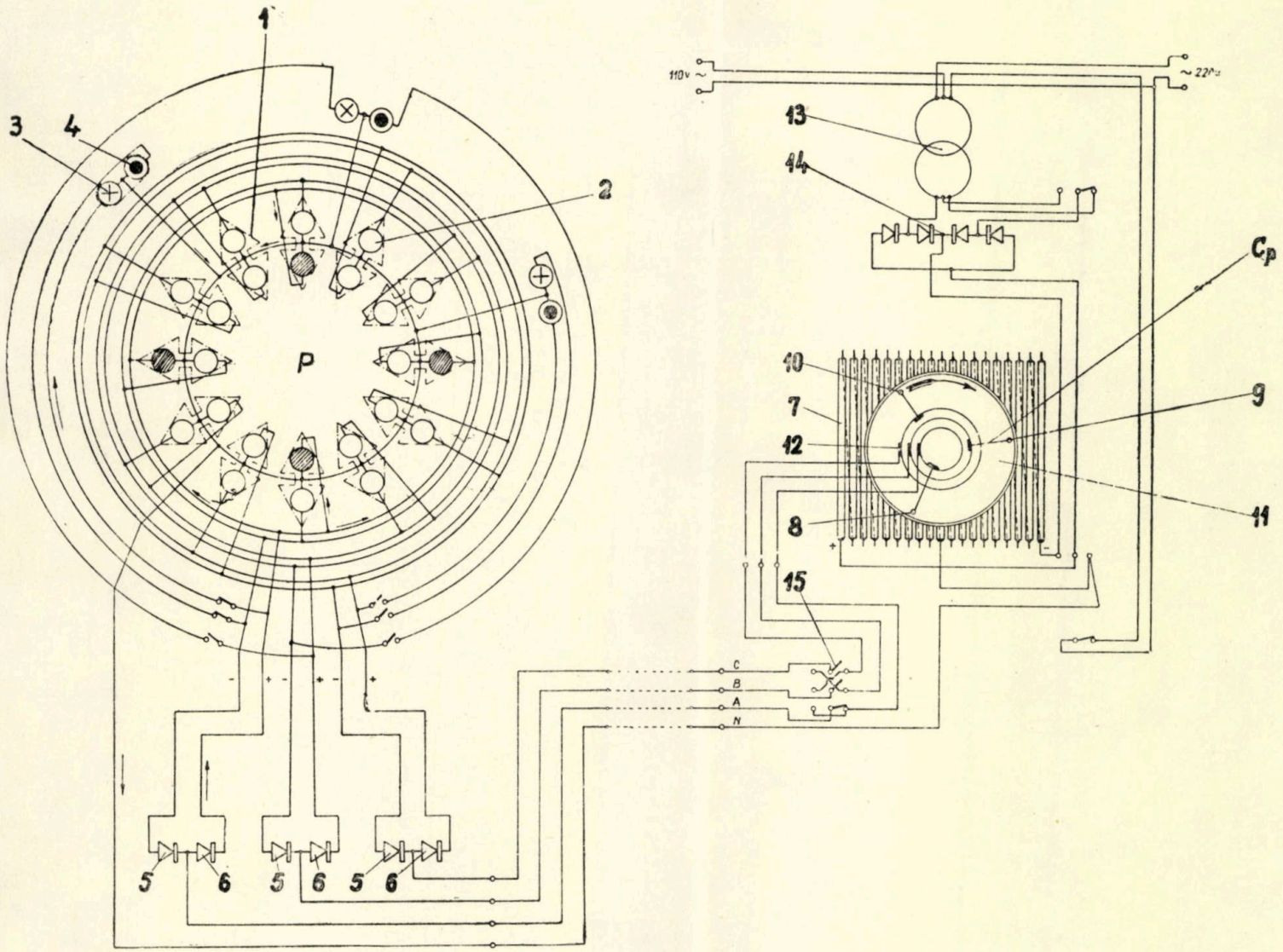
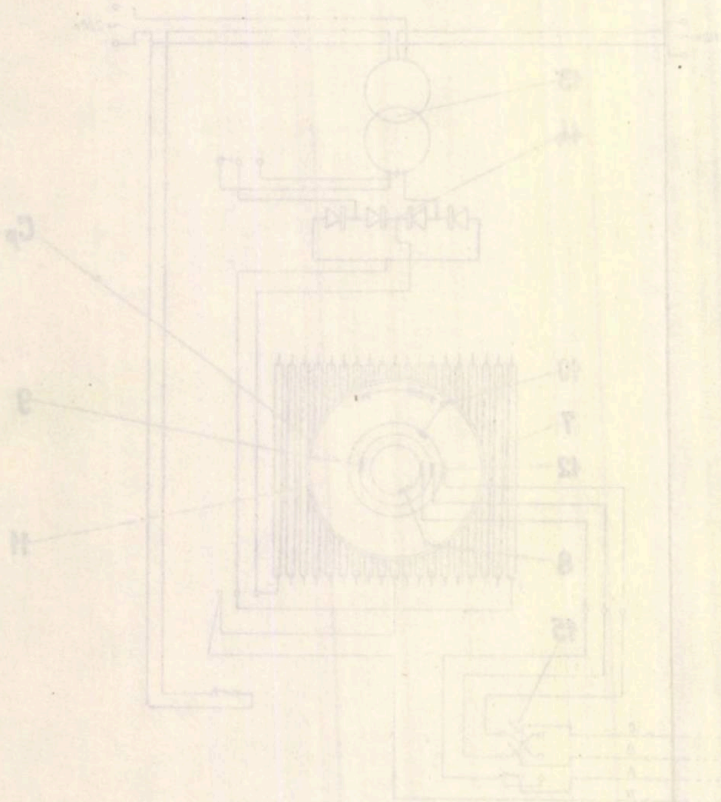
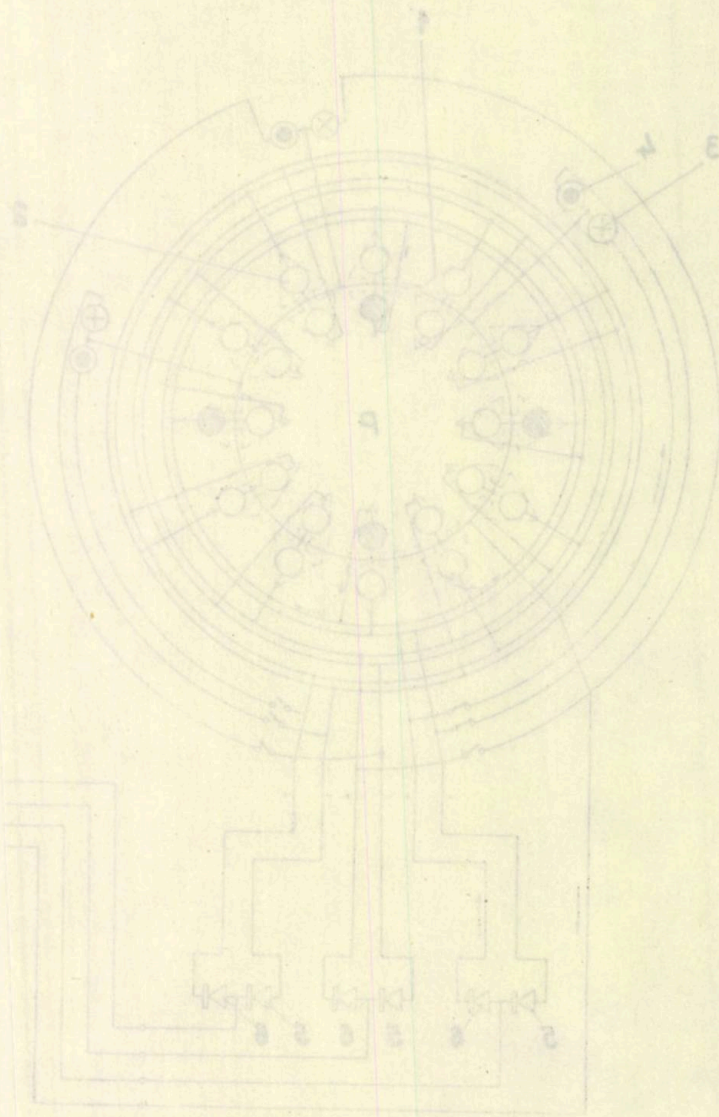


Fig. 3





semnul punct sau cruce, se indică semnul curentului, prin intensitatea luminoasă — valoarea instantanee, iar prin culoare — faza respectivă.

A doua parte (fig. 3) este un convertizor C_p potenţiometric trifazat care constituie sursa de curenţi de forma undei dorite şi de frecvenţă variabilă, necesar pentru alimentarea panoului.

Concepţia convertizorului este bazată pe sistemul cunoscut care permite ca de pe o rezistenţă plană cu variaţie liniară în lungul unei axe, alimentată în curent continuu, să se obţină o tensiune alternativă sinusoidală între un contact mobil ce se deplasează circular pe suprafaţa rezistenţei şi un contact fix plasat în centrul cercului.

În cazul de faţă, rezistenţa plană este obţinută sub forma unui bloc plan rezultat din asamblarea de bare de cupru 7 cu secţiune dreptunghiulară, izolate electric între ele şi conectate în serie prin rezistenţe. Valoarea rezistenţelor este determinată aşa fel încît prin rotirea pe suprafaţa plană a contactelor mobile *8, 9, 10* şi prin intermediul inelelor de contact *12* să se obţină în raport cu *N*, tensiuni alternative care aplicate becurilor electrice de pe panou, să producă funcţionarea acestora la o intensitate luminoasă variabilă, pe cît posibil după o lege sinusoidală.

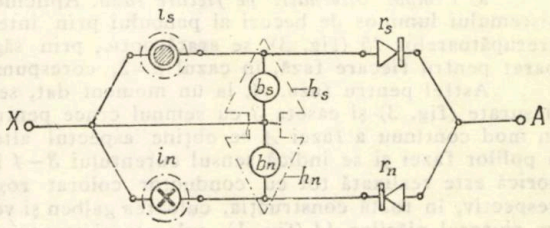


Fig. 2

La rotirea manuală sau mecanică a suportului portperie *11*, rezistenţa plană fiind străbătută de curent continuu se va obţine sistemul trifazat de tensiuni la bornele *A, B, C, N*, (fig. 3), de frecvenţă dorită.

Aspectul optic, analog cîmpului alternativ pe axa unui pol, se obţine, în principiu, cu ajutorul a două becuri electrice montate în casetele *16*, lipite între ele sub cele două vîrfuri ale săgeţii radiale, care funcţionează pe rînd unul în alternanţa pozitivă iar celălalt în alternanţa negativă. Separarea electrică a alternanţelor se obţine prin bifurcarea circuitului fiecărei faze şi utilizarea de redresoare uscate. Din fig. 2, care reprezintă schematic circuitul unei faze, se observă că la aplicarea tensiunii alternative între punctele *A* şi *X*, pentru sensul pozitiv, se aprinde becul b_n de sub săgeata h_n şi totodată becul i_n cu semnul cruce pentru sensul curentului; în alternanţa negativă se va aprinde becul b_s iluminînd porţiunea h_s a săgeţii radiale şi becul i_s indicînd semnul punct pentru sensul curentului.

Pe acelaşi principiu, folosind cîte două becuri electrice *7, 8* (fig. 1) alăturate, plasate pe axele polilor într-o casetă inelară *17* (fig. 1), se obţine iluminarea alternativă în două culori, comune pentru toate fazele, a unei aceleiaşi zone pe inelul translucid al întrefierului; astfel se obţine aspectul optic analog cîmpului alternativ în întrefier.

În fig. 3 este arătată schema electrică pentru alimentarea becurilor electrice *2* ale săgeţilor radiale *1* şi a becurilor electrice *3, 4* pentru sensul curentului pe fază, precum şi momentul cînd este alimentată numai faza *A* prin redresoarele *5, 6*. Schema electrică este identică pentru alimentarea becurilor electrice din întrefier *7, 8* (fig. 1).

Ca principiu teoretic modelul traduce optic demonstraţia cazului general al cîmpului magnetic învîrtitor radial produs într-un sistem trifazat, avînd numărul de perechi de poli $p > 1$, demonstraţie, care după cum se ştie, consideră valoarea instantanee a cîmpului alternativ sinusoidal pe fiecare fază, efectuează sumarea lor, interpretează faptul rotaţiei cîmpului rezultant şi deduce viteza unghiulară sub forma generală ω/p, unde ω reprezintă pulsaţia curenţilor care trec prin sistem.

Modelul realizat traduce această demonstraţie cu ajutorul polilor magnetici concretizaţi optic pe axele fiecărei faze şi o duce mai departe arătînd direct şi cîmpul rezultant învîrtitor cu toate aspectele respective ca: fază, număr de poli, frecvenţă, sens de rotaţie şi oferă posibilitatea de a determina simplu şi intuitiv valoarea vitezei de rotaţie.

Indicarea optică, direct pe întrefier, a cîmpului pulsatoriu pe fiecare fază şi a cîmpului rezultant, crează o imagine mai sugestivă şi mai apropiată de realitate. Această imagine permite, în acelaşi timp, ca alimentînd înfăşurarea trifazată *2* (fig. 1) a panou-

lui cu curenţi trifazaţi şi utilizînd o roată polară *13* (fig. 1) corespunzătoare ca număr de poli, să se poată confrunta cîmpul rezultant pe cale optică în întrefier, cu cîmpul real obţinut fizic şi a face astfel identificarea între fenomenul demonstrat optic şi fenomenul fizic.

În tot ansamblul demonstraţiei, folosindu-se culori diferite pentru fiecare fază, se poate urmări permanent şi independent fiecare fază în parte precum şi contribuţia ei în fenomenul rezultant.

3. Funcţionarea modelului şi momentele expunerii

a) *Cîmpul alternativ pe fiecare fază.* Aplicînd tensiunea obţinută de la convertizor sistemului luminos de becuri al panoului prin intermediul bornelor *A, B, C, N* şi întrerupătoarelor *15* (fig. 3), se arată optic, prin săgeţile radiale, cîmpul alternativ, separat pentru fiecare fază, în cazul $p=2$, corespunzător realizării înfăşurării statorice.

Astfel pentru faza, *A*, la un moment dat, se iluminează colorat în roşu săgeţile haşurate (fig. 3) şi caseta *3* cu semnul cruce pentru sensul curentului. La alimentarea în mod continuu a fazei *A* se obţine aspectul alternativ al cîmpului pe fiecare axă a polilor fazei şi se indică sensul curentului *3—4* în mod permanent. Înfăşurarea statorică este realizată tot cu conductor colorat roşu. Fazelor *B* şi *C* le este atribuită, respectiv, în toată construcţia, culoarea galben şi verde. Colorarea săgeţilor este obţinută cu ajutorul plăcilor *14* (fig. 1), colorate şi transparente.

b) *Cîmpul rezultant.* Alimentînd apoi simultan sistemul optic al celor trei faze, se obţine optic efectul rezultant echivalent mişcării de rotaţie, la fel ca în demonstraţia analitică, însă în mod direct. Un pol rezultant este arătat prin trei jumătăţi de săgeţi radiale alăturate, de acelaşi sens, de culori şi intensităţi diferite.

În timpul mişcării sincrone grupul de trei săgeţi luminoase, ce formează un pol, variază în intensitate, proporţional cu intensitatea cîmpului magnetic pe fazele respective şi astfel se face deplasarea polului prin permutarea săgeţilor colorate, în ordinea roşu-verde-galben, verde-galben, verde-galben-roşu etc.

În cazul nostru există patru grupe dirijate permanent nord-sud, ce se rotesc cu viteză sincronă, corespunzătoare frecvenţei convertizorului, grupe ce reprezintă cei patru poli ai cîmpului rezultant.

Imaginea obţinută prin săgeţile radiale în mişcare sau la un moment dat, permite simplu şi intuitiv, datorită faptului că traduce optic demonstraţia analitică, *identificarea tuturor aspectelor demonstrate teoretic în ce priveşte cîmpul, curentul şi înfăşurarea.*

c) *Cîmpul alternativ în întrefier.* Indicarea optică a cîmpului alternativ în întrefier are scopul de a da o imagine mai apropiată de fenomenul real şi de a face în acelaşi timp legătura cu demonstraţia prin săgeţile radiale care permite, în schimb, studierea schematică a fenomenului şi obţinerea rezultatelor teoretice.

La alimentarea sistemului de becuri din întrefier, ce corespund unei faze, se obţine cu ajutorul grupelor de cîte două becuri electrice alăturate *7,8* (fig. 1), indicarea optică a răspîndirii şi variaţiei intensităţii cîmpului alternativ pe faza respectivă; pentru alternanţa pozitivă a curentului, pe axa unui pol funcţionează becul electric *8* colorat roşu deschis, iar în alternanţa negativă becul electric *7* colorat albastru. În acest mod, pe o zonă a suprafeţei inelare translucide *6* (fig. 1), în decursul alternanţei pozitive apare culoarea roşie de intensitate variabilă şi extinsă de o parte şi cealaltă a becului electric; în alternanţa negativă apare culoarea albastră cu aceeaşi repartiţie şi variaţie în intensitatea luminoasă, pe aceeaşi zonă a suprafeţei inelare.

Prin sistemul arătat cîmpul alternativ în întrefier, pe o fază, apare prin patru zone colorate, alternînd culorile roşu cu albastru atît în timp cît şi în spaţiu, separate prin zone neutre fixe, zonele roşu deschis semnificînd polii nord iar cele colorate albastru, polii sud.

Pentru a face trecerea convingătoare de la sistemul de săgeţi radiale la zonele luminoase din întrefier, se indică pentru fiecare fază, concomitent, cîmpul alternativ atît prin săgeţile radiale cît şi prin zonele luminoase pe întrefier.

Indicarea optică a repartiţiei radiale a liniilor de inducţie magnetică în întrefier în orice moment, se face cu ajutorul săgeţilor *9* şi *10*, colorate în roşu (*9*) şi în albastru *(10)* succesiv, transparente, repartizate pe tot inelul, corespunzător întrefierului şi lipite de acesta spre interior.

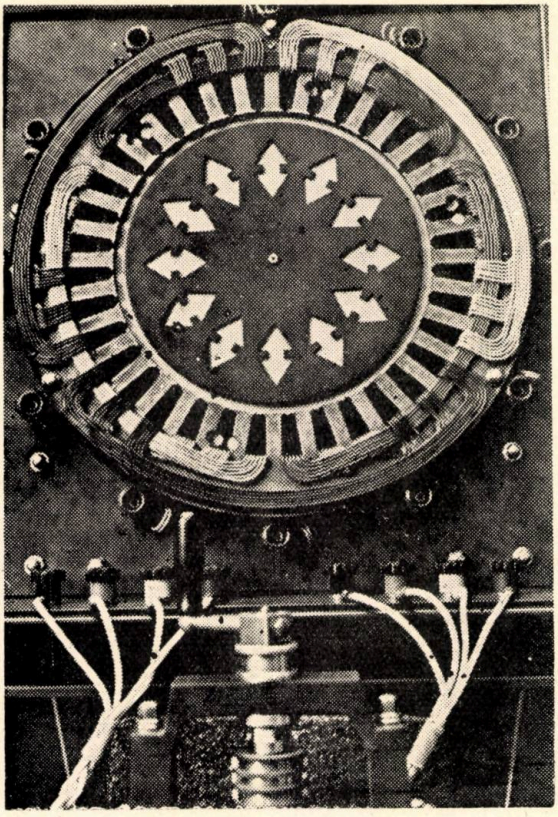


Fig. 4

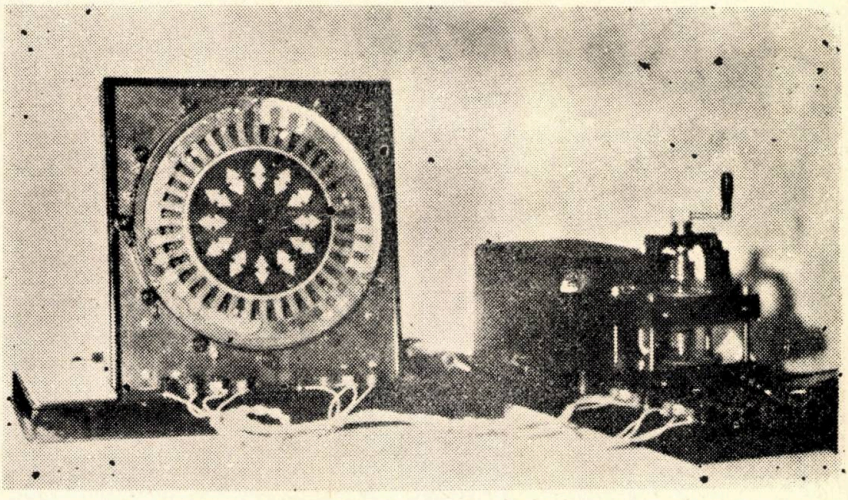


Fig. 5

d) *Cîmpul rezultant în întrefier.* Alimentarea simultană a sistemului de becuri din întrefier care corespund celor trei faze realizează suprapunerea şi sumarea optică a celor trei cîmpuri alternative.

Cîmpul rezultant se prezintă sub forma unui inel *6* (fig. 1) împărţit în patru zone luminoase colorate în roşu şi albastru, indicînd polii nord şi sud, cu zonele neutre respective; acest inel se roteşte sincron.

Pe fiecare zonă se văd săgeţi mici, radiale, dirijate permanent, respectiv în acelaşi sens; pentru zona colorată în roşu (pol nord) săgeţile sînt dirijate spre rotor, iar pentru zona colorată în albastru (pol sud), spre stator.

Imaginea obţinută pentru cîmpul rezultant în mişcarea de rotaţie se menţine constantă ca intensitate luminoasă şi repartiţie, arătînd efectul perfect echivalent unui cîmp învîrtitor.

e) *Confruntarea demonstraţiei optice cu cîmpul real învîrtitor.* Pentru a confrunta cîmpul rezultat pe cale optică cu cîmpul real învîrtitor în întrefier, se alimentează sistemul optic din întrefier pentru toate fazele, cît şi înfăşurarea trifazată statorică.

În această situaţie cîmpul rezultant real din întrefier se pune în evidenţă cu ajutorul roţii polare *13* (fig. 1), magnetizată permanent, care se aplică în golul rotoric; se observă modul cum polii reali produşi de înfăşurarea statorică, puşi în evidenţă prin intermediul roţii polare, se rotesc sincron cu polii rezultanţi în întrefier, puşi în evidenţă pe cale optică. În felul acesta se poate trage concluzia că tot ceea ce a fost prezentat în demonstraţia optică cu ajutorul săgeţilor radiale, ţinînd seama de cele arătate la punctele c) şi d), corespunde cu realitatea fizică.

În fig. 4 se vede în detaliu panoul cu înfăşurarea schematică statorică a unui model realizat, precum şi cele două cordoane de alimentare — pentru sistemul optic şi pentru înfăşurare.

Alimentarea înfăşurării statorice se face cu un sistem de tensiuni trifazate sinusoidale de la un al doilea sistem potenţiometric, montat identic, pe acelaşi ax cu cel realizat pentru alimentarea sistemului optic.

În fig. 5, unde este redat în ansamblu modelul realizat, se observă la convertizor cele două sisteme potenţiometrice.

Prin construcţie, cu ajutorul unui comutator, se poate prezenta demonstraţia optică pentru cazul $p = 1$. De asemenea, cu ajutorul unui alt comutator se poate realiza conectarea înfăşurării statorice pentru cazul $p = 1$; schimbarea conectării înfăşurărilor se poate efectua şi manual prin intermediul bornelor *3* (fig. 1) şi a unor cordoane de legătură. Cu această adaptare, utilizîndu-se roata polară adecvată, posibilităţile de demonstraţie ale modelului sînt extinse.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de electrotehnică şi maşini electrice,
Laboratorul de electrotehnică generală

МОДЕЛЬ ДЛЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА СОЗДАНИЯ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ

(Резюме)

Построенная модель позволяет получать оптическое изображение переменного магнитного поля соответствующего каждой фазе трехфазной обмотки схематически исполненой в красках на пачке листов статора. Переменное магнитное поле дано на осях полюсов в двух видах: а) радиальными стрелками с противоположными прозрачными концами, последовательно освещенными до половины их длины, по окраске соответствующей фазы и с синусоидальной вариациеи световой интенсивности, б) переменно освещенными зонами, как и в случае а), по длине воздушного зазора магнитного провода, на прозрачном кольце.

Оптическое изображение схожее с переменным полем на осях полюсов получается при помощи парных групп электрических лампочек на осях полюсов, питаемых от трехфазного преобразователя потенциометрического типа при помощи выпрямителей.

Благодаря вышеуказанным возможностям модель дает оптическое доказательство общего случая создания магнитного вращающегося радиального поля в трех-

фазной системе. Это доказательство позволяет получать мгновенную величину переменного синусоидального поля на каждой фазе, суммирует их и приводит угловую скорость к общей форме ω/p.

Пользуя изображение вращающегося остаточного поля в воздушном зазоре магнитного поля и питая трехфазную обмотку статора трехфазной системой токов, а также пользуя полюсное колесо с постоянными полюсами, делается сопоставление между остаточным полем полученным оптическим путем и реальным полем полученным физическим путем.

Заключается, что все полученные оптическим путем результаты, в частности при помощи радиальных стрелок, соответствуют физической реальности.

MODÈLE POUR LA DÉMONSTRATION DE L'OBTENTION DU CHAMP MAGNÉTIQUE TOURNANT DANS LES MACHINES ÉLECTRIQUES

(Résumé)

Le modèle construit permet la représentation par voie optique du champ magnétique alternatif correspondant à chaque phase d'un enroulement triphasé, par une schéma en couleurs sur un paquet de tôles d'un stateur. Le champ magnétique, alternatif est représenté sur les axes des pôles en deux manières: a) par des flèches radiales à sommets opposés, translucides, illuminées succésivement, par demilongeur, avec une couleur correspondante à la phase considérée et à une intensité lumineuse à variation sinusoïdale; b) par des zônes illuminées alternativement, d'une manière analogue à celle du cas précédent, au long de l'entrefer, sur un anneau traslucide.

La reprénsentation optique, analogue au champ alternatif sur les axes des pôles, est obtenue à l'aide des groupes de deux lampes électriques, situées sur les axes des pôles, alimentées par un convertisseur triphasé de type potentiométrique. par l'intermède des redresseurs qui séparent les alternances.

Par cette voie le modèle obtenu traduit par voie optique la représentation du cas général de la production d'un champ magnétique tournant radial, en un système triphasé. Cette démonstration considère la valeur instantanée du champ alternatif sinusoïdal sur chaque phase, donne leur somme et permet à déduire la vitesse angulaire sous la forme ω/p.

En utilisant l'image du champ résultant tournant dans l'entrefer en alimentant l'enroulement triphasé du stateur avec un système triphasé de courants et en utilisant toutefois une roue polaire à pôles permanents on procède à la confrontation du champ résultant obtenu par voie optique et du champ réel obtenu par voie physique. On aboutit à la conclusion que les résultats obtenus par voie optique, surtout à l'aide des flèches radiales, correspondent à la réalité physique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 531.35

К ВОПРОСУ О ДВИЖЕНИИ ТОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЦЕНТРАЛЬНОЙ СИЛЫ

В. А. САПА и А. М. ЖАРОВ

В работе выводятся дифференциальные уравнения траектории точки переменной массы, движущейся под действием центральной силы, соответствующие и переходящие в случае постоянной массы в формулу Бинэ. Нас поэтому будут интересовать случаи только плоского движения точки переменной массы, на которую действуют центральные силы.

Случай плоского движения важен сам по себе и заслуживает его рассмотрения. Значение его возрастает в связи с тем, что, оказывается, решение самого общего случая движения точки переменной массы под действием центральной силы можно свести к решению плоской задачи, чему мы посвящаем отдельную статью.

Пусть точка переменной массы $m = mf_0(t)$ движется в среде без сопротивления под действием центральной силы, величину которой обозначим F.

Поместим начало координат в центр силы Тогда дифференциальное уравнение движения точки переменной массы, впервые выведенное И. В. Мещерским [1], для данного случая запишется:

$$m\,\mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t = F\mathbf{r}/r + (\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)(\mathbf{u} - \mathbf{v}), \tag{1}$$

где: $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки, $\mathbf{v}$ — ее скорость, $\mathbf{u}$ — абсолютная скорость, изменяющих массу точки, частиц.

Причем $F > 0$, если центральная сила — сила отталкивания, и $F < 0$, если центральная сила — сила притяжения. В частности, если центральная сила — сила ньютонианского притяжения, то $F = -mM/r^2$.

Как известно, в случае постоянной массы движение точки под действием центральной силы будет происходить в плоскости, включающей центр силы, и в этой плоскости имеет место следующее дифференциальное уравнение, связывающее центральную силу F, η — величину обратную расстоянию точки до центра силы ($\eta = 1/r$) и полярный угол φ:

$$-mc^2\eta^2(\mathrm{d}^2\eta/\mathrm{d}\varphi^2 + \eta) = F. \tag{2}$$

Здесь c — постоянная интеграла площадей.

Выражение (2) носит название формулы Бинэ. Она устанавливает дифференциальную связь между траекторией движущейся точки, и центральной силой действующей на нее. Эта формула позволяет при известной траектории точки определить величину центральной силы и наоборот. Если же масса точки изменяется со временем, то движение ее не будет, вообще говоря, плоским

И. В. Мещерский [1] указывает следующие частные случаи, когда движение точки переменной массы под действием центральной силы будет плоским:

а) Реактивная сила отсутствует

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}. \tag{3}$$

б) Скорость, изменяющих массу точки частиц равна нулю

$$\mathbf{u} = 0. \tag{4}$$

г) Скорость, изменяющих массу точки частицы, коллинеарна скорости точки

$$\mathbf{u} = \nu\mathbf{v}. \tag{5}$$

д) Скорость изменяющих массу точки частиц коллинеарна радиусу-вектору

$$\mathbf{u} = \lambda\mathbf{r}/r. \tag{6}$$

Еще один случай плоского движения точки переменной массы, движущейся под действием центральной силы указал А. А. Космодемьянский в работе [2].

е) Относительная скорость изменяющей массы коллинеарна радиусу-вектору

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{u} - \mathbf{v} = \lambda\mathbf{r}/r. \tag{7}$$

Покажем, что движение будет плоским и в более общем случае, а именно, если

$$\mathbf{u} = \nu\mathbf{v} + \lambda\mathbf{r}/r, \tag{8}$$

где ν и λ, вообще говоря, зависят от t, x, y, z, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, m. Случаи, указанные И. В. Мещерским и А. А. Космодемьянским, получаются из этого общего случая при частных значениях функций ν и λ.

Итак, пусть скорость, изменяющих массу точки частиц удовлетворяет условию (8). Тогда уравнение движения (1) можно записать:

$$m\,\mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t = (F + \lambda\,\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)(\mathbf{r}/r) + (\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)(\nu - 1)\,\mathbf{v}. \tag{9}$$

Умножая обе части равенства (9) векторно слева на радиус-вектор $\mathbf{r}$ получим:

$$m[\mathrm{d}(\mathbf{r}\times\mathbf{v})/\mathrm{d}t] = (\nu - 1)(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)(\mathbf{r}\times\mathbf{v}) \tag{10}$$

ибо

$$\mathbf{r}\times m(\mathrm{d}\mathbf{v}/\mathrm{d}t) = m[\mathrm{d}(\mathbf{r}\times\mathbf{v})/\mathrm{d}t] - m\,(\mathrm{d}\mathbf{r}/\mathrm{d}t)\times\mathbf{v} = m\,[\mathrm{d}(\mathbf{r}\times\mathbf{v})/\mathrm{d}t]\,.$$

Равенство (10) перепишем в виде

$$\mathrm{d}(\mathbf{r}\times\mathbf{v})/\mathrm{d}t = [(\nu - 1)/m](\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)(\mathbf{r}\times\mathbf{v}). \tag{11}$$

Если $\nu = 1$, то из уравнения (11) следует $\mathbf{r}\times\mathbf{v} = \mathbf{c}$, где $\mathbf{c}$ — некоторый постоянный вектор, и значит движение будет плоским, если же $\nu \neq 1$, то равенство (11) утверждает, что производная вектора $\mathbf{r}\times\mathbf{v}$ коллинеарна самому вектору $\mathbf{r}\times\mathbf{v}$, т. е. вектор $\mathbf{r}\times\mathbf{v}$ изменяется только по величине, а не по направлению, поэтому плоскость, определяемая векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{v}$ будет сохранять неизменное положение, и, следовательно, движение будет плоским.

Заметим, что при доказательстве мы предполагали, что вектор $\mathbf{r}\times\mathbf{v}$ не равен нулю. Случаи, когда он обращается в нуль, являются тривиальными и не представляют интереса. Это предположение мы будем иметь в виду и во всех дальнейших рассуждениях.

Прежде чем перейти к выводу дифференциального уравнения траектории движения выведем некоторые соотношения, необходимые для дальнейшего.

Как известно, вектор $\mathbf{r}\times\mathbf{v}$ представляет собой удвоенную секториальную скорость, величину которой обозначим σ; она, вообще говоря, будет функцией переменных t, x, y, z, $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$, m. Поэтому, проектируя равенство (10) на направление вектора $\mathbf{r}\times\mathbf{v}$, получим следующее дифференциальное уравнение для определения величины удвоенной секториальной скорости:

$$m\,\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}t = (\nu - 1)(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)\sigma, \tag{12}$$

или

$$\mathrm{d}\ln\sigma = (\nu - 1)\mathrm{d}\ln m. \tag{13}$$

В частности, если ν величина постоянная или функция только массы точки, то

$$\sigma = c_1 \exp\int(\nu - 1)\,\frac{\mathrm{d}m}{m}, \tag{14}$$

где c_1 — постоянная интегрирования; если $\nu = 1$, то $\sigma = c = \mathrm{const}$.

Предположим, что решая уравнение (13), мы нашли выражение функции σ, тогда, переходя к полярной системе координат r, φ, получим равенство:

$$r^2\,\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t = \sigma. \tag{15}$$

Выведем еще одно соотношение.

Известно, что скорость точки в полярных координатах определяется формулой

$$v^2 = (\mathrm{d}r/\mathrm{d}t)^2 + r^2(\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t). \tag{16}$$

Используя равенство (15), формулу (16) можно записать:

$$v^2 = \sigma^2\{[(1/r^2)(\mathrm{d}r/\mathrm{d}\varphi)]^2 + 1/r^2\}. \tag{17}$$

Введем обозначение $\eta = 1/r$, тогда

$$\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\varphi = -(1/r^2)(\mathrm{d}r/\mathrm{d}\varphi)$$

и, следовательно,

$$v^2 = \sigma^2[(\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\varphi)^2 + \eta^2]. \tag{18}$$

Чтобы вывести дифференциальное уравнение траектории, умножим уравнение (9) скалярно на $(1/m)\mathbf{v}\,\mathrm{d}t$, тогда получим

$$(1/2)\mathrm{d}v^2 = (1/m)[F + \lambda(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)]\mathrm{d}r + (\nu - 1)(\mathrm{d}m/m)\,v^2 \tag{19}$$

ибо

$$(\mathbf{r}/r)\mathbf{v}\,\mathrm{d}t = \mathrm{d}r.$$

Если $\nu \neq 1$, то, используя соотношение (13), уравнение (19) можно записать:

$$(1/2)\mathrm{d}v^2 = (1/m)[F + \lambda(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)]\mathrm{d}r + (\mathrm{d}\sigma/\sigma)v^2. \tag{20}$$

Умножим уравнение (20) на $2/\sigma^2$, и запишем его в виде

$$\mathrm{d}(v/\sigma)^2 \quad (2/m\sigma^2)\,[F + \lambda(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)]\mathrm{d}r. \tag{21}$$

Если $\nu = 1$, то $\sigma = \text{const}$., а уравнение (19) примет вид

$$(1/2)\mathrm{d}v^2 = (1/m)\,[F + \lambda\,(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)]\,\mathrm{d}r. \tag{22}$$

Умножая уравнение (22) на $2/\sigma^2$ и учитывая, что $\sigma = \text{const}$., мы приходим к выводу, что соотношение (21) имеет место и в этом случае.

Из уравнения (21) следует, что

$$\mathrm{d}(v/\sigma)^2/\mathrm{d}\varphi = [2/(m\sigma^2)]\,[F + \lambda(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)](\mathrm{d}r/\mathrm{d}\varphi). \tag{23}$$

Так как

$$\mathrm{d}r/\mathrm{d}\varphi = \mathrm{d}(1/\eta)/\mathrm{d}\varphi = -(1/\eta^2)(\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\varphi),$$

а из соотношения (13) находим, что

$$\mathrm{d}\,(v/\sigma)^2/\mathrm{d}\varphi = 2(\mathrm{d}^2\eta/\mathrm{d}\varphi^2 + \eta)(\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\varphi),$$

о уравнение (23) примет вид

$$2(\mathrm{d}^2\eta/\mathrm{d}\varphi^2 + \eta)(\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\varphi) = -[2/(m^2\sigma\eta^2)][F + \lambda(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t)](\mathrm{d}\eta/\mathrm{d}\varphi),$$

или окончательно

$$-m\sigma^2\eta^2(\mathrm{d}^2\eta/\mathrm{d}\varphi^2 + \eta) = F + \lambda(\mathrm{d}m/\mathrm{d}t). \tag{24}$$

Формула Бинэ (2) получается из формулы (24), если положить, что $m = \text{const}$.

Укажем частные виды формулы (24):

а) Реактивная сила отсутствует, т. е. $\mathbf{v}_r = \mathbf{u} - \mathbf{v} = 0$. Следовательно $\nu = 1$, $\lambda = 0$, $\sigma = \text{const}$. Формула (24) примет вид формулы Бинэ

$$-mc^2\eta^2(d^2\eta/d\varphi^2+\eta)=F. \tag{25}$$

Но здесь у нас масса точки m меняется со временем.

б) Скорость, изменяющих массу точки частиц, равна нулю, $\mathbf{u}=0$, $\lambda=\nu=0$, $\sigma=c/m$, и формула (24) перепишется:

$$-(c^2/m)\eta^2(d^2\eta/d\varphi^2+\eta)=F. \tag{26}$$

г) Скорость, изменяющих массу точки частиц коллинеарна скорости точки $\mathbf{u}=\nu\mathbf{v}$, $\lambda=0$, и формула (24) запишется в следующем виде:

$$-m\sigma^2\eta^2(d^2\eta/d\varphi^2+\eta)=F. \tag{27}$$

д) Скорость, изменяющих массу точки частиц, коллинеарна радиусу-вектору, $\mathbf{u}=\lambda\mathbf{r}/r$, $\nu=0$, $\sigma=c/m$, формула (24) в этом случае принимает вид:

$$-(c^2/m)\eta^2(d^2\eta/d\varphi^2+\eta^2)=F+\lambda(dm/dt). \tag{28}$$

е) Относительная скорость, изменяющих массу точки частиц, коллинеара радиусу-вектору, $\mathbf{v}_2=\mathbf{u}-\mathbf{v}=\lambda\mathbf{r}/r$, $\nu=1$, $\sigma=c=\text{const}$. Тогда из формулы (24) имеем:

$$-mc^2\eta^2(d^2\eta/d\varphi^2+\eta)=F+\lambda(dm/dt). \tag{29}$$

Если центральная сила — сила ньютонианского притяжения, т.е. $F=-mM/r^2=-mM\eta^2$, то формулу (25) можно записать:

$$d^2\eta/d\varphi^2+\eta=M/c^2. \tag{30}$$

Соответствующим образом переписываются формулы и для остальных частных случаев. Заметим, что уравнением (30) пользуются в своих работах Г. Н. Дубошин [3]. Сравнивая полученные формулы для различных частных случаев и анализируя соотношение (13), мы приходим к выводу, что наличие или отсутствие составляющей скорости, изменяющих массу точки частиц, коллинеарной радиусу-вектору не влияет на величину секториальной скорости; наличие же ее приводит к тому, что движение точки происходит как бы под действием центральной силы, измененной на величину пропорциональную производной от массы точки по времени. Причем коэффициент пропорциональности, вообще говоря, изменяется со временем.

Формулу (24) мы вывели из предположения, что сила сопротивления отсутствует. Можно показать, что при наличии силы сопротивления формула (24) сохранит свой вид; изменится лишь уравнение, определяющее величину удвоенной секториальной скорости, которое тогда будет выглядеть:

$$m(d\sigma/dt)=[(\nu-1)(dm/dt)-(R/v)]\sigma, \tag{31}$$

где: R — величина силы сопротивлении, v — величина скорости точки.

Вывод формулы в этом случае совершенно аналогичен тому, который мы проделали выше. В целях краткости мы его не приводим.

Как уже отмечалось выше наличие радиальной составляющей абсолютной скорости изменяющих массу точки частиц приводит к тому, что движение точки происходит как бы под действием двух центральных сил: заданной центральной силы и реактивной центральной силы. Может случиться, что в течение некоторого промежутка времени эти силы взаимно уравновешиваются, т. е. выполняется условие

$$F+\lambda(dm/dt)=0. \tag{32}$$

Тогда легко видеть, что в течение этого промежутка времени точка переменной массы будет двигаться прямолинейно. Справедливо и обратное заключение. Поэтому, чтобы движение точки переменной массы под действием центральной силы было прямолинейным, необходимо и достаточно выполнение условия (32).

Предположим теперь, что в течение рассматриваемого промежутка времени условие (32) не выполняется и пусть центральная сила есть сила ньютонианского притяжения

$$F=-\mu m\eta^2. \tag{33}$$

Предположим также, что $\mu = \text{const.}$, величины λ и ν постоянны или функции только массы точки, а она является функцией полярного угла φ. Найдем траекторию точки, имея в виду указанные выше предположения.

Имеем:

$$(dm/dt) = (dm/d\varphi)/(d\varphi/dt) = (dm/d\varphi)\,\sigma\eta^2,$$

поэтому уравнение (24), после очевидных упрощений, можно записать:

$$d^2\eta/d\varphi^2 + \eta = [\mu m - \lambda\,(dm/d\varphi)\,\sigma][1/(m\sigma^2)]. \tag{34}$$

Так как из уравнения (13) следует, что секториальная скорость будет либо постоянной величиной, либо функцией только массы точки, то, очевидно, правая часть уравнения (34) будет функцией только полярного угла, обозначим ее через $\gamma(\varphi)$, тогда уравнение (34) можно короче записать:

$$d^2\eta/d\varphi^2 + \eta = \gamma(\varphi). \tag{35}$$

Общим решением уравнения (35) будет

$$\eta = \varepsilon\cos(\varphi - \delta) - \cos\varphi\int\gamma(\varphi)\sin\varphi\,d\varphi + \sin\varphi\int\gamma(\varphi)\cos\varphi\,d\varphi, \tag{36}$$

где ε и δ — постоянные интегрирования.

Вводя обозначения

$$M(\varphi) = \sin\varphi\int\gamma(\varphi)\cos\varphi\,d\varphi - \cos\varphi\int\gamma(\varphi)\sin\varphi\,d\varphi \tag{37}$$

и

$$1/M(\varphi) = p(\varphi),\quad \varepsilon/M(\varphi) = e(\varphi), \tag{38}$$

мы получим уравнение траектории в виде:

$$r = p(\varphi)/[1 + e(\varphi)\cos(\varphi - \delta)], \tag{39}$$

имеющее обычный вид уравнения конического сечения в полярных координатах, фокус которого лежит в начале координат, но параметр p и эксцентриситет e этого конического сечения будут меняться со временем, причем отношение эксцентриситета к параметру, как видно из формулы (38), будет оставаться постоянной величиной в течение всего времени движения.

Поступила 15 I 1960 г.

Казахский государственный университет им. С. М. Кирова, Алма Ата, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Мещерский И. В., *Работы по механике тел переменной массы*, Гостехиздат, М., 1952.
2. Космодемьянский А. А., Уч. зап. МГУ им. Ломоносова, Механика, 1951, **IV**, *154*.
3. Дубошин Г. Н., Астрон. журн., 1930, **VII**, *3 4*.

SUR LE PROBLÈME DU MOUVEMENT D'UN POINT DE MASSE VARIABLE SOUS L'ACTION D'UNE FORCE CENTRALE

(Résumé)

Les Auteurs déduisent les équations différentielles des trajectoires d'un point de masse variable soumis à l'action d'une force centrale. Les résultats obtenus généralisent nombre de résultats classiques relatifs à la formule de Binet et certains résultats établis par I. V. Mestcherski [1] et A. A. Kosmodemianski [2]. On souligne, entre autres, en correspondance avec l'étude du problème plane, l'équation générale de la section conique (39) qui représente la trajectoire cherchée, où les paramètres p et e varient par rapport au temps, tandis que leur rapport p/e reste, à la suite de (38), constant.

ASUPRA PROBLEMEI DE MIŞCARE A UNUI PUNCT CU MASĂ VARIABILĂ SUB ACŢIUNEA UNEI FORŢE CENTRALE

(Rezumat)

În această Notă se deduc ecuaţiile diferenţiale ale traiectoriei punctului cu masă variabilă supus la acţiunea unei forţe centrale. Rezultatele obţinute conţin, ca un caz particular, totalitatea rezultatelor clasice legate de formula lui B i n e t, precum şi cazurile studiate de I. V. M e ş c e r s k i [1] şi A. A. K o s m o d e m i a n s k i [2]. Se menţionează, în cazul studiului problemei plane, ecuaţia generală a secţiunii conice (39) ce reprezintă traiectoria căutată, în care parametrul p şi excentricitatea e variază cu timpul, raportul între p şi e rămînînd, după cum se observă din formula (38), constant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 531.36

ASUPRA UNEI PROBLEME DIN DINAMICA SOLIDULUI SUPUS LA LEGĂTURI

DE

N. IRIMICIUC

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

În această Notă se aplică metoda „coordonatelor vectoriale cilindrice" la rezolvarea prob'emei de determinare a distribuţiei reale a acceleraţiilor punctelor unui solid supus la legături, aflat sub acţiunea unui sistem dat de forţe exterioare, pentru o distribuţie determinată a vitezelor punctelor.

Rezolvarea problemei se reduce, în fond, la determinarea acceleraţiei reale a unui singur punct al solidului, în particular a centrului său de greutate, distribuţia acceleraţiilor fiind determinată, după cum s-a arătat într-o altă lucrare [1], prin cunoaşterea distribuţiei vitezelor şi a acceleraţiei unui punct al solidului.

Determinarea acestei acceleraţii se va face în baza principiului lucrului mecanic virtual, care are forma:

$$\sum_{\nu} \bar{f}_{\nu} \bar{v}_{\nu} - \bar{a}_G \bar{v}_0 + \bar{m}_0^i \bar{u} = 0, \tag{1}$$

unde: $\bar{f}_{\nu}$ — forţele exterioare reduse, $\bar{v}_{\nu}$ — vitezele reduse ale punctelor lor de aplicaţie, $\bar{v}_0$ — viteza redusă a polului, $\bar{a}_G$ — acceleraţia redusă a centrului de greutate, $\bar{m}_0^i$ — momentul rezultant redus al forţelor de inerţie în raport cu polul 0, iar

$$\bar{u} = \cos \psi_{\omega} \bar{u}_{0\omega} + \sin \psi_{\omega} \bar{n}$$

reprezintă versorul vectorului viteză unghiulară instantanee, cunoscut.

Se menţionează că pentru obţinerea forţelor reduse şi a vitezelor reduse, relaţia reprezentînd principiul deplasărilor virtuale a fost împărţită, de astă dată, prin masa solidului înmulţită cu cubul vitezei unghiulare instantanee.

Relaţia (1), în care se consideră centrul de greutate drept pol, permite să se determine, prin construcţii grafice foarte simple (proiecţii şi poligoane funiculare), acceleraţia tangenţială redusă a centrului de greutate:

$$a_G^{\tau} = (\bar{m}_G^{i} \bar{u} + \sum_{\nu} \bar{f}_{\nu} \bar{v}_{\nu})/v_G . \tag{2}$$

Orientarea acesteia fiind cunoscută, aceeaşi cu cea a vitezei centrului de greutate, pot fi determinate cu uşurinţă componentele ei cilindrice $\bar{a}_{Gc}^{\tau}$ şi $\bar{a}_{Ga}^{\tau}$.

Componentele cilindrice ale acceleraţiei totale a centrului de greutate vor putea fi determinate acum presupunîndu-se cunoscute, în cele ce urmează, direcţia proiecţiei pe planul reprezentării a normalei principale la curba descrisă de centrul de greutate, direcţia normalei principale la curba proiectată în planul reprezentării (determinată prin versorul $\bar{n}_c$), descrisă de proiecţia pe acest plan a centrului de greutate, precum şi poziţia centrului de curbură al acestei din urmă curbe (respectiv raza de curbură ϱ_{0c}).

În adevăr, pe de-o parte extremitatea acceleraţiei coplanare reduse a centrului de greutate trebuie să se afle pe paralela dusă prin extremitatea componentei $\bar{a}_{Gc}^{\tau}$ (determinată mai înainte), la direcţia proiecţiei pe planul reprezentării a normalei principale la curba descrisă de centrul de greutate. Pe de altă parte, acceleraţia coplanară redusă a centrului de greutate, ca acceleraţie a proiecţiei centrului de greutate în mişcarea proiectată pe planul reprezentării, mai poate fi scrisă:

$$\bar{a}_{Gc} = \bar{a}_{Gc_t} + \bar{a}_{Gc_n} = \bar{a}_{Gc_n} + \lambda \bar{v}_{Gc} , \tag{3}$$

$\bar{a}_{Gc_t}$ şi $\bar{a}_{Gc_n}$ fiind componentele ei după tangenta şi normala principală la curba proiectată, componenta $\bar{a}_{Gc_n} = (v_{Gc}^2/\varrho_{0c})\,\bar{n}_c$ avînd, după cum se vede, mărimea şi orientarea determinate.

Rezultă din (3) că al doilea loc geometric al extremităţii lui $\bar{a}_{Gc}$, va fi o altă dreaptă, paralelă la direcţia lui $\bar{a}_{Gc}^{\tau}$, respectiv $\bar{v}_{Gc}$.

Componenta coplanară a acceleraţiei centrului de greutate va fi obţinută cu uşurinţă acum, unind proiecţia centrului de greutate pe planul reprezentării, cu punctul de intersecţie al celor două drepte. Totodată, se găseşte în această construcţie şi $\bar{a}_{Gc}^{\nu}$, unind G_c cu punctul de intersecţie dintre direcţia proiecţiei normalei principale la curba descrisă de G, cu cea de a doua dreaptă loc geometric.

Componenta axială a acceleraţiei totale a centrului de greutate va fi determinată în baza relaţiei:

$$a_{Ga} = a_{Ga}^{\nu} + a_{Ga}^{\tau} , \tag{4}$$

unde a_{Ga}^{τ} este deja cunoscut, iar a_{Ga}^{ν} se determină scriind în coordonate cilindrice condiţia de ortogonalitate între vectorii $\bar{v}_G$ şi $\bar{a}_G^{\nu}$, adică:

$$a_{Ga}^{\nu} = (v_{Gc}/v_{Ga})\,\mathrm{pr}_{\bar{v}_{Gc}}\,\bar{a}_{Gc}^{\nu} . \tag{5}$$

Cu aceasta problema determinării distribuţiei reale a acceleraţiilor se reduce la problema cunoscută de cinematică grafică [1].

Se menţionează că poate fi folosită şi o altă cale de rezolvare a problemei, plecînd tot dela relaţia (1), în care se pune însă:

$$\bar{a}_G = \bar{a}^{\nu}_G + \lambda \bar{v}_G$$

de unde rezultă:

$$\lambda = (\sum \bar{f}_i \bar{v}_i + \overline{\mathrm{m}}^i_G \bar{u})/v^2_G$$

şi deci:

$$\bar{a}_{Gc} = \bar{a}^{\nu}_{Gc} + \lambda \bar{v}_{Gc}, \quad \bar{a}_{Ga} = \bar{a}^{\nu}_{Ga} + \lambda \bar{v}_{Ga},$$

$\bar{a}^{\nu}_{Gc}$ obţinîndu-se unind proiecţia centrului de greutate pe planul reprezentării cu punctul de intersecţie a direcţiei coplanare a normalei principale la curba descrisă de centrul de greutate, cu paralela dusă la direcţia vectorului $\bar{v}_{Gc}$, prin extremitatea segmentului luat pe normala principală la curba proiectată, mărimea segmentului fiind egală cu v^2_{Gc}/ϱ_{0c}, iar a^{ν}_{Ga} se obţine aşa cum s-a arătat mai sus.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică şi organe de maşini

BIBLIOGRAFIE

1. Irimiciuc N., Klepper I., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *3—4*, pp. 205—210.
2. Federhofer K., *Graphische Kinematik und Kinetostatik des starren räumlichen System*, Jul. Springer, Wien, 1928.

О ЗАДАЧЕ ДИНАМИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА СО СВЯЗЯМИ

(Резюме)

Дается графическое решение задачи представляющей некоторый интерес в проектировании механизмов, что касается определения реального распределения ускорений в случае твердого тела со связями, в пространственном движении, подчиненного заданной системе внешних сил и с заранее определенным распределением скоростей.

Задача разрешается на основе принципа возможных перемещений.

SUR UN PROBLÈME DE LA DYNAMIQUE DU SOLIDE INDÉFORMABLE SOUMIS AUX LIAISONS

(Résumé)

Dans cette Note on expose la solution graphique, intéressant le calcul des mécanismes, du problème de la détermination de la distribution réele des accélérations des

points d'un solide indéformable soumis aux liaisons, dans un mouvement spatial, le solide étant solicité par un système donné de forces extérieures avec une distribution déterminée des vitesses des points.

La solution du problème, basée sur l'utilisation du principe du travail mécanique virtuel, ayant, par l'introduction des notions de: forces, moments des forces, vitesses et accélérations réduites en sens F e d e r h o f e r [2], la forme (1), consiste dans la déterminations des composantes cylindriques de l'accélération du centre de masse du solide, en vertu des rélations (2), (3), (4) et (5).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAȘI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. C. 531.313

A GENERALIZED PRINCIPLE OF VIRTUAL WORK

BY

THOMAS R. KANE and SIDNEY SHORE

1. Introduction

Almost two and one-half centuries have elapsed since the Principle of Virtual Work, as we know it today, was formulated by Jean Bernoulli, and communicated by him to Varignon. Even before that time its validity seems to have been recognized. Ernst Mach [1], reviewing the history of this subject, attributes early applications of the principle to Stevin and Galileo. During the eighteenth century it received considerable attention. Lagrange [2] mentions Maupertuis, Euler and Courtviron as being among those whose work reflects such interest, and Lagrange, himself, added greatly to its usefulness by recognizing the possibility of combining the Principle of Virtual Work with the Principle of D'Alembert, thereby arriving at a new method for solving problems of dynamics. The variational methods developed during the nineteenth century constitute a broadening of this idea, as can be seen by examining the derivation of Hamilton's canonical equations [3]. In more recent times the principle has been fully discussed by, among others, Love [4], Appell [5], Hamel [6], Levi-Civita and Amaldi [7].

In the present paper a generalized version of the principle is presented. The generalization is two-fold: firstly, it is shown that those quantities which are usually considered as velocities, or as infinitesimal displacements, can, in fact, be given much broader meaning; secondly, the principle is stated in a mathematical form applicable to any continuum, rather than for a system of particles, or for a system with a finite number of degrees of freedom. A basis is thereby established for the examination of many questions arising in connection with virtual work, and, in particular, a unified approach to certain problems of structural analysis is made possible.

2. Derivation

The equations of motion for a continuum are

$$(1)\qquad \begin{cases} \partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau_{xy}/\partial y + \partial\tau_{xz}/\partial z + F_x - \varrho a_x = 0, \\ \partial\tau_{yx}/\partial x + \partial\sigma_y/\partial y + \partial\tau_{yz}/\partial z + F_y - \varrho a_y = 0, \\ \partial\tau_{zx}/\partial x + \partial\tau_{zy}/\partial y + \partial\sigma_z/\partial z + F_z - \varrho a_z = 0. \end{cases}$$

In the above, σ_x, σ_y, σ_z, τ_{yz}, τ_{zx}, τ_{xy} are the components of stress, F_x, F_y, F_z — the components of body force per unit of volume, ϱ — the mass density, a_x, a_y, a_z — the components of acceleration, and x, y, z — the coordinates of a generic point in the medium.

Multiplying the first of these by the x-component, the second by the y-component and the third by the z-component of a vector v, and adding, there results

$$[(\partial\sigma_x/\partial x + \partial\tau_{xy}/\partial y + \partial\tau_{xz}/\partial z)v_x + ...] + (F_x - \varrho a_x)v_x + ... = 0. \tag{2}$$

Using the fact that $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$, $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, the bracketed term in equation (2) may be written as

$$\partial(\sigma_x v_x + \tau_{yx}v_y + \tau_{zx}v_z)/\partial x + ... - (\sigma_x\varphi_x + \tau_{yx}\varphi_{yx} + \tau_{zx}\varphi_{zx}) - ..., \tag{3}$$

where

$$\begin{cases} \varphi_x = \partial v_x/\partial x, \quad \varphi_y = \partial v_y/\partial y, \quad \varphi_z = \partial v_z/\partial z, \\ \varphi_{yz} = \varphi_{zy} = (\partial v_y/\partial z + \partial v_z/\partial y)/2, \\ \varphi_{zx} = \varphi_{xz} = (\partial v_z/\partial x + \partial v_x/\partial z)/2, \\ \varphi_{xy} = \varphi_{yx} = (\partial v_x/\partial y + \partial v_y/\partial x)/2. \end{cases} \tag{4}$$

Substituting (3) into (2) and integrating throughout the space, V, instantaneously occupied by the continuum,

$$\int_V [\partial(\sigma_x v_x + \tau_{yx}v_y + \tau_{zx}v_z)/\partial x + ...]\,dV + \int_V [(F_x - \varrho a_x)v_x + ...]\,dV = \tag{5}$$
$$= \int_V [(\sigma_x\varphi_x + \tau_{yx}\varphi_{yx} + \tau_{zx}\varphi_{zx}) + ...]\,dV.$$

By means of the divergence theorem the first of these integrals is transformed to the surface integral

$$\int_S [l(\sigma_x v_x + \tau_{yx}v_y + \tau_{zx}v_z) + m(...) + n(...)]\,dS,$$

where S is the instantaneous boundary surface of the continuum and l, m, n are the direction cosines of the outward-drawn normal to S. Letting T_x, T_y, T_z be the components of the surface traction across the plane whose normal has the direction cosines l, m, n so that

$$\begin{cases} T_x = l\sigma_x + m\tau_{xy} + n\tau_{xz}, \\ T_y = m\sigma_y + n\tau_{yz} + l\tau_{yx}, \\ T_z = n\sigma_z + l\tau_{zx} + m\tau_{zy}. \end{cases} \tag{6}$$

Equation (5) becomes

$$\int_S (T_x v_x + ...)\,dS + \int_V [(F_x - \varrho a_x)v_x + ...]\,dV = \tag{7}$$
$$= \int_V [(\sigma_x\varphi_x + \tau_{yx}\varphi_{yx} + \tau_{zx}\varphi_{zx}) + ...]\,dV.$$

This is the mathematical statement of the Generalized Principle of Virtual Work. In its present form it is analogous to Lagrange's formulation of D'Alembert's Principle. To bring into evidence the relationship between equation (7) and the classical version of the principle, consider, e.g., the equilibrium of a rigid body. Take for the vector field v_x, v_y, v_z any set of velocities possible for a rigid body. This is most easily accomplished by selecting some point (a, b, c) of the body attributing to this point velocity components p, q, r and letting the body have an angular velocity $\omega_x, \omega_y, \omega_z$. The velocity of the point (x, y, z) is then given by

$$v_x = p+\omega_y(z-c)-\omega_z(y-b), \quad v_y = q+\omega_z(x-a)-\omega_x(z-c),$$
$$v_z = r+\omega_x(y-b)-\omega_y(x-a)$$

and, by equation (4),

$$\varphi_x = \varphi_y = \varphi_z = \varphi_{yz} = \varphi_{zx} = \varphi_{xy} = 0.$$

For this case, equation (7) thus becomes (with $a_x = a_y = a_z = 0$)

$$\int_S (T_x v_x + T_y v_y + T_z v_z)\mathrm{d}S + \int_V (F_x v_x + F_y v_y + F_z v_z)\mathrm{d}V = 0.$$

The surface tractions appearing in the first of these integrals are due to constraint forces at certain points on the surface, and due to „applied" forces at others. The contribution of the constraint forces may (in many cases) be eliminated by imposing on the velocity field v_x, v_y, v_z the further restriction that, at each point of support, the velocity be either zero or normal to the traction at the point. Such a system of velocities is said to be „consistent with the constraints". And for such a system of velocities the principle is seen to assert that *the rate at which work would be done by all applied forces would be zero if a rigid body were moving through an equilibrium position in a manner consistent with the constraints.*

This example suggests the manner in which equation (7) may be used to examine other questions connected with the Principle of Virtual Work.

It is instructive to regard v_x, v_y, v_z as components of a vector which is neither a velocity nor an infinitesimal displacement. For instance, let $v_x = 1$, $v_y = v_z = 0$. Then by equation (4), the φ's again vanish and equation (7) (with $a_x = a_y = a_z = 0$) reduces to

$$\int_S T_x \mathrm{d}S + \int_V F_x \mathrm{d}V = 0,$$

which states that, for a body in uniform motion, the resultant of all externally applied forces (in a given direction) vanishes. This well-known fact can, of course, be demonstrated more directly in other ways, but

the preceding demonstration stresses the fact that the vector field v_x, v_y, v_z is *unrestricted* in magnitude and direction (except as regards continuity and differentiability properties implied in the derivation).

In the sequel, equation (7) will be used as a starting point for the rational development of a method employed in the evaluation of displacements in elastic structures. For this and all other applications it is important to keep in mind that equation (7) is meaningful only when the tractions, body forces, stresses and accelerations all correspond to a state of motion (or equilibrium, if $a_x = a_y = a_z = 0$) which satisfies the equations (1) of motion (or equilibrium).

3. Application to Elastic Structures

Consider an elastic structure, in equilibrium under the action of applied loads of magnitude $P_1, P_2, \ldots$, and reactions of constraint. The equilibrium configuration maintained by these loads and reactions will be referred to as the „P-equilibrium" configuration while that assumed by the structure in the absence of any applied loads, but with the constraints satisfied, will be called the „unloaded" configuration. It is desired to determine the displacement of any given point during the motion of the structure from the unloaded to the P-equilibrium configuration.

Suppose a force Q with components Q_x, Q_y, Q_z where applied to the unloaded structure, at that point whose displacement is to be found: reactions would come into play, a state of stress would be established throughout the structure, and displacements would occur. Letting $T_x^Q(x, y, z)$, $T_y^Q(x, y, z)$, $T_z^Q(x, y, z)$ be the components of surface traction corresponding to Q and the reactions produced by Q, taking $F_x = F_y = F_z = a_x = a_y = a_z = 0$, and letting $\sigma_x^Q, \tau_{yz}^Q, \tau_{zx}^Q$, etc., be the stress components for this „Q-equilibrium" configuration, equation (7) yields

$$(8) \qquad \int_S (T_x^Q v_x + T_y^Q v_y + T_z^Q v_z)\,dS = \int_V [(\sigma_x^Q \varphi_x + \tau_{yx}^Q \varphi_{yx} + \tau_{zx}^Q \varphi_{zx}) + \ldots]\,dV.$$

The displacement components which describe the transition of the structure from the unloaded to the Q-equilibrium configuration will be designated as u_x^Q, u_y^Q, u_z^Q while u_x^P, u_y^P, u_z^P will denote the displacements due to the actual loading. For the vector field v_x, v_y, v_z take

$$(9) \qquad v_x = u_x^P - u_x^Q, \ldots$$

The relationship between these various displacements of a typical point of the structure is shown in Fig. 1.

From equations (9) and (4),

$$\varphi_x = \partial u_x^P/\partial x - \partial u_x^Q/\partial x, \ldots,$$

$$\varphi_{yz} = (\partial u_y^P/\partial z + \partial u_z^P/\partial y)/2 - (\partial u_y^Q/\partial z + \partial u_z^Q/\partial y)/2, \ldots$$

and, substituting these and v_x, v_y, v_z from (9) into (8), there results

$$\int_S [T_x^Q (u_x^P - u_x^Q) + T_y^Q (u_y^P - u_y^Q) + T_z^Q (u_z^P - u_z^Q)] \mathrm{d}S =$$

$$= \int_V \{[\sigma_x^Q (e_x^P - e_x^Q) + \tau_{yx}^Q (e_{yx}^P - e_{yx}^Q) + \tau_{zx}^Q (e_{zx}^P - e_{zx}^Q)] + \ldots\} \mathrm{d}V, \tag{10}$$

where

$$\left.\begin{aligned} & e_x^i, e_y^i, e_z^i = \partial u_x^i/\partial x, \partial u_y^i/\partial y, \partial u_z^i/\partial z \\ & e_{yz}^i, e_{zx}^i, e_{xy}^i = e_{zy}^i, e_{xz}^i, e_{yx}^i = \\ & = \frac{1}{2} (\partial u_y^i/\partial z, \partial u_z^i/\partial x, \partial u_x^i/\partial y - \partial u_z^i/\partial y, \partial u_x^i/\partial z, \partial u_y^i/\partial x), \ (i = P, Q). \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

If the magnitude of the force Q is now taken sufficiently small, then, to *any* desired degree of accuracy, u_x^Q, u_y^Q, u_z^Q, can be considered

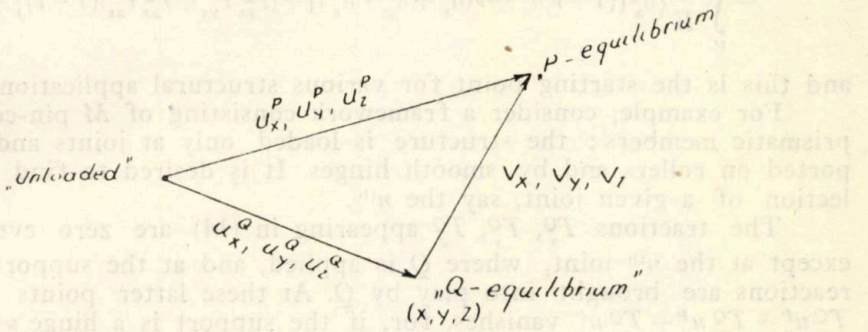


Fig. 1

as negligible in comparison with u_x^P, u_y^P, u_z^P, and e_x^Q, etc. negligible in comparison with e_x^P, etc. This is *not* an approximation except insofar as it is supposed that the displacements u_x^Q, u_y^Q, u_z^Q and the traction T_x^Q, T_y^Q, T_z^Q are related to each other in such a way that the displacements vanish with the tractions.

Equation (10) may thus be written as

$$\int_S (T_x^Q u_x^P + T_y^Q u_y^P + T_z^Q u_z^P) \mathrm{d}S =$$

$$= \int_V [(\sigma_x^Q e_x^P + \tau_{yx}^Q e_{yx}^P + \tau_{zx}^Q e_{zx}^P) + \ldots] \mathrm{d}V = 0 \tag{12}$$

and, for purposes of evaluating σ_x^Q, σ_{yz}^Q, σ_{zx}^Q, etc., the structure may be taken to be indefinitely near to the unloaded configuration.

An *assumption* is now made regarding the actual displacements u_x, u_y, u_z, namely, that the squares and products of the first differen-

tial coefficients of u_x, u_y, u_z can be neglected in comparison with the first powers of these differential coefficients. This is the small strain-small rotations assumption of the linear theory of elasticity, and permits one to regard as components of strain the e's defined in equation (11). For an isotropic, homogeneous, linearly elastic medium, these are related to the stresses by Hooke's Law

$$(13) \qquad \begin{cases} e_x^P, e_y^P, e_z^P = [(1+\nu)(\sigma_x^P, \sigma_y^P, \sigma_z^P) - \nu(\sigma_x^P + \sigma_y^P + \sigma_z^P)]/E, \\ e_{yz}^P, e_{zx}^P, e_{xy}^P = (1+\nu)(\tau_{yz}^P, \tau_{zx}^P, \tau_{xy}^P)/E, \end{cases}$$

where: E — Young's Modulus and ν — Poisson's Ratio.

Substituting from (13) into (12),

$$(14) \qquad \int_S (T_x^Q u_x^P + T_y^Q u_y^P + T_z^Q u_z^P)\,dS = \int_V \frac{1}{E}\{\sigma_x^Q[(1+\nu)\sigma_x^P - \nu(\sigma_x^P+\sigma_y^P+\sigma_z^P)] + (\tau_{yx}^Q \tau_{yx}^P + \tau_{zx}^Q \tau_{zx}^P)(1+\nu)\} + \ldots \Big) dV$$

and this is the starting point for various structural applications.

For example, consider a framework consisting of M pin-connected prismatic members; the structure is loaded only at joints and is supported on rollers and by smooth hinges. It is desired to find the deflection of a given joint, say the nth.

The tractions T_x^Q, T_y^Q, T_z^Q appearing in (14) are zero everywhere except at the nth joint, where Q is applied, and at the supports where reactions are brought into play by Q. At these latter points the sum $T_x^Q u_x^P + T_y^Q u_y^P + T_z^Q u_z^P$ vanishes, for, if the support is a hinge u_x^P, u_y^P, u_z^P are each zero, while, if the support is a roller, the displacement and traction are normal to each other.

The surface integral in (14) thus reduces to

$$(15) \qquad \int_S \ldots dS = Q_x (u_x^P)_n + Q_y (u_y^P)_n + Q_z (u_z^P)_n = Qu,$$

where $(u_x^P)_n, \ldots$ are the components of the displacement of the n_{th} joint due to the actual loading and u is the component in the direction of Q of this displacement.

For the evaluation of the volume integral in (14), assume that the bars of the truss are in simple tension, both when the actual loads are applied, and when the single load Q acts at the nth joint. Letting F_m^P and F_m^Q be, respectively, the axial forces exerted on the mth bar due to the actual and the Q loading, respectively, this assumption regarding the state of stress takes the form (for the mth bar) [1]:

[1] A separate coordinate system is used for each bar, the x-direction being, in each case, coincident with the axis of the bar.

(16) $$\sigma_x^i = F_m^i/A_m, \quad \sigma_y^i = \sigma_z^i = \tau_{yz}^i = \tau_{zx}^i = \tau_{xy}^i = 0, \quad (i=P,Q),$$

where A_m is the cross-section area of the mth bar.

The volume integral in (14) is now written as the sum of M integrals, one for each bar, with the result

$$\int_V \ldots \mathrm{d}V = \sum_{m=1}^{M} \int_{V_m} [(1/E_m)(F_m^Q/A_m)(F_m^P/A_m)]\mathrm{d}V,$$

or, noting that all quantities appearing in the integrands are constant for any given bar,

(17) $$\int_V \ldots \mathrm{d}V = \sum_{m=1}^{M} F_m^Q F_m^P L_m/(E_m A_m),$$

where L_m is the length of the mth bar. Finally, substituting from (15) and (17) into (14),

(18) $$Qu = \sum_{m=1}^{M} F_m^Q F_m^P L_m/(E_m A_m).$$

For the present discussion, what is of interest here is not the result itself (which can, of course, be found in every modern textbook on structural analysis), but the manner of arriving at it. For, the same approach can be used for all problems of this type. In each case one must take a step which leads to an expression such as equation (15), this step being the selection of the appropriate Q. (A glance at the derivation of equation (14) reveals that Q need not be a single force, but may, for instance, be replaced by a pair of forces which constitute a couple). Next, as in equations (16), assumptions must be made regarding the states of stress σ_x^Q, τ_{yz}^Q, τ_{zx}^Q, etc., and σ_x^P, τ_{yz}^P, τ_{zx}^P, etc. From that point onward, equation (14) shows the way towards a result in the form of equation (18).

Received the 11 V 1960

University of Pennsylvania,
U. S. A.

REFERENCES

1. Mach E., *Die Mechanik in Ihrer Entwicklung*, F. A. Brockhaus, Leipzig, 1889, S. 45–47.
2. Lagrange J. L., *Mécanique Analytique,* Courcier, Paris, 1811.
3. Whittaker E. T., *Analytical Dynamics*, Dover Publication, N. Y., 4 th. edition, 1944, p. 264.
4. Love A. E. H., *Theoretical Mechanics*, Cambridge University Press, London, 1897, p. 139.
5. Appell P., *Traité de Mécanique Rationnelle,* Gauthier-Villars, Paris, III-e édition, 1909, ch VIII.
6. Hamel G., *Theoretische Mechanik,* Springer-Verlag, Berlin, 1949, S. 74.
7. Levi-Civita T., Amaldi U., *Compendio di Meccanica Razionale,* Zanichelli, Bologna, 2 ediz., 1948.

ОБОБЩЕНИЕ ПРИНЦИПА ВИРТУАЛЬНЫХ РАБОТ

(Резюме)

Выводится при помощи уравнений движения в сплошных средах обобщенная форма принципа виртуальных работ. Полученный результат используется затем для обсуждения метода исследования перемещений в упругих структурах.

GENERALIZARE A PRINCIPIULUI LUCRULUI MECANIC VIRTUAL

(Rezumat)

O formă generalizată a principiului lucrului mecanic virtual se obţine din ecuaţiile de mişcare a mecanicii mediilor continue. Rezultatul obţinut se foloseşte apoi la discutarea unei metode de analiză a deplasărilor în structuri elastice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 531.382

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ НА КОЛЕБАНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ЖЕСТКОГО РОТОРА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ В ШАРНИРНОЙ И УПРУГОЙ ОПОРАХ

А. С. КЕЛЬЗОН

Тенденция к увеличению угловых скоростей быстроходных роторов связана, с одной стороны, с ростом производительности труда (например, в веретенах) и, с другой стороны, с увеличением точности показаний приборов (например, гироскопических).

Для уменьшения динамических составляющих реакций опор, быстроходные роторы конструируются часто с одной или двумя упругими опорами [1]...[4]. При этом снижается основная собственная частота колебаний системы и роторы, как правило, работают в зоне скоростей расположенных выше первой критической скорости.

В связи с этим возникает проблема демпфирования колебаний ротора при переходе через резонанс при помощи вязкого трения.

Рассмотрим малые колебания и устойчивость движения жесткого ротора (рис. 1), вращающегося в одной шарнирной и одной упругой опорах при действии внешнего вязкого трения.

Дифференциальные уравнения малых колебаний ротора могут быть получены применением теоремы об изменении главного момента количеств движения

$$(1)\quad \begin{cases} A\omega\dot{\beta} - B_0\ddot{\gamma} = (-cl + Ql_2/l)\,z_1 + k_1\dot{\gamma}, \\ A\omega\dot{\gamma} + B_0\ddot{\beta} = (cl - Ql_2/l)\,y_1 - k_1\dot{\beta}. \end{cases}$$

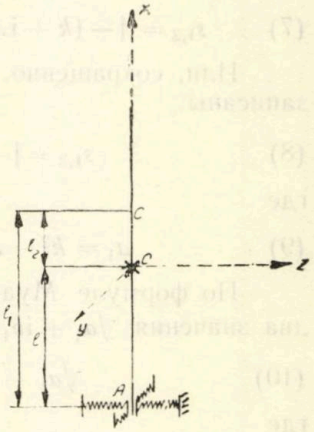


Рис. 1

В этих уравнениях: A — момент инерции ротора относительно собственной оси симметрии, B_0 — момент инерции ротора относительно оси проходящей через неподвижную опору перпендикулярно к оси симметрии ротора, c — коэффициент жесткости упругой опоры, l_2 — расстояние от неподвижной опоры до центра инерции ротора C, l — расстояние между опорами, Q — вес ротора,

ω — угловая скорость вращения ротора вокруг оси симметрии, считаемая постоянной, y_1, z_1 — координаты точки ротора, совпадающей с нижней опорой, k_1 — коэффициент момента создаваемого силами вязкого трения.

Углы β, γ определяются из равенств

$$\beta = -y_1/l, \quad \gamma = -z_1/l. \tag{2}$$

Внося значения этих углов в систему (1) и обозначая для краткости $k_1 l = k$, получаем систему дифференциальных уравнений свободных колебаний ротора

$$\begin{cases} B_0 \ddot{z}_1 - A\omega \dot{y}_1 + k\dot{z}_1 + (cl^2 - Ql_2) z_1 = 0, \\ B_0 \ddot{y}_1 + A\omega \dot{z}_1 + k\dot{y}_1 + (cl^2 - Ql_2) y_1 = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Для решения этой системы линейных, однородных дифференциальных уравнений введем комплексную переменную

$$\lambda_1 = z + \mathrm{i} y_1. \tag{4}$$

Умножая второе уравнение системы (3) на i и складывая его с первым уравнением этой системы, находим

$$B_0 \ddot{\lambda} + (k + \mathrm{i}A\omega)\dot{\lambda} + (cl^2 - Ql_2)\lambda = 0. \tag{5}$$

Для решения этого уравнения ищем корни характеристического уравнения

$$B_0 s^2 + (k + \mathrm{i}A\omega)\, s + (cl^2 - Ql_2) = 0. \tag{6}$$

Эти корни равны

$$s_{1,2} = [-(k + \mathrm{i}A\omega) \pm \sqrt{(k + \mathrm{i}A\omega)^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2)}]/(2B_0). \tag{7}$$

Или, сокращенно, корни характеристического уравнения могут быть записаны

$$s_{1,2} = [-(k + \mathrm{i}A\omega) \pm \sqrt{a_1 + \mathrm{i}b_1}]/(2B_0), \tag{8}$$

где

$$a_1 = k^2 - A^2\omega^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2), \quad b_1 = 2kA\omega. \tag{9}$$

По формуле Муавра для дробного показателя можно определить два значения $\sqrt{a_1 + \mathrm{i}b_1}$, а именно

$$\sqrt{a_1 + \mathrm{i}b_1} = \pm \sqrt{\varrho}\,[\cos(\varphi/2) + \mathrm{i}\sin(\varphi/2)], \tag{10}$$

где

$$\varrho = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{[k^2 - A^2\omega^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2)]^2 + 4k^2A^2\omega^2}, \tag{11}$$

а

$$\operatorname{tg}\varphi = b_1/a_1 = 2kA\omega/[k^2 - A^2\omega^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2)]. \tag{12}$$

Таким образом, можно представить

$$\sqrt{a_1 + ib_1} = a_2 + ib_2 = \tag{13}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}\{\sqrt{[k^2 - A^2\omega^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2)]^2 + 4k^2A^2\omega^2} + k^2 - A^2\omega^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2)\}} +$$

$$+ i\sqrt{\frac{1}{2}\{\sqrt{[k^2 - A^2\omega^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2)]^2 + 4k^2A^2\omega^2} - [k^2 - A^2\omega^2 - 4B_0(cl^2 - Ql_2)]\}}$$

и, следовательно,

$$s_1 = [-(k - a_2) - i(A\omega - b_2)]/(2B_0), \tag{14}$$

$$s_2 = [-(k + a_2) - i(A\omega + b_2)]/(2B_0). \tag{15}$$

Общее решение уравнения (5) будет:

$$\lambda = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}. \tag{16}$$

Здесь A_1 и A_2 комплексные постоянные величины вида

$$A_1 = B_1 + iB_3, \tag{17}$$

$$A_2 = B_2 + iB_4. \tag{18}$$

Подставляя эти значения произвольных постоянных в (16) находим

$$\lambda = (B_1 + iB_3)e^{-(k-a_2)t}[\cos(b_2 - A\omega)t + i\sin(b_2 - A\omega)t] + \tag{19}$$
$$+ (B_2 + iB_4)e^{-(k+a_2)t}[\cos(-b_2 - A\omega)t + i\sin(-b_2 - A\omega)t].$$

Отделяя в этом уравнении вещественную и мнимую часть, находим исходные переменные y_1 и z_1

$$y_1 = e^{-(k-a_2)t}[B_1\sin(b_2 - A\omega)t + B_3\cos(b_2 - A\omega)t] + \tag{20}$$
$$+ e^{-(k+a_2)t}[-B_2\sin(b_2 + A\omega)t + B_4\cos(b_2 + A\omega)t],$$

$$z_1 = e^{-(k-a_2)t}[B_1\cos(b_2 - A\omega)t - B_3\sin(b_2 - A\omega)t + \tag{21}$$
$$+ e^{-(k+a_2)t}[B_2\cos(b_2 + A\omega)t + B_4\sin(b_2 + A\omega)t].$$

Из (13) следует, что всегда $k > a_2$ и, следовательно, координаты нижнего конца ротора убывают с течением времени. Свободные колебания ротора под влиянием демпфирования затухают.

Рассмотрим влияние вязкого трения на вынужденные колебания ротора.

Дифференциальные уравнения колебаний вызванных присоединенной, неуравновешенной малой массой m с учетом сил вязкого трения будут

$$B_0\ddot{z}_1 - A\omega\dot{y}_1 + k\dot{z}_1 + (cl^2 - Ql_2)z_1 = -m\omega^2 ebl\sin\omega t, \tag{22}$$

$$B_0\ddot{y}_1 + A\omega\dot{z}_1 + k\dot{y}_1 + (cl^2 - Ql_2)y_1 = -m\omega^2 ebl\cos\omega t, \tag{23}$$

где: e — расстояние массы m от оси ротора, b — ее расстояние до плоскости yz.

Общее решение этой системы неоднородных, линейных дифференциальных уравнений складывается из общего решения этой системы без правых частей (однородная система) и частного решения полной системы дифференциальных уравнений. Первое решение уже получено при рассмотрении свободных колебаний системы.

Второе, частное решение, определяющее вынужденные колебания системы будем искать в виде

(24) $y_1 = a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t,$ (25) $z_1 = a_2 \sin \omega t + b_2 \cos \omega t.$

Внося эти значения переменных в дифференциальные уравнения (22) и (23) получим

$$\begin{aligned}(26)\quad & -a_2\omega^2 B_0 \sin\omega t - b_2\omega^2 B_0 \cos\omega t + A\omega^2 a_1 \sin\omega t - Ab_1\omega^2 \cos\omega t + \\ & + ka_2\omega\cos\omega t - kb_2\omega\sin\omega t + (cl^2 - Ql_2)a_2 \sin\omega t + \\ & + (cl^2 - Ql_2)b_2\cos\omega t = -m\omega^2 ebl \sin\omega t,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(27)\quad & -a_1\omega^2 B_0\cos\omega t - b_1\omega^2 B_0 \sin\omega t + a_2 A\omega^2\cos\omega t - b_2 A\omega^2 \sin\omega t - \\ & - a_1 k\omega \sin\omega t + b_1 k\omega\cos\omega t + (cl^2 - Ql_2)a_1\cos\omega t + \\ & + (cl^2 - Ql_2)b_1 \sin\omega t = -m\omega^2 ebl\cos\omega t.\end{aligned}$$

Приравнивая нулю отдельно члены, содержащие $\sin\omega t$ и члены содержащие $\cos\omega t$, находим

(28) $-a_2 B_0\omega^2 + a_1 A\omega^2 - b_2 k\omega + a_2(cl^2 - Ql_2) = -m\omega^2 ebl,$

(29) $-a_1 B_0\omega^2 + a_2 A\omega^2 + b_1 k\omega + a_1(cl^2 - Ql_2) = -m\omega^2 ebl,$

(30) $-b_2 B_0\omega^2 - b_1 A\omega^2 + a_2 k\omega + b_2(cl^2 - Ql_2) = 0,$

(31) $-b_1 B_0\omega^2 - b_2 A\omega^2 - a_1 k\omega + b_1(cl^2 - Ql_2) = 0.$

Складывая и вычитая, попарно уравнения (28) и (29), затем уравнения (30) и (31), получаем

(32) $(a_1 + a_2)[\omega^2(A - B_0) + (cl^2 - Ql_2)] + (b_1 - b_2)\omega k = -2m\omega^2 ebl,$

(33) $(a_1 + a_2)\omega k - (b_1 - b_2)[\omega^2(A - B_0) + (cl^2 - Ql_2)] = 0,$

(34) $(a_1 - a_2)[-\omega^2(A + B_0) + (cl^2 - Ql_2)] + (b_1 + b_2)\omega k = 0,$

(35) $(a_1 - a_2)\omega k - (b_1 + b_2)[-\omega^2(A + B_0) + (cl^2 - Ql_2)] = 0.$

Из уравнений (34) и (35) следует, если

(36) $\omega^2 k^2 + [-\omega^2(A + B_0) + (cl^2 - Ql_2)]^2 \neq 0$

то

(37) $a_1 = a_2,$ (38) $b_1 = -b_2.$

Далее, из уравнений (32) и (33) имеем

(39) $a_1[\omega^2(A - B_0) + (cl^2 - Ql_2)] + b_1\omega k = -m\omega^2 ebl,$

(40) $a_1\omega k - b_1[\omega^2(A - B_0) + (cl^2 - Ql_2)] = 0.$

Из этой системы алгебраических уравнений определяем значения постоянных a_1 и b_1, удовлетворяющих уравнениям (22) и (23)

$$a_1 = m\omega^2 ebl\,[(B_0 - A)\,\omega^2 - (cl^2 - Ql_2)]\,/\,\{\omega^2 k^2 + [\omega^2 (B_0 - A) - (cl^2 - Ql_2)]^2\}, \tag{41}$$

$$b_1 = -\,m\omega^2 ebl\omega k\,/\,\{\omega^2 k^2 + [\omega^2 (B_0 - A) - (cl^2 - Ql_2)]^2\}. \tag{42}$$

Прежде чем по найденным значениям a_1, b_1, a_2, b_2 найти y_1, z_1 согласно (24) и (25), введем новые постоянные ϱ и γ

$$\varrho\cos\gamma = (B_0 - A)\,\omega^2 - (cl^2 - Ql_2), \tag{43}$$

$$\varrho\sin\gamma = -\,\omega k, \tag{44}$$

тогда y_1 и z_1 будут равны

$$y_1 = \{m\omega^2 ebl\,/\,\sqrt{\omega^2 k^2 + [(B_0 - A)\,\omega^2 - (cl^2 - Ql_2)]^2}\}\cos(\omega t - \gamma), \tag{45}$$

$$z_1 = \{m\omega^2 ebl\,/\,\sqrt{\omega^2 k^2 + [(B_0 - A)\,\omega^2 - (cl^2 - Ql_2)]^2}\}\sin(\omega t - \gamma). \tag{46}$$

Следовательно, амплитуда вынужденных колебаний будет равна

$$r_1 = m\omega^2 ebl\,/\,\sqrt{\omega^2 k^2 + [\omega^2 (B_0 - A) - (cl^2 - Ql_2)]^2}. \tag{47}$$

Сдвиг фаз между возмущающей силой и вынужденными колебаниям определится из уравнения

$$\operatorname{tg}\gamma = -\,\omega k\,/\,[(B_0 - A)\,\omega^2 - (cl^2 - Ql_2)]. \tag{48}$$

При резонансе имеем $\omega^2(B_0 - A) - (cl^2 - Ql_2) = 0$.

Амплитуда вынужденных колебаний при резонансе будет

$$r_1 = (m/k)\,\omega ebl. \tag{49}$$

Сдвиг фаз при резонансе определится уравнением

$$\operatorname{tg}\gamma = \pm\infty. \tag{50}$$

Таким образом, при резонансе амплитуда вынужденных колебаний с учетом сил трения не возрастает неограниченно, а принимает конечное значение. Фаза колебаний отстает от фазы возмущающей силы на 90°. Так как рабочий режим у роторов с упругими опорами лежит далеко за критической скоростью, то для характеристики амплитуды на рабочей скорости важным является ее предельное значение при неограниченном росте угловой скорости

$$\lim_{\omega\to\infty} r_1 = mebl/(B_0 - A), \tag{51}$$

$$\lim_{\omega\to\infty} \operatorname{tg}\gamma = 0. \tag{52}$$

Из этих формул следует, что вдали от резонанса, при больших значениях ω, амплитуда вынужденных колебаний мало отличается от значений амплитуды вынужденных колебаний найденной без учета сил трения. При неограниченном возрастании угловой скорости эти предельные значения амплитуд тождественно равны.

Из формулы (47) следует, что демпфирующие силы могут оказать существенное значение на уменьшение амплитуды вынужденных колебаний: а) вблизи резонанса; б) при малых значениях угловой скорости, т. е. в зоне предшествующей первой критической скорости.

Перейдем к рассмотрению устойчивости вращения ротора. Уравнения (3) могут быть представлены в виде

$$\begin{cases} [B_0 p^2 + kp + (cl^2 - Ql_2)]\, z_1 - A\omega p y_1 = 0, \\ A\omega p z_1 + [B_0 p^2 + kp + (cl^2 - Ql_2)]\, y_1 = 0, \end{cases} \tag{53}$$

где $p = \mathrm{d}/\mathrm{d}t$.

Характеристическое уравнение принимает вид

$$\begin{aligned} B_0^2 p^{\mathrm{V}} + 2B_0 kp^3 + [k^2 + 2B_0(cl^2 - Ql_2) + A^2\omega^2]\, p^2 + \\ + 2k(cl^2 - Ql_2)\, p + (cl^2 - Ql_2)^2 = 0. \end{aligned} \tag{54}$$

Движение ротора будет устойчиво если соблюдены условия Гурвица

$$\begin{cases} a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad a_3 > 0, \quad a_4 > 0, \\ D_3 = a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 > 0. \end{cases} \tag{55}$$

В нашем случае движение устойчиво:

$$\begin{cases} a_0 = B_0^2 > 0, \quad a_1 = 2B_0 k > 0, \\ a_3 = 2k(cl^2 - Ql_2) > 0, \; a_4 = (cl^2 - Ql_2)^2 > 0, \\ D_3 = 4B_0 k^2 (cl^2 - Ql_2)(k^2 + A^2\omega^2) > 0, \end{cases} \tag{56}$$

если $cl^2 - Ql_2 > 0$. В противном случае, если $cl^2 - Ql_2 < 0$ движение неустойчиво, так как a_3 и D_3 отрицательны.

Эти результаты совпадают с известными из общей теории устойчивости движения положениями о том, что наличие диссипативных сил нарушает устойчивость созданную внесением гироскопических членов.

Поступила 30 V 1960 г.

Ленинградское высшее инженерноморское училище им. адм. С. О. Макарова, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Кельзон А. С., Семенов В. И., Текст. пром., 1953, *4*.
2. Кельзон А. С., ДАН СССР, 1956, **110**, *1*.
3. — Уч. зап. ленингр. высш. инж. морск. учил. им. адм. Макарова, 1958, *10*.
4. Кельзон А. С., Мушина Н. И., Изв. АН СССР, ОТН, Мех. и машиностр., 1959, *3*.

INFLUENCE OF VISCOUS DAMPING ON VIBRATION AND STABILITY OF STIFF PIVOT ROTATING IN HINGED AND ELASTICAL SUPPORTS

(Summary)

It is shown that viscous damping greatly diminishes the amplitude of the vicinity of the resonance.

STUDIUL INFLUENŢEI FRECĂRII VÎSCOASE ASUPRA OSCILAŢIILOR ŞI STABILITĂŢII UNUI ROTOR RIGID ÎN ROTAŢIE PE REAZEME ARTICULATE ŞI ELASTICE

(Rezumat)

Se demonstrează că amortizarea vîscoasă micşorează sensibil amplitudinea vibraţiilor forţate în vecinătatea rezonanţei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 621.9.01

DETERMINAREA PARAMETRILOR FORŢEI PRINCIPALE DE AŞCHIERE ÎN PROCESUL DE STRUNJIRE LONGITUDINALĂ LA OŢELURILE ROMÎNEŞTI

Nota VII
GRUPA OŢEL ALIAT DE CONSTRUCŢIE, OŢEL-NICHEL ŞI CROM-NICHEL, STAS 793-53

DE

GH. CAŞLER şi AL. RENER

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

Prezenta Notă furnizează rezultatele determinărilor experimentale a exponenţilor x_p, y_p şi a constantei C_p din relaţia cunoscută:

$$P_z = C_p t^{x_p} s^{y_p} \tag{1}$$

la următoarele oţeluri: 13 N 15; 13 CN 25; 13 CN 35; 13 CN 45; 35 CN 15; 35 CN 25; 30 CN 35; 35 CN 45; 40 CN 12; 40 CN 17.

Autorii, ca şi în lucrările precedente [1]...[7], au folosit un dinamometru tip G. A. L e v i t, cu pîrghia de transmitere a deformaţiilor legată rigid de amortizorul hidraulic.

Ca metodică s-au trasat două rînduri de drepte în diagrame dublu logaritmice, la s=const. şi t= const., pentru fiecare oţel cercetat (fig. 1...10). În ordonate s-a trecut valoarea forţei principale de aşchiere P_z, după indicaţiile comparatorului şi folosind relaţia de etalonare:

$$P_z = 240\ d/(l+30) \quad \text{kgf}, \tag{2}$$

unde: l—lungimea liberă a cuţitului (mm), 30—lungimea cuţitului în suportul dinamometrului pînă la axa barei de torsiune (mm), d—diviziuni de cîte 0,01 mm citite pe comparatorul dinamometrului, 240—constanta de etalonare a dinamometrului.

Fiecare dreaptă din diagramele dublulogaritmice: $P_z = f_1(s)$ la t = const. şi $P_z = f_2(t)$ la s = const. s-a trasat pentru valori medii ale forţei P_z, la trei valori diferite ale vitezei de aşchiere v.

Datele experimentale se pot urmări cu uşurinţă din diagrame. Folosind aceste diagrame s-au determinat valorile x_p şi y_p luînd două puncte extreme de pe fiecare dreaptă şi logaritmînd expresia (1). Astfel s-a obţinut pentru y_p expresia:

$$y_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1}) / (\log s_2 - \log s_1). \tag{3}$$

Analog pentru x_p se obţine relaţia:

$$x_p = (\log P_{z_2} - \log P_{z_1}) / (\log t_2 - \log t_1). \tag{4}$$

Folosind relaţiile (3) şi (4) s-au obţinut un număr de valori y_p şi x_p pentru fiecare material, corespunzătoare numărului dreptelor din fiecare diagramă; apoi s-au calculat valorile medii x_{pm} şi y_{pm} pentru fiecare material (v. tabelul 1).

Tabelul 1

Oţel STAS 793-53	H_B kgf/mm²	x_{pm}	y_{pm}	C_{pm}
13 N 15	156	0,96	0,75	162
13 CN 25	207	0,93	0,77	162
13 CN 35	207	0,91	0,76	170
13 CN 45	229	0,96	0,72	189
35 CN 15	207	0,96	0,75	182
35 CN 25	229	0,95	0,80	179
30 CN 35	255	1,00	0,77	186
35 CN 45	269	1,01	0,83	226
40 CN 12	193	0,94	0,77	187
40 CN 17	229	0,90	0,79	199

Pentru stabilirea constantei C_p s-a folosit relaţia: $C_p = P_z / (t^{x_{pm}} s^{y_{pm}})$ precum şi valorile x_{pm} şi y_{pm} pentru fiecare material şi succesiv toate valorile P_z la $s = 1$ şi respectiv $t = 1$. Ulterior, folosind aceste valori C_p, s-a stabilit o valoare medie C_{pm} (tabelul 1).

Determinările au fost efectuate cu un cuţit de oţel rapid R 18 cu următoarea geometrie: $\alpha = 10°$, $\gamma = 25°$, $\lambda = 0°$, $K = 45°$, $K = 15°$, fără lichid de ungere şi răcire, pe un strung 1 A 62 „Iosif Rangheţ".

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de maşini unelte, scule şi utilaj

BIBLIOGRAFIE

1. Caşler Gh. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1956, **II (VI)**, *3-4*, p. 313.
2. — Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *1-2*, p. 377.
3. Bauşic V. şi colab., Ibid., 1958, **IV (VIII)**, *1-2*, p. 379.
4. Caşler Gh. şi Rener Al., Ibid., 1960, **VI (X)**, *1-2*, p. 353.
5. Răileanu A. şi Nicolescu D., Ibid., 1960, **VI (X)**, *1-2*, p. 355.
6. Bauşic V. şi Belous V., Ibid., 1960, **VI (X)**, *1-2*, p. 357.
7. — Ibid., 1960, **VI (X)**, *3-4*, p. 271.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИЛ РЕЗАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ТОКАРНОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ РУМЫНСКИХ СТАЛЕЙ

Заметка VII

Стали группы STAS 793-53

Продолжая начатые раньше опытные исследования в этой области, авторы выявили в настоящем сообщении значения C_p, x_p и y_p по формуле (1) для следующих сортов стали: 13 N 15; 13 CN 25; 13 CN 35; 13 CN 45; 35 CN 15; 35 CN 25; 30 CN 35; 35 CN 45; 40 CN 12; 40 CN 17. Для получения результатов авторы использовали, как и в предыдущих работах, динамометр типа Г. А. Левит, соединенный жестко с рычагом передачи деформации гидравлического глушителя.

DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES DES FORCES DE COUPE CONCERNANT LES ACIERS ROUMAINS SOUMIS AU TOURNAGE LONGITUDINAL

Note VII

Les aciers stadardisés STAS 793-53

(Résumé)

On établit les valeurs des paramètres C_p, x_p, y_p, de l'expresion (1), pour les suivantes sortes d'acier: 13 N 15; 13 CN 25; 13 CN 35; 13 CN 45; 35 CN 15; 35 CN 25; 30 CN 35; 35 CN 45; 40 CN 12; 40 CN 17. Dans leurs recherches les Auteurs ont utilisé un dynamometre du type G. A. Levit. Pour éviter les erreurs de lecture, qui sont dues aux vibrations de l'appareil d'enregistrement, on a attaché d'une manière rigide le levier qui transmet les déformations de l'amortisseur hidraulique de ce dynamomètre.

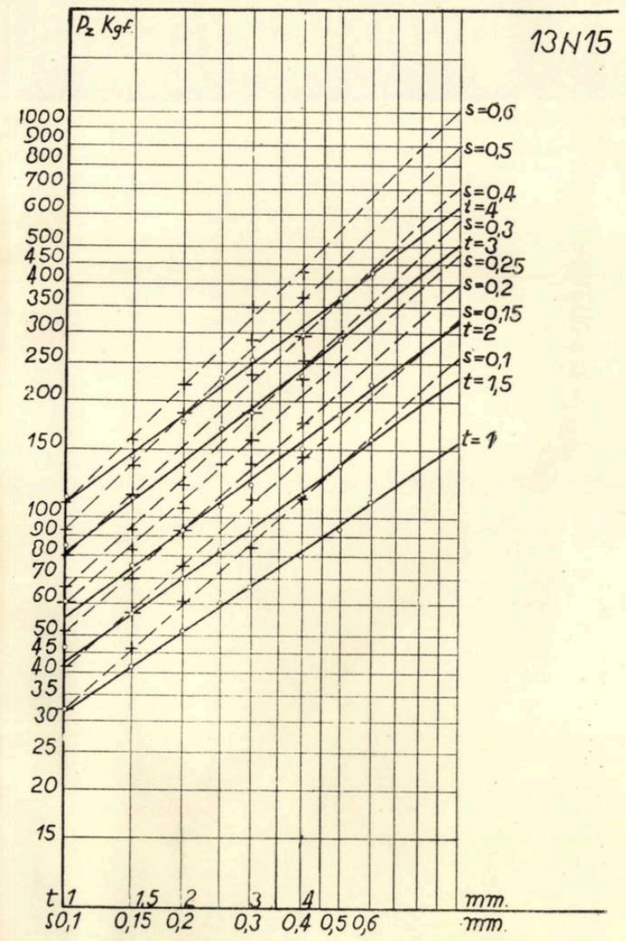


Fig. 1

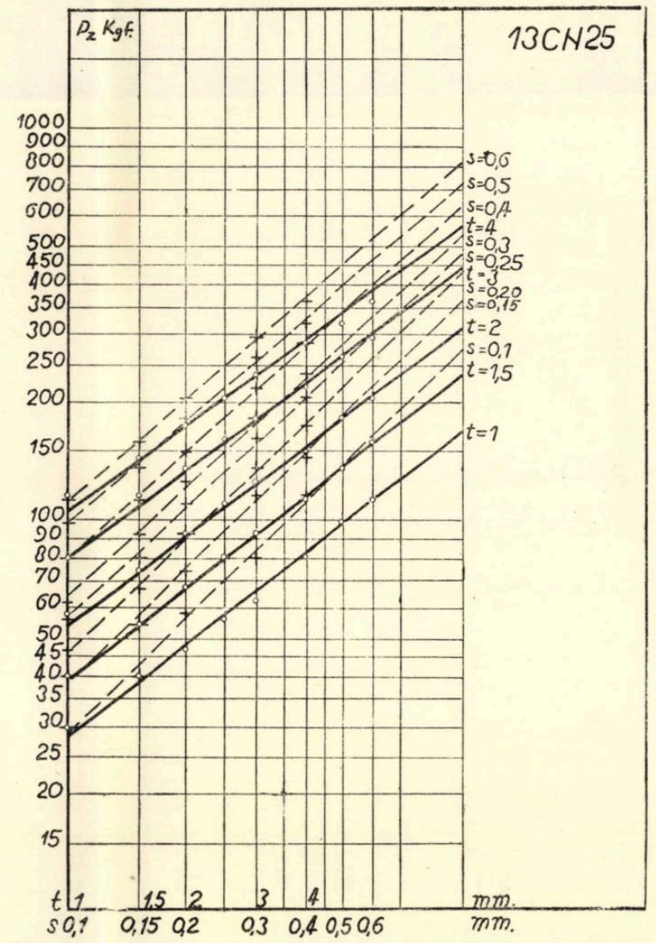


Fig. 2

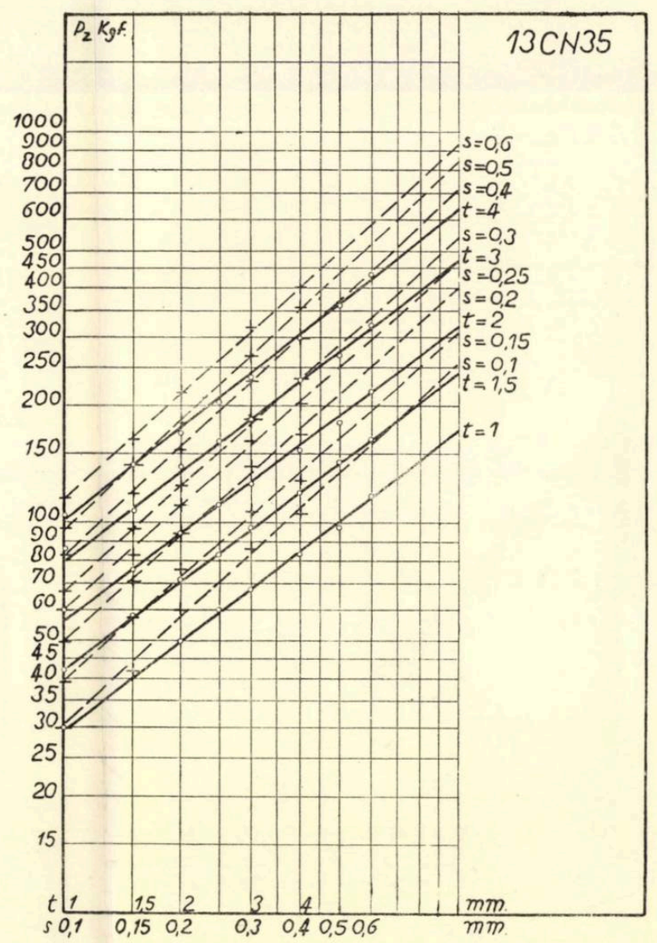


Fig. 3

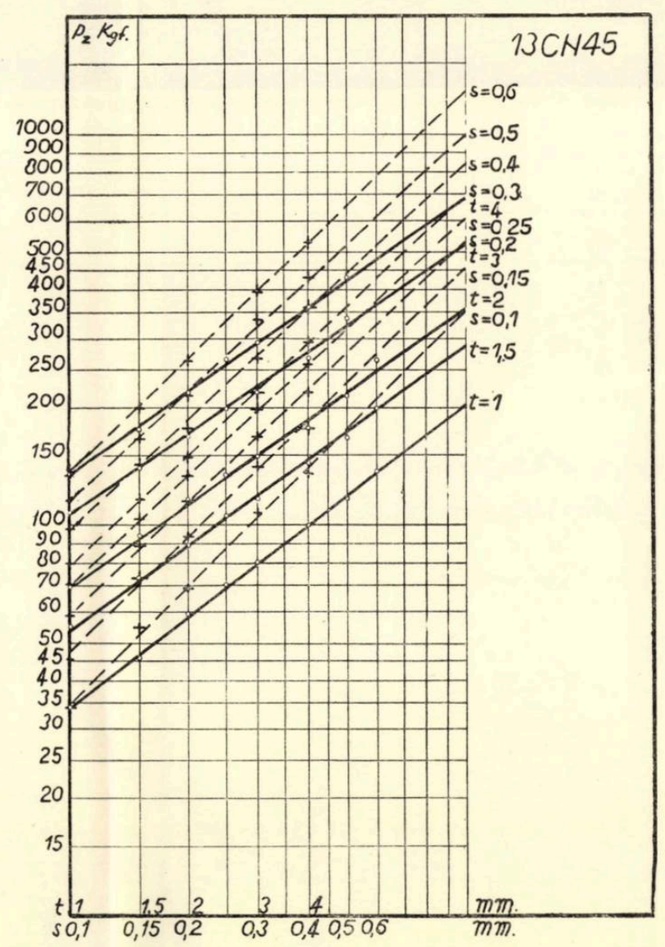


Fig. 4

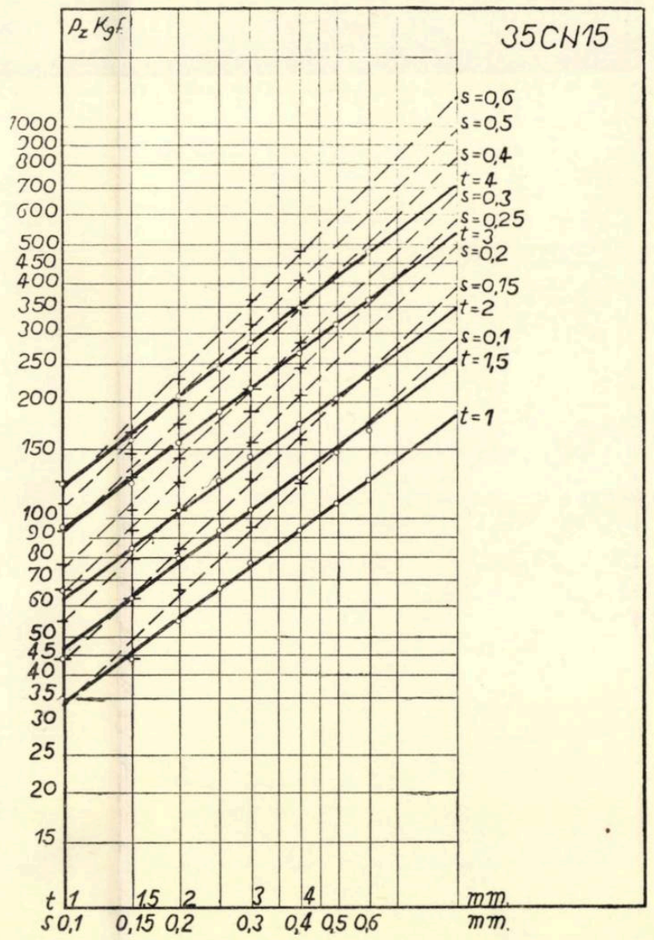


Fig. 5

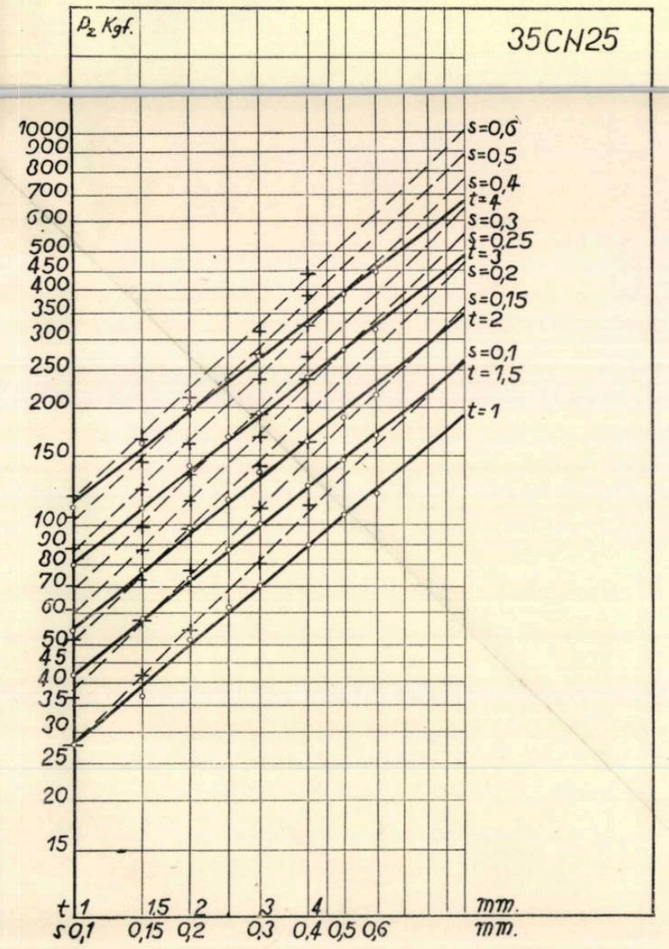


Fig 6

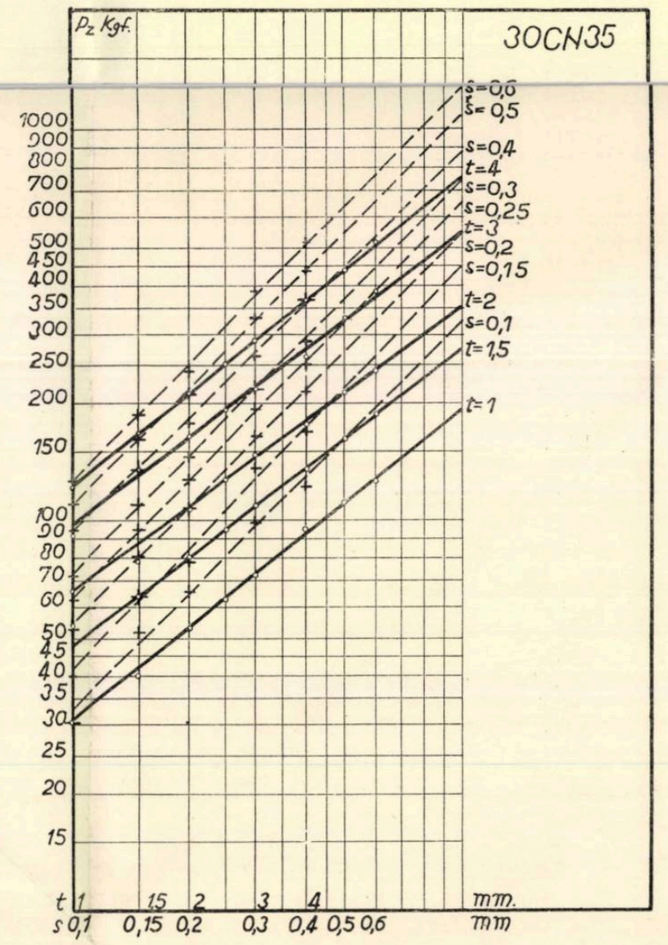


Fig. 7

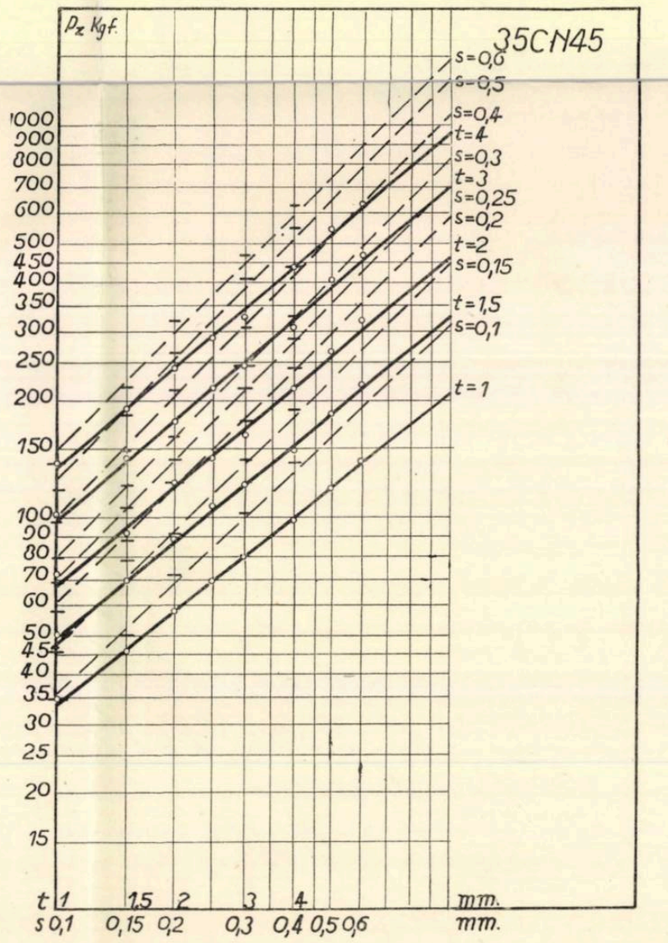


Fig. 8

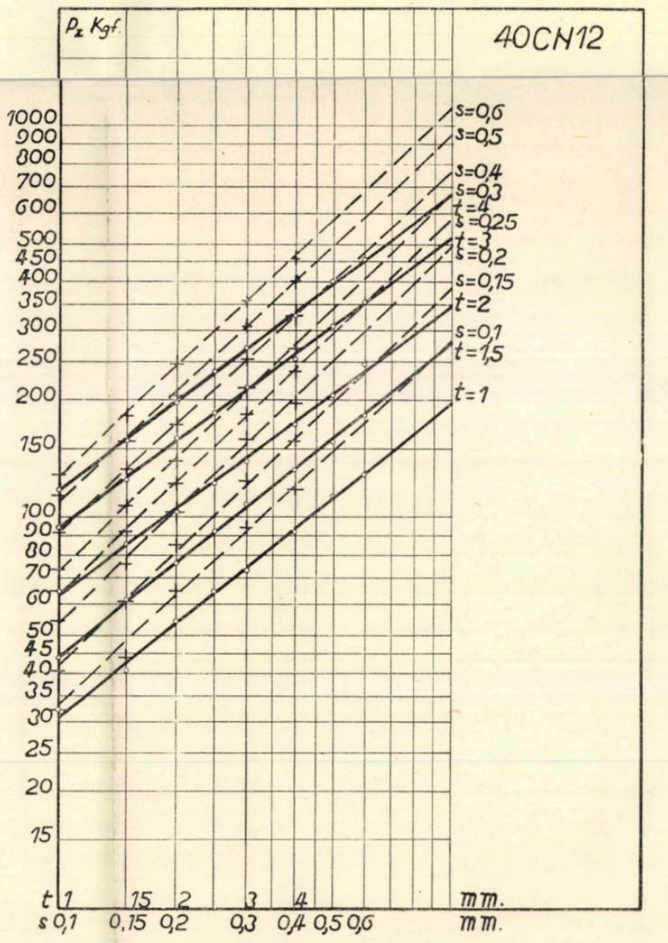


Fig. 9

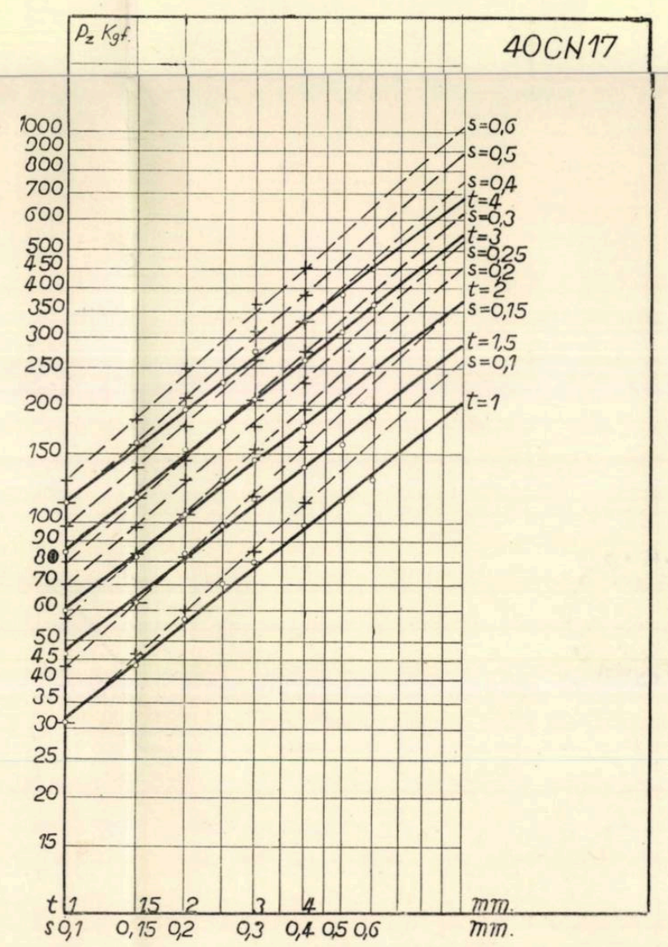


Fig. 10

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 620.191

К СПОСОБУ ВЫРАЖЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ КОРРОЗИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

ТИБЕРИУ ГОЛГОЦИУ, ТОМА ФЭРКАШ, Г. АИЛИНКЭЙ, К. ЧОКИНЭ, ЕМИЛ АНДРЕЙ и БОГДАН ГЕОРГИУ

Сообщение представленное на научной сессии Ясского политехнического института, от 4—6 февраля 1960 г.

В исследовании корозии металлов значительную роль играет способ выражения полученных результатов, как для сравнения, так и для оценки величины корродирующего эффекта.

Согласно, одной из наиболее распространенных, шкале К р у п п а [1] коррозия металла в данной среде измеряется потерями в весе, в г/м². час. Иногда рассматриваемые потери в весе выражаются в г/м². день. В зависимости от величины коррозии, выраженной шкалой Круппа, металлы и сплавы разделяются на пять групп корозионной устойчивости.

Шкала Р и т т е р а [1] рассматривает также потери в весе, но выраженные уменьшением в толщине, в мм/год. Металлы разделяются на 9 классов, в зависимости от коррозионной устойчивости.

Логарифмическая шкала [1] предлагает только пять классов и определяет коррозию через потери в весе, выраженные в г/м². час, и потери в толщине выражаемые в мм/год.

Шкала ГОСТ 5272-50 [2], [3] классифицирует коррозию металлов и металлических сплавов по глубинному показателю, выраженному в мм/год, предусматривая шесть групп устойчивости, с десятью степенями коррозионной устойчивости.

Для сравнения коррозионной устойчивости металлов пользуются также классификацией, базирующейся на действии электрического тока.

Существуют и другие, более упрощенные формы выражения коррозионной устойчивости металлов и сплавов, но все они представляют довольно большую степень обобщения, что проводит к большим погрешностям в оценке получаемых результатов.

В наших лабораторных исследованиях коррозионной устойчивости различных сталей [4], [5], мы столкнулись с некоторыми трудностями в попытке выразить это свойство в единичной форме, в зависимости от всех факторов, влияющих на процесс коррозии.

Как известно, в исследованиях коррозионной устойчивости металлов и сплавов [1]...[8] чаще всего используются следующие параметры: потери в весе в г; корродированная поверхность выраженная в $м^2$ или в $см^2$; глубина коррозии в мм; время выраженное в годах, днях или часах; используемый метод испытания; характер коррозионной среды; концентрация коррозионной среды; температура; характер и качество корродированного материала.

Из перечисленных параметров, первые четыре могут быть выражены числами, они могут быть различно учитываемы. Остальные являются специфическими параметрами, используемыми в каждом опытном измерении.

На основании вышеуказанных соображений мы предлагаем как единицу меры коррозионной устойчивости „корр", который определяется как потери одного грамма металла с поверхности равной квадратному дециметру в течении одного дня:

$$1\ \text{корр} = 1\ \frac{\text{г}}{\text{дм}^2 \cdot \text{день}}. \tag{1}$$

Выражение коррозии этой единицей, позволит получить сравниваемые между ними и легко оцениваемые числа. Отмечаем также, что вышеуказанное определение коррозии металла содержит 3 из 4-х параметров, которые могут быть выражаемы численно. Остальные являются специфическими параметрами, которые должны быть указаны при каждом отдельном случае.

Для малых значений, от 10^{-2} до 1, коррозия небольшая и, соответственно, коррозионная устойчивость высокая; для значений от 1 до 10^2 коррозия большая — соответственно, малая коррозионная устойчивость.

Для значений ниже 10^{-2} металлы будут очень коррозионно-стойкими, а для значений более 10^2 — сильно корродирующимися.

Вес корродированного металла с поверхности равной 1 $дм^2$ и глубиной равной 1 мм, определяется по формуле;

$$(10 \times 10 \times 0{,}1)\,\gamma = 10\,\gamma, \tag{2}$$

где γ — удельный вес металла.

Это соотношение, в данных условиях, дает также и число „корр"-ов необходимых для коррозии металла на глубину 1 мм в 1 день.

Соотношение между весом корродированного металла с поверхности равной 1 $дм^2$, глубиной в 1 мм, и числом „корр"-ов полученным при проведении соответствующего эксперимента, дает время, выраженное в днях, в течении которого данный металл, в данной коррозионной среде (при пользовании определенным методом) корродируется на глубину в 1 мм:

$$\frac{\gamma \times 10}{\text{чис. „корр"}} = \text{чис. дней}. \tag{3}$$

Таким образом, при помощи этой формулы осуществляется связь между четырьмя вышеуказанными переменными параметрами. Эта формула применима и для сплавов, при тех же условиях.

Пример. Стандартная сталь OL 34 в 1%-ом растворе NaCl, теряет 0,31 г, а в 1%-ом растворе H_2SO_4 теряет 3,78 г. Поверхность образцов равна 26,6 см². Использовался метод последовательной медленной имерсии, при температуре 20°C±1,5°C в течении 10 дней.

Для выражения потерь в „корр"-ах, получаем для коррозионной среды, состоящей из 1%-го раствора NaCl:

$$0{,}31/(0{,}266 \times 10) = 0{,}116 \text{ корр.}$$

Для 1%-го раствора H_2SO_4 получаем 1,42 корр.

Сравнивая эти данные, устанавливаем, что сталь OL 34 в 12 раз устойчивее в растворе NaCl (1%), чем в растворе H_2SO_4 (1%).

Применяя формулу (3) для стали, из вышеуказанных опытных данных, имеем: для 1%-го раствора NaCl, 78,6/0,116=667 дней, а для 1%-го раствора H_2SO_4, 78,6/1,42= = 53 дней — время в которое сталь OL 34 корродируется на глубину в 1 мм. Зная это, можно установить срок работы оборудования, подтверженного коррозии. Его пределом является достижение металлом найменьшего сечения, допускаемого механической прочностью для данного материала.

Для установления класификации металлов и их сплавов, в зависимости от коррозионной устоичивости, выраженной в „корр"-ах, мы предлагаем таблицу 1.

Таблица 1

Группа	Коррозионная устойчивость	
1	до 0,01 „корр"-а	Очень устойчив
2	0,01...01 „корр"-а	Устойчив
3	0,1...1 „корр"-а	Мало устойчив
4	1...10 „корр"	Очень мало устойчив
5	выше 10,0 „корр"	Неустойчив

Из таблицы 1 вытекает, что выражение коррозионной устойчивости в данных условиях, колеблется около цифры 1.

Металл подвергающийся коррозии, считается пригодным для употребления, при условии, что коррозионная устойчивость его не превышает 1 „корр"-а; в случае превышения этого значения металл считается непригодным для употребления в данных условиях.

Когда коррозионная устойчивость имеет значения 0,1...1 „корр" (группа *3*-я) металл требует соответствующей протекции.

Ясский политехнический институт,
Кафедра общей химии,
Кафедра технология металлов

ЛИТЕРАТУРА

1. Акимов Г. В., *Теория и методы исследования коррозии металлов*, М., 1945.
2. * * * *Manualul ingineruIui termotehnician*, Ed. Tehn., Buc, 1951.
3. Baranik V. P., *Scurt îndreptar pentru coroziune*, Ed. Tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
4. Fărcaş T. şi colab., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1961, **VII (XI)**, *1–2*, pp. 337—340.
5. — Ibid., 1961, **VII (XI)**, *3–4*, pp. 309—317.

6. Klinov I. I., *Coroziunea aparaturii chimice şi materiale anticorozive,* Ed. Tehn. Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
7. Tödt F., *Korrosion und Korrossionsschutz,* Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1955.
8. Guillet L., *Les méthodes d'étude des alliages métaliques,* Dunod, Paris, 1933.

BETRACHTUNGEN ÜBER DEN AUSDRUCK DES KORROSIONSWIDERSTANDES DER METALLEN UND DEREN LEGIERUNGEN

(Zusammenfassung)

Um eine richtige Ausdrucksweise und vergleich über den Korrosionswiderstand, der Metallen zu ermöglichen, schlägt man dass man als Mass für diesen Korrosionswiderstand den „Korr" vor. Unter „Korr" verstehen wir *den Verlust von einem Gramm, bei einer Oberfläche von ein dm² des Metalles in einem Tag:*

$$1 \text{ Korr} = 1 \text{ Gr}/1 \text{ dm}^2 1 \text{ . Tag.}$$

Durch diese Einheit wird es möglich sein Vergleichsziffern zu erhalten. Wir wollen auch hervorheben dass diese Definition der Korrosion des Metalles, drei von den vier Parametern die numerisch gekunzeichnet werden, enthält. Den Rest der Parameter muss man bei jeden Versuch beigeben.

Bei kleinem Werten die zwischen 10^{-2}...1 Korr liegen ist der Korrosionswiderstand hoch (die Korrosion ist klein) und bei grösseren Werten, und zwar zwischen 1...10^2 Korr, ist der Korrosionswiderstand klein oder die Korrosion des Metalles stark.

Die oben angegebene werte müssen nicht ganz genau genommen werden. So z. B. können bei Werten unter 10^{-2} Korr das Metall als sehr widerstandsfähig betrachtet werden aber bei Werten über 10^2 Korr findet ein starker Korrosionsprozess statt.

Das Gewicht des korrodierten Metalles auf 1 dm² Oberfläche und 1 mm Dicke berechnet man auss folgender Gleichung:

$$(10 \times 10 \times 0{,}1)\,\gamma = 10\,\gamma,$$

wo γ — das spezifische Gewicht ist.

Wir schlagen die Tabelle 1 vor, die eine Klassifizierung der Metalle und deren Legierungen von diesem Standpunkte ermöglicht.

CONSIDERAŢIUNI ASUPRA EXPRIMĂRII REZISTENŢEI LA COROZIUNE A METALELOR ŞI ALIAJELOR

(Rezumat)

În scopul creerii posibilităţilor de exprimare şi comparare a rezistenţei la coroziune a metalelor, se propune ca unitate de măsură pentru rezistenţa la coroziune „cor"-ul, care se defineşte ca *fiind pierderea unui gram din metal de pe o suprafaţă de un dm² timp de o zi:*

$$1 \text{ cor} = 1 \text{ gf} / 1 \text{ dm}^2 \text{ . } 1 \text{ zi}$$

Exprimarea coroziunii prin această unitate permite obţinerea unor cifre comparabile între ele şi uşor de apreciat. De asemenea se remarcă faptul că în acest mod exprimarea coroziunii metalului cuprinde trei din cei patru parametri ce pot fi redaţi numeric. Restul parametrilor urmează să se specifice pentru fiecare determinare.

La valori mici, ce pot varia de la 10^{-2} pînă la 1 cor, înseamnă că şi coroziunea este mică — respectiv rezistenţa la coroziune mare, iar pentru valori cuprinse între 1 pînă la 10^2 cor coroziunea este mare — respectiv rezistenţa la coroziune mică.

Valorile indicate mai sus pot fi depăşite atît într-un sens cît şi în celălalt. Pentru valorile sub 10^{-2} cor înseamnă că metalele sînt foarte rezistente la coroziune, iar pentru valorile peste 10^2 cor metalele se corodează puternic.

Greutatea de metal corodat pe 1 dm² suprafaţă şi 1 mm grosime se determină cu relaţia:

$$(10 \times 10 \times 0{,}1)\,\gamma = 10\,\gamma$$

unde γ — greutatea specifică a metalului respectiv.

Pentru a stabili o clasificare a metalelor şi aliajelor lor, funcţie de rezistenţa la coroziune, ţinînd seama de exprimarea în cor, se propune o grupare a acţiunilor corozive asupra metalului, dată în tabelul 1.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z 620 191

COMPORTAREA LA COROZIUNE A OŢELURILOR CARBON

STAS 500–49

DE

TIBERIU GOLGOŢIU, TOMA FĂRCAŞ, GH. AILINCĂI, C. CIOCHINĂ, EMIL ANDREI, BOGDAN GHEORGHIU şi IOAN HOPULELE

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

Într-o Notă anterioară [1] s-au stabilit metodele de încercări la coroziune şi în mod deosebit eficienţa acestora funcţie de coroziunea statică. Lucrarea citată a avut drept scop de a stabili un număr de metode comune pentru determinarea rezistenţei la coroziune, metode care vor permite efectuarea de aprecieri comparative a rezultatelor obţinute asupra diferitelor categorii de oţeluri.

Pe baza rezultatelor obţinute prin urmărirea coroziunii la o gamă de oţeluri, funcţie de agentul coroziv şi concentraţia acestuia, s-au propus ca metode de laborator: a) metoda imersiei succesive lente (*D*), b) metoda statică (*S*), c) metoda statică aerată prin barbotare (*B*).

Utilizînd aceste metode ne-am propus să studiem comportarea la coroziune a oţelurilor carbon obişnuite (STAS 500-49).

Pentru urmărirea comportării la coroziune s-au luat în considerare următorii factori:

1°. Mediile agresive: a) neutru, b) acid, c) oxidant, d) bazic.

2°. Variaţia concentraţiei mediilor agresive.

3°. Variaţia temperaturii mediilor agresive.

Ca medii agresive s-au utilizat soluţii de: NaCl, H_2SO_4, NaOCl, Na_2CO_3, în concentraţii de: 1%, 3%, 5%, pentru a ne situa în limitele condiţiilor practice mai frecvente.

Determinările au fost făcute la temperatura de 20°C $\pm$ 2°C.

Pentru studiul influenţei temperaturii s-a lucrat la 50°C şi 80°C, asupra oţelului OL 50, acesta reprezentînd media întregii grupe de oţel carbon obişnuit (STAS 500-49). Experienţele s-au efectuat pe probe cilindrice cu dimensiunile 40 $\times$ 10 mm, corespunzătoare greutăţii medii de 25 gf, din oţel laminat la diametre apropiate şi livrate cu buletin de analiză.

Pentru o interpretare uşoară a datelor, pierderile au fost considerate în gf %, pentru o perioadă de 10 zile.

Datele experimentale obținute sînt oglindite în tabelele 1...4.

Urmărind aceste date în funcție de metodă, mediu și concentrație, pentru fiecare oțel, iar pentru oțelul OL 50 și în funcție de temperatură, am observat următoarele:

1. La metoda imersiei succesive (*D*) oțelurile studiate se comportă astfel: a) în mediu neutru (NaCl), la toate sorturile de oțel pierderile în greutate scad cu concentrația soluției; b) în mediu acid (H_2SO_4, la

Tabelul 1

Pierderile oțelurilor carbon (STAS 500-49) în mediu de NaCl (gf%)

Nr. crt.	Metoda	Concentrația soluției de NaCl %	Oțelul						Observații
			OL 34	OL 38	OL 42	OL 50	OL 60	OL 70	
1		1	1,24	1,28	1,12	1,04	1,08	1,16	Atac general uniform
2	*D*	3	0,92	0,84	0,88	0,84	0,80	0,88	dînd o suprafață cu
3		5	0,72	0,72	0,76	0,68	0,64	0,72	aspect fin
4		1	0,08	0,10	0,10	0,14	0,12	0,10	Idem
5	*S*	3	0,10	0,10	0,10	0,12	0,10	0,10	
6		5	0,08	0,10	0,12	0,08	0,10	0,08	
7		1	0,84	0,76	0,64	0,60	0,68	0,64	Idem
8	*B*	3	0,60	0,68	0,64	0,60	0,64	0,88	
9		5	0,56	0,56	0,56	0,52	0,52	0,48	

Tabelul 2

Pierderile oțelurilor carbon (STAS 500-49) în mediu de H_2SO_4 (gf%)

Nr. crt.	Metoda	Concentrația soluției de H_2SO_4 %	Oțelul						Observații
			OL 34	OL 38	OL 42	OL 50	OL 60	OL 70	
1		1	15,12	48,80	16,60	22,16	19,48	34,20	Atac general uniform, în sensul laminajului, lăsînd
2	*D*	3	16,68	63,20	22,88	31,36	27,68	25,00	fețe cu aspect rugos sau fin.
3		5	16,84	71,48	9,72	30,42	14,88	34,20	Cu creșterea concentrației se distrug puternic la capete și în general atacul este mai puternic la unele probe; atac local mai accentuat
4		1	1,44	22,44	2,96	6,08	18,22	7,2	Idem
5	*S*	3	1,28	32,28	1,84	4,4	40,4	7,32	
6		5	2,00	51,52	2,28	5,92	64,32	9,48	
7		1	8,16	4,4	5,48	4,68	6,56	6,64	Idem
8	*B*	3	5,76	52,16	4,52	19,12	58,56	18,20	
9		5	4,12	64,60	5,80	23,08	67,12	22,60	

toate sorturile de oțel pierderile în greutate cresc cu concentrația soluției; c) în mediu oxidant (NaOCl), la toate sorturile de oțel pierderile în greutate cresc cu co centrația soluției iar atacul este mai puțin

Tabelul 3

Pierderile oțelurilor carbon (STAS 500–49) în mediu de NaOCl (gf%)

Nr. crt.	Metode	Cocentrația soluției de NaOCl %	Oțelul						Observații
			OL 34	OL 38	OL 42	OL 50	OL 60	OL 70	
1	*D*	1	3,2	2,72	3,64	3,36	3,32	3,32	Atac punctat, buretos sau punctat și insular, crescînd cu concentrația soluției
2		3	5,96	8,48	6,96	6,52	8,32	6,20	
3		5	7,08	8,08	8,68	8,16	8,08	5,84	
4	*S*	1	2,4	2,36	2,4	2,64	2,60	3,40	Atac în insule mari și cu părți neatacate lucioase crescînd cu concentrația soluției
5		3	9,6	9,92	9,70	9,80	8,92	9,16	
6		5	9,24	10,92	10,0	9,56	12,52	9,08	
7	*B*	1	3,96	3,28	3,6	3,64	3,72	2,96	Idem
8		3	10,96	7,76	11,6	10,56	11,36	9,28	
9		5	7,76	5,36	10,64	8,16	7,76	6,28	

Tabelul 4

Pierderile oțelului OL 50 (STAS 500–49) (gf%) *funcție de mediu coroziv, concentrație și temperatură*
Metoda statică

Nr. crt	Agentul coroziv	Concentrația %	Temperatura de lucru			Observații
			20° C	50° C	80° C	
1	NaCl	1	0,16	0,08	0,18	Atac general dînd un strat fin de produse de corodare, de culoare închisă, fin aderent (ca un strat pasivizant)
2		3	0,12	0,12	0,18	
3		5	0,08	0,08	0,20	
4	H_2SO_4	1	6,08	32,20	13,84	Atac general puternic, uniform, în sensul laminajului; fețele cu aspect fin
5		3	4,44	2,56	3,08	
6		5	5,96	35,64	37,96	
7	NaOCl	1	2,64	4,40	4,68	50°C — atac insular — restul neatacat, cu aspect lucitor. 80°C — atac mai puternic ca la 50°C, cu produse de corodare de culoare închisă, aderente. Atacul este poros
8		3	9,80	8,12	4,88	
9		5	9,56	7,04	5,44	

accentuat decît în mediu acid; d) în mediu bazic (Na_2CO_3) nu se constată nici un efect coroziv (fig. 1).

2. La metoda statică (*S*) oțelurile OL 34, OL 38, OL 42, OL 50, OL 60, OL 70, se comportă astfel: a) în mediu neutru (NaCl), la toate sorturile de oțel pierderile în greutate scad cu concentrația soluției; b) în mediu acid (H_2SO_4), la toate sorturile de oțel pierderile în greutate cresc accentuat cu concentrația soluției; c) în mediu oxidant (NaOCl), la toate sorturile de oțel pierderile în greutate cresc cu concentrația soluției; d) în mediu bazic (Na_2CO_3), la nici un sort de oțel nu se constată vreun efect coroziv.

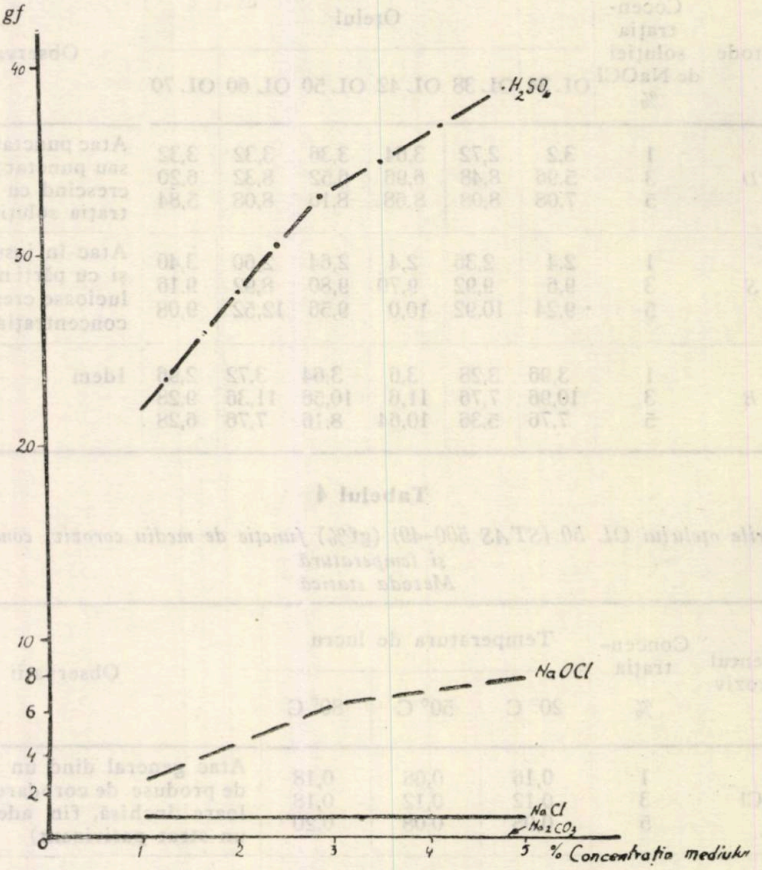


Fig. 1. — Variația pierderilor oțelului OL 50 în funcție de concentrația mediului; metoda imersiei succesive

3. La metoda statică aerată prin barbotare (*B*) oțelurile studiate se comportă astfel: a) în mediu neutru (NaCl), la toate sorturile de oțeluri pierderile în greutate scad cu concentrația soluției; b) în mediu acid (H_2SO_4), la toate sorturile de oțel pierderile în greutate cresc accentuat cu concentrația soluției; c) în mediu oxidant (NaOCl), la toate sorturile de oțel pierderile în greutate cresc cu concentrația soluției; d) în mediu bazic (Na_2CO_3) nu se constată vreun efect coroziv la nici unul din sorturile de oțel.

4. În ceea ce privește studiul coroziunii funcție de temperatură, s-au întreprins experimentări cu ajutorul metodei statice la sortul de oțel OL 50 pentru temperaturile de 50° și 80°C, timp de 10 zile, comparativ cu temperatura mediului ambiant (20°C).

Se constată următoarele: a) în mediu neutru (NaCl), la concentrație constantă, pierderile în greutate cresc o dată cu creșterea temperaturii; b) în mediu acid (H_2SO_4), la concentrație constantă, pierderile în greutate cresc o dată cu creșterea temperaturii; c) în mediu oxidant (NaOCl), la o concentrație constantă de 1% pierderile în greutate cresc o dată cu creșterea temperaturii, iar pentru concentrații constante de 3% și 5% scad cu creșterea temperaturii, ceea ce se explică prin formarea unui strat protector de oxid de fier; d) în mediu bazic (Na_2CO_3) se observă un neînsemnat atac la 80°C.

Studiind tabelele de mai sus se remarcă unele abateri de la linia generală indicată, fapt ce se poate explica prin existența impurităților atît în mediile agresive cît și în masa metalului supus încercărilor; abaterile reprezintă totodată o consecință a neomogenității metalului ca structură și compoziție chimică precum și a aglomerării și repartiției impurităților etc.

Dacă se urmărește care este cel mai rezistent oțel la coroziune, într-un anumit mediu și la o anumită concentrație, cercetînd datele din tabele se constată că în mediu neutru (NaCl) sau oxidant (NaOCl) practic toate sorturile de oțel prevăzute în STAS 500-49 rezistă la fel, deoarece pierderile se înscriu între limite cu valori apropiate. În cazul mediului acid (H_2SO_4) se constată același lucru, pentru sorturile OL 34, OL 42, OL 50, OL 70, în timp ce sorturile OL 38, OL 60 sînt mai puțin rezistente, pierderile în greutate la aceste oțeluri ieșind cu mult din limitele în care se înscriu celelalte sorturi; explicația acestei abateri urmează să fie căutată.

Concluzii

Pe baza rezultatelor experimentale s-a ajuns la următoarele concluzii:

1. În soluțiile de NaCl se observă o descreștere a pierderilor în cadrul aceleași metode, pe măsura creșterii concentrației soluției. Pierderile sînt de același ordin de mărime la toate sorturile de oțel, pentru o aceeași concentrație și o aceeași metodă utilizată. Se observă un atac uniform, dînd o suprafață cu aspect fin.

2. În soluții de H_2SO_4 se observă, în general, că atacul crește cu concentrația, la toate metodele. Pierderile sînt accentuate, ele variind între limite largi, în cadrul aceleiași concentrații și aceleiași metode întrebuințate. Atacul este puternic, general și uniform, orientîndu-se în sensul laminajului, ceea ce duce și la o reducere accentuată a lungimii probei. Aspectul feței probei variază de la fin la rugos, funcție de sortul de oțel. Intensitatea atacului față de mediul neutru se găsește, ca valoare medie, în raport de circa 1/30.

3. În soluțiile de NaOCl se observă, în general, că atacul crește cu concentrația, la toate metodele. Pierderile sînt de același ordin de mărime la toate sorturile de oțel, pentru o aceeași concentrație și o aceeași

metodă întrebuințată. La metoda prin imersie succesivă atacul este cu aspect neuniform, buretos, iar la metoda statică și statică aerată prin barbotare, atacul neuniform are loc sub formă de insule mari, părțile neatacate rămînînd lucioase. Intensitatea atacului față de mediu neutru se găsește, ca valoare medie, în raport de circa 1/6.

4. În soluțiile de Na_2CO_3, la temperatura mediului ambiant, indiferent de metodă și concentrație, nu se constată vreun efect coroziv.

5. În funcție de temperatură, în toate mediile utilizate, în general, se constată o creștere a intensității atacului și anume, în mediu acid creșterea atacului este foarte mare. în mediile neutru și oxidant, creșterea atacului este mică, iar în mediu bazic se observă un foarte slab atac abia la temperatura de 80°C.

6. În concluzie, pentru toate sorturile de oțel din categoria cuprinsă în STAS 500-49, se constată că:

a) în mediu neutru atacul coroziv scade cu creșterea concentrației soluției:

b) în mediu acid și oxidant atacul coroziv crește o dată cu creșterea concentrației soluției;

c) mediul bazic nu are un efect coroziv decît la temperaturi ridicate (80°C).

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de tehnologia metalelor,
Catedra de chimie generală

BIBLIOGRAFIE

1. Farcaș T. și colab., Bul. Inst. polit. Iași, 1961, **VII (XI)**, *1-2*, pp. 337—340.
2. Акимов Г. В., *Теория и методы исследования коррозий металлов*, М., АН СССР, 1945.
3. Barannik V. P., *Scurt îndreptar pentru coroziune*, Ed. Tehn., Buc., 1955, (trad. din l. rusă).
4. Klinov I., *Coroziunea aparaturii chimice și materiale anticorozive*, Ed. Tehn., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
5. Ulick R., Evans M. A., *La corrosion des métaux*, Dunod, Paris, 1928.
6. Guillet L., *Les méthodes d'étude des alliages métalliques*, Paris, Dunod, 1933.
7. Tödt F., *Korrosion und Korrosionsschutz*, Walter De Gruyter & Co, Berlin, 1955.
8. * * * *Coroziunea și protecția suprafețelor*, Caiet selectiv, I.D.T., Buc., 1958-1959

КОРРОЗИОННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА УГЛЕРОДИСТЫХ СТАЛЕЙ STAS 500-49

(Резьюме)

Используя предложенные выше лабораторные методы: а) метод последовательных медленных погружений, б) статический метод гэрирования, в) статический метод, изучается коррозионная характеристика обыкновенных углеродистых сталей (STAS 500-49), принимая во внимание следующие факторы;

1° Коррозионная среда: а) нейтральная, б) кислотная, в) окисляющая, г) основная.

2° Изменение концентраций коррозионной среды.

3° Изменение температуры коррозионной среды.

На основание полученных результатов были выведены следующие заключения

1. В растворах NaCl констатируется уменьшение потерь в рамках того же метода, по мере увеличения концентрации раствора. Потери — одинаковы для всех сортов стали для одного и того же метода и одной и той же концентрации.

2. В растворах H_2SO_4 заметно вообще, что атака увеличивается с концентрацией при всех методах. Потери — увеличены, изменяясь в широких пределах в рамках того же метода и концентрации.

Интенсивность атаки относительно нейтральной среды имеет среднее значение около 1/30.

3. В растворах NaOCl заметно вообще, что атака увеличиваетя с концентрацией, при всех методах. Потери одинаковы для всех сортов, для того же метода и концентрации. Интенсивность атаки по отношению к нейтральной среде, имеет среднее значение около 1/6.

4. В растворах $NaCO_3$ при комнатной температуре, независимо от метода и концентрации не наблюдается коррозионный эффект.

5. В зависимости от температуры, для каждой исподьзованной среды, констатируется увеличение интенсивности атакн: а) в кислотной среде увеличение интенсивности атаки очень велико; б) в нейтральной и окисляющей среде увеличение атаки невелико; г) в основной среде отмечается незначительная атака едва при температуре 80°C.

6. Для сортов стали STAS 500-49 устанавливается: а) в нейтральной среде коррозионная атака уменьшается с увеличением концентрации раствора; б) в кислотной и окисляющей среде коррозионная атака увеличивается с увеличением концентрации раствора; г) в основной среде не отмечается коррозионной среде не отмечается коррозионный эффект при обыкновенной температуре, а только при высоких температурах (80°C).

Объяснение рисунков

Рис. 1.— Изменения потерь стали OL 50 в зависимости от концентрации среды; метод последовательной имерсии.

COMPORTEMENT À LA CORROSION DES ACIERS-CARBON STAS 500-49

(Résumé)

En utilisant les trois méthodes de laboratoire proposées : a) méthode de l'immersion succésive lente, b) méthode statique, c) méthode statique aérée par barbotage, les Auteurs ont étudié le comportement à la corrosion des acierscarbon usuels (STAS 500-49), en tenant compte des facteurs suivants :

1°. Milieux agressifs : a) neutre, b) acide, c) oxydant, d) basique.

2°. Variation des concentrations des milieux agressifs.

3°. Variation de la température des milieux agressifs.

On aboutit aux conclusions suivantes :

1. Aux solutions de NaCl on constate une diminution des pertes pour une même méthode utilisée, au fur et à mesure que la concentration de la solution augmente. Les pertes sont du même degré de grandeur chez toutes les sortes d'acier, pour une concentration donnée et à une même méthode utilisée.

2. À la solution de H_2SO_4 on observe, en général, que l'attaque s'intensifie au fur et à mesure que la concentration de la solution augmente, chez toutes les méthodes utilisées. Les pertes sont accentuées, en variant entre des limites larges, pour une concentration donnée de la solution et pour une même methode. L'intensité de l'attaque, par rapport au milieu neutre, est de circa 1/30, valeur moyenne.

3. Aux solutions de NaOCl on observe, en général, que l'attaque s'intensifie au fur et à mesure que la concentration de la solution augmente, chez toutes les méthodes. Les pertes sont du même degré de grandeur à toutes les sortes d'aciers, pour une concentration donnée et à une même méthode utilisée. L'intensité de l'attaque, par rapport au milieu neutre, est de circa 1/6, valeur moyenne.

4. Aux solutions de Na_2CO_3, à la température du milieu ambiant, on ne constate aucun effet corrosiv, pour toutes les concentrations des solutions et pour toutes les mêthodes utilisées.

5. En fonction de la température, dans tous les milieux utilisés, on constate, en général, une intensification de l'attaque, à savoir: a) en milieu acide l'intensification de l'attaque est très importante; b) en milieux neutre et oxydant l'intensification de l'attaque est faible; c) en milieu basique on observe un très faible attaque seulement à la température de 80°C.

6. Pour les sortes d'acier STAS 500-49 on constate que: a) en milieu neutre l'intensité de l'attaque corrosif diminue au fur et à mesure que la concentration de la solution augmente; b) en milieux acide et oxydant l'intensification de l'attaque corrosif augmente au fur et à mesure que la concentration de la solution augmente; c) en milieu basique on n'observe un effet corrosif qu'aux températures élevées (80° C).

Explication des figures

Fig. 1. — Variation des pertes de l'acier OL 50 en fonction de la concentration; méthode de l'immersion succésive.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 621-231

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ „ИНВАРИАНТОВ" В ЗАДАЧЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСКОРЕНИЙ ЛЮБОГО ПОРЯДКА В СЛОЖНЫХ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМАХ

Д. С. ТАВХЕЛИДЗЕ и Д. МАНЖЕРОН

Ряд вышедших недавно работ акад. И. И. Артоболевского [1] авторов этой заметки [2] и других исследователей [3]...[7], подчеркивает — наряду с выработкой некоторых новых методов кинематического и динамического исследования плоских и пространственных механизмов — важность углубления задачи о нахождении путей наискорейшего распределения ускорений различных порядков.

В настоящей заметке устанавливается рекуррентная формула

$$I_m = \left(\varepsilon_{kl}^{(m-1)} - \sum_{n=1}^{m-1} a_{n,m-1} I_n \right) / a_{m,m-1}, \quad (m = 1, 2 \ldots), \tag{1}$$

где

$$\begin{cases} a_{m,m-1} = a_{m-1,m-2}\,\omega_{ij}, \quad a_{n,m-1} = \dot{a}_{n,m-2} + a_{n-1,m-2}\,\omega_{ij}, \\ a_{1,m-1} = \dot{a}_{1,m-2}, \quad (\cdot \equiv \mathrm{d}/\mathrm{d}t), \quad (n = 2, 3, \ldots, m-1), \\ a_{10} = \omega_{ij}, \quad a_{21} = a_{10}\,\omega_{ij}, \quad a_{11} = \dot{a}_{10} = \varepsilon_{ij}, \ldots \\ \varepsilon_{kl}^{(m-1)} = \mathrm{d}\varepsilon_{kl}^{(m-2)}/\mathrm{d}t = \ldots = \mathrm{d}^m \omega_{kl}/\mathrm{d}t^m = \mathrm{d}^{m+1}\theta_{kl}/\mathrm{d}t^{m+1}, \\ I_s \equiv \mathrm{d}^s \theta_{kl}/\mathrm{d}\theta_{ij}^s, \quad (s = 1, 2, \ldots, m), \quad \omega_{ij} = \mathrm{d}\theta_{ij}/\mathrm{d}t = \dot{\theta}_{ij}, \end{cases} \tag{2}$$

причем θ_{kl} — угол между двумя осями соответственно неразрывно связанными с подвижными звеньями $\mathcal{f}_k$ и $\mathcal{f}_l$ сложного плоского механизма с одной степенью свободы, а θ_{ij} — угол между ведущим звеном $\mathcal{f}_i$ и стойкой $\mathcal{f}_j$.

Формула (1) служит основой — как это будет показано в ряде практических приложений в другой заметке [8] — для определения угловых ускорений m-го порядка, если принять во внимание факт того, что отношения $\mathrm{d}\theta_{kl}/\mathrm{d}\theta_{ij}, \mathrm{d}^2\theta_{kl}/\mathrm{d}\theta_{ij}^2, \ldots, \mathrm{d}^m\theta_{kl}/\mathrm{d}\theta_{ij}^m$ выражают чисто геометрческие свойства механизма, зависящие лишь от его положения, и исходить из любых зачений угловой скорости ω_{kl}^* и угловых ускорений

ε^{*}_{kl}, $\varepsilon^{(2)*}_{kl}, \ldots, \varepsilon^{(m-1)*}_{kl}$ звена $\mathcal{J}_k$ по отношению к звену $\mathcal{J}_l$. Это утверждение следует из того, что по формулам

$$\omega^{*}_{kl}/a^{*}_{10} = \mathrm{d}\theta_{kl}/\mathrm{d}\theta_{ij} \equiv I_1, \tag{3}$$

$$[\varepsilon^{*}_{kl} - (a^{*}_{11}/a^{*}_{10})\,\omega^{*}_{kl}]/a^{*}_{21} = \mathrm{d}^2\theta_{kl}/\mathrm{d}\theta^2_{ij} \equiv I_2, \tag{4}$$

$$\{\varepsilon^{(2)*}_{kl} - (a^{*}_{22}/a^{*}_{21})\,\varepsilon^{*}_{kl} + [(a^{*}_{22}a^{*}_{11} - a^{*}_{12}a^{*}_{21})/(a^{*}_{21}a^{*}_{10})]\,/\omega^{*}_{kl}\}/a^{*}_{32} = \mathrm{d}^3\theta_{kl}/\mathrm{d}\theta^3_{ij} \equiv I_3, \tag{5}$$

$a^{*}_{10} = \omega^{*}_{ij}$, $a^{*}_{21} = a^{*}_{10}\,\omega^{*}_{ij}$, $a^{*}_{11} = \varepsilon^{*}_{ij}$ и т. д.

могут быть вычислены, по данным $\omega^{*}_{kl}, \varepsilon^{*}_{kl}, \ldots, \varepsilon^{(m-1)*}_{kl}$, значения $\omega^{*}_{ij}, \varepsilon^{*}_{ij}, \ldots, \varepsilon^{(m-1)*}_{ij}$, в то время как искомые значения $\omega_{kl}, \varepsilon_{kl}, \ldots, \varepsilon^{(m-1)}_{kl}$ могут быть получены соответственно используя дифференциальные „инварианты“

$$\omega_{kl} = (\omega^{*}_{kl}/\omega^{*}_{ij})\,\omega_{ij}, \tag{6}$$

$$\varepsilon_{kl} - r^2\varepsilon^{*}_{kl} = (\omega^{*}_{kl}/\omega^{*}_{ij})\,(\varepsilon_{ij} - r^2\varepsilon^{*}_{ij}), \tag{7}$$

$$\varepsilon^{(2)}_{kl} - (3\,\varepsilon_{ij}\,\omega_{ij}/\omega^2_{ij})\,\varepsilon_{kl} - r^3[\varepsilon^{(2)*}_{kl} - (3\,\varepsilon^{*}_{ij}\,\omega^{*}_{ij}/\omega^{*2}_{ij})\,\varepsilon^{*}_{kl}] = (\omega^{*}_{kl}/\omega^{*}_{ij})\{(\omega^2_{ij}/\varepsilon_{ij})\,[\varepsilon^{(2)}_{ij} - (3\,\omega_{ij}\,\varepsilon_{ij}/\omega^2_{ij})\,\varepsilon_{ij}] - r^3(\omega^{*2}_{ij}/\varepsilon^{*}_{ij})\,[\varepsilon^{(2)*}_{ij} - (3\,\omega^{*}_{ij}\,\varepsilon^{*}_{ij}/\omega^{*2}_{ij})\,\varepsilon^{*}_{ij}]\}, \text{ и т. д.,} \tag{8}$$

где $r = \omega_{ij}/\omega^{*}_{ij} = \omega^{*}_{kl}/\omega^{*}_{kl}$ и $\omega_{ij}, \varepsilon_{ij}, \ldots, \varepsilon^{(m-1)}_{ij}$ предполагаются известными величинами.

Замечания. 1. Вышеуказанный метод определения угловых ускорений m-порядка интересующий анализ и синтез сложных плоских механизмов, состоящих из двух или более серийно коннектируемых механизмов, может быть с пользой применен как параллельно проведенный метод после применения, скажем, систематически исследованного авторами метода приведенных ускорений любого порядка [9].

2. Утверждение о том, что θ_{kl} функционально зависит от θ_{ij} верно так же, вообще говоря, и в обратном смысле, т. е. θ_{ij} может быть рассматриваема как функция от θ_{kl}. Обратимость этого положения связано с условием $\mathrm{d}\theta_{kl}/\mathrm{d}\theta_{ij} \neq 0$, соответствующим тому, что значение θ_{kl} отлично от „мертвого“ положения по отношению к θ_{ij}. Так например, ето условие автоматически выполняется в уравнении (6) если ω_{kl} и ω^{*}_{kl} отличны от нуля (в предположении что ω_{ij} и ω^{*}_{ij} имеют конечные значения). Поэтому, при применении формул (1), (2) и т. д., установленных в настоящей статье, независимая переменая θ_{ij} может быть рассматриваема не только как угол образований некоторой прямой связанной с подвижным звеном и некоторой прямой связанной со стойкой, но так же как угол образованный некоторой прямой связанной с каким либо звеном и прямой связанной с любим другим звеном, при условии что $\omega_{ij} \neq 0$ соответствует рассматриваему положению механизма.

3. В практических применениях [8] рассмотрен случай когда все угловые скорости звеньев механизма равны нулю (условие соответствующее например, старту).

4. В применении установленных уравнений, вращения против часовой стрелки рассматриваются, как это обычно принято, как положительные, а вращения по часовой стрелке как отрицательные.

Поступила 26 X 1961 г.

Грузинский политехнический институт им. В. И. Ленина, Тбилиси, СССР,
Ясский политехнический институт, РНР

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И., Bul. Inst. polit., Iaşi, 1960, **6 (10)**, *1—2*, pp. 285—298.
2. Тавхелидзе Д. С., Манжерон Д., Ibid., 1959, **5 (9)**, *1—2*, pp. 303—306.
3. Артоболевский И. И., *Современное состояние теории машин и механизмов.* В. сб. *Труды второго всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов. Анализ и синтез механизмов*, Машгиз, М., 1960 г., стр. 7—23 и 196—206.
4. Mangeron D., Drăgan C., St. şi cerc. mec. apl., 1961, **12**, *5*, pp. 1025—1046.
5. Modrey J., J. appl. Mech., 1959, **6**, pp. 184—188.
6. Goodman T. P., Annual Meeting ASME, N.Y., 1957, Paper, No. 57—A—108, *5*, pp. 1—6.
7. Freudenstein F., Appl. Mech. Rev., 1956, *12*, pp. 1—4.
8. Mangeron D., Drăgan C., Tudor Gh., St. şi cerc. mec. apl., 1962, **13**, (в печати)
9. Манжерон Д., Дрэган К., *Исследование механизмов методом приведенных ускорений.* В сб *Труды второго всесоюзного совещания по основным проблемам теории машин и механизмов. Анализ и синтез механизмов*, Машгиз, М., 1960, стр. 111—122 и 209—210.

A CLASS OF DIFFERENTIAL „INVARIANTS" CONCERNING THE PROBLEM OF DETERMINING ACCELERATIONS OF ANY ORDER IN COMPLEX MECHANISMS

(Summary)

Using the formulae (1), (2) one becomes by means of equations (6)... (8) the true accelerations $\varepsilon_{kl}, \varepsilon_{kl}^{(2)}, \ldots, \varepsilon_{kl}^{(m-1)}$ by assuming an arbitrary angular velocity $\omega_{kl}^{\star}$ and accelerations $\varepsilon_{kl}^{\star}, \varepsilon_{kl}^{(2)\star}, \ldots, \varepsilon_{kl}^{(m-1)\star}$ for one link $\mathcal{J}_k$ in a plane mechanism with constrained motion relative to another link $\mathcal{J}_l$ and then computing the other angular velocities and accelerations $\omega_{ij}^{\star}, \varepsilon_{ij}^{\star}, \ldots, \varepsilon_{ij}^{(m-1)\star}$ on the basis of this assumption, if the values of $\omega_{ij}, \varepsilon_{ij}, \ldots, \varepsilon_{ij}^{(m-1)}$ are known. Various applications concerning especially differrent mech nisms recently considered by I. I. Artobolevski [1] and Thomas P. Goodman [6] are given in [8].

This method of determining accelerations of any order is to be applied in the analysis and synthesis of compound mechanisms which consist of two or more mechanisms connected in series and to be useful compared with the new recently elaborated method reduced accelerations [9].

While it was stated in the foregoing that θ_{kl} is a function of θ_{ij}, it is also true, in general, that θ_{ij} may be considered as a function of θ_{kl}. This inversion is mathematically legitimate [6] provided that $d\theta_{kl}/d\theta_{ij} \neq 0$, i. e., provided that θ_{kl} is not a deadcenter position with respect to θ_{ij}. From equation (6), this condition is automatically fulfilled if ω_{kl} and $\omega_{kl}^{\star}$ are nonzero (assuming that ω_{ij} and $\omega_{ij}^{\star}$ have finite values). In applyng equations (1), (2) and s. o. in the remainder of the paper, therefore, the independent variable θ_{ij} will be regarded not necessarily as the angle between a line in the driving link and a line in the stationary link, but rather as the angle between a line in any link and a line in any other link, provided that $\omega_{ij} \neq 0$ in the position of the mechanism under consideration.

In [8] was discussed also the case if all angular velocities in the mechanism are zero (the condition occuring at the start of motion).

In the application of the established equations, counter-clock wise rotations will be considered position and clockwise rotations will be considered negative.

О КЛАСĂ DE „INVARIANŢI" DIFERENŢIALI RELATIVI LA PROBLEMA DETERMINĂRII ACCELERAŢIILOR DE ORDIN OARECARE ÎN MECANISME PLANE COMPLEXE

(Rezumat)

Folosind formulele (1), (2) se obţin cu ajutorul ecuaţiilor (6) ... (8) acceleraţiile reale $\varepsilon_{kl}, \varepsilon_{kl}^{(2)}, \ldots, \varepsilon_{kl}^{(m-1)}$, dacă — prin extinderea metodei „falsei poziţii" — se aleg arbitrar viteza unghiulară $\omega_{kl}^{\star}$ şi acceleraţiile unghiulare $\varepsilon_{kl}^{\star}, \varepsilon_{kl}^{(2)\star}, \ldots, \varepsilon_{kl}^{(m-1)\star}$ a elementului $\mathcal{J}_k$ al unui mecanism plan complex faţă de elementul $\mathcal{J}_k$ din acelaşi mecanism desmodrom şi se calculează apoi — presupunîndu-se cunoscute valorile $\omega_{ij}, \varepsilon_{ij}, \ldots, \varepsilon_{ij}^{(m-1)}$ — celelalte viteze şi acceleraţii unghiulare $\omega_{ij}^{\star}, \varepsilon_{ij}^{\star}, \ldots, \varepsilon_{ij}^{(m-1)\star}$. Diferite aplicaţii ce se referă îndeosebi la unele mecanisme complexe considerate recent de acad. I. I. Artobolovski [1] şi T. P. Goodman [6] se găsesc expuse în [8].

Metoda elaborată de determinare a acceleraţiilor de ordin oarecare poate fi cu folos utilizată atît în probleme de sinteză cît şi de analiză a mecanismelor compuse, servind şi ca verificare a rezultatelor obţinute prin alte metode, ca de exemple metoda recent elaborată a acceleraţiilor reduse de ordin oarecare [9].

Afirmaţia că θ_{kl} depinde de θ_{ij} este valabilă, în general vorbind, şi în sens invers. Reciproca este legată de faptul că condiţia $d\theta_{kl}/d\theta_{ij} \neq 0$ corespunde la valori generice ale parametrilor θ_{kl}, θ_{ij} care elimină considerarea poziţiei „moarte" a lui θ_{kl} faţă de θ_{ij}. Aşa de exemplu această condiţie este îndeplinită automat în ecuaţia (6) dacă ω_{kl} şi $\omega_{kl}^{\star}$ sînt diferite de zero (în ipoteza că ω_{ij} şi $\omega_{ij}^{\star}$ au valori finite). De aceea, în aplicarea formulelor (1), (2) ş. a., stabilite în această Notă, variabila independentă θ_{ij} poate fi considerată nu numai ca reprezentînd unghiul format de o dreaptă invariabil legată de organul mobil considerat şi o dreaptă invariabil legată de batiu, ci şi ca unghiul format de două astfel de drepte invariabil legate de două organe generice, cu condiţia că $\omega_{ij} \neq 0$ corespunde la poziţia considerată a mecanismului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 621-231

ДОПОЛНЕНИЕ К СТАТЬЕ „К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ОСНОВНЫХ РАЗМЕРОВ КОРОМЫСЛОВЫХ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ"

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ

Из зависимостей (6) и (7) статьи автора [1] видно, что ими нельзя пользоваться при значении $d\psi/d\varphi = 0$.

Так как — за исключением случая вращения коромысла в постоянной угловой скоростью — величина $d\psi/d\varphi$ равна нулю при $\varphi = 0$, то после определения размеров механизма по предложенным формулам (4) и (5) либо (10) и (11), необходимо дополнительно проверить с помощью уравнения (4) либо (9) удовлетворяется ли при этом условие $(\gamma_g)_{\varphi=0} \geqslant \gamma_\text{п}$.

Выполняя это для приведенного в упомянутой статье примера, найдем

ψ_0^0	4,3	12,7	21,4	22,0	40
$(\gamma_g^0)_{\varphi=0}$	37	76	66	68	62

Поскольку при $\psi_0 = 4{,}3°$, $(\gamma_g)_{\varphi=0} = 37° < 45°$, то этот вариант расчета должен быть исключен. Остальные же четыре — удовлетворяют требованию $\gamma_g > 45°$. Так как при $\psi_0 = 21{,}4°$ и $l = 0{,}9$ (см. [1]) обеспечивается получение механизма с меньшими габаритами, чем в остальных случаях, то целесообразно остановиться на нем. При этом габариты механизма будут в $1{,}74 : 1{,}4 = 1{,}25$ раза меньше, чем, если выбрать размеры механизма — как это часто рекомендуется — из условия $\gamma_g = \gamma_\text{п}$ при экстремальном значении величины $d\psi/d\varphi$.

Пост пила 9 XI 1961 г.

Одесский технологический институт
СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В. Я., **Bul. Inst. polit. Iaşi, 1959, 5 (9), *1—2*, pp. 321—324.**

SUR L'ARTICLE „SUR LA DÉTERMINATION DES DIMENSIONS FONDAMENTALES DES MÉCANISMES AUX CAMES ET BALANCIER"

(Résumé)

L'Auteur souligne ci-dessus, quelques faits concernant le cas spécial $d\psi/d\varphi=0$ où les formules (6) et (7) utilisées dans son article [1] cessent à être vraies. On constate que dans le cas mentionné l'on doit utiliser, sauf les formules (4), (5) ou bien (10), (11), qui servent à la détermination des gabarites du mécanisme, l'équation (4) ou (9) pour vérifier si la condition $(\gamma_g)_{\varphi=0} \geqslant \gamma_\Pi$ est satisfaite.

Les indications exposées sont appliquées ensuite à l'exemple numérique reproduit dans [1].

ÎN LEGĂTURĂ CU ARTICOLUL „ASUPRA DETERMINĂRII DIMENSIUNILOR FUNDAMENTALE ALE MECANISMELOR CU CAME ŞI LEVIER OSCILANT"

(Rezumat)

Autorul subliniază, în legătură cu articolul său înserat în [1], unele fapte relative la cazul special $d\psi/d\varphi=0$. Se constată că în cazul menţionat mai sus formulele (6) şi (7) nu mai pot fi folosite, iar în afară de formulele (4), (5) sau (10), (11), care servesc la determinarea gabaritelor mecanismului, mai trebuie verificată, cu ajutorul ecuaţiei (4) sau (9), dacă condiţia $(\gamma_g)_{\varphi=0} \geqslant \gamma_\Pi$ este sau nu satisfăcută.

Indicaţia de mai sus se aplică apoi la exemplul numeric expus în [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 621-231

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСНОНЫХ РАЗМЕРОВ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА С ПОСТУПАТЕЛЬНО ДВИЖУЩИМСЯ ТОЛКАТЕЛЕМ

В. Я. БЕЛЕЦКИЙ

Известно [1], что минимально допустимая длина наименьшего из радиусов-векторов профиля кулачка определяется заданными законом движения толкателя и максимально допустимым значением угла давления. В настоящей статье приводится аналитическое решение задачи, являющееся развитием предложенного автором ранее графоаналитического метода расчета [2].

Рассмотрим сперва кулачковый механизм с центральным толкателем при условии, что усилие передается от кулачка к толкателю только в период удаления последнего; следовательно, величина угла давления должна иметь ограниченное значение лишь в период удаления.

Кинематическая схема кулачкового механизма с центральным толкателем без ролика и с центровым (теоретическим) профилем кулачка представлена на рис. 1. Введем следующие обозначения: R_0 — радиус центровой шайбы кулачка, т. е. наименьший радиус-вектор центрового профиля кулачка, S — расстояние острия толкателя (или центра ролика) от его нижнего исходного положения, nn — положение нормали, проведенной к профилю кулачка в точке касания его с толкателем, φ — угол поворота кулачка, ϑ — угол давления, т. е. острый угол, образуемый нормалью nn с линией движения толкателя, ϑ_{max} — максимально допустимое значение угла давления, $\varphi_П$ — величина угла φ при $\vartheta = \vartheta_{max}$.

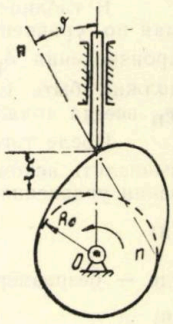


Рис. 1

Обозначим через φ_u угол поворота равномерно вращающегося кулачка за время от одного момента остановки толкателя до следующего за ним и через S_u — величину пройденного толкателем пути на этом интервале. Тогда величины S, $dS/d\varphi$ и $d^2S/d\varphi^2$ могут быть выражены через величины φ_u и S_u, а именно:

$$S = \zeta S_u, \tag{1}$$

$$dS/d\varphi = \delta S_u/\varphi_u, \tag{2}$$

$$d^2S/d\varphi 2 = \xi S_u/\varphi_u^2. \tag{3}$$

Безразмерные коэффициенты ζ, δ и ξ зависят от выбранного закона движения и их удобно выражать в зависимости от безразмерной величины k, изменяющейся от нуля до единицы и представляющей собой отношение угла поворота кулачка φ к углу его поворота за весь интервал φ_u, т. е. $k = \varphi/\varphi_u$.

Если известны длина радиуса центровой шайбы кулачка R_0 и закон перемещения толкателя в функции угла поворота кулачка $S = S(\varphi)$, то для каждого фиксированного угла φ величина угла давления может быть определена из следующего уравнения [1]:

(4) $$\operatorname{tg}\vartheta = (\mathrm{d}S/\mathrm{d}\varphi)/(R_0 + S),$$

или, учитывая соотношения (1) и (2):

(5) $$\operatorname{tg}\vartheta = (\delta/\varphi_u)/(R_0/S_u + \zeta).$$

Для выявления положения механизма, в котором угол давления ϑ принимает наибольшее значение, достаточно продифференцировать правую часть уравнения (5) по переменной φ и приравнять полученный результат нулю. Выполняя это, в силу (1)...(3) получаем

(6) $$\xi(R_0/S_u + \zeta) = \delta^2.$$

При решении задачи синтеза кулачкового механизма величина радиуса центровой основной шайбы кулачка R_0 является искомой, поэтому, чтобы получить возможность воспользоваться уравнением (6), приведем его, учитывая зависимость (5), к следующему виду:

(7) $$\xi_\Pi/\delta_\Pi = \varphi_u \operatorname{tg}\vartheta_{\max},$$

где: ξ_Π — величина коэффициента ξ при $\varphi = \varphi_\Pi$ и δ_Π — величина коэффициента δ при $\varphi = \varphi_\Pi$.

Таким образом, уравнение (7) позволяет установить величину угла поворота кулачка φ_Π, соответствующую максимальному значению задаваемого условиями синтеза механизма угла давления $\vartheta_{\max}$.

В таблице 7.1 монографии [1] дана сводка величин коэффициентов ζ, δ и ξ в функции безразмерной величины k для ряда законов движения толкателя. В таблице 1 приведены уравнения для вычисления величины угла φ_Π, полученные на основании соотношения (7) для тех же законов движения (с сохранением их порядковой нумерации) и соответствующих им величин коэффициентов δ и ξ, содержащихся в упомянутой таблице 7.1 [1].

В таблице 1 указаны также пределы, в которых должна находиться вычисляемая по уравнениям величина φ_Π. Они обусловлены тем, что, поскольку величина произведения $\delta_\Pi \varphi_u \operatorname{tg}\vartheta_{\max}$ всегда положительная, то и величина коэффициента ξ_Π должна быть (см. уравнение (7)) также положительной. Иными словами, величине φ_Π всегда должно соответствовать положительное ускорение толкателя.

После того, как будет определено по уравнению (7) значение угла φ_Π, можно вычислить искомое значение радиуса центровой основной шайбы кулачка. На основании уравнения (5) заключаем, что

(8) $$R_0 = \mu_\Pi S_u,$$

где — безразмерный коэффициент

(9) $$\mu_\Pi = (\delta_\Pi/\varphi_u)\operatorname{ctg}\vartheta_{\max} - \zeta_\Pi,$$

причем ζ_Π — величина коэффициента ζ при $\varphi = \varphi_\Pi$.

Величина ζ_Π определяется с помощью данных, приведенных в таблице 7.1 [1], при условии, что $k = k_\Pi = \varphi_\Pi/\varphi_u$.

При выполнении указанных расчетов следует иметь в виду, что в некоторых случаях может оказаться, что полученная по уравнению (7) величина φ_Π выходит за допустимые для нее границы (см. ниже пример 3). Это означает, что в рассматриваемом конкретном случае функциональная зависимость ϑ от φ не имеет экстремума, следовательно, величина угла давления ϑ не имеет максимума.

Тогда величина радиуса центровой основной шайбы кулачка может быть вычислена с помощью уравнения

(10) $$\mu = (\delta/\varphi_u)\operatorname{ctg}\vartheta_{\max} - \zeta.$$

Таблица 1

Уравнения для вычисления угла $\varphi_П$

№	Уравнения
1	$\varphi_П = 0$
2	$\varphi_П = \operatorname{ctg} \vartheta_{max}$, $(\varphi_П \leqslant u\varphi_u)$
3	$\varphi_П^2 - (2\operatorname{ctg} \vartheta_{max} + \varphi_u)\varphi_П + \varphi_u \operatorname{ctg} \vartheta_{max} = 0$, $(\varphi_П \leqslant 0{,}5\,\varphi_u)$
4	$\varphi_П^2 - (2 \operatorname{ctg} \vartheta_{max} + u\varphi^u)\varphi_П + 2u\varphi \operatorname{ctg} \vartheta_{max} = 0$, $(\varphi_П \leqslant u\varphi_u)$
5	$\varphi_П = 2 \operatorname{ctg} \vartheta_{max}$, $(\varphi_П \leqslant 0{,}25\,\varphi_u)$; $\varphi_П^2 - (2 \operatorname{ctg} \vartheta_{max} + \varphi_u)\varphi_П + \varphi_u \operatorname{ctg} \vartheta_{max} + 0{,}125\,\varphi_u^2 = 0$, $(0{,}25\,\varphi_u < \varphi_П \leqslant 0{,}5\,\varphi_u)$
6	$\varphi_П = 2\operatorname{ctg} \vartheta_{max}$, $(\varphi_П \leqslant 0{,}125\,\varphi_u)$; $\varphi_П = \operatorname{ctg} \vartheta_{max} + \omega_u/16$, $(0{,}125\,\varphi_u < \varphi_П \leqslant 0{,}375\varphi_u)$; $\varphi_П^2 - (2\operatorname{ctg} \vartheta_{max} + \varphi_u)\varphi_П + \varphi_u \operatorname{ctg} \vartheta_{max} + (5/32)\,\varphi_u^2 = 0$, $(0{,}375\,\varphi_u < \varphi_П \leqslant 0{,}5\,\varphi_u)$
7	$\varphi_П = (\varphi_u/\pi) \operatorname{arcctg}[(\varphi_u/\pi) \operatorname{tg} \vartheta_{max}]$, $(\varphi_П \leqslant 0{,}5\,\varphi_u)$
8	$\varphi_П = 2\,(u\varphi_u/\pi) \operatorname{arcctg}[(2u\varphi_u/\pi) \operatorname{tg} \vartheta_{max}]$, $(\varphi_П \leqslant u\varphi_u)$
9	$\varphi_П = [\varphi_u/(2\pi)] \arcsin\{[(4\pi/\varphi_u) \operatorname{tg} \vartheta_{max}] / \{[(2\pi/\varphi_u) \operatorname{tg} \vartheta_{max}]^2 + 1\}\}$, $(\varphi_П \leqslant 0{,}5\,\varphi_u)$
10	$\varphi_П = \varphi_u \{z_П - [b/(2\pi)] \sin 2\pi z_П\}$, $(\varphi_П \leqslant 0{,}5\,\varphi_u)$ где $z_П$ определяется из уравнения: $[2\pi\,(1 - b) \sin 2\pi\, z_П]/[(1 - \cos 2\pi z_П)\,(1 - b \cos 2\pi z_П)^2] = \varphi_u \operatorname{tg} \vartheta_{max}$
11	$\varphi_П = \dfrac{u\varphi_u}{\pi} \arcsin \dfrac{[2\pi/(u\varphi_u)] \operatorname{tg} \vartheta_{max}}{\{[\pi/(u\varphi_u)] \operatorname{tg} \vartheta_{max}\}^2 + 1}$, $(\varphi_П \leqslant u\varphi_u)$

Для этого нужно, давая величине угла φ ряд произвольных значений (разумеется, в пределах φ_u) и определяя по заданному закону движения толкателя значения коэффициентов δ и ζ, подставить их в уравнение (10) и найти соответствующие величины безразмерного коэффициента μ. Ясно, что из всех полученных таким образом значений μ нужно выбрать наибольшее $\mu = \mu_П$, подставляя которое в уравнение (8), найдем искомое значение R_0.

Рассмотрим некоторые конкретные случаи синтеза кулачкового механизма с центральным толкателем.

Пример 1. Определить минимально необходимую величину безразмерного коэффициента $\mu_{\text{П}}$ радиуса центровой основной шайбы кулачка кулачкового механизма с центральным толкателем, движение которого происходит с ускорением, изменяющимся по синусоиде. Фазовый угол кулачка $\varphi_u = 180°$ и максимально допустимое значение угла давления $\vartheta_{\max} = 45°$.

Обращаясь к таблицу 7.1 [1], устанавливаем, что закон движения толкателя, при котором его ускорение изменяется по синусоиде, имеет девятый порядковый номер, поэтому (см. таблицу 1) уравнение для определения величины $\varphi_{\text{П}}$ имеет следующий вид:

$$\varphi_{\text{П}} = [\varphi_u/(2\pi)] \arcsin\left([(4\pi/\varphi_u)\ \text{tg}_{\max}]/\{[(2\pi/\varphi_u)\text{tg}\,\vartheta_{\max}]^2 + 1\}\right).$$

Подставляя в последнее заданные величины, находим $\varphi_{\text{П}} \cong 26{,}5°$ и, следовательно, $k_{\text{П}} = \varphi_{\text{П}}/\varphi_u = 0{,}15$.

Согласно таблице 7.1 [1], в данном случае получим:

$$\delta_{\text{П}} = 1 - \cos 2\pi k_{\text{П}} = 0{,}31 \text{ и } \zeta_{\text{П}} = k_{\text{П}} - [1/(2\pi)] \sin 2\pi k_{\text{П}} = 0{,}02.$$

По уравнению (9) имеем:

$$\mu_{\text{П}} = [(\delta_{\text{П}}/\varphi_u)\,\text{ctg}\,\vartheta_{\max} - \zeta_{\text{П}}] = 0{,}085.$$

Однако значение $\varphi_{\text{П}} = 26{,}50$ не является единственным корнем приведенного выше уравнения. В самом деле, второй его корень равен:

$$\varphi_{\text{П}} = [\varphi_u/(2\pi)]\ [\pi - \arcsin\left([(4\pi/\varphi_u)\ \text{tg}\,\vartheta_{\max}]/\{[(2\pi/\varphi_u)\ \text{tg}\,\vartheta_{\max}]^2 + 1\}\right)],$$

что в рассматриваемом случае дает $\varphi_{\text{П}} \cong 63°$. Последнему соответствует величина $k_{\text{П}} = \varphi_{\text{П}}/\varphi_u = 0{,}35$.

Поэтому получаем второй вариант значений величин $\delta_{\text{П}}$, $\zeta_{\text{П}}$ и $\mu_{\text{П}}$, а именно: $\delta_{\text{П}} = 1{,}58$, $\zeta_{\text{П}} = 0{,}22$ и $\mu_{\text{П}} = 0{,}28$.

Ясно, что для окончательного расчета нужно принять большую из двух найденных величин $\mu_{\text{П}}$, т. е. $\mu_{\text{П}} = 0{,}28$.

Известно, что при определении длины радиуса центровой основной шайбы кулачка графическим методом нередко рекомендуется выполнять построения, полагая, что угол давлений имеет максимальное значение в положении механизма, соответствующим максимуму скорости толкателя.

Таблица 2

Значения величины угла давления ϑ при $\mu_{\text{П}} = 0{,}28$ и при $\mu_{\text{П}} = 0{,}14$

k	$\vartheta°$	
	$\mu_{\text{П}} = 0{,}28$	$\mu_{\text{П}} = 0{,}14$
0,1	12	22
0,2	33,5	50
0,3	45	54
0,35	45	55
0,4	45	53,5
0,5	38,5	45

Если поступить таким образом, то в нашем случае будем иметь: $k_{\text{П}} = 0{,}5$ и соответственно $\delta_{\text{П}} = 2$, $\zeta_{\text{П}} = 0{,}5$ и $\mu_{\text{П}} = 0{,}14$.

Вычислим с помощью уравнения (5), которое представим в следующем виде:

$$\text{tg}\,\vartheta = \delta/[\varphi_u(\mu_{\text{П}} + \zeta)],$$

действительные значения угла давления ϑ при $\mu_{\text{П}} = 0{,}28$ и при $\mu_{\text{П}} = 0{,}14$. Полученные результаты приведены в таблице 2.

Из таблицы 2 видно, что при решении задачи синтеза приближенным способом (т. е. при $\mu_{\text{П}} = 0{,}14$) действительный угол давления имеет максимальное значение $\vartheta_{\max} = 55°$, превышающее заданное допустимое $\vartheta_{\max} = 45°$ на 22%.

Пример 2. Установить минимально-допустимую величину безразмерного коэффициента $\mu_{\text{П}}$ радиуса центровой основной шайбы кулачка кулачкового механизма с центральным толкателем, закон движения которого характеризуется постоянным ускорением (закон № 2 по таблице 7.1 [1]), если: $\varphi_u = 130°$, $u = 0{,}5$, $\vartheta_{\max} = 45°$.

Указанному закону движения толкателя соответствует (см. таблицу 1) следующее расчетное уравнение

$$\varphi_{\text{П}} = \operatorname{ctg} \vartheta_{\max}.$$

Что в нашем случае дает $\varphi_{\text{П}} \cong 57°$. Полученное значение $\varphi_{\text{П}}$ не выходит за допустимые для него пределы (см. таблицу 1) $\omega_{\text{П}} = 0{,}5\,\varphi_u = 65°$, поэтому $k_{\text{П}} = \varphi_{\text{П}}/\varphi_u = 0{,}44$ и следовательно, согласно таблице 7.1 [1]:

$$\delta_{\text{П}} = 2k_{\text{П}}/u = 1{,}76 \text{ и } \zeta_{\text{П}} = k_{\text{П}}^2/u = 0{,}38.$$

На основании уравнения (9) получаем:

$$\mu_{\text{П}} = [(\delta_{\text{П}}/\varphi_u) \operatorname{ctg} \vartheta_{\max} - \zeta_{\text{П}}] = 0{,}4.$$

Пример 3. Вычислить значение безразмерного коэффициента $\mu_{\text{П}}$ радиуса центровой основной шайбы кулачка кулачкового механизма с центральным толкателем при условии, что перемещение толкателя совершается с постоянным ускорением, фазовый угол поворота кулачка $\varphi_u = 80°$ и максимально допустимое значение угла давления $\vartheta_{\max} = 30°$.

В данном случае для определения величины угла $\varphi_{\text{П}}$ нужно воспользоваться тем же уравнением, что и в предыдущем примере.

Итак,

$$\varphi_{\text{П}} = \operatorname{ctg} \vartheta_{\max} \cong 98°.$$

Так как найденное значение $\varphi_{\text{П}} = 98°$ выходит за допустимый для этого угла предел ($\varphi_{\text{П}} = 0{,}5\,\varphi_u = 40°$), то в рассматриваемом случае величина угла давления ϑ не имеет экстремума. Поэтому для решения задачи нужно воспользоваться, как указано выше, уравнением (10). Последнее на основании данных таблицы 7.1 [1] о втором (по порядку записи) законе движения толкателя в пределах положительных значений ускорения толкателя принимает вид:

$$\mu = k\,[(2/\varphi_u) \operatorname{ctg} \vartheta_{\max} - k]/u,$$

или в соответствии с условиями задачи

$$\mu = 2k\,(2{,}5 - k).$$

Далее нужно при помощи только что записанного уравнения выявить наибольшее из всех значение μ, однако, в данном случае непосредственно из уравнения видно, что наибольшей величине μ соответствует наибольшее возможное значение коэффициента $k = 0{,}5$. Поэтому расчетная величина коэффициента $\mu = \mu_{\text{П}} = 2$.

Если, в отличие от изложенного выше, радиус центровой основной шайбы кулачка кулачкового механизма с центральным толкателем должен быть выбран таким образом, чтобы удовлетворялись ограничения относительно наибольшей величины угла давления $\vartheta_{\max}$ не только в период удаления (либо возвращения), а в обоих периодах, то нужно произвести два расчета — отдельно для каждого из периодов — и окончательно выбрать наибольшее из двух полученных при этом значений $\mu_{\text{П}}$.

Перейдем теперь к рассмотрению задачи синтеза механизма со смещенным толкателем.

На рис. 2 изображена кинематическая схема кулачкового механизма, у которого линия движения толкателя смещена влево от центра вращения кулачка на величину $ON = e$, а на рис. 3 — с толкателем, смещенным вправо от центра вращения кулачка, причем направления вращения кулачков в обоих случаях одинаковое — против хода часовой стрелки. Величина угла давления для кулачкового механизма со смещенным толкателем определяется из следующего уравнения [1]:

(11) $$\operatorname{tg}\vartheta = (ds/d\varphi \pm e)/(S + \sqrt{R^2 - e^2}),$$

причем знак плюс удерживается при расположении смещения влево от оси вращения кулачка (рис. 2), а знак минус — при расположении смещения вправо от оси вращения кулачка (рис. 3) при условии, что толкатель движется вверх и кулачок вращается против хода часовой стрелки. Если толкатель движется вниз, то при том же направлении вращения кулачка правило знаков — обратное.

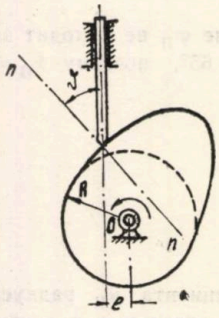


Рис. 2

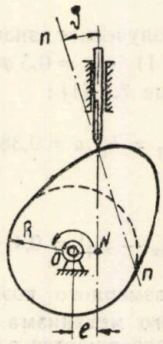


Рис. 3

Читателю не представит труда убедиться в том, что уравнение (7) характеризующее положение механизма с центральным толкателем в момент, когда наступает равенство $\vartheta = \vartheta_{max}$, сохраняет свою силу и на случай кулачкового механизма со смещенным толкателем.

Заменяя в уравнении (11) ϑ на ϑ_{max}, решая его относительно R и обозначая R/S_u через $\mu_{\Pi c}$, в силу соотношения (9) после простейших преобразований находим, что величина безразмерного коэффициента длины радиуса центровой основной шайбы кулачка кулачкового механизма со смещенным толкателем равна:

(12) $$\mu_{\Pi c} = \sqrt{(\mu_{\Pi} \pm \lambda \operatorname{ctg}\vartheta_{max})^2 + \lambda^2},$$

где $\lambda = e/S_u$ — безразмерный коэффициент смещения линии движения толкателя относительно центра вращения кулачка.

Таким образом, если при синтезе кулачкового механизма со смещенным толкателем необходимо ограничить величину угла давления только в течение одной фазы движения толкателя: удаления или возвращения, то, воспользовавшись уравнением (9), а затем — (12), определим величину $\mu_{\Pi c}$. В противном случае нужно выполнить два расчета — для каждой фазы в отдельности — и из двух найденных величин безразмерного коэффициента $\mu_{\Pi c}$ остановить выбор на большей. Разумеется, сказанное справедливо в том случае, если величина смещения e и ее знак, а следовательно величина и знак безразмерного коэффициента λ, известны.

Однако в некоторых случаях синтеза кулачкового механизма с поступательно движущимся толкателем величина и знак смещения не заданы. Тогда их следует выбрать таким образом, чтобы механизм получился наиболее компактным. Последнее условие будет выполнено, если безразмерные коэффициенты $\mu_{\Pi c}$ в период удаления толкателя и $\mu'_{\Pi c}$ в период возвращения толкателя будут равны между собой, т. е. $\mu_{\Pi c} = \mu'_{\Pi c}$.

Так как знак безразмерного коэффициента λ не известен, то условимся считать его при подъеме (удалении) толкателя положительным, а следовательно, при возвращении толкателя — отрицательным. Тогда, подставляя в равенство $\mu_{\Pi c} = \mu'_{\Pi c}$ взамен величин $\mu_{\Pi c}$ и $\mu'_{\Pi c}$ их значения согласно уравнению (12), после элементарных преобразований найдем

$$\mu_{\Pi} + \lambda \operatorname{ctg}\vartheta_{max} = \mu'_{\Pi} - \lambda \operatorname{ctg}\vartheta'_{max},$$

откуда

(13) $$\lambda = (\mu'_{\Pi} - \mu_{\Pi})/(\operatorname{ctg}\vartheta_{max} + \operatorname{ctg}\vartheta'_{max}).$$

где значком „штрих" отмечены величины, соответствующие фазе возвращения толкателя.

Зная λ, находим по уравнению (12) $\mu_{\Pi c}$, а затем из уравнения

$$R = \mu_{\Pi c} S_u, \tag{14}$$

искомый радиус центровой основной шайбы кулачка.

Решим числовой пример.

Пример 4. Вычислить минимально допустимую величину безразмерного коэффициента $\mu_{\Pi c}$ радиуса центровой основной шайбы кулачка кулачкового механизма со смещенным толкателем и величину безразмерного коэффициента смещения λ, если известно: а) в период удаления толкателя — перемещение толкателя происходит с постоянным ускорением, фазовый угол поворота кулачка $\varphi_u = 80°$ и максимально допустимое значение угла давления $\vartheta_{max} = 30°$; б) в период возвращения толкателя — движение его совершается с ускорением, изменяющимся по синусоиде, фазовый угол поворота кулачка $\varphi_u = 180°$ и максимально допустимое значение угла давления $\vartheta_{max} = 45°$.

Приведенные условия задачи соответствуют при удалении данным примера 3, а при возвращении — примера 1, поэтому воспользуемся найденными в указанных примерах значениями μ_Π. В соответствии с принятыми обозначениями имеем. $\mu_\Pi = 2$ и $\mu'_\Pi = 0{,}28$.

Следовательно, согласно формуле (13) будем иметь $\lambda = -0{,}62$.

В соответствии с правилом знаков при величине e, а значит и при λ, приведенным выше вслед за уравнением (11), заключаем, что полученному отрицательному значению коэффициента λ соответствует при вращении кулачка по ходу часовой стрелки смещение влево, а при вращении кулачка против хода часовой стрелки — смещение вправо (см. рис. 3).

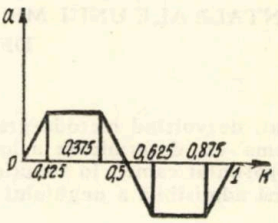


Рис. 4

Подставляя найденное значение безразмерного коэффициента $\lambda = -0{,}62$ в уравнение (12), получим $\mu_{\Pi c} = 1{,}1$.

Итак, мы видим, что основными расчетными формулами как для кулачкового механизма с центральным толкателем, так и для кулачкового механизма со смещенным толкателем являются формулы (7) и (9). Заметим, что с их помощью нетрудно составить расчетные таблицы или графики пользуясь которыми, конструктор может непосредственно определить величины.

Таблица 3

Значения величин φ_Π и μ_Π для различных величин фазового угла φ_u при изменении ускорения толкателя по трапеции и $\vartheta_{max} = 45°$

φ_u^0	φ_Π^0	μ_Π
20	10	5,22
30	14	3,38
40	19	2,41
50	24	1,83
60	27	1,84
70	31	1,12
80	35	0,98
90	39	0,83
100	42	0,67
110	46	0,62
120	49	0,53
130	52	0,48
140	56	0,42
150	58	0,37
160	61	0,33
170	65	0,30
180	68	0,27
190	71	0,24
200	74	0,16

В качестве примера приведена таблица 3 значений величин φ_Π и μ_Π при значениях фазового угла $\varphi_u = 20°...200°$ для движения толкателя с ускорением, изменяющимся по трапеции (рис. 4) и при $\vartheta_{max} = 45°$. Этот закон движения имеет в таблице 7.1 [1] и в таблице 1, приведенной выше, порядковый номер 6.

В заключение необходимо отметить, что при расчетах по приведенному методу смещенных кулачковых механизмов в некоторых случаях (при большом отрицатель-

ном смещении) угол давления может принимать максимальное значение в начале хода толкателя. В таком случае радиус основной шайбы кулачка должен определяться из условия, что $\vartheta = \vartheta_{max}$ в начале хода толкателя.

Поступила 7 III 1960 г.

Одесский технологический институт, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И. И., Левитский Н. И., Черкудинов С. А., *Синтез плоских механизмов*, Физматиздат, М., 1959.
2. Белецкий В. Я., Вестн. инж. и техн., 1949, 2.

MÉTHODE ANALYTIQUE DE DÉTERMINATION DES DIMENSIONS FONDAMENTALES D'UN MÉCANISME AUX CAMES ET TACQUET EN MOUVEMENT DE TRANSLATION

(Résumé)

L'Auteur, tout en développant sa méthode grapho-analytique élaborée dans [2], résoud par voie analytique le problème de détermination de la longueur minimale admise du rayon vecteur le plus petit du profile de la came en fonction de la loi de mouvement donnée du tacquet et de la valeur maximum admissible de l'angle de pression.

METODĂ ANALITICĂ DE DETERMINARE A DIMENSIUNILOR FUNDAMENTALE ALE UNUI MECANISM CU CAME CU TACHET ÎN MIŞCARE DE TRANSLAŢIE

(Rezumat)

Autorul, dezvoltînd metoda grafo-analitică elaborată în [2], rezolvă pe cale analitică problema de determinare a lungimii minimale admise a celei mai mici raze vectoare a profilului camei, în funcţie de legea de mişcare dată a tachetului şi de valoarea maximă admisibilă a unghiului de presiune.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. C. 539.4

STRESS CONCENTRATION AROUND HOLES IN THIN SHELLS

BY

G. N. SAVIN

Paper presented at the International Congress on Applied Mechanics, Stresa (Italy), september, 1960

1. The problem of the distribution of stresses around holes in shells is dealt with a relatively small number of researches, both theoretical and experimental.

The vast majority of theoretical studies deals with investigation of the stress concentration near a circular hole in a spherical and cylindrical shells.

The present paper considers stressed state in a thin shell *weaked by some hole, the contour of which constitutes a space curve which has no angular points.*

2. The equation of the middle surface of the shell in an isothermal, generally speaking, nonadjoint system of curvilinear coordinates α and β (fig. 1) in *vectorial form* will be

$$\vec{\varrho}^{*}(\alpha, \beta) = \vec{i} f_1(\alpha, \beta) + \vec{j} f_2(\alpha, \beta) + \vec{k} f_3(\alpha, \beta), \tag{1}$$

where $f_1(\alpha, \beta)$, $f_2(\alpha, \beta)$ and $f_3(\alpha, \beta)$ are given functions.

We shall assume that the function $\vec{\varrho}^{*}(\alpha, \beta)$ is a fairly smooth function, having continuous second derivatives with respect to α and β.

The first and second quadratic forms, as is known, have the form

$$\mathrm{I} \equiv \mathrm{d}s^2 = \lambda^2(\alpha, \beta)\,(\mathrm{d}\alpha^2 + \mathrm{d}\beta^2), \tag{2}$$

and

$$\mathrm{II} \equiv -(\mathrm{d}\vec{R}, \mathrm{d}\vec{n}) = D\mathrm{d}\alpha^2 + 2D^{*}\mathrm{d}\alpha\,\mathrm{d}\beta + D^{**}\mathrm{d}\beta^2. \tag{3}$$

The coefficients of these forms in the given equation (1) are defined by the well known formulae.

Let us denote *the components* characterizing the *stressed state in a shell with the hole under consideration and acted on by the given system of external forces and boundary conditions in the following way:*

(4) $$T_\alpha^*,\ T_\beta^*,\ S_\alpha^*,\ S_\beta^*,\ G_\alpha^*,\ G_\beta^*,\ H_\alpha^*,\ H_\beta^* \text{ and } Q_\alpha^*,\ Q_\beta^*.$$

The positive directions of components are shown in fig. 1.

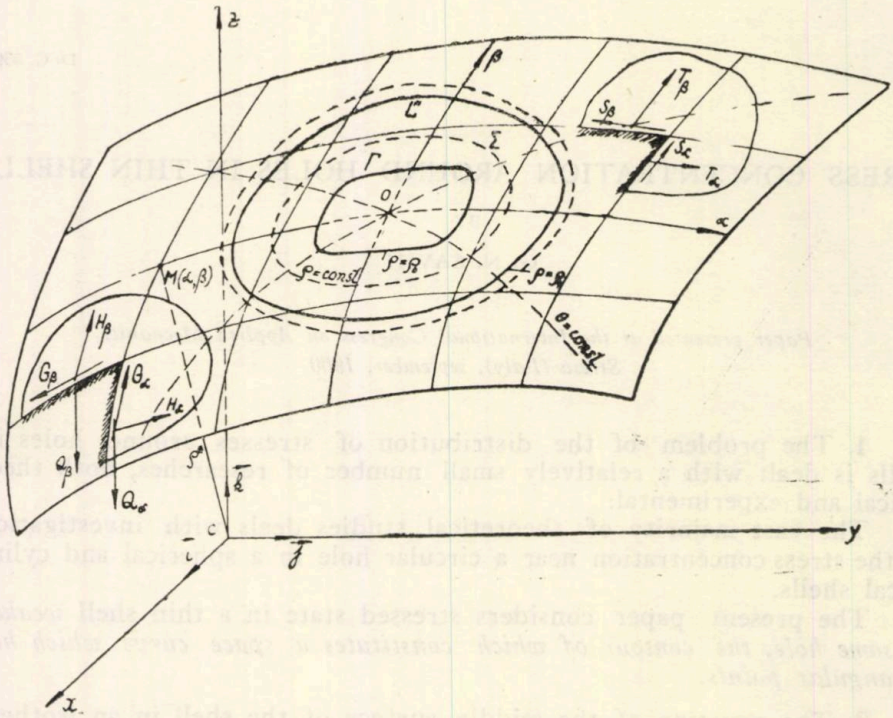


Fig. 1

We shall call *the stressed state in a similar but continuous shell* — that is, *unweaked by any hole* — acted on by the same boundary conditions the *basic one* and denote it in the following way:

(5) $$T_\alpha^0,\ T_\beta^0,\ S_\alpha^0,\ S_\beta^0,\ H_\alpha^0,\ H_\beta^0,\ G_\alpha^0,\ G_\beta^0.$$

If we denote components (4) in the shell with the hole in the form:

(6) $$\begin{cases} T_\alpha^* = T_\alpha^0 + T_\alpha,\ T_\beta^* = T_\beta^0 + T_\beta,\ S_\alpha^* = S_\alpha^0 + S_\alpha, \\ G_\alpha^* = G_\alpha^0 + G_\alpha,\ G_\beta^* = G_\beta^0 + G_\beta,\ H_\alpha^* = H_\alpha^0 + H_\alpha, \\ H_\beta^* = H_\beta^0 + H_\beta,\ S_\beta^* = S_\beta^0 + S_\beta, \end{cases}$$

then it can be seen from (6) that the components:

(7) $$T_\alpha,\ T_\beta,\ S_\alpha,\ S_\beta,\ G_\alpha,\ G_\beta,\ H_\alpha,\ H_\beta$$

are *supplementary components* of the elastic forces and moments in the shell *due to the presence of a hole* and characterizing the „stress concentration" in the given shell around the hole under consideration.

3. Experimental studies of the stressed state in shells around holes show that perturbations in the stressed state around the hole in the shell *are of local nature,* embracing a relatively small zone Σ^* (fig. 1). These perturbations are *rapidly extinguished* as they move away from the hole under consideration. These investigations *lead to the conclusion* that *we may point out* near the hole *such a local zone of perturbed stressed state* Σ^*, *bounded by a contour* L^* (fig. 1), within which (and, *all the more, outside of which)* the components: T_α, $T_\beta, \ldots, H_\beta$, given by (7), *will be practically,* that is within a given degree of precision, *equal to zero.*

The magnitude of the zone Σ^* *will naturally depend* both on the *basic stressed state* (characterized by the components: T^*_α, $T^*_\beta, \ldots, H^*_\alpha$, H^*_β given by (6)) *as well as on the shape and dimensions of the hole in question.*

Henceforth, we shall assume that zone Σ^*, bounded by contour L^*, *lies entirely in the region occupied by the shell,* that is the contour L^* *does not at any place extend beyond the considered region of the shell* (fig. 1), a d it (the contour L^*) does not at any point in the shell touch itself. Hence, we see that the components $T_\alpha, \ldots, H_\beta$ — given by (7) — characterizing the „stress concentration" in the shell near the considered hole, are *rapidly fading functions* of the coordinates, which may be determined by applying the approximate theory to the study of stressed states with a high variability index, which coincides at the same time with *the slightly curved shells theory.*

4. Before passing to the establishment of the basic equations and boundary conditions for functions which determine the unknown components (7) it should be noted that for shells with smooth middle surface, the coefficient λ in formula (2) may be written in the form,

$$\lambda^2(\alpha, \beta) = \lambda_0^2[1 + \varepsilon(\alpha, \beta)], \tag{8}$$

where λ_0 is a constant.

If in the perturbed state region Σ^* the variable ε in (8) is a sufficiently small vallue which may be neglected in comparison with unity, the expression (2) for ds^2 in the region Σ^* may be taken in the form:

$$ds^2 = \lambda_0^2 (d\alpha^2 + d\beta^2). \tag{9}$$

Note. The form (9) of ds^2 *for the cylindrical shells* is an *exact expression.*

Henceforth, we shall consider that in *all cases* the magnitude $\varepsilon(\alpha, \beta)$ in (8) is a *small one* which may be neglected in comparison with unity, and the expression (2) for ds^2 will be taken in the form (9).

5. To simplify further discussion, it is convenient to pass from the „old" system of coordinates α and β to a „new" isothermal system

BIBLIOTEKA POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ 1813

ϱ and θ, in which *one* of the *coordinate lines*, namely the line $\varrho = \varrho_0 =$ = const., *coincides with* the *contour* of the *hole* in the *shell*.

Let us introduce into discussion a plane P of variables α and β. The contours Γ and L^* are made to correspond to contours γ and l in the considered plane P. We shall consider such shapes of holes in the shells bounded by smooth contours Γ, which in plane P correspond to contours γ the parametric equation of which in plane P is given by the analytical function $\omega(\zeta)$:

$$\alpha + i\beta = \omega(\zeta) = a_1\zeta + a_{-1}/\zeta + \ldots + a_{-n}/\zeta^n, \tag{10}$$

with $\zeta = \exp(\varrho + i\theta)$, where the coefficients $a_1, a_{-1}, \ldots, a_{-n}$ of the function $\omega(\zeta)$ are, generally speaking, complex constants.

The shape of the curve γ *in the plane* P *will be used henceforth to denote the hole in the shell.*

Separating in (10) the real part from the imaginary, taking

$$\zeta = \exp(\varrho + i\theta) = (\cos\theta + i\sin\theta)\exp\varrho, \tag{11}$$

we obtain the relations linking up the old coordinates α and β with the new ones ϱ and θ. It can be readily seen from (10) that in the new coordinates ϱ and θ formula (9) will have the form:

$$ds^2 = \mathfrak{H}(\varrho, \theta)(d\varrho^2 + d\theta^2), \tag{12}$$

where the function $\mathfrak{H}(\varrho, \theta)$ is a known function as soon as the function $\omega(\zeta)$ is chosen and it has the form:

$$\mathfrak{H}^2(\varrho, \theta) = \lambda_0^2\,\omega'(\zeta)\,\overline{\omega'(\zeta)}\exp(2\varrho), \tag{13}$$

where $\omega'(\zeta) = d\omega/d\zeta$ and $\overline{\omega'(\zeta)} = d\overline{\omega(\zeta)}/d\overline{\zeta}$ is conjugate to it.

6. To find the components (7), characterizing the stress concentration around hole, which we shall denote in coordinates ϱ and θ in the following way:

$$T_\varrho,\ T_\theta,\ S_\varrho,\ S_\theta,\ G_\varrho,\ G_\theta,\ H_\varrho,\ H_\theta, \tag{7 a}$$

we apply the approximate theory for the study of the stressed state with a high variability index. Since each of the stressed states (4) and (5), which in the new coordinates ϱ and θ are to be denoted respectively by formula:

$$T_\varrho^*,\ T_\theta^*,\ S_\varrho^*,\ S_\theta^*,\ G_\varrho^*,\ G_\theta^*,\ H_\varrho^*,\ H_\theta^* \tag{4 a}$$

and

$$T_\varrho^0,\ T_\theta^0,\ S_\varrho^0,\ S_\theta^0,\ G_\varrho^0,\ G_\theta^0,\ H_\varrho^0,\ H_\theta^0, \tag{5 a}$$

satisfy one and the same initial system of equations of the theory of shells under one and the same external forces and boundary conditions, it can be readily seen from (6) that *the components* (7 a) *should satisfy the homogeneous system of basic equations with corresponding boundary conditions.*

The equations for defining the functions which determine the unknown components (7 a) will be written in the form:

$$(14)\qquad \begin{cases} \{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}\nabla^2\nabla^2 w - \nabla_k^2\varphi = 0, \\ [1/(Eh)]\nabla^2\nabla^2\varphi + \nabla_k^2 w = 0, \end{cases}$$

where: E — the Young's modulus, ν — the Poisson's coefficient, h — the thickness of the shell, ∇^2 and ∇_k^2 are operators which in the isothermal coordinates ϱ and θ have the form

$$(15)\qquad \begin{cases} \nabla^2 = (1/\mathfrak{H}^2)\,(\partial^2/\partial\varrho^2 + \partial^2/\partial\theta^2), \\ \nabla_k^2 = (1/\mathfrak{H}^2)\,\{\partial[(1/R_\theta)\,(\partial/\partial\varrho)]/\partial\varrho + \partial[(1/R_{\varrho\theta})\,(\partial/\partial\varrho)]/\partial\theta + \\ \qquad + \partial[(1/R_{\varrho\theta})\,(\partial/\partial\theta)]/\partial\varrho + \partial[(1/R_\varrho)\,(\partial/\partial\theta)]/\partial\theta\}, \end{cases}$$

$\mathfrak{H}^2$ being the coefficient of the form (12). The first two variables in

$$(16)\qquad 1/R_\varrho = -D/\mathfrak{H}^2, \quad 1/R_\theta = -D^{**}/\mathfrak{H}^2, \quad 1/R_{\varrho\theta} = D^{*}/\mathfrak{H}^2$$

represent the curvature of normal sections of the middle surface of the shell, taken respectively along the coordinate lines $\theta = \text{const.}$ and $\varrho = \text{const.}$ The third variable in (16) characterizes the degree of non-adjointness of the isothermal coordinates ϱ and θ. D, D^* and D^{**} are coefficients of the form (3) in coordinates ϱ and θ. $w(\varrho, \theta)$ is the displacement of the middle surface of the shell in the direction of the negative normale to the middle surface.

The components of the bending deformation $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ and $\tau^{(1)}$, $\tau^{(2)}$ are determined through the displacement $w(\varrho, \theta)$ in isothermal coordinates by formulae:

$$(17)\qquad \begin{cases} \varkappa_1 = (1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial w/\partial\varrho)]/\partial\varrho\} + (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\theta)\,(\partial w/\partial\theta), \\ \varkappa_2 = (1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial w/\partial\theta)]/\partial\theta\} + (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\varrho)\,(\partial w/\partial\varrho), \\ \tau^{(1)} = (1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial w/\partial\theta)]/\partial\varrho\} - (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\theta)\,(\partial w/\partial\varrho), \\ \tau^{(2)} = -(1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial w/\partial\varrho)]/\partial\theta\} + (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\varrho)\,(\partial w/\partial\theta). \end{cases}$$

The moments G_ϱ, G_θ, H_ϱ, H_θ are determined through components $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ and $\tau^{(1)}$, $\tau^{(2)}$ by formulae

$$(18)\qquad \begin{cases} G_\varrho = -\{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\varkappa_1 + \nu\varkappa_2), \quad G_\theta = -\{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\varkappa_2 + \nu\varkappa_1), \\ H_\varrho = \{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\tau^{(1)} + \nu\tau^{(2)}), \quad H_\theta = \{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\tau^{(2)} + \nu\tau^{(1)}). \end{cases}$$

The function $\varphi(\varrho, \theta)$ is *stress function* by which the components T_ϱ, T_θ, S_ϱ and S_θ, (7 a) are determined by the formulae:

$$(19)\qquad \begin{cases} T_\varrho = (1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial\varphi/\partial\theta)]/\partial\theta\} + (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\varrho)\,(\partial\varphi/\partial\varrho), \\ T_\theta = (1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial\varphi/\partial\varrho)]/\partial\varrho\} + (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\theta)\,(\partial\varphi/\partial\theta), \\ S_\varrho = -(1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial\varphi/\partial\varrho)]/\partial\theta\} + (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\varrho)\,(\partial\varphi/\partial\theta), \\ S_\theta = (1/\mathfrak{H})\,\{\partial[(1/\mathfrak{H})\,(\partial\varphi/\partial\theta)]/\partial\varrho\} - (1/\mathfrak{H}^3)\,(\partial\mathfrak{H}/\partial\theta)\,(\partial\varphi/\partial\varrho). \end{cases}$$

The shearing forces Q_ϱ and Q_θ are determined through the found components (18) by formulae:

$$(20)\quad \begin{cases} Q_\varrho = (1/\mathfrak{H}^2)\,[\partial(\mathfrak{H}G_\varrho)/\partial\varrho - (\partial\mathfrak{H}/\partial\theta)\,H_\varrho + \partial(\mathfrak{H}H_\theta)/\partial\theta - (\partial\mathfrak{H}/\partial\varrho)\,G_\theta], \\ Q_\theta = -(1/\mathfrak{H}^2)\,[\partial(\mathfrak{H}H_\varrho)/\partial\varrho + (\partial\mathfrak{H}/\partial\theta)G_\varrho - \partial(\mathfrak{H}G_\theta)/\partial\theta - (\partial\mathfrak{H}/\partial\varrho)H_\theta]. \end{cases}$$

If we introduce the complexe function:

$$(21)\quad \Phi(\varrho,\theta) = [Eh^2/\sqrt{12\,(1-\nu^2)}]\,w(\varrho,\theta) + \mathrm{i}\,\varphi(\varrho,\theta),$$

the system of equations (14) may be reduced to *one* equation:

$$(22)\quad \nabla^2\nabla^2\Phi + \mathrm{i}\,[\sqrt{12(1-\nu^2)}/h]\,\nabla_k^2\Phi = 0.$$

7. The solution of the problem is reduced to the finding of two functions $w(\varrho,\theta)$ and $\varphi(\varrho,\theta)$ from the system of equations (14) or from the equivalent single equation (22).

Henceforth, we shall consider the single equation (22).

To eliminate the arbitrariness contained in the general solution of the equation (22), certain conditions should be imposed on the unknown functions $w(\varrho,\theta)$ and $\varphi(\varrho,\theta)$.

These conditions are: a) conditions as to the contour of the hole, — the so-called boundary conditions —, and b) conditions characterizing the *behaviour* of the functions $w(\varrho,\theta)$ and $\varphi(\varrho,\theta)$ in parts of the shell *sufficiently remote* from the hole — the, so-called conditions „ to infinity".

Various conditions may be imposed on the contour of the hole.

Of great interest is the study of stress concentration around various holes in shells with the basic stressed state caused by an internal constant pressure. The hole under consideration is then assumed to be tightly shut by a hypothetical lid of special construction, which ensures uniformity of internal pressure in a vessel and transmits on the contour of the hole only transverse shearing forces from internal pressure applied to this lid without introducing any additional acting forces into the region of the shell contiguous to the hole and on its contour which might distort the theoretical picture of the phenomenon.

The boundary conditions are in this case taken in the form

$$(23)\quad \begin{cases} (T_\varrho)_{\varrho=\varrho_0} = -(T_\varrho^0)_{\varrho=\varrho_0},\ (S_\varrho)_{\varrho=\varrho_0} = -(S_\varrho^0)_{\varrho=\varrho_0}, \\ (G_\varrho)_{\varrho=\varrho_0} = 0,\ [Q_\varrho - (1/\mathfrak{H})\,(\partial H_\varrho/\partial\theta)]_{\varrho=\varrho_0} = f(\theta). \end{cases}$$

The function $f(\theta)$ in the fourth condition (23) characterizing the transverse shearing forces transmitted along the contour of the hole by the lid may, generally speaking, *be any integrable* function satisfying the *single* condition that the resultant of these shearing forces along the contour of the hole should equal the force $F\varrho_0$, where F is the area of the hole, $\varrho_0 = \text{const.}$ is an integral pressure. The conditions „to

infinity" follow from the local nature of the perturbed stressed state shell near the hole and they have the form

$$(24)\qquad (T_\varrho)_{\varrho=\varrho_1}=0\,,\ (S_\varrho)_{\varrho=\varrho_1}=0\,,\ (G_\varrho)_{\varrho=\varrho_1}=0\,,\ [Q_\varrho-(1/\mathfrak{H})(\partial H_\varrho/\partial\theta)]_{\varrho=\varrho_1}=0\,,$$

where ϱ_1 tends to infinity.

Putting in (24) their values from (17) ... (20), we shall have the conditions „to infinity" which should be satisfied by the unknown function Φ. Besides them, the function $\Phi(\varrho,\theta)$ must satisfy an additional condition

$$(25)\qquad \oint_\Gamma \left\{\vec{V}-[\vec{\Omega}\,,\ \partial\vec{\varrho}^*/\partial\theta]\right\}d\theta=0\,,$$

expressing the unicity of the displacements vector, where

$$\vec{V}=\mathfrak{H}[(\omega/2)\vec{e}_\varrho+\varepsilon_\theta\vec{e}_\theta)\,,\quad \vec{\Omega}=\vec{\Omega}^0+\int_{M_0M}\vec{\Omega}_\theta\,d\theta\,,$$

$$\vec{\Omega}_\theta=\mathfrak{H}(\varkappa_1\vec{e}_\varrho+\tau^{(2)}\vec{e}_\theta+\zeta_2\vec{e}_n)\,,$$

$$\vec{e}_\varrho=(1/\mathfrak{H})(\partial\vec{\varrho}^*/\partial\varrho)\,,\quad \vec{e}_\theta=(1/\mathfrak{H})(\partial\vec{\varrho}^*/\partial\theta)\,,\quad \vec{e}_n=[\vec{e}_\varrho\,,\ \vec{e}_\theta]\,,$$

$$\varepsilon_\theta=(T_\theta-\nu T_\varrho)/(Eh)\,,\quad \varepsilon_\varrho=(T_\varrho-\nu T_\theta)/(Eh)\,,\quad \omega=[2(1+\nu)/(Eh)]\,S_\varrho\,,$$

$$G_\varrho=-\{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\varkappa_1+\nu\varkappa_2)\,,\quad H_\varrho=\{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\tau^{(1)}+\nu\tau^{(2)})\,,$$

$$G_\theta=-\{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\varkappa_2+\nu\varkappa_1)\,,\quad H_\theta=\{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}(\tau^{(2)}+\nu\tau^{(1)})\,,$$

$$\zeta_2=(1/\varkappa^2)[\varepsilon_\varrho(\partial\mathfrak{H}/\partial\varrho)+\partial(\mathfrak{H}\omega/2)/\partial\theta-\partial(\mathfrak{H}\varepsilon_\theta)/\partial\varrho+(\omega/2)(\partial\mathfrak{H}/\partial\theta)]\,.$$

8. As shown by the experiments mentioned above, conditions (24) will be practically satisfied, with the given degree of precision, as soon as the contour ϱ_1 attains the contour L^* (fig. 1), which is removed from the contour of the hole *by not more than 6 ... 8 times* the distance of *large dimension of the hole.*

This circumstance may be utilized when the problem is solved numerically. Conditions (24) in this case become the conditions that the unknown functions $w(\varrho,\theta)$ and $\varphi(\varrho,\theta)$ must satisfy at points in the shell *sufficiently distant* from the hole and for all forma of holes given by functions $\omega(\zeta)$ (10) we can take in the conditions (24) $\varrho_1\approx 2.5$.

9. Summing up, we come to the conclusion that the problem of stress concentration in a given shell around the hole under consideration is reduced to the integration of the equation (22) — with the corresponding boundary conditions on the contour of the hole, for instance conditions (23), and the „to infinity" conditions (24).

Putting in these equations (22), (23) and (24) the magnitudes (16) and the function $\omega(\zeta)$ (10) characterizing the given shell and shape of

the hole under consideration, we obtain the necessary and sufficient amount of equations to solve the problem.

10. For *the cylindrical shell* the radius of the middle surface being R_0 *weaked by any hole,* the magnitudes (16) must be taken in the form

$$1/R_\varrho = R_0(\partial\alpha/\partial\varrho)^2/\mathfrak{H}^2,\quad 1/R_\theta = R_0(\partial\alpha/\partial\theta)^2/\mathfrak{H}^2,\quad 1/R_{\varrho\theta} = -R_0(\partial\alpha/\partial\varrho)(\partial\alpha/\partial\theta)/\mathfrak{H}^2.$$

In the case of a *circular hole* the functions $\omega(\zeta)$ (10) and $\mathfrak{H}^2(\varrho,\theta)$ (13) will have the form

$$(26)\quad \alpha + i\beta = \omega'\zeta) = (r_0/R_0)\,\zeta = (r_0/R_0)\exp(\varrho + i\theta),\quad \mathfrak{H}^2(\varrho,\theta) = r_0^2\exp(2\varrho),$$

where r_0 is the radius of the hole.

This problem was approximately solved out first with boundary conditions (23) and conditions „to infinity" (24) for a relatively small hole by A. I. Lurye in 1946.

In the case of an *elliptical hole* with semiaxis a and b, the functions $\omega(\zeta)$ (10) and $\mathfrak{H}^2(\varrho,\theta)$ (13) will have the form

$$(27)\quad \begin{cases} \alpha + i\beta = \omega(\zeta) = [c/(2R_0)](\zeta + 1/\zeta) = (c/R_0)\operatorname{ch}(\varrho + i\theta), \\ \mathfrak{H}^2(\varrho,\theta) = (c^2/2)(\operatorname{ch} 2\varrho - \cos 2\theta),\quad c = \sqrt{a^2 - b^2}. \end{cases}$$

In the case of a *square hole* with rounded corners the functions $\omega(\zeta)$ (10) and $\mathfrak{H}^2(\varrho,\theta)$ (13) have the form

$$28)\quad \begin{cases} \alpha + i\beta = \omega(\zeta) = (a/R_0)[\zeta + 1/(9\zeta^3)], \\ \mathfrak{H}^2(\varrho,\theta) = a^2\exp(2\varrho)\{1 + 1/[9\exp(8\varrho)] - (2/3)(\cos 4\theta)/\exp(4\varrho)\}, \end{cases}$$

where the coefficient a in (28) characterizes the dimensions of the hole.

11. For the *spherical shell* the radius of the middle surface being R_0 *weaked by any hole,* the magnitudes (16) are equal:

$$(29)\quad 1/R_\varrho = 1/R_\theta = 1/R_0,\quad 1/R_{\varrho\theta} = 0,$$

and consequently the equation (22) will have the form:

$$(30)\quad \nabla^2\nabla^2\Phi + i\varkappa^2\nabla^2\Phi = 0,\quad \varkappa^2 = \sqrt{12(1-\nu^2)}/(R_0 h),$$

where the operator ∇^2 was previously given in the formula (15).

It we take the function $\Phi(\varrho,\theta)$ (21) in the form

$$(31)\quad \Phi(\varrho,\theta) = \Phi_1(\varrho,\theta) + \Phi_2(\varrho,\theta),$$

the solution of the equation (30) is reduced to the solution of the Laplace's equation:

$$(32)\quad \partial^2\Phi_1/\partial\varrho^2 + \partial^2\Phi_1/\partial\theta^2 = 0,$$

and the Helmholtz's equation

$$\partial^2\Phi_2/\partial\varrho^2 + \partial\Phi_2/\partial\theta^2 + i\varkappa^2\mathfrak{H}^2\Phi_2 = 0\,. \tag{33}$$

The solution of equation (32) *for any hole* is well known. The solution of the equation (33) for an *elliptical* and particularly for a *circular* hole (only!) by means of Mathieu-Hankel functions has been recently obtained by G. A. Van-Fo-Fy and G. N. Savin.

Going directly to the final results, Table 1 presents the values of the concentration coefficient $k(\theta)$ as well as $k(0)$ and $k(\pi/2)$ for certain elliptical holes found for the data given in the Table 1.

Table 1

$p = 1$ kg/cm², $b = 100$ mm, $R_3 = 1\,700$ mm, $\nu = 0.3$
$E = 7\,200$ kg/mm²

a/b	$k(\theta)$	$\theta = 0$	$\theta = 1/2$
1.00	4.116	4.116	4.116
1.05	$4.183 + 0.378\cos 2\theta$	4.561	3.805
1.10	$4.417 + 0.650\cos 2\theta$	5.067	3.767
1.15	$4.489 + 1.834\cos 2\theta$	6.323	2.655

Received the 18 X 1961

Ukrainian Academy of Sciences,
Kiev, U.S.S.R.

КОНЦЕНТРИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ОТВЕРСТИЙ В ТОНКИХ ОБОЛОЧКАХ

(Резюме)

1. Задача распределения напряжений вокруг отверстий в тонких оболочках была по сие время относительно мало рассмотрена в теоретических или экспериментальных исследованиях. Большинство теоретических изысканий было ограничено определением концентрирования напряжений вокруг круглых отверстии в сферических или цилиндрических оболочках.

В данной работе рассматривается состояние напряжения в тонкой оболочке ослабленной отверстием имеющим контур в виде пространственной кривой без угловых точек.

2. Записывая уравнение медианной поверхности в изотермической системе, вообще говоря, несопряженной, криволинейных координат α и β (рис. 1) *в векторной форме* (1) и имея в виду квадратичные формы (2) и (3), обозначаются (4) составляющие напряженного состояния рассматриваемой оболочки, имеющей отверстие и подверженной действию данной системы внешних сил и граничных условий.

3. С целью упрощения задачи, от „старой" системы координат α и β переходится к „новой" системе изотермических координат ϱ и θ, в которых *одна из координатных линий*, а именно прямая $\varrho = \varrho_0 = \text{const.}$, *совпадает с контуром отверстия рассматриваемой оболочки*. Уравнения служащие для определения неизвестных составляющих (7а) записываются в виде (14), в котором: E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, h — тольщина оболочки, ∇^2 и ∇_k^2 — операторы имеющие в изотермических координатах форму данную (15). Решение задачи получается определением двух функций $w(\varrho, \theta)$ и $\psi(\varrho, \theta)$ из системы уравнений (14) или же из эквивалентному этой системе уравнению (22).

Учитывая тот факт, что на контуре отверстия можно поставить различные условия, рассматривается ряд этих условий, отвечающим задачам крупного практического значения. Подобные условия даны, например, выражением (23) и условием „на бесконечности" (24).

Вводя в уравнения (22), (23), (24) величины (16) и функцию (10) характеризующую данные оболочки и форму отверстия, получается необходимое и достаточное число уравнений для разрешения этой задачи.

4. Статья заканчивается рядом приложений технического интереса относительно цилиндрических оболочек ослабленных любым отверстием ; дается затем случай круглого отверстия, а также эллиптического или квадратного.

Рассматривается наконец конкретное решение задач о сферических оболочках с любым отверстием, и в частности задача круглого или эллиптического отверстия. Подчеркивается особоинтересное решение в данной области предложенное Г. Н. Савиным и Г. А. Ван-Фо-Фы.

CONCENTRAREA EFORTURILOR ÎN JURUL ORIFICIILOR ÎN ÎNVELIŞURI SUBŢIRI

(Rezumat)

1. Problema distribuţiei eforturilor în jurul orificiilor în pînze subţiri a constituit preocuparea unui număr relativ mic de cercetări teoretice sau experimentale. Cea mai mare parte a studiilor teoretice în acest domeniu s-a mărginit la determinarea concentrărilor de eforturi în jurul orificiilor circulare în pînze sferice sau cilindrice. În această lucrare se studiază starea de tensiuni într-o pînze subţire slăbită de un orificiu avînd drept contur o curbă strîmbă fără puncte unghiulare.

2. Scriind ecuaţia suprafeţei mediane a pînzei într-un sistem izoterm, în general vorbind neadjunct, de coordonate curbilinii α şi β (fig. 1), în *forma vectorială* (1), şi ţinînd seama de cele două forme pătratice (2) şi (3), componentele stării de tensiune în pînza considerată, dotată cu un orificiu şi supusă la acţiunea unui sistem dat de forţe exterioare şi la condiţii pe contur date, se scriu sub forma (4).

3. În vederea simplificării problemei se trece de la sistemul „vechi" de coordonate α şi β la un „nou" sistem de coordonate izoterme ϱ şi θ, în care *una din liniile de coordonate*, şi anume linia $\varrho = \varrho_0 = \text{const.}$, *coincide cu conturul orificiului cu care este prevăzută pînza considerată.* Ecuaţiile care servesc la determinarea componentelor necunoscute (7 a) se scriu sub forma (14), în care : E — modulul lui Young, ν —coeficientul lui Poisson, h—grosimea pînzei, ∇^2 şi ∇_k^2 — operatori care au în coordonate izoterme forma dată de (15). Soluţia problemei se obţine o dată cu determinarea a două funcţii $w(\varrho, \theta)$ şi $\varphi(\varrho, \theta)$ din sistemul de ecuaţii (14) sau din sistemul echivalent constituit dintr-o singură ecuaţie (22).

Ţinînd seamă de faptul că diferite condiţii pot fi impuse pe conturul orificiului, se discută un şir din acestea care corespund la probleme de interes marcat pentru practică. Astfel de condiţii sînt, de pildă, date de (23) şi de condiţiile „la infinit" (24).

Introducînd în ecuaţiile (22), (23), (24) mărimile (16) şi funcţia (10) ce caracterizează pînza dată şi forma considerată a orificiului, se obţine numărul necesar şi suficient de ecuaţii pentru ca problema să fie rezolvată.

4. Articolul se încheie printr-un şir de aplicaţii interesînd tehnica, relative la pînze cilindrice slăbite printr-un orificiu oarecare, particularizat apoi la cazul orificiului circular sau la acel eliptic sau pătrat. Se discută apoi soluţia concretă a problemei referitoare la pînzele sferice prevăzute cu un orificiu de formă oarecare, particularizîndu-se problema la cazul orificiilor circulare sau eliptice. Se remarcă soluţia deosebit de interesantă obţinută recent în această ordine de idei de G. N. Savin şi G. A. Van-Fo-Fî.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 624.04

CONTRIBUŢII LA CALCULUL BARELOR COMPRIMAT-ÎNCOVOIATE

DE

M. DIACONU şi N. PREDA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Dacă în calculul deplasărilor produse numai de acţiunea sarcinilor transversale, influenţa forţei tăietoare, în general, poate fi neglijat,ă în cazul barelor comprimat-încovoiate, cînd condiţiile de echilibru se scriu pe structura deformată, luarea în considerare a acestei influenţe, exercitată asupra deplasărilor, prezintă o deosebită importanţă, în special la secţiunile compuse, cu atît mai mult cu cît însăşi valoarea forţei tăietoare este majorată de prezenţa forţelor axiale.

În cele ce urmează vom prezenta o metodă de calcul a deplasărilor şi eforturilor la barele comprimat-încovoiate cînd se ţine seama şi de influenţa forţei tăietoare, pentru condiţii la limită şi sarcini transversale oarecare. Prof. A. Ia. Alexandrov [1] a indicat o rezolvare a problemei folosind metoda energetică; acest mod de rezolvare este aproximativ şi limitat la anumite condiţii determinate, de încărcare şi rezemare.

Considerăm o bară dreaptă, sveltă, cu secţiune constantă, acţionată de o forţă de compresiune centrică constantă şi de sarcini transversale coplanare situate în planul principal de inerţie, în care se află centrele de greutate şi cele de încovoiere-răsucire ale secţiunilor transversale; admitem că bara lucrează în domeniul elastic iar deplasările sînt mici.

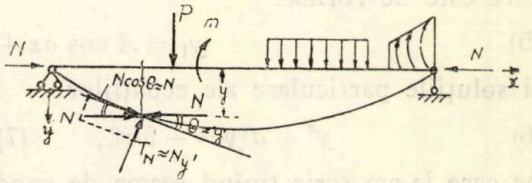


Fig. 1

Fie o grindă cu o singură deschidere avînd condiţii la limită oarecare. Ca exemplu, în fig. 1 este reprezentată o grindă simplu rezemată. Într-o secţiune curentă vom avea eforturile:

$$M_i = \mathfrak{M} + Ny, \quad Q = T + Ny' = T + T_N, \tag{1}$$

în care: M_i, Q — momentul încovoietor, respectiv forţa tăietoare produsă de acţiunea concomitentă a forţelor transversale şi axiale, $\mathfrak{M}$, T — momentul încovoietor, respectiv forţa tăietoare produse numai de acţiunea forţelor transversale, y, y' — deplasarea liniară şi unghiulară în cazul acţiunii simultane a forţelor transversale şi axiale, Ny — momentul încovoietor produs de forţa axială, T_N — forţa tăietoare produsă de forţa axială.

Ecuaţia diferenţială a axului deformat, cînd luăm în considerare şi forţa tăietoare, va fi:

$$\mathrm{d}^2y/\mathrm{d}x^2 = -M_i/(EI_z) + [K/(GA)]\,(\mathrm{d}Q/\mathrm{d}x), \tag{2}$$

în care: EI_z, GA — rigiditatea barei la încovoiere, respectiv la forfecare, K — coeficient ce ţine seama de neuniformitatea distribuţiei eforturilor unitare tangenţiale pe secţiune.

Avînd în vedere relaţiile (1) şi faptul că $\mathrm{d}Q/\mathrm{d}x = -p + Ny''$, $(y'' = \mathrm{d}^2y/\mathrm{d}x^2)$, vom avea:

$$y'' = -[1/(EI_z)]\,(\mathfrak{M} + Ny) + [K/(GA)]\,(Ny'' - p).$$

După unele transformări ajungem la forma finală a ecuaţiei diferenţiale a axului deformat cînd se ţine seama şi de influenţa forţei tăietoare în cazul barelor comprimat-încovoiate, anume:

$$y'' + a^2y = -b^2\mathfrak{M} - c^2p, \tag{3}$$

în care s-a notat:

$$\begin{cases} N/(EI_z) = \alpha^2, \quad 1/(EI_z) = \gamma^2, \quad GA/(GA - NK) = \beta, \\ [N/(EI_z)]\,[GA/(GA - NK)] = a^2 = \beta\alpha^2, \\ [1/(EI_z)]\,[GA/(GA - NK)] = b^2 = \beta\gamma^2, \quad K/(GA - NK) = c^2. \end{cases} \tag{4}$$

S-a avut în vedere că $GA - NK > 0$.

Ecuaţia diferenţială (3) este liniară, neomogenă şi cu coeficienţi constanţi. Soluţia ei generală se compune din soluţia ecuaţiei omogene care este de forma:

$$y_1 = A\cos ax + B\sin ax \tag{5}$$

şi soluţiile particulare ale ecuaţiilor:

$$y'' + a^2y = -b^2\mathfrak{M}, \tag{6}$$

$$y'' + a^2y = -c^2p \tag{7}$$

pe care le-am scris ţinînd seama de condiţiile lui Cauchy, sau prin metoda variaţiei constantelor, sub formele:

$$\Psi_1(x) = -\frac{b^2}{a}\int_0^x \mathfrak{M}(t)\sin a(x - t)\,\mathrm{d}t, \tag{8}$$

$$\Psi_2(x) = -\frac{c^2}{a}\int_0^x p(t)\sin a(x-t)\mathrm{d}t, \tag{9}$$

în care: $\mathfrak{M}\,t)$ — momentul încovoietor într-o secțiune curentă t produs numai de acțiunea sarcinilor transversale active și reactive, $p(t)$ — intensitatea sarcinilor transversale, x — parametru și limită de integrare.

Soluția generală a ecuației diferențiale (3) va fi:

$$y = y_1 + \Psi_1(x) + \Psi_2(x) = A\cos ax + B\sin ax + \Psi_1(x) + \Psi_2(x). \tag{10}$$

Deoarece atunci cînd se ia în considerare numai acțiunea momentului încovoietor ecuația diferențială a axului deformat

$$y'' + a^2y = -\gamma^2\mathfrak{M} \tag{11}$$

este de formă analogă ecuației (6), rezultă că soluția particulară $\Psi_1(x)$, explicitată pentru diverse sarcini transversale, va furniza termenii din ecuația algebrică a axului deformat, care reprezintă influența momentului încovoietor asupra deplasărilor, în ipoteza că nu s-a neglijat forța tăietoare, iar soluția particulară $\Psi_2(x)$ va furniza termenii care reprezintă influența propriu-zisă a forței tăietoare. Soluțiile particulare $\Psi_1(x)$ și $\Psi_2(x)$ le vom numi *funcții de încărcare ale momentului încovoietor*, respectiv *forței tăietoare*.

Ecuația algebrică (10), stabilită pentru barele comprimat-încovoiate, poate fi considerată ca o formă generală, de la care prin particularizări regăsim situații cunoscute. Astfel, dacă se neglijează influența forței tăietoare ($\Psi_2 = 0$, $a^2 = a^2$, $b^2 = \gamma^2$) obținem ecuația obișnuită a axului deformat la bare comprimat-încovoiate:

$$y = A_1\cos ax + B_1\sin ax + \bar{\Phi}_1(x) \tag{12}$$

în care:

$$\bar{\Phi}_1(x) = -\frac{\gamma^2}{a}\int_0^x \mathfrak{M}(t)\sin a(x-t)\mathrm{d}t, \tag{13}$$

iar $A_1 = y(0)$ — săgeata în origine și $B_1 = \theta(0)/a$, unde $\theta(0)$ — panta la axul deformat în origine.

Cînd facem ca $N \to 0$, printr-un proces de trecere la limită găsim ecuația axului deformat la grinda încovoiată cînd se ține seama și de forța tăietoare:

$$y = C_1 + C_2x + \Phi_1(x) + \Phi_2(x), \tag{14}$$

în care $\Phi_1(x)$ și $\Phi_2(x)$ sînt soluții particulare [4] care au forma:

$$\Phi_1(x) = \lim_{N\to 0}\Psi_1(x) = -\frac{1}{EI_z}\int_0^x (x-t)\,\mathfrak{M}(t)\mathrm{d}t, \tag{5}$$

$$(16) \qquad \Phi_2(x) = \lim_{N\to 0} \Psi_2(x) = -\frac{K}{GA}\int_0^x (x-t)p(t)\,dt\,.$$

Dacă facem ca $N \to 0$ şi neglijăm influenţa forţei tăietoare, vom regăsi ecuaţia obişnuită a axului deformat la încovoiere plană:

$$(17) \qquad y = D_1 + D_2 x + \Phi_1(x) = y(0) + \theta(0)\,x + \Phi_1(x)\,.$$

2. Funcţia de încărcare $\Psi_1(x)$

Deoarece funcţia de încărcare $\Psi_1(x)$, explicitată pentru diverse sarcini transversale, conduce la expresii analoge celor întîlnite în lucrări de specialitate [5], [7] cînd se neglijează forţa tăietoare, expresii ce se deosebesc numai prin faptul că semnificaţia lui a este alta, ne vom opri numai asupra unui caz de încărcare transversală, arătînd modul de lucru în maniera rezolvării propuse, adică plecînd nu de la ecuaţia diferenţială de ordinul patru a axului deformat, aşa cum s-a procedat în lucrările citate, ci de la ecuaţia diferenţială de ordinul doi, care ne permite şi cuprinderea efectului forţei tăietoare.

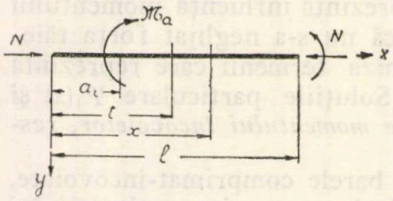


Fig. 2

a) *Moment concentrat* $\mathcal{M}_a$ *aplicat în secţiunea* $x = a_i$ (fig. 2).

Pentru $0 \leqslant x \leqslant a_i$, $\mathcal{M}(t) = 0$, $\Psi_1(x) = 0$.

Pentru $a_i \leqslant x \leqslant l$, $\mathcal{M}(t) = \mathcal{M}_a$,

$$(18) \qquad \Psi_1(x) = -\mathcal{M}_a\,[1 - \cos a(x - a_i)]/N.$$

Cercetarea expresiilor (18) arată că la limita dintre zone, funcţiile $\Psi_1(x)$, $\Psi_1'(x)$ şi $\Psi'''(x)$ sînt continue; $\Psi_1''(x)$ are o discontinuitate egală cu $[\beta/(EI_z)]\mathcal{M}_a$, ceea ce era şi de aşteptat. Cînd se neglijează influenţa forţei tăietoare, discontinuitatea este egală cu $[\mathcal{M}_a/(EI_z)]$ [5]. Se remarcă modul simplu, fără artificii de explicitare a funcţiei $\Psi_1(x)$, plecînd de la expresia propusă.

3. Funcţia de încărcare $\Psi_2(x)$

Nu vom explicita această soluţie particulară decît pentru acele sarcini transversale care aduc modificări în expresia forţei tăietoare în lungul grinzii.

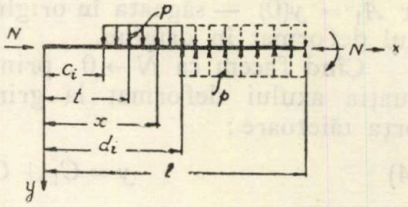


Fig. 3

a) *Sarcină continuă de intensitate* p, *uniform repartizată pe porţiunea de la* $x = c_i$ *pînă la* $x = d_i$ (fig. 3).

Pentru $0 \leqslant x \leqslant c_i$, $p(t) = 0$,

$$(19) \qquad \Psi_2(x) = 0.$$

Pentru $c_i \leqslant x \leqslant d_i$, $p(t) = p$,

$$(20) \qquad \Psi_2(x) = -(c^2/a^2)p\,[1 - \cos a(x - c_i)]\,.$$

Pentru $d_i \leqslant x \leqslant l$, $p(t) = 0$, iar funcţia de încărcare se poate scrie direct raţionînd pe fig. 3:

(21) $$\Psi_2(x) = -(c^2/a^2)p\,[\cos a(x-d_i) - \cos a(x-c_i)].$$

Cînd sarcina începe din originea axelor de coordonate vom avea $c_i = 0$ și deci:

(22) $$\Psi_2(x) = -(c^2/a^2)\,p(1-\cos ax).$$

În punctele de frontieră ale zonelor grinzii sînt satisfăcute condițiile de continuitate pentru $\Psi_2(x)$ și $\Psi_2'(x)$, deci și pentru axul deformat.

Trecînd la limită pentru $N \to 0$ expresia (20) se transformă în relația:

(23) $$\Phi_2(x) = -[K/(GA)]p(x-c_i)^2/2!,$$

găsită cu ocazia studiului influenței forței tăietoare asupra deplasărilor la încovoiere [4].

b) *Forță concentrată aplicată în secțiunea* $x = b_i$ (fig. 4).

Vom considera forța concentrată P ca limita spre care tinde o sarcină cu intensitate p aplicată pe intervalul Δb_i, cu condiția ca $p = P/\Delta b_i$ și $\Delta b_i \to 0$.

Pentru $0 \leqslant x \leqslant b_i$, $\Psi_2(x) = 0$. La limită, pentru $\Delta b_i \to 0$, intervalul $b_i \leqslant x \leqslant b_i + \Delta b_i$ se contractă și lungimea sa tinde spre zero.

Pentru $b_i + \Delta b_i \leqslant x \leqslant l$ soluția particulară poate fi scrisă conform expresiei (21) sub forma:

$$\Psi_2(x) = -(c^2/a^2)(P/\Delta b_i)\{\cos a\,[x-(b_i+\Delta b_i)] - \cos a(x-b_i)\}.$$

Cînd $\Delta b_i \to 0$ rezultă:

(24) $$\Psi_2(x) = -(c^2P/a)\sin a(x-b_i).$$

Se observă că $\Psi_2(x)$ este continuă pe întreaga bară, pe cînd $\Psi_2'(x)$ la frontiera dintre intervale are o discontinuitate egală cu $-c^2P$, justificată prin modul cum se in-

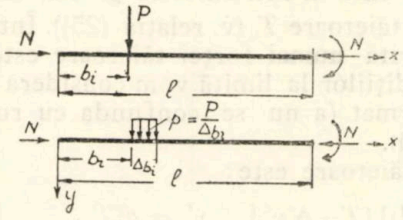


Fig. 4

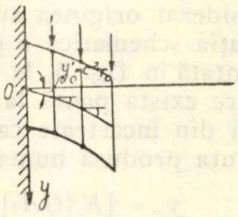


Fig. 5

terpretează obișnuit influența forței tăietoare asupra deplasărilor [5], [6] în încovoierea grinzii (fig. 5).

Dacă forța concentrată este în origine avem:

(25) $$\Psi_2(x) = (c^2/a)\,T_0 \sin ax.$$

c) *Sarcină triunghiulară între limitele* $x = g_i$ *și* $x = h_i$ (fig. 6).

Pentru $0 \leqslant x \leqslant g_i$, $\Psi_2(x) = 0$. Pentru $g_i \leqslant x \leqslant h_i$, folosind rezultatele obținute la sarcina concentrată (v. relația (24)), înlocuind $dP = p\,dt$ și integrînd se obține:

(26) $$\Psi_2(x) = -(c^2/a^2)p_1[x - g_i - (1/a)\sin a(x-g_i)].$$

Pentru $h \leqslant x \leqslant l$ se aplică principiul suprapunerii efectelor raționînd pe fig. 6 și ținînd seama de relațiile stabilite anterior. Se observă că $\Psi_2(x)$ și $\Psi_2'(x)$ sînt continue pe întreaga bară, inclusiv frontierele dintre zone. Prin trecere la limită ($N \to 0$) se găsește expresia funcției de încărcare ce reprezintă influența forței tăietoare la încovoiere simplă:

(27) $$\Phi_2(x) = -[K/(GA)]p_1(x-g_i)^3/3!.$$

Expresiile soluţiilor particulare $\Psi_1(x)$, $\Psi_2(x)$ şi ale lui $\Phi_1(x)$ şi $\Phi_2(x)$, obţinute cînd $N \to 0$, pentru sarcinile întîlnite obişnuit în construcţii, sînt prezentate în tabelul 1.

Pentru o grindă comprimat-încovoiată, cu condiţii la limită oarecare, încărcată cu mai multe sarcini transversale, ecuaţia liniei elastice, atunci cînd se ţine seama de influenţa forţei tăietoare, poate fi scrisă sub forma (10), în care pentru toate sarcinile active şi reactive situate în stînga secţiunii în care dorim să determinăm valoarea deplasării, se vor explicita funcţiile de încărcare folosind tabelul 1. Primii doi termeni ai ecuaţiei îşi păstrează valabilitatea pentru toate tronsoanele grinzii.

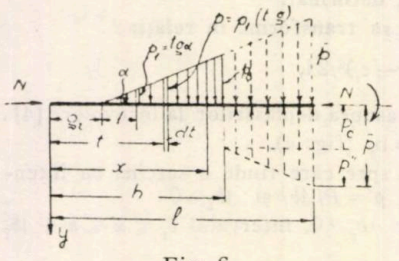


Fig. 6

Dacă în originea axelor de coordonate există o săgeată $y(0)$ şi o pantă la axul deformat $y'(0)$, întrucît pentru orice mod de încărcare $\Psi_1(0) = 0$ şi $\Psi_2(0) = 0$ rezultă din condiţiile la limită că din punct de vedere fizic constanta de integrare A reprezintă săgeata în origine $y(0)$, iar B este:

$$B = [y'(0) - \Psi'_2(0)]/a, \tag{28}$$

deoarece $\Psi'_2(0)$ va fi diferită de zero cînd în extremitatea grinzii în care s-a considerat originea avem o forţă tăietoare T_0 (v. relaţia (25)). Întrucît deformaţia schematică a grinzii datorită numai forţei tăietoare este cea reprezentată în fig. 5, la scrierea condiţiilor la limită vom considera că în încastrare există pantă la axul deformat (a nu se confunda cu rotirea secţiunii din încastrare care este nulă).

Panta produsă numai de forţa tăietoare este:

$$y'_T = [K/(GA)]\, Q = [K/(GA)]\,(T + N y'_T), \quad y'_T = c^2 T, \tag{29}$$

în care T este forţa tăietoare datorită numai sarcinilor transversale. Deci în încastrare vom avea condiţia la limită $y'(0) = c^2 T_0$ iar dacă în acea secţiune s-a ales şi originea axelor rezultă $B = 0$ deoarece $\Psi'_2(0) = c^2 T_0$.

Cînd se neglijează influenţa forţei tăietoare, în general, $B = y'(0)/a$. Cînd $N \to 0$ regăsim condiţia limită pentru capătul încastrat, de la încovoiere, cu considerarea forţei tăietoare:

$$y'(0) = [K/(GA)]\, T_0. \tag{30}$$

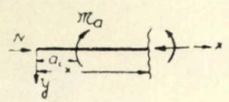
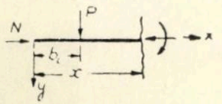
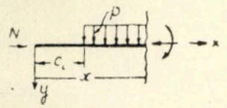
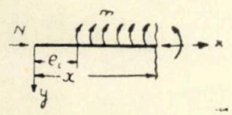
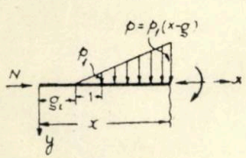
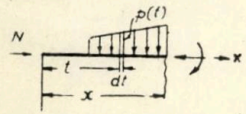
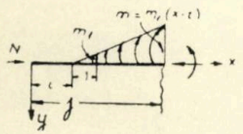
Cunoscînd expresia axului deformat, prin derivare se obţine panta la axul deformat, iar apoi, pe baza relaţiilor (1), se găseşte momentul încovoietor şi forţa tăietoare.

4. Exemple

a) Pentru grinda din fig. 7 să se calculeze deplasările şi eforturile luînd în considerare şi forţa tăietoare.

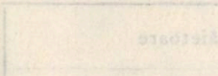
Ecuaţia axului deformat este:

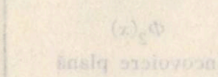
Tabelul 1

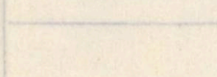
Soluţiile particulare (funcţii de încărcare) / Modul de încărcare	Funcţia de încărcare a momentului încovoietor cînd se ia în considerare şi forţa tăietoare		Funcţia de încărcare a forţei tăietoare	
	$\Psi_1(x)$ Bare comprimat-încovoiate *)	$\Phi_1(x)$ Încovoiere plană	$\Psi_2(x)$ Bare comprimat-încovoiate	$\Phi_2(x)$ Încovoiere plană
	$-\frac{\mathcal{M}_a}{N}[1-\cos a(x-a_i)]$	$-\frac{\mathcal{M}_a}{2!}\frac{(x-a_i)^2}{EI_z}$	—	—
	$\frac{P(x-b_i)}{N}-\frac{P}{aN}\sin a(x-b_i)$	$\frac{P(x-b_i)^3}{3!\,EI_z}$	$-\frac{c^2P}{a}\sin a(x-b_i)$	$-\frac{K}{GA}P(x-b_i)$
	$\frac{p(x-c_i)^2}{2N}-\frac{p}{a^2N}[1-\cos a(x-c_i)]$	$\frac{p(x-c_i)^4}{4!\,EI_z}$	$-\frac{c^2}{a^2}p[1-\cos a(x-c_i)]$	$-\frac{K}{GA}\frac{p(x-c_i)^2}{2!}$
	$-\frac{m(x-e)}{N}+\frac{m}{aN}\sin a(x-e_i)$	$\frac{-m(x-e_i)^3}{3!\,EI_z}$	—	—
	$\frac{p_1(x-g_i)^3}{6N}-\frac{p_1}{a^2N}\left[x-g_i-\frac{\sin a(x-g_i)}{a}\right]$	$\frac{p_1(x-g_i)^5}{5!\,EI_z}$	$-\frac{c^2}{a^2}p_1\left[x-g_i-\frac{\sin a(x-g_i)}{a}\right]$	$-\frac{K}{GA}\frac{p_1(x-g_i)^3}{3!}$
	$-\frac{m_1}{2N}(x-i)^2+\frac{m_1}{a^2N}[1-\cos a(x-i)]$	$-\frac{m_1(x-i)^4}{4!\,EI_z}$	—	—
	$-\frac{b^2}{a}\int_0^x \mathcal{M}(t)\sin a(x-t)\,dt$	$-\frac{1}{EI_z}\int_0^x (x-t)\,\mathcal{M}(t)\,dt$	$-\frac{c^2}{a}\int_0^x p(t)\sin a(x-t)\,dt$	$-\frac{K}{GA}\int_0^x (x-t)p(t)\,dt$

*) Cînd nu se ia în considerare influenţa forţei tăietoare, $\Psi_1(x)$ se transformă în $\Phi_1(x)$ înlocuind pe a prin α.

Tabelul 1







Soluţiile particulare (funcţii de încărcare) / Modul de încărcare	Funcţia de încărcare a momentului încovoietor cînd se ia în considerare şi forţa tăietoare		Funcţia de încărcare a forţei tăietoare	
	$\Psi_1(x)$ Bare comprimat-încovoiate *)	$\Phi_1(x)$ Încovoiere plană	$\Psi_2(x)$ Bare comprimat-încovoiate	$\Phi_2(x)$ Încovoiere plană
	$-\frac{\mathfrak{M}_a}{N}[1-\cos a(x-a_1)]$	$-\frac{\mathfrak{M}_a}{21}\frac{(x-a_1)^2}{EI_z}$	—	—
	$\frac{P(x-b_1)}{N}-\frac{P}{aN}\sin a(x-b_1)$	$\frac{P(x-b_1)^3}{31\,EI_z}$	$-\frac{c_2P}{a}\sin a(x-b_1)$	$-\frac{K}{GA}P(x-b_1)$
	$\frac{p(x-c_1)^2}{2N}-\frac{p}{a^2N}[1-\cos a(x-c_1)]$	$\frac{p(x-c_1)^4}{41\,EI_z}$	$-\frac{c_2}{a^2}p[1-\cos a(x-c_1)]$	$-\frac{K}{GA}\frac{p(x-c_1)^2}{21}$
	$-\frac{m(x-e)}{N}+\frac{m}{aN}\sin a(x-e_1)$	$-\frac{m(x-e_1)^3}{31\,EI_z}$	—	—
	$\frac{p_1(x-\xi_1)^3}{6N}-\frac{c_1}{a^2N}\left[x-\xi_1-\frac{\sin a(x-\xi_1)}{a}\right]$	$\frac{p_1(x-\xi_1)^5}{51\,EI_z}$	$-\frac{c_2}{a^2}p_1\left[x-\xi_1-\frac{\sin a(x-\xi_1)}{a}\right]$	$-\frac{K}{GA}\frac{p_1(x-\xi_1)^3}{31}$
	$-\frac{m_1}{2N}(x-t)^2+\frac{m_1}{a^2N}[1-\cos a(x-t)]$	$-\frac{m_1(x-t)^4}{41\,EI_z}$	—	—
	$-\frac{b_2}{a}\int_0^x \mathfrak{M}(t)\sin a(x-t)\,dt$	$-\frac{1}{EI_z}\int_0^x (x-t)\,\mathfrak{M}(t)\,dt$	$-\frac{c_2}{a}\int_0^x p(t)\sin a(x-t)\,dt$	$-\frac{K}{GA}\int_0^x (x-t)p(t)\,dt$

*) Cînd nu se ia în considerare influenţa forţei tăietoare, $\Psi_1(x)$ se transformă în $\Phi_1(x)$ înlocuind pe a prin a.

$$y = B \sin ax + \Psi_1(x) + \Psi_2(x), \text{ căci } A = y(0) = 0.$$

Din condiția limită $x = l$, $y = 0$ rezultă:

$$B = -[\Psi_1(l) + \Psi_2(l)]/\sin al. \tag{31}$$

Funcțiile de încărcare pentru panoul II, conform tabelului 1, sînt:

$$\Psi_1(x) = -Px/(2N) + [P/(2aN)] \sin ax + P(x - l/2)/N - [P/(aN)] \sin a(x - l/2),$$
$$\Psi_2(x) = (c^2/a)(P/2) \sin ax - (c^2/a)P \sin a(x - l/2).$$

Introducînd aceste valori în expresia lui B și apoi în expresia lui y se obține ecuația axului deformat pe primul tronson:

$$y = [P/(2N)] \{(\sin ax)/[a \cos (al/2)] - x\} + [Pc^2/(2a)] (\sin ax)/\cos (al/2). \tag{32}$$

Săgeata maximă la mijlocul deschiderii va fi:

$$y(l/2) = [Pl^3/(48EI_z)] [3\beta/v^3] (\operatorname{tg} v - v) + [KPl/(4GA)] (\beta/v) \operatorname{tg} v, \tag{33}$$

în care: $v = al/2 = (\pi/2)\sqrt{\beta N/N_{cr}}$, $N_{cr} = \pi^2 EI_z/l^2$.

Primul termen al relației (33) reprezintă săgeata produsă de momentul încovoietor cînd se ia în considerare și forța tăietoare, iar al doilea termen reprezintă influența directă a forței tăietoare. Deoarece săgeata maximă, cînd se neglijează forța tăietoare, este $y(l/2) = [Pl^3/(48EI_z)] [3(\operatorname{tg} u - u)/u^3]$, în care $u = al/2 = (\pi/2)\sqrt{N/N_{cr}}$, rezultă că luînd în considerare forța tăietoare, influența ei se resimte chiar și în termenul care reprezintă numai acțiunea momentului încovoietor, prin intermediul lui β, ($\beta > 1$), și transformarea lui u în v.

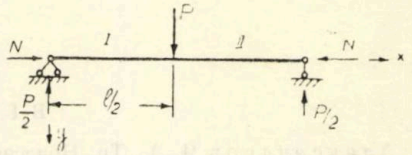


Fig. 7

Momentul încovoietor maxim este:

$$M_{max} = \mathfrak{M}(l/2) + Ny(l/2) = (Pl/4)\{1 + \beta [KN/(GA)] (\operatorname{tg} v)/v\}. \tag{34}$$

Forța tăietoare maximă este:

$$Q(0) = T(0) + Ny'(0) = (P/2)(1 + Nc^2)(1/\cos v). \tag{35}$$

Prin trecere la limită ($N \to 0$) regăsim deplasările și eforturile de la încovoiere:

$$y_{max} = Pl^3/(48EI_z) + KPl/(4GA), \quad M_{max} = Pl/4.$$

Din relațiile stabilite se observă că influența forței tăietoare este cu atît mai mare cu cît N, β, $K/(GA)$ sînt mai mari. Lunecarea specifică pentru forța tăietoare unitară ($K/(GA)$) are valori importante la profile laminate și în special la secțiunile compuse. Analizînd expresia lui β, care reprezintă caracteristica influența forței tăietoare la barele comprimat-încovoiate (pentru secțiunea dreptunghiulară):

$$\beta = 1/\{[1 - NK/(GA)]\} = 1/[1 - (N/N_{cr}) K (E/G)(\pi^2/12) (h/l)^2], \tag{36}$$

rezultă că factorii care au rol hotărîtor sînt: N/N_{cr}, K, E/G, $(h/l)^2$.

Forța axială N va trebui să fie mult mai mică decît N_{cr}, ($N = 0{,}75\, N_{cr}$).

b) Grindă comprimată, simplu rezemată și acționată de un cuplu. Plecînd de la ecuația (10), punînd condițiile la limită ($x = 0$, $y = 0$; $x = l$, $y = 0$) și luînd din tabelul 1 funcțiile de încărcare pentru o sarcină concentrată M_b/l aplicată în originea axelor, vom găsi:

$$y = (M_b/N)[(\sin ax)/\sin al - x/l). \tag{37}$$

Pantele la axul deformat pe reazeme sînt:

$$\theta_a = y'(0) = [M_b l/(6EI_z)]\,\beta(3/v)\,[1/\sin v - 1/(2v)] = [M_b l/(6EI_z)]\,\beta\,\Phi(v), \tag{38}$$

$$\theta_b = y'(l) = -[M_b l/(3EI_z)]\,\beta[3/(2v)][1/(2v) - 1/\operatorname{tg} 2v] = -[M_b l/(3EI_z)]\,\beta\,\psi(v). \tag{39}$$

Aceste expresii sînt analoge celor cunoscute la barele comprimat încovoiate cînd se neglijează forţa tăietoare, cu deosebirea apariţiei factorului de multiplicare β şi a transformării lui u în v.

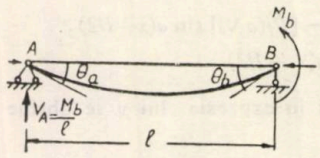


Fig. 8

Întrucît rezultatele obţinute în acest caz de încărcare şi rezemare se pot utiliza la grinzile comprimat-încovoiate cu momente la capete sau cu forţe longitudinale excentrice, ca şi la grinzile static nedeterminate cînd se ia în considerare şi influenţa forţei tăietoare, se poate arăta că valorile funcţiilor $\Phi(v)$ şi $\Psi(v)$ se pot lua din tabelele prezentate de S. P. Timoşenko [8] cînd se neglijează forţa tăietoare, ţinînd seama că argumentul va fi $2v$ în loc de $2u$.

Observăm că spre deosebire de barele acţionate numai de sarcini transversale, la care pentru acest mod de încărcare influenţa forţei tăietoare nu aduce nici o modificare în expresia deplasărilor, la barele comprimat-încovoiate se resimte această influenţă, deoarece aici forţa axială însăşi produce o forţă tăietoare variabilă pe deschidere.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de rezistenţa materialelor,
statică şi beton armat

BIBLIOGRAFIE

1. Александров Я. А., Тр. Новосиб. инст. инж. желез. дор. трансп., 1958, *14*.
2. Wang Chi-Teh, *Applied elasticity*., Mc Graw-Hill, N. Y., 1958, chap. **9**.
3. Courbon J., *Cours de résistance des matériaux*, Dunod, Paris, 1955, chap. **XXVI**.
4. Diaconu M., Preda N., Bul. Inst. polit. Iaşi, 1957, **III (VII)**, *1—2*, pp. 211—216.
5. Филоненко-Бородич М. М. и др., *Курс сопротивления материалов*, т. **II**, Гостехиздат, М. 1956, гл. **I**, **II**.
6. Mazilu P., *Statica construcţiilor*, vol. **II**, Ed. Tehn., Buc., 1959, cap. **I**.
7. * * * *Справочник проектировщика. Расчетно-теоретический раздел*, Гостехиздат, М., 1960,
8. Тимошенко С. П., *Устойчивость упругих систем*, Гостехиздат, М. 1955, гл. **I**, (trad. din l. engleză).

К РАСЧЕТУ БАЛОК НА СЖАТИЕ И ИЗГИБ

(Резюме)

Предлагается общий метод расчета смещений и напряжений в балках, с любыми краевыми условиями, подверженных осевой силы сжатия и различным компланарным поперечным нагрузкам, в случае когда учитывается и влиание срезывающей силы.

CONTRIBUTION À L'ÉTUDE DES BARRES SOUMISES À COMPRESSION ET FLEXION

(Résumé)

On expose une méthode générale de calcul des déplacements et des efforts dans les barres soumises à l'action d'une force axiale de compression et d'un nombre de charges transversa les coplanaires tout en y tenant compte de l'influence de la force de tranchement es des conditions quelconques aux limites.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. K. 624.04

THEORETISCHE LÖSUNG DER DÜNNWANDIGEN ZYLINDERSCHALE VERÄNDERLICHER DICKE

VON
J. VALENTA

1. Vorwort

In der heutigen Zeit werden ständig grössere Forderungen auf die Konstruktion, den Werkstoff sowie den Bau der grossen energietechnischen Anlagen insbesondere der Turbinen, Turbokompressoren, Wasserturbinen u. a. gestellt. Infolge sehr komplizierter Temperaturbedingungen und komplizierter Bauformen der Anlagen treten heutzutage Festigkeitsfragen mehr in den Vordegrund. Die bisherigen Arten der theoretischen Festigkeitsberechnungen werden vorwiegend im elastischen Zustand durchgeführt, wobei die wirkliche Form des Körpers bzw. der Konstruktion durch ein System der Schalengrundformen (Zylinder, Kegel, Anuloid) mit konstanter Dicke und Belastung ohne Berücksichtigung der Temperaturspannungen ersetzt wird.

Die vorliegende Arbeit bezweckt, den Spannungszustand und die Verformungen einer Zylinderschale von veränderlicher Dicke mit drehsymmetrischen aber längs der Achse sich ändernden Belastung und Temperatur zu ermitteln.

Mit der theoretischen Lösung der geschlossenen Zylinderschale von veränderlicher Dicke hat sich schon eine Reihe der bedeutenden Forscher befasst. Eine der ältesten Arbeiten stammt von E. Reissner [1], der den Zylinder mit linear veränderlicher Dicke mit Hilfe der unendlichen Reihen löst. K. Federhofer [2] betrachtet den parabolischen Verlauf der Zylinderdicke; die grundlegende Differentialgleichung zerfällt ihm dann in zwei simultane Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Die Lösung wird mit hypergeometrischen Reihen ausgedrückt. G. Horvay, C. Linkons und S. J. Born [3] lösen die kurze Zylinderschale mit allmählich sich ändernden Dicke. Durch Einführung einer neuen geeigneten unabhängigen Veränderlichen wird die Problemlösung auf die Lösung einer Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten übergeführt. In der Arbeit [4] wird z. B. die asymptotische Integration verwendet, wobei die Partikularlösung dem Membranspannungszustand entspricht. Die allgemeine Lösung wird dann vom Verfasser in der Form der Besselfunktionen angegeben. H. Conway [6] setzt

voraus, dass die Biegungstarrheit der Zylinderschale sich nach einer Parabole des n-ten Grades ändere. Er erwähnt ein konkretes Beispiel für $n = 6$ und bekommt eine Differentialgleichung der Schalendurchbiegung in der Form der Eulerschen linearen Differentialgleichung. In der Arbeit [7] wird die Lösung der Zylinderschale mit allmählich sich ändernder Dicke erwähnt, wobei der Wert der Poissonschen Konstante vom Verfasser als gleich Null vorausgesetzt wird. E. Reissner und M. Sled [8] bestimmen die Verformungen des Randes einer Zylinderschale von veränderlicher Dicke, die an einem der Ränder mit Einheitsmomenten und Kräften belastet ist. Bei der Schale mit einem linearen bzw. parabolischen Dickenverlauf geben die Verfasser den genauen Wert der Deformation des Zylinderrandes an. Für den exponentialen Dickenverlauf werden bloss die obere und untere Grenze der Einflussgrössen angegeben. N. Gorbatov [9] untersucht die Verformungen und den Spannungszustand der Schalen mit Hilfe der Methode schrittweiser Näherungen. Diese Methode ermöglicht die Rotationsschalen mit den Meridianen beliebiger Form und Dicke zu lösen.

2. Methode schrittweiser Näherungen

Wie bereits erwähnt sind die bis heute vorgelegten theoretischen Lösungen der kurzen Zylinderschale veränderlicher Dicke für eine praktische Anwendung nicht nur problematisch, sondern sie sind speziell auf eine bestimmte Form des Dickenverlaufs der Schale mit Rücksicht auf die Möglichkeit der Lösung der differentialen Grundgleichung eingestellt.

In diesem Artikelabschnitt wird der Fall einer kurzen Zylinderschale vom beliebig veränderlicher Dicke und Belastung behandelt. Die Belastung und Temperatur sind drehsymmetrisch. In der Berechnung wird auch der Einfluss der Veränderlichkeit des Elastizitätsmodul und der Wärmedehnzahl in Abhängigkeit von der Temperatur respektiert.

Um eine genaue Lösung der differentialen Grundgleichung zu gewinnen, hat man die Methode schrittweiser Näherungen angewandt weil die Funktionen, die in diesen Gleichungen vorkommen, die Lipschitz-Picardschen sowie die anderen erforderlichen Bedingungen erfüllen. Die schrittweisen Näherungen konvergieren deshalb in einem bestimmten Bereich zu einer genauen Lösung.

Die Lösung, die mit der Methode schrittweiser Näherungen vorgenommen wird, führt, wie es bekannt ist, auf einfache Integrale zurück, die man jedenfalls auch numerisch durchführen kann. Bis heute hat man die Methode schrittweiser Näherungen wegen der Schwierigkeiten, die eine geeignete Wahl von Ausgangsfunktionen vorbereitete, nicht verwendet.

Mit Bezug auf das rasche Ausklingen der Randwirkungen kann man mit Vorteil zu Ausgangsfunktionen die den unendlich starren Meridianen entsprechende Lösungen wählen. Weitere Näherungen drücken dann eigentlich die Verschiebung bzw. die Teildrehung von Elementen der Zylinderschale mit Bezug auf die vorausgehende Gleichgewichtslage aus.

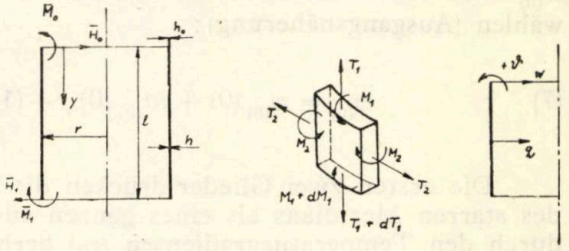
Bei der Ableitung von Grundbeziehungen gehe man im weiteren von den Gleichungen einer orthotropen Zylinderschale aus.

Die Gleichung des Gleichgewichts (eine radiale Belastung)

$$(1) \qquad \mathrm{d}(Hr)/(l\mathrm{d}\eta) - T_2 - qr = 0, \quad \mathrm{d}(M_1 r)/(l\mathrm{d}\eta) + Hr = 0;$$

hier bedeuten: r — Halbmesser der Zylinderschale, M_1 — Einheits-Biegemoment, dessen Achse in der Tangente zum Meridian liegt, T_2 — Einheitskraft in der Richtung der Tangente zum Breitenkreis, H — Einheitsschubkraft, q — Belastung in der zur Rotationsachse (Abb. 1) winkelrechten Richtung, $\eta = x/l$, l — Länge der Zylinderschale.

Nun sollen zuerst die Beziehungen zwischen dem Elastizitätsmodul und der Querkontraktion des orthotropen Werkstoffes beim ebenen Spannungszustand untersucht werden. Bezeichne man die Normalspannung und den Elastizitätsmodul in der Richtung der Mantellinie bzw. des Parallelenkreises mit σ_1 bzw. σ_2 und E_1 bzw. E_2 und mit $\nu_{1,2}$ bzw. $\nu_{2,1}$ sei weiter das Poissonsche Verhältniss bezeichnet, das der Mantellinie bzw. dem Parallelenkreis der Zylinderschale entspricht. Auf Grund des Überlagerungsgesetzes kann man die relative Deformation in der Richtung *1* bzw. *2* folgenderweise ausdrücken:



$$\eta = \frac{y}{l}, \quad \lambda = \frac{l}{r}, \quad \delta = \frac{h}{h_0}$$

Abb. 1

$$(2) \qquad \varepsilon_1 = \sigma_1/E_1 - \nu_{1,2}\,\sigma_2/E_2,$$

bzw.

$$(3) \qquad \varepsilon_2 = \sigma_2/E_2 - \nu_{2,1}\,\sigma_1/E_1.$$

Die Beziehung zwischen $E_1, E_2, \nu_{2,1}$ und $\nu_{1,2}$ ergibt sich aus dem Maxwellschen Theorem

$$(4) \qquad E_1 \nu_{1,2} = E_2 \nu_{2,1}.$$

Die Grundgleichungen der orthotropen Zylinderschale sind

$$(5) \qquad \begin{cases} T_2 = -E_2 h\,[w/r + \alpha_2 T(\eta)], \\ M_2 = -\{E_2 h^3/[12\,(1 - \nu_{1,2}\,\nu_{2,1})]\}\,\nu_{2,1}\,[\mathrm{d}\vartheta/(l\mathrm{d}\eta)], \\ M_1 = -\{E_1 h^3/[12\,(1 - \nu_{1,2}\,\nu_{2,1})]\}\,[\mathrm{d}\vartheta/(l\mathrm{d}\eta)], \quad \mathrm{d}w/(l\mathrm{d}\eta) = \vartheta, \end{cases}$$

wo: M_2 — das Einheits-Biegemoment, dessen in der den Parallelkreis berührenden Tangente liegt, w—die elastische Verschiebung des Punktes der zentrischen Fläche in der Richtung der Rotationsachse, ϑ — Teil-

drehung des Meridians durch Einwirkung der elastischen Deformation.

Sei nun als Ausgangsnäherung eine dem unendlich starren Meridian entsprechende Lösung gewählt, d.i. $E_1 \to \infty$. In diesem Fall ist nach (4) $\nu_{1,2} = 0$ und die Grundbeziehungen (5) werden auf eine einzige Gleichung für $T_{2(0)}$ zurückgeführt; nach (2) und (3) fallen die Glieder mit $\nu_{2,1}$ weg ($E_2 = E, \alpha_2 = \alpha$):

$$T_{2(0)} = -Eh[w_{(0)}/r + \alpha T(\eta)]. \tag{6}$$

Bezeichnet man mit $w_{(0)}$ bzw. $\vartheta_{(0)}$ die Verschiebung bzw. Teildrehung der Mantellinie im Anfangspunkt $\eta = 0$, kann man die Verschiebungen w weiterer Punkte des Meridians-Trägers als Funktionen $\vartheta_{(0)}$ und $w_{(0)}$ ausdrücken. Die Form dieser Funktion kann man z. B. folgenderweise wählen (Ausgangsnäherung):

$$\bar{w}_{(0)} = w_{(0)}(0) + l\vartheta_{(0)}(0)\eta - (1+\nu) l^2 \int_0^\eta \mathrm{d}\eta \int_0^\eta \alpha t(\eta)\,\mathrm{d}\eta. \tag{7}$$

Die ersten zwei Glieder drücken die Verschiebung und Teildrehung des starren Meridians als eines ganzen aus; das letzte Glied drückt die durch den Temperaturgradienten $t(\eta)$ herbeigeführte Durchbiegung aus.

Man setzt dabei voraus, dass sich die Temperatur nach der Zylinderdicke linear ändert. Dann ist die resultierende Temperatur des beliebigen Behälterpunktes mit der Beziehung (der stationäre Zustand) [12]:

$$T^*(\eta) = [f_1(\eta) + f_2(\eta)]/2 + (z/h)[f_1(\eta) - f_2(\eta)] = T(\eta) + zt(\eta) \tag{8}$$

gegeben, wo h der Zylinderdicke gleichkommt; die Funktionen $f_1(\eta), f_2(\eta)$ geben den Temperaturverlauf auf der inneren bzw. äusseren ($z = \pm h/2$) Oberfläche der Schale an. Aus dem Ausdruck (8) folgt, dass die Funktion $T(\eta)$ den Temperaturverlauf der zentrischen Fläche und die Funktion $t(\eta)$ den Verlauf des Temperaturgradienten längs der Zylindermantellinie angeben.

Durch Einsetzung von (7) in den Ausdruck (6) bestimmt man $T_{2(0)}$ und aus den Gleichgewichtsgleichungen (1) wird dann die verschiebende Kraft $H_{(0)}$ bzw. das Einheits-Biegemoment $M_{1(0)}$ ermittelt. Die Teildrehung der Mantellinie $\vartheta_{(0)}$ und Verschiebung $w_{(0)}$ werden dann aus den Randbedingungen am Rande $\eta = 1$ des Zylinderbehälters bestimmt.

3. Bestimmung weiterer Näherungen

Bezeichne man die n-te Näherung ϑ und w mit

$$\begin{cases} \vartheta_{(n)}(\eta) = \bar{\vartheta}_{(0)}(\eta) + \sum_{j=1}^{n} \chi_j(\eta), \quad \bar{\vartheta}_{(0)}(\eta) = \vartheta_{(0)}(0) - (1+\nu) l \int_0^\eta \alpha t(\eta)\,\mathrm{d}\eta. \\ w_{(n)}(\eta) = \bar{w}_{(0)}(\eta) + \sum_{i=1}^{n} \omega_j(\eta), \end{cases} \tag{9}$$

wo $\chi_j(\eta)$ bzw. $\omega_j(\eta)$ den Korrektionen zur $(j-1)$-ten Näherung gleichkommen. Ähnlich kann man auch die Einheitskräfte T_2, H und Momente M_1 bzw. M_2 ausdrücken.

Für die n-te Näherung gilt

$$(10)\quad \begin{cases} T_{2(n)} = T_{2(0)} + \sum_{j=1}^{n} \mathfrak{T}_{2(j)}, \quad H_{(n)} = H_{(0)} + \sum_{j=1}^{n} \mathfrak{H}_{(j)}, \\ M_{1,2\,(n)} = M_{1,2\,(0)} + \sum_{j=1}^{n} \mathfrak{M}_{1,2\,(j)}, \end{cases}$$

wo $\mathfrak{T}_{2(j)}$, $\mathfrak{H}_{(j)}$, bzw. $\mathfrak{M}_{1,2\,(j)}$ Korrektionen zu den Werten $T_{2(0)}$, $H_{(0)}$ bzw. $M_{1,2\,(0)}$ der Nullapproximation sind.

Setzt man die entsprechenden Ausdrücke (10) in die Gleichgewichtsgleichungen (1) ein, bekommt man z. B. für die j-ten Korrektionen $\mathfrak{H}_{(j)}$ und $\mathfrak{M}_{1(j)}$ folgende Beziehungen

$$(11)\quad \mathrm{d}(\mathfrak{H}_{(j)} r)/(l\,\mathrm{d}\eta) - \mathfrak{T}_{2\,(j)} = 0, \quad \mathrm{d}(\mathfrak{M}_{1(j)})/(l\,\mathrm{d}\eta) + \mathfrak{H}_{(j)} r = 0,$$

da die Einheitskräfte und Momente der Nullapproximation die Gleichgewichtsbedingungen bereits erfüllen. Die Zusatzkorrektionen bilden also in jeder Näherung ein System der inneren Kräfte, das sich an sich im Gleichgewicht befindet, d. i. an den Schalenrändern gilt die Gleichung

$$(12)\quad \left.\begin{matrix} \eta = 0 \\ \eta = 1 \end{matrix}\right\}, \quad \mathfrak{H}_{(j)} = \mathfrak{M}_{1\,(j)} = 0.$$

Durch Umformung vom (5) ergeben sich für die j-te Korrektion (ein isotroper Werkstoff) folgende Ausdrücke:

$$(13\,\mathrm{a})\quad \mathrm{d}\chi_{(j)}/\mathrm{d}\eta = -\,[12\,l/(Eh^3)]\,(\mathfrak{M}_{1(j-1)} - \nu\,\mathfrak{M}_{2(j-1)}),$$

$$(13\,\mathrm{b})\quad \mathrm{d}\omega_{(j)}/\mathrm{d}\eta = l\,\chi_j.$$

Ausserdem gilt es

$$(14)\quad \mathfrak{T}_{2j} = -\,(Eh/r)\omega_j, \quad \mathfrak{M}_{2j} = \nu\,\mathfrak{M}_{1j}.$$

4. Bestimmung der Nullapproximation

Durch Einsetzen der Beziehung (7) in die Gleichgewichtsgleichung (1) ergibt sich nach der Integration

$$(15)\quad \begin{cases} H_{(0)} = \overline{H}_0 - E_0 \lambda h_0 [w^*_{(0)}(0)\, I_1^{(1)}(\eta) + \lambda\, \vartheta_{(0)}(0)\, I_1^{(2)}(\eta) + \alpha_0 I_1^{(3)}(\eta) - \\ \qquad - (1+\nu)\,\lambda\, l\, \alpha_0 I_1^{(4)}(\eta)] + \lambda\, r\, I_1^{(5)}(\eta), \\ M_{1(0)} = \overline{M}_0 - l\,\overline{H}_0\,\eta + E_0 \lambda\, l\, h_0 [w^*_{(0)}(0)\, I_2^{(1)}(\eta) + \lambda\, \vartheta_{(0)}(0)\, I_2^{(2)}(\eta) + \\ \qquad + \alpha_0 I_2^{(3)}(\eta) - (1+\nu)\,\lambda\, l\, \alpha_0 I_2^{(4)}(\eta)] - \lambda\, r\, l\, I_2^{(5)}(\eta), \end{cases}$$

wo $\bar{M}_0$, $\bar{H}_0$ dem Einheits-Biegungsmoment und der am Schalenrande $\eta = \eta_0$ wirkenden Schubkraft gleichen.

Weiter hat man dimensionslose Grössen

$$w^* = w/r, \quad E^*(\eta) = E(\eta)/E_0, \quad \alpha^*(\eta) = \alpha(\eta)/\alpha_0, \quad \lambda = l/r, \quad \delta(\eta) = h/h_0$$

eingeführt. E_0, α_0 sind Werte des Elastizitätsmoduls und der Wärmedehnzahl im Anfang $\eta = 0$. Die Integrale der einzelnen Funktionen werden mit dem Buchstaben I bezeichnet, wo der untere Index die Anzahl durchgeführter Integrationen ausdrückt. Die Bezeichnung einzelner Integrale ist

$$I_1^{(1)}(\eta) = \int_0^\eta E^*(\eta)\,\delta(\eta)\,\mathrm{d}\eta, \qquad I_1^{(2)}(\eta) = \int_0^\eta E^*(\eta)\,\delta(\eta)\,\eta\,\mathrm{d}\eta,$$

$$I_1^{(3)}(\eta) = \int_0^\eta E^*(\eta)\,\delta(\eta)\,\alpha^*(\eta)\,T(\eta)\,\mathrm{d}\eta, \qquad I_1^{(4)}(\eta) = \int_0^\eta E^*(\eta)\,\delta(\eta)\,F(\eta)\,\mathrm{d}\eta,$$

$$I_1^{(5)}(\eta) = \int_0^\eta q(\eta)\,\mathrm{d}\eta$$

wo:

$$F(\eta) = \int_0^\eta \mathrm{d}\eta \int_0^\eta \alpha^*(\eta)\,t(\eta)\,\mathrm{d}\eta,$$

h_0 ist die Dicke im Anfangspunkt $\eta = 0$.

Die Konstanten $\vartheta_{(0)}(0)$ bzw. $w^*_{(0)}(0)$ werden aus den Randbedingungen $\eta = 1$, $M_{10} = \bar{M}_1$, $H_{(0)} = \bar{H}_1$ ermittelt.

Aus der Gleichungen (15) bekommt man nach einer weiteren Umformung

A. $\eta = 0$

$$(16)\quad \begin{cases} \vartheta_{(0)}(0) = \dfrac{1}{E_0 h_0 \lambda^2}\left\{ \sum_{s=0}^{1} (\beta_s^{(1)} \bar{H}_s + \varphi_s^{(1)} \bar{M}_s) + \zeta \sum_{s=0}^{2} a_s A^{(1,s+3)}(1) \right\} = \\ \qquad = G^{(1)}_{(0)}/(E_0 h_0 \lambda^2), \\ w^*_{(0)}(0) = -\dfrac{1}{E_0 h_0 \lambda}\left\{ \sum_{s=0}^{1} (\beta_s^{(2)} \bar{H}_s + \varphi_s^{(2)} \bar{M}_s) + \zeta \sum_{s=0}^{2} a_s A^{(2,s+3)}(1) \right\} = \\ \qquad = -G^{(2)}_{(0)}/(E_0 h_0 \lambda); \end{cases}$$

B. $\eta = 1$

$$(17)\quad \begin{cases} \vartheta_{(0)}(1) = \vartheta_{(0)}(0) - (1+\nu)\, lF'(1), \quad F'(\eta) = \mathrm{d}F/(l\mathrm{d}\eta), \\ w^*_{(0)}(1) = w^*_{(0)}(0) + \lambda\vartheta_{(0)}(0) - (1+\nu)\,\lambda l F(1), \end{cases}$$

wo

$$(17\,a)\quad \begin{cases} \beta_0^{(i)} = [I_1^{(i)}(1) - I_2^{(i)}(1)]/A^{(1,2)}, \quad \beta_1^{(i)} = I_2^{(i)}(1)/A^{(1,2)}, \\ \varphi_0^{(i)} = -\varphi_1^{(i)} = -I_1^{(i)}(1)/(lA^{(1,2)}), \quad \zeta = E_0 h_0 \lambda / A^{(1,2)}, \quad (i = 1,\ 2), \end{cases}$$

$A^{(i,j)} = I_1^{(i)}(1)\, I_2^{(j)}(1) - I_2^{(i)}(1)\, I_1^{(j)}(1)$ und die Koeffizienten a_s, $a_0 = -\alpha_0$, $a_1 = \alpha_0(1+\nu)\lambda l$, $a_2 = r/(E_0 h_0)$.

Die Einflussgrössen β und φ drücken die Deformation bzw. die Teildrehung des Anfangsrandes der Zylinderschale aus, die durch die Einheitsschubkraft bzw. durch das Einheitsmoment herbeigeführt wurden. Das letzte Glied in den Ausdrücken (16) berücksichtigt den Einfluss der ungleichmässigen Verteilung der Temperaturen und der Radialdrücke längs der Zylinderachse.

Weitere Näherungen werden an Hand der Ausdrücke (13) und (14) bestimmt. Z. B für die j-te Näherung gilt allgemein der Ausdruck

$$(18)\qquad \mathrm{d}\chi_j/\mathrm{d}\eta = -(l/D_0)\,[\mathfrak{M}_{1(j-1)}/(E^*\delta^3)],$$

wo

$$D_0 = E_0 h_0^3/[12(1-\nu^2)].$$

Der Verlauf der Momente $\mathfrak{M}_{1(j-1)}$ ist aus der vorigen Näherung bekannt. Nach der Integration der Beziehungen (18) und (13 b) ergibt sich

$$(19)\qquad \chi_j = \chi_{0(j)} - (l/D_0)\,\bar{I}_1^{(j)}(\eta), \quad \omega_j^* = \omega^*_{0(j)} + \lambda\chi_{0(j)}\,\eta - (\lambda l/D_0)\,\bar{I}_2^{(j)}(\eta),$$

wo

$$\bar{I}_1^{(j)}(\eta) = \int_0^\eta \frac{1}{E^*\delta^3}\,\mathfrak{M}_{1(j-1)}\,\mathrm{d}\eta, \quad (j = 1, 2, \ldots), \quad \omega^*_{0j} = \omega_{0j}/r.$$

Aus der Gleichung (11) bestimmt man die j-te Korrektion $\mathfrak{H}_{(j)}$ bzw. $\mathfrak{M}_{1(j)}$. Durch schrittweise Integration ergibt sich

$$(20)\quad \begin{cases} \mathfrak{H}_{(j)} = -E_0 h_0 \lambda\,[\omega^*_{0(j)}\, I_1^{(1)}(\eta) + \lambda\chi_{0(j)}\, I_1^{(2)}(\eta) - (\lambda l/D_0)\,\bar{\bar{I}}_1^{(j)}(\eta)], \text{ bzw.} \\ \mathfrak{M}_{1(j)} = E_0 h_0 \lambda l\,[\omega^*_{0(j)}\, I_2^{(1)}(\eta) + \lambda\chi_{0(j)}\, I_2^{(2)}(\eta) - (\lambda l/D_0)\,\bar{I}_2^{(j)}(\eta)], \end{cases}$$

wo

$$\bar{\bar{I}}_1^{(j)}(\eta) = \int_0^\eta E^*(\eta)\delta(\eta)\,\bar{I}_2^{(j)}(\eta)\,\mathrm{d}\eta.$$

Die Konstanten $\omega^*_{0(j)}$ und $\chi_{0(j)}$ werden aus den homogenen Randbedingungen für $\eta = 1$, $\mathfrak{H}_{(j)} = \mathfrak{M}_{1(j)} = 0$ bestimmt. Nach einfacher Umformung bekommt man

$$\chi_{0(j)} = [l/(D_0 A^{(1,2)})]\, B^{(1,j)}, \quad \text{bzw.} \quad \omega^*_{0(j)} = -[\lambda l/(D_0 A^{(1,2)})]\, B^{(2,j)}, \tag{21}$$

wo

$$B^{(i,j)} = I_1^{(i)}(1)\,\bar{I}_2^{(j)}(1) - I_2^{(i)}(1)\,\bar{I}_1^{(j)}(1), \quad (j = 1, 2, \ldots),$$

stellt dabei die Reihenfolge der Korrektion dar. Füt $j=1$ ist $\mathfrak{M}_{1,0} = M_{1(0)}$, wobei $M_{1(0)}$ mit dem Ausdruck (16) ausgedrückt ist. Durch Einsetzen der Ausdrücke (21) in die zweite der Gleichungen (20) bekommt man

$$\mathfrak{M}_{1(j)} = 4L^4\{[B^{(1,j)}\, I_2^{(2)}(\eta) - B^{(2,j)}\, I_2^{(1)}(\eta)]/A^{(1,2)} - \bar{I}_2^{(j)}(\eta)\}. \tag{22}$$

Die resultierenden Deformationen des Schalenrandes nach der n-ten Approximation (s. den Ausdruck (9)) sind

A. $\eta = 0$

$$\begin{cases} \vartheta_{(n)}(0) = \dfrac{1}{E_0 h_0 \lambda}\left[G^{(1)}_{(0)} + \dfrac{4L^4}{lA^{(1,2)}} \sum\limits_{j=1}^{n} B^{(1,j)}(1)\right], \\ w^*_{(n)}(0) = -\dfrac{1}{E_0 h_0 \lambda^2}\left[G^{(2)}_{(0)} + \dfrac{4L^4}{lA^{(1,2)}} \sum\limits_{j=1}^{n} B^{(2,j)}(1)\right], \quad (n = 1, 2, 3, \ldots); \end{cases} \tag{23}$$

B. $\eta = 1$

$$\begin{cases} \vartheta_{(n)}(1) = \vartheta_{(n)}(0) - (l/D_{(0)})\, I_1^{*(n)}(1) - (1+\nu) l F'(1), \quad I_1^{*(n)} = \int\limits_0^{\eta} \dfrac{1}{E^* \delta^3}\, M_{1(n-1)}\, \mathrm{d}\eta, \\ w^*_{(n)}(1) = w^*_{(n)}(0) + \lambda \vartheta_{(n)}(0) - (\lambda l/D_0)\, \bar{I}_2^{*(n)}(1) - (1+\nu)\lambda l F(1), \end{cases} \tag{24}$$

wo

$$L^4 = [3(1-\nu^2)/(r^2 h_0^2)]/l^4 = \xi^4 l^4.$$

Die Schubkraft $H_{(n)}$ und das Biegungsmoment $M_{1(n)}$ nach der n-ten Näherung sind

$$\begin{cases} H_{(n)} = H_{(0)} - \dfrac{4L^4}{lA^{(1,2)}} \sum\limits_{j=1}^{n} [I_1^{(1)}(\eta)\, B^{(2,j)} - \lambda I_1^{(2)}(\eta)\, B^{(1,j)} + A^{(1,2)}\, \bar{I}_1^{(j)}(\eta)], \\ M_{1(n)} = M_{1(0)} - \dfrac{4L^4}{A^{(1,2)}} \sum\limits_{j=1}^{n} [I_2^{(1)}(\eta)\, B^{(2,j)} - \lambda I_2^{(2)}(\eta)\, B^{(1,j)} + A^{(1,2)}\, \bar{I}_2^{(j)}(\eta)], \\ M_{2(n)} = \nu(M_{1(n)} + m_{2(0)}), \end{cases} \tag{25}$$

wo

$$m_{2(0)} = \{Eh^3/[12(1-\nu^2)]\}\, \alpha t(\eta).$$

Die resultierenden Beanspruchungen an der beliebigen Schalenstelle:
a) in der Umfangsrichtung

$$\sigma_1 = \pm E\alpha h t(\eta)/[2(1-\nu)] \mp 6 M_{1(n)}/h^2; \tag{26}$$

b) in der Parallelenrichtung

$$\sigma_2 = \pm E\alpha h t(\eta)/[2(1-\nu)] \mp 6 M_{2(n)}/h^2 + T_{2(n)}/h. \tag{27}$$

In Bezug darauf, dass die zweite und die weiteren Näherungen bei einem kurzen Zylinder verhältnissmässig kleinen Einfluss auf den gesamten Spannungszustand der Schale ausüben, kann man in diesen Näherungen der Vereinfachung halber die Dicke als konstant voraussetzen. Es wird dabei der Mittelwert der Dicke des untersuchten Intervals gewählt.

Die Konvergenz der schrittweisen Näherungen ist etwa so rasch, wie die Konvergenz der Potenzreihe [11] und ist desto besser, je die Zylinderschale kürzer und ihre Dicke grösser ist. Für die Schalen mit der Länge $l < 1{,}2\sqrt{rh}$ braucht man bei der in der technischen Praxis üblichen Genauigkeit bloss die Null- bzw. die erste Näherung zu betrachten. Die Anwendung der Null- bzw. der ersten Näherung ist besonders für die Ableitung der Näherungsformeln, vor allem dann für die vorläufigen Berechnungen von komplizierten Schalenkonstruktionen vorteilhaft. Das vorliegende Verfahren wurde bei den Festigkeitsberechnungen der Gehäuse von Wasser- und Dampfturbinen verwendet und die theoretischen Berechnungen wurden auch experimentell überprüft.

Im weiteren behandelt man die Bestimmung der Randeinflussgrössen β und φ einer Zylinderschale von veränderlicher Dicke, die am Rande durch Schubkräfte und Momente belastet ist. Der Belastungs- bzw. Temperaturverlauf ist mit einem Polynom des m-ten bzw. n-ten Grades gegeben. In einer Polynomform drückt man auch den Verlauf der Schalendicke aus.

Der Temperaturverlauf

$$T(\eta) = \sum_{i=0}^{n} a_i \eta^i, \quad t(\eta) = \frac{1}{h} \sum_{i=0}^{n} b_i \eta^i. \tag{28}$$

Der Verlauf der Radialdrücke

$$q = q_0 \sum_{i=0}^{m} c_i \eta^i. \tag{29}$$

Der Dickenverlauf

$$h = h_0 \sum_{i=0}^{s} d_i \eta^i, \quad d_0 = 1. \tag{30}$$

Für den Elastizitätsmodul und Wärmedehnzahl werden Mittelwerte genommen.

Führe man nun den Verlauf des Temperaturgradienten (28) mit Hilfe des Ausdrucks (30) auf die folgende Form über

$$t(\eta) = \frac{1}{h_0} \sum_{i=0}^{n'} b_i \eta^i, \tag{31}$$

wo die Koeffizienten $\bar{b}_i$ z.B. mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten oder nach [15] bestimmt werden.

Die Einflussgrössen β_0, β_1 bzw. φ_0, φ_1 kann man dann folgenderweise ausdrücken:

$$(32)\quad \begin{cases} \beta_0^{(1)} = \dfrac{1}{A^{(1,2)}} \sum\limits_{i=0}^{s} \dfrac{d_i}{i+2}, \quad \varphi_0^{(1)} = -\dfrac{1}{l\,A^{(1,2)}} \sum\limits_{i=0}^{s} \dfrac{d_i}{i+1}, \\ \beta_1^{(1)} = \dfrac{1}{A^{(1,2)}} \sum\limits_{i=0}^{s} \dfrac{d_i}{(i+1)(i+2)}, \quad \varphi_1^{(1)} = -\varphi_0^{(1)}. \end{cases}$$

Ausserdem gilt es

$$(33)\quad \begin{cases} \beta_0^{(2)} = \dfrac{1}{A^{(1,2)}} \sum\limits_{i=0}^{s} \dfrac{d_i}{i+3}, \quad \varphi_0^{(2)} = -\dfrac{1}{l\,A^{(1,2)}} \sum\limits_{i=0}^{s} \dfrac{d_i}{i+2}, \\ \beta_1^{(2)} = \dfrac{1}{A^{(1,2)}} \sum\limits_{i=0}^{s} \dfrac{d_i}{(i+2)(i+3)}, \quad \varphi_1^{(2)} = -\varphi_0^{(2)}, \end{cases}$$

wo

$$A^{(1,2)} = \sum_{j,i=0}^{s} \frac{i-j-1}{(i+1)(i+2)(j+2)(j+3)}\, d_i d_j.$$

Die Ausdrücke (32) bzw. (33) gestatten, schon in der ersten Näherung (der Nullapproximation) die Teildrehung bzw. die radiale Deformation von Rändern einer durch die Randkräfte und Momente belasteten kurzen Zylinderschale von veränderlicher Dicke zu bestimmen. Durch Einsetzen der entsprechenden Entwicklungen für $q(\eta)$ und $T(\eta)$ bzw. $t(\eta)$ in den Ausdruck (23), bekommt man in der Nullnäherung den Drehwinkel bzw. die radiale Deformation in der Form

A. $\eta = 0$

$$\vartheta_{(0)}(0) = \frac{1}{E_0 h_0 \lambda^2} \left\{ \sum_{j=0}^{1} \beta_j^{(1)} \bar{H}_j + \varphi_j^{(1)} \bar{M}_j - \right.$$

$$(34)\quad - \frac{E_0 h_0 \lambda}{A^{(1,2)}} \left[\alpha \sum_{i,j,k=0}^{i,j=s,k=n} \frac{i-j-k}{(i+1)(i+2)(k+j+1)(k+j+2)}\, d_i d_j a_k + \right.$$

$$+ \frac{(1+\nu)\, l \lambda \alpha}{h_0} \sum_{i,j,k=0}^{i,j=s,k=n'} \frac{i-j-k-2}{(i+1)(i+2)(k+1)(k+2)(j+k+3)(j+k+4)}\, d_i d_j \bar{b}_k +$$

$$\left. \left. + \frac{r q_0}{E_0 h_0} \sum_{i,j=0}^{i=s,j=m} \frac{i-j}{(i+1)(i+2)(j+1)(j+2)}\, d_i c_j \right] \right\},$$

bzw.

$$w_0^*(0) = -\frac{1}{E_0 h_0 \lambda}\left\{\sum_{j=0}^{1}\beta_j^{(2)}\bar{H}_j + \varphi_j^{(2)}\bar{M}_j - \right.$$

$$-\frac{E_0 h_0 \lambda}{A^{(1,2)}}\left[\alpha\sum_{i,j,k=0}^{i,j=s,k=n}\frac{i-j-k+1}{(i+2)(i+3)(j+k+1)(j+k+2)}d_i d_j a_k + \right.$$

(35)

$$+\frac{(1+\nu)\,l\lambda\alpha}{h_0}\sum_{i,j,k=0}^{i,j=s,k=n'}\frac{i-j-k-1}{(i+2)(i+3)(k+1)(k+2)(j+k+3)(j+k+4)}d_i d_j \bar{b}_k +$$

$$\left.\left.+\frac{r q_0}{E_0 h_0}\sum_{i,j=0}^{i=s,j=m}\frac{i-j+1}{(i+2)(i+3)(j+1)(j+2)}d_i c_j\right]\right\};$$

B. $\eta = 1$

(36)

$$\begin{cases}\vartheta_{(0)}(1) = \vartheta_{(0)}(0) - \dfrac{(1+\nu)\,l\alpha}{h_0}\displaystyle\sum_{i=0}^{n'}\frac{\bar{b}_i}{i+1},\\[2ex] w_{(0)}^*(1) = w_{(0)}^*(0) + \lambda\,\vartheta_{(0)}(0) - \dfrac{(1+\nu)\,\lambda l}{h_0}\displaystyle\sum_{i=0}^{n'}\frac{\bar{b}_i}{(i+1)(i+2)}.\end{cases}$$

5. Bestimmung weiterer Näherungen

Wird die entsprechende Deformation des Ausdrucks (20) durchgeführt, kann man die Schubkraft und das Biegungsmoment in der Nullnäherung folgenderweise ausdrücken:

$$H_{(0)} = \bar{H}_0 - E_0\lambda h_0\left[w_{(0)}^*(0)\sum_{i=0}^{s}\frac{d_i}{i+1}\eta^{i+1} + \lambda\,\vartheta_{(0)}(0)\sum_{i=0}^{s}\frac{d_i}{i+2}\eta^{i+2} + \right.$$

(37)

$$+\alpha\sum_{i,k=0}^{i=s,k=n}\frac{d_i a_k}{i+k+1}\eta^{i+k+1} - \frac{(1+\nu)\lambda l\alpha}{h_0}\sum_{i,k=0}^{i=s,k=n'}\frac{\bar{b}_k d_i}{(i+k+3)(k+1)(k+2)}\eta^{i+k+3}\Big] +$$

$$+\lambda r q_0\sum_{i=0}^{m}\frac{c_i}{i+1}\eta^{i+1} = H_0 - R_{i,k}(\eta),$$

$$M_{1(0)} = \bar{M}_0 - l\bar{H}_0\eta + l\int_0^{\eta}R_{i,k}(\eta)\,\mathrm{d}\eta = \sum_{j=0}^{p_1}\psi_{(j)}^{(1)}\eta^j, \quad p_1 = n' + s + 3, \tag{38}$$

wo $\psi_{(j)}^{(1)}$ den einzelnen Koeffizienten bei den Potenzen η^i entsprechen.

Die ersten und folgenden Näherungen von $\chi_{0(j)}$ bzw. $\omega_{0(j)}$, bestimmt man nach den allgemeinen Ausdrücken. Dazu braucht man das Verhältniss $1/h^3$ nach den Potenzen η auszudrücken. Man kann, wie bekannt, die Produkte von Polynomen in der Form

$$h^3 = h_0^3\sum_{i=0}^{3s}\left[B_0 d_i + B_1 d_{i-1} + B_2 d_{i-2} + \cdots + B_i d_0\right]\eta^i \tag{39}$$

schreiben, wo

$$B_0 = 1, \quad B_1 = 2d_1, \quad B_2 = 2d_2 + d_1^2, \ldots,$$

$$B_i = d_i + d_1 d_{i-1} + d_2 d_{i-2} + \ldots + d_i d_0, \quad d_0 = 1.$$

Schränkt man sich auf die endliche Gliederzahl ein, ergibt sich

$$\frac{1}{h^3} = \frac{1}{h_0^3} \sum_{i=0}^{n''} b_i^* \eta^i, \tag{40}$$

wo z. B. erneut mit der Methode der unbestimmten Koeffizienten ermittelt wird. Nach der Gleichung (19) gilt es dann

$$\chi_{0(1)} = \frac{l}{D_0 A^{(1,2)}} \sum_{i,u,v,k=0}^{k=p,u=n'',v=i=s} \left(\frac{1}{u+v+k+4} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{i+2} \right) \frac{\psi_k^{(1)} b_u^* d_v d_i}{(k+u+1)(k+u+2)(k+u+v+3)(i+1)} = [l/(D_0 A^{(1,2)})] G_i^{(1)}, \tag{41}$$

bzw.

$$\omega_{0(1)}^* = - \frac{\lambda l}{D_0 A^{(1,2)}} \sum_{i,u,v,k=0}^{k=p,u=n'',v=i=s} \left(\frac{1}{u+v+k+4} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{i+3} \right) \frac{\psi_k^{(1)} b_u^* d_v d_i}{(k+u+1)(k+u+2)(k+u+v+3)(i+2)} = - [\lambda l/(D_0 A^{(1,2)})] G_{(i+1)}^{(1)},$$

wobei $G_{(i+1)}^{(1)}$ bedeutet, dass man im Nenner des entsprechenden Ausdrusks $i+1$ anstatt i schreibt (s. die Formeln (41)).

Am entgegengesetzten Schalenrande ($\eta = 1$):

$$\begin{cases} \chi_{1(1)} = \chi_{0(1)} - \dfrac{l}{D_0} \displaystyle\sum_{k,u=0}^{k=p,u=n''} \dfrac{\psi_k^{(1)} b_u^*}{k+u+1}, \text{ bzw.} \\ \omega_{1(1)}^* = - \dfrac{\lambda l}{D_0} \left[\dfrac{1}{A^{(1,2)}} (G_{(i+1),u,v,k} - G_{i,u,v,k}) + \displaystyle\sum_{k,u=0}^{k=p,u=n''} \dfrac{\psi_k^{(1)} b_u^*}{(k+u+1)(k+u+2)} \right]. \end{cases} \tag{42}$$

Führt man die entsprechenden Integrationen des zweiten der Ausdrücke (20) durch, kann man das Biegungsmoment in der j-ten Näherung folgenderweise ausdrücken:

$$\mathfrak{M}_{1(j)} = \sum_{i=0}^{p_j} \psi_i^{(j)} \eta^i. \tag{43}$$

Jede beliebige Näherung der Verschiebung $\omega_{0(j)}$ bzw. Teildrehung $\chi_{0(j)}$ des Randes $\eta = 0$ kann man mit den ähnlichen Ausdrücken darstellen, wie z.B. $\chi_{0(1)}$ und $\omega_{0(1)}$. Anstatt $\psi_i^{(1)}$ wird freilich $\psi_i^{(j)}$ eingesetzt. Es gilt folglich, dass

$$\chi_{0(j)} = [l/(D_0 A^{(1,2)})] G_i^{(j)} \text{ und } \omega_{0(j)} = - [l\lambda/(D_0 A^{(1,2)})] G_{(i+1)}^{(j)}, \tag{44}$$

wo

$$G_i^{(j)} = \sum_{i,u,v,k=0}^{k=p_j,u=n'',v=i=s} \left(\frac{1}{u+v+k+4} - \frac{1}{i+2} \right) \frac{\psi_k^{(j)} b_u^* d_v d_i}{(k+u+1)(k+u+2)(k+u+v+3)(i+1)}.$$

Wenn man in der j-ten Näherung $h = \text{konst.}$ setzt, dann kommen die Koeffizienten b_u^*, d_v, d_i in den Ausdrücken (44) Null gleich, wobei es gilt, dass $b_u^* = d_v = d_i = 1$ für $u = v = i = 0$.

Für diesen Fall hat man

$$(45)\quad \begin{cases} \chi_{0(j)} = \dfrac{6l}{D_0} \displaystyle\sum_{k=0}^{p_j} \dfrac{\psi_k^{(j)}}{(k+1)(k+3)(k+4)} \quad \text{und} \\ \omega_{0(j)}^* = -\dfrac{2\lambda l}{D_0} \displaystyle\sum_{k=0}^{p_j} \dfrac{\psi_k^{(j)}}{(k+2)(k+3)(k+4)}. \end{cases}$$

Die erwähnte Vereinfachung kann man von welch immer Näherung durchführen.

Als ein Beispiel der Anwendung der Methode schrittweiser Näherungen wird zuerst die Lösung eines kurzen Zylinders konstanter Dicke erwähnt, der an den Rändern mit Einheitskräften und Momenten belastet ist (Abb. 1).

a) *Nullapproximation.* In der Nullnäherung wird der Zylindermeridian als starr betrachtet. Nach den Gleichungen (32)...(35) ergibt sich ($d_0 = 1$, $d_i = 0$, $i = 1, 2, \ldots$)

A. $\eta = 0$

$$(46)\quad \begin{cases} \vartheta_{(0)}(0) = [1/(E_0 h_0 \lambda^2)]\,(12/l)\,(\bar{M}_0 - \bar{M}_1) - 6\,(\bar{H}_0 + \bar{H}_1)], \\ w_{(0)}^*(0) = -[1/(E_0 h_0 \lambda)]\,[(6/l)\,(\bar{M}_0 - \bar{M}_1) - 2\,(2\bar{H}_0 + \bar{H}_1)]. \end{cases}$$

b) *Erste Approximation.* Auf Grund der Beziehung (38) hat man

$$M_{1(0)} = \bar{M}_0 - l\,\bar{H}_0\,\eta + E_0\,\lambda l h_0 \frac{\eta^2}{2}\left[w_{(0)}^*(0) + \lambda\,\vartheta_{(0)}(0)\,\frac{\eta}{3}\right] = \sum_{i=0}^{3} \psi_i^{(1)}\,\eta^i,$$

wo

$$\psi_0^{(1)} = \bar{M}_0, \quad \psi_1^{(1)} = -l\,\bar{H}_0, \quad \psi_2^{(1)} = (E_0\,\lambda l h_0/2)\,w_{(0)}^*(0), \quad \psi_3^{(1)} = E_0\,\lambda^2\,l h_0\,\vartheta_{(0)}(0)/6.$$

Nach (41) ergibt sich dann

$$(47)\quad \begin{cases} \chi_{0(1)} = [12/(Eh_0\lambda^2 l)]\,L^4\,[(13/105)\,\bar{M}_0 + (3/70)\,\bar{M}_1] - \\ \qquad - [6\,L^4/(Eh_0\lambda^2)]\,[(11/35)\,H_0 - (13/630)\,\bar{H}_1], \\ \omega_{0(1)}^* = -[6\,L^4/(Eh_0\lambda l)]\,[(11/315)\,\bar{M}_0 + (13/630)\,\bar{M}_1] + \\ \qquad + (2\,L^4/(Eh_0\lambda)]\,[(2/105)\,\bar{H}_0 - (1/70)\,\bar{H}_1], \end{cases}$$

wo

$$L^4 = [3\,(1-\nu^2)/(r^2 h_0^2)]\,l^4,$$

bzw. nach einer einfachen Umformung

A. $\eta = 0$.

$$(48)\quad \begin{cases} \vartheta_{(1)}(0) = [12/(Eh_0\lambda^2 l)]\,\{[1 + (13/105)\,L^4]\,\bar{M}_0 - [1 - (3/70)\,L^4]\,\bar{M}_1\} - \\ \qquad - [6/(Eh_0\lambda^2)]\,\{[1 + (11/315)\,L^4]\,\bar{H}_0 + [1 - (13/630)\,L^4]\,\bar{H}_1\}, \\ w_{(1)}^*(0) = -[6/(Eh_0\lambda l)]\,\{[1 + (11/315)L^4]\,\bar{M}_0 - [1 - (13/630)\,L^4]\,\bar{M}_1\} + \\ \qquad + [2/(Eh_0\lambda)]\,\{2\,[1 + (1/105)\,L_4]\,\bar{H}_0 + [1 - (1/70)\,L^4]\,H_1\}. \end{cases}$$

B. $\eta = 1$

$$
(49)\quad \begin{cases} \vartheta_{(1)}(1) = [12/(Eh_0\lambda^2 l)]\,\{[1-(3/70)\,L^4]\,\bar{M}_0 - [1+(13/105)\,L^4]\,\bar{M}_1\} - \\ \qquad - [6/(Eh_0\lambda^2)]\,\{[1-(13/630)\,L^4]\,\bar{H}_0 + [1+(11/315)\,L^4]\,\bar{H}_1\}, \\ w^{*}_{(1)}(1) = [6/(Eh_0\lambda l)]\,\{[1-(13/630)\,L^4]\,\bar{M}_0 - [1+(11/315)\,L^4]\,\bar{M}_1\} - \\ \qquad - [2/(Eh_0\lambda)]\,\{[1-(1/70)\,L^4]\,\bar{H}_0 + 2[1+(1/105)\,L^4]\,\bar{H}_1\}. \end{cases}
$$

Aus den erwähnten Formeln bzw. Beziehungen (44) folgt, dass die Reihen sehr schnell konvergieren. Da die Glieder ein wechselndes Vorzeichen haben, ist der Fehler der durch Vernachlässigung weiterer Glieder verursacht wurde, absolut kleiner als das erste Glied des Reihenrestes. Im Vergleich mit der exakten Lösung ist der Fehler für $L < 1{,}5$ kleiner als 1%. Ist für den gegebenen Zylinder $L \geqslant 1{,}5$, muss man entweder weitere Näherungen vornehmen oder den Zylinder auf Abschnitte $L < 1{,}5$ aufteilen und die Deformationen eines jeden Abschnitts gesondert untersuchen. Die Einheitskräfte und Momente in den Berührungschnitten einzelner Zylinderabschnitte muss man aus den Bedingungen der Stetigkeit der Deformationen bestimmen.

Als ein weiteres Beispiel wird die Berechnung der Einflussgrössen β und φ eines kurzen Zylinders durchgeführt, dessen Dicke sich exponential ändert, d. i.

$$
(50)\qquad h = h_0 \exp(-a\eta).
$$

E. Reissner und B. Sledd haben in ihrer Arbeit *(op. cit.)* eine theoretische Lösung des unendlich langen Zylinders vorgelegt, dessen Dicke sich nach (50) ändert. In ihrer Lösung wurde bloss die untere und die obere Grenze der entsprechenden Einflussgrössen bestimmt, aber der Zylinder von endlicher Dicke wurde von Ihnen nicht gelöst.

Die Einflussgrössen werden mit Hilfe der Gleichung (17 a) ausgedrückt. Nach dem Einsetzen bekommt man

$$
(51)\quad \begin{cases} \beta_0^{(1)} = -[1+a-\exp(-a)]/[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)], \\ \varphi_0^{(1)} = -\varphi_1^{(1)} = a(1-\exp a)/[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)], \\ \beta_0^{(2)} = -\{a+2[1+(1/a)(1-\exp a)]\}/[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)], \\ \varphi_0^{(2)} = -\varphi_1^{(2)} = a[1+(1/a)(1-\exp a)]/[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)], \\ \beta_1^{(1)} = [1+a(1-1/a)\exp a]/[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)], \\ \beta_1^{(2)} = [1+2/a+(1-2/a)\exp a]/[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)]. \end{cases}
$$

Nach (16) und (17) hat man

A. $\eta = 0$

$$
(52)\quad \begin{cases} \vartheta_{(0)}(0) = \{[a(1-\exp a)/l]\,(\bar{M}_0 - M_1) - (1+a-\exp a)\,\bar{H}_0 + \\ \qquad + [1+(1-1/a)]\,\bar{H}_1\, a\exp a\}/\{[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)]\,E_0 h_0 \lambda^2\}, \quad \text{bzw.} \\ w^{*}_{(0)}(0) = -(\{a[1+(1/a)(1-\exp a)]/l\}\,(\bar{M}_0 - \bar{M}_1) - \\ \qquad - [2+a+(2/a)(1-\exp a)]\,\bar{H}_0 + [1+\exp a + \\ \qquad + (2/a)(1-\exp a)]\,\bar{H}_1)/\{[1-(2/a^2)(\operatorname{ch} a-1)]\,E_0 h_0 \lambda\}. \end{cases}
$$

B. $\eta = 1$

$$
(53)\quad \begin{cases} \vartheta_{(0)}(1) = \vartheta_{(0)}(0), \\ w^{*}_{(0)}(1) = \{[1 - (1-a)\exp a]/l\}(\bar{M}_1 - \bar{M}_0) + [1 + \exp a + \\ \qquad + (2/a)(1 - \exp a)]\bar{H}_0 + [(a - 2 + 2/a)\exp a - 2/a]\bar{H}_1)/\{[1 - \\ \qquad - (2/a^2)(\mathrm{ch}\, a - 1)]E_0 h_0 \lambda\}. \end{cases}
$$

Ähnlich wie im vorangehenden Falle könnte man auch weitere Näherungen bestimmen. Die Grösse des Fehlers, der durch Vernachlässigung der weiteren Korrektionen begangen wird, kann man durch Vergleich der absoluten Werte der zwei nacheinander folgenden Näherungen bestimmen. Die erwähnten Formeln (52) und (53) gelten folglich mit ausreichender Genauigkeit bloss für einen kurzen Zylinder.

Um einen Vergleich mit den in der Arbeit [8] erwähnten Ergebnissen durchführen zu können, muss man eine bestimmte Zahl der Abschnitte (Zylinder) wählen und aus der Bedingung der Stetigkeit der Schalendeformationen die entsprechenden Momente und Schubkräfte bestimmen. Werden die Deformationen bzw. der Spannungszustand mit Zugabe eines weiteren Abschnitts geändert, kann man die Lösung als beendet betrachten. Zugleich wird damit auch die entsprechende Länge der Abdämpfung von Randwirkungen für den gegebenen Verlauf der Zylinderdicke bestimmt.

Zwecks einer Vereinfachung der ganzen Aufgabe nimmt man bloss zwei Abschnitte (Zylinder) in Betracht. Am Rande $\eta = 1$ des zweiten Zylinders setzt man $\bar{M}_1 = \bar{H}_1 = 0$, wobei für die Dicke h_0 der Ausdruck $h_0 \exp(-a)$ genommen wird. Aus der Bedingung der Stetigkeit der Deformationen in der Berührungsstelle beider Zylinder und nach (52) und (53) bestimmt man Einflussgrössen am Rande $\eta = 0$.

Führe man nun die Berechnung für die folgenden Werte numerisch durch: $a = 1/2$, $L = 0{,}65$; nach einer kurzen Berechnung ergibt sich

$$\vartheta_{(0)} = [2{,}56/(E_0 h_0 \lambda^2 l)]\bar{M}_1, \quad w^{*}_{(0)} = -[2{,}11/(E_0 h_0 \lambda l)]\bar{M}_0.$$

Bezeichnet man die Deformation bzw. bie Teildrehung des Randes eines langen Zylinder konstanter Dicke mit $\bar{w}_r = [\bar{M}_0/(2 D_0 \zeta^2)]$ und $\vartheta_r = \bar{M}_0/(D_0 \zeta)$, ergibt sich $= \vartheta_{(0)}/\vartheta_r = 2{,}35$ bzw. $w^{*}_{(0)}/w^{*}_r = 2{,}5$, $(w^{*}_r = w_r/r)$.

Gemäss [8] ergibt sich also $\vartheta/\vartheta_r \approx 2{,}2 \ldots 2{,}8$, $w^{*}/w^{*}_r \approx 2{,}0 \ldots 2{,}7$.

Durch eine genauere Berechnung könnte man genauere Werte der Einflussgrössen bestimmen.

Eingegangen am 29 III 1961

Staatliches Forschunginstitut für Wärmetechnik, Prag, Tchechoslowakische Sozialistische Republik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Reissner H., Beton u. Eisen, 1908, **7**, S. 150.
2. Federhofer K., Österr. Ing.-Archiv, 1951, S. 43.
3. Horway G., Linkons C., Born S., J., JAM, 1956, *1*.
4. Nevin De Silva C., Naghdi M. P., Quart. Appl. Math., 1957, *2*.
5. Hampl M., *Rotační symetrické nádoby s promennou tlonstkou steny*, ÚVS—Z 96.
6. Conway H. D., ZAMM, 1958, *1—2*.
7. Oravas A. G., Trans. of the Engg. Inst. of Canada, 1958, *1*.
8. Reissner E., Sledd M. B., J. Math. Phys., 1957, *1*.
9. Gorbatov N., Strojírenství, 1959, *8*.
10. Favre H., IXe Congrès Int. Mech. Appl., Actes, 1957, **VI**.
11. Láska V., Hruška V., *Teorie a prakse numerického počítání*, Praha, 1934.

12. Melan E., Parkus H., *Wärmespannungen infolge Stationärer Temperaturfelder*, Wien, 1953.
13. Galletly G., J. Aeronaut. Sci., 1958, *3*.
14. Gorbatov N., Valenta J., ZAMM, 1960, *10*.
15. Schulze G., Techn. Rundschau, 1960, *14*.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ТОНКИМИ СТЕНКАМИ НЕОДНОРОДНОЙ ТОЛЩИНЫ

(Резюме)

Следуя заключениям Н. Г. Горбатова [9] и продолжая работу [14], исследуется методом последовательного приближения состояние напряжения и деформации цилиндра неоднородной толщины, подверженного нагрузке и при температурах симетрично распределенных с точки зрения учитываемой поверхности вращения, но различной по длине оси вращения.

В § **1** даются некоторые библиографаческие указания относительно исследуемой задачи.

В § **2** описывается предлагаемый метод последовательного приближения.

В § **3** определяются приближения высшего порядка.

В § **4** определяются приближения нулевого порядка.

§ **5** заканчивается рассматриванием задачи приложения метода последовательных приближений к короткому цилиндру однородной толщины и расчитываются затем величины β и φ (основные формулы (17 а) и иоследующие) для случая, когда толщина цилиндра показательно варирует, то есть $h = h_0 \exp(-a\eta)$.

REZOLVAREA TEORETICĂ A ÎNVELIŞURILOR CILINDRICE CU PEREŢI SUBŢIRI DE GROSIME VARIABILĂ

(Rezumat)

Urmînd ordinea de idei a lui N. Gorbatov [9] şi continuînd lucrarea [14], se studiază prin metoda aproximaţiilor succesive starea de tensiune şi de deformaţie a unui cilindru de grosime variabilă, supus la sarcini şi la temperaturi simetric distribuite din punct de vedere al suprafeţei de rotaţie considerate, însă variabile de-a lungul axei de rotaţie.

În § **1** se prezintă unele indicaţii bibliografice relative la problema tratată.

În § **2** se descrie metoda aproximaţiilor succesive elaborată.

În § **3** se determină aproximaţiile de ordin superior.

În § 4 se determină aproximaţia de ordin 0.

§ **5** se încheie cu reamintirea problemei de aplicaţie a metodei aproximaţiilor succesive la un cilindru scurt de grosime constantă, calculîndu-se apoi mărimile de influenţă β şi φ (formulele de bază (17 a) şi următoarele) în cazul în care grosimea cilindrului variază exponenţial, adică $h = h_0 \exp(-a\eta)$.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

D. K. 620.1; 621.039

DICHTE- UND BEWEHRUNGSUNTERSUCHUNG VON BETON DURCH AUSNÜTZUNG DER STREUSTRAHLUNG BEI GAMMASTRAHLUNG

VON

E. POHL

Auszug aus einem Vortrag, gehalten auf dem Internationalem Kolloquium „Radioaktive Isotope und der Bauwesen", an der Hochschule für Bauwesen, Leipzig, 28—30 September 1960

Dabei möchte ich auf ein spezielles und neues Untersuchungsverfahren, die Ausnutzung der Rückstreuung von Gammastrahlen bei der zerstörungsfreien Dichte- und Dickenmessung, eingehen.

Die Bauteile werden, von alles aus wirtschaftlichen Gründen, um den Materialverbrauch herabzusetzen, immer schlanker und leichter. Das bedeutet, dass an die Masshaltigkeit auch ihrer Dichte und Dicke erhöhte Anforderungen gestellt werden. Bei Stahl handelt es sich dabei im wesentlichen nur um Dickenmessungen, während beim Beton fast ausschliesslich Dichtemessungen eine Rolle spielen. Zerstörungsfreie Dichte- und Dickenmessungen (berührungslose Messungen) mit energiereicher Strahlung nach der Durchstrahlungsmethode finden schon vielfach Anwendung. Dabei befindet sich der Prüfkörper zwischen der Strahlenquelle und dem Strahlendetektor. Diese Art der Prüfung wird sowohl mit β- als auch mit γ- Strahlen durchgeführt. Die maximale Flächendichte (g/cm^2) = das Produkt aus Dichte (g/cm^3) × Dicke des Prüfkörpers (cm), die man mit β-Strahlen noch prüfen kann, liegt bei 1,2 g/cm^2 (das entspricht etwa 5 mm Betondicke). Bei γ-Strahlen liegen die noch wirtschaftlich zu untersuchen den Flächendichten bei 80 g/cm^2 (das entspricht 30...40 cm Betondicke). Diese Verfahren versagen allerdings, wenn der Prüfkörper, wie bei fertigen Bauwerken oder eingebauten Teilen, nur von einer Seite zugänglich ist.

In diesem Fall nützt man in neuerer Zeit die Rückstreuung von energiereichen Strahlen aus. Auch bei dieser Art der Dichte- und Dickenprüfung verwandet man sowohl β- als auch γ-Strahlen. Die maximale Flächendichte, die man mit rückgestreuten β-Strahlen noch untersuchen kann, liegt bei 150 mg/cm^2, bei rückgestreuten γ-Strahlen je nach der Dichte des Stoffes bei 10...30 g/cm^2 (das entspricht 7...10 cm Betondicke).

Die von der Oberfläche zurückgestreute β-Strahlung wächst ausser mit der Flächendichte auch mit der Wurzel aus der Kernladungszahl des zu untersuchenden Materials. Auf die Rückstreuung der γ-Strahlung, die uns im Zusammenhang mit unserem Vortrag im wesentlichen interessiert, möchte ich näher eingehen.

Die heute in der Praxis verwendeten γ-Strahler ergeben Energiequanten in einen Bereich von 0,1...10 MeV. In diesem Energiebereich ist es zweckmässig, den korpuskularen Charakter der Strahlung hervorzuheben und von Photonen zu sprechen. Die wesentlichen Wechselwirkungen sind der Photo-Effekt, der Compton-Effekt und die Paarbildung. Der Kernphoto-Effekt spielt erst für Energien > 10 MeV und die klassische Streuung für Energien $< 0{,}1$ MeV eine Rolle [1],

Der für die Betrachtung der Rückstreuung entscheidende Effekt ist der Compton-Effekt. Bei diesem überträgt das Photon nur einen Teil seiner Energie an das Hüllenelektron, und es bleibt ein Photon mit geringerer Energie und einer anderen Richtung erhalten.

Die Wellenlängenänderung, die das Photon beim Compton-Effekt erfährt, ergibt sich aus dem Energie- und Impulssatz zu

$$\Delta\lambda = 2\lambda_c \sin^2(\delta/2), \quad \lambda_c = h/(mc) = 2{,}4 \cdot 10^{-10} \text{ cm, (Comptonwellenlänge).}$$

Die Comptonwellenlänge entspricht einer Strahlung mit einer Energie von 0,51 MeV, die der Ruhmasse des Elektrons äquivalent ist. Die Änderung der Wellenlänge ist von der Primärenergie der Photonen und den Absorberatomen unabhängig und hängt nur vom Streuwinkel δ ab.

Für unsere Betrachtung sehr wesentlich ist der Zusammenhang zwischen der Energie des Streuquants $h\nu'$, der Primärenergie $h\nu_0$ und dem Streuwinkel δ. Er ergibt sich zu

$$h\nu' = m_0 c^2/[1 - \cos\delta + m_0 c^2/(h\nu_0)] \approx 0{,}51/[1 - \cos\delta + 0{,}51/(h\nu_0)] \text{ MeV.}$$

Daraus lässt sich erkennen, dass bei einem Streuwinkel $> 90°$ die Energie des gestreuten Quants $< 0{,}51$ MeV ist, unabhängig von der Energie, die das einfallende Photon hat. Dementsprechend folgt, dass z.B. um 180° gestreute Photonen beim Co-60 mit einer Primärenergie von 1,17 und 1,33 MeV eine Energie von 0,204 bzw. 0,214 MeV besitzen, für Cs-137 mit einer Primärenergie von 0,662 MeV beträgt die Energie der um 180° gestreuten Quanten 0,18 MeV. Die Streustrahlung ist also wesentlich weicher als die Primärstrahlung.

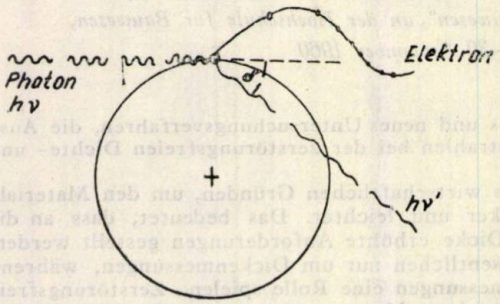


Abb. 1

Der Wirkungsquerschnitt des Compton Effekts gibt die Wahrscheinlichkeit, dass beim Durchgang von Photonen durch das absorbierende Material gerade diese Wechselwirkung eintritt, an. Er läss sich aus der von Klein-Nishina angegebenen Beziehung für den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ (die Wahrscheinlichkeit der Streuung in die Raumwinkeleinheit 1 bei einer bestimmten Richtung δ) errechnen.

$$d\sigma/d\Omega = (r_0^2/2)(\nu'/\nu_0)^2 (\nu_0/\nu' + \nu'/\nu_0 - \sin^2\delta), \quad (r_0 = 2{,}8.10^{-13} \text{ cm}).$$

Durch Integration ergibt sich so der Wirkungsquerschnitt des Compton-Effekts

$$\sigma_c = 2\pi r_0^2 \{[(1+\alpha)/\alpha^2][2(1+\alpha)/(1+2\alpha) - (1/\alpha)\ln(1+2\alpha)] +$$
$$+ [1/(2\alpha)]\ln(1+2\alpha) - (1+3\alpha)/(1+2\alpha)^2\} \text{ cm}^2\text{/Elektron}; \quad \alpha = h\nu_0/(m_0 c^2).$$

Für kleine Quantenenergien $h\nu_0 < 0{,}1$ MeV

$$\sigma_c = (8\pi/3)\nu_0^2 [1 - 2\alpha + (26/5)\alpha^2 - (40/3)\alpha^3 + \ldots] \text{ cm}^2\text{/ Elektron};$$

für hohe Quantenenergien $h\nu_0 > 0{,}5$ MeV

$$\sigma_c = (\pi r_0^2/\alpha)(\ln 2\alpha + 1/2 \ldots.) \text{ cm}^2\text{/ Elektron.}$$

Das heisst, der Comptonwirkungsquerschnitt ist der Energie der Quanten in erster Näherung umgekehrt proportional. Er setzt sich aus dem Streu- σ_s und Absorp-

tionsquerschnitt σ_a zusammen, so dass sich für den durchschnittlichen Gesamtwirkungsquerschnitt des Compton-Effekts $\sigma_c = \sigma_a + \sigma_s$ ergibt.

Der differentielle Streuquerschnitt beträgt

$$d\sigma_s / d\Omega = (r_0^2/2)(\nu'/\nu_0)^3 (\nu_0/\nu' + \nu'/\nu_0 - \sin^2\delta).$$

Daraus folgt, dass der nach vorn gestreute Anteil der Photonen stark wächst, wenn die Energie der Quanten zunimmt (Tabelle 1).

Tabelle 1

Quantenenergie MeV	Streuwinkel δ	Streuquerschnitt σ_s 10^{-26} cm²/Elektron
0,1	0°	8
	90°	2,7
	180°	3
1	0°	8
	90°	0,36
	180°	0,2

Untersucht man die Verteilung der Streuintensität bei Quantenenergien von 0,05...5 MeV in verschiedenen Richtungen, so ergibt sich die aus dem Abb. 2 zu erkennende Abhängigkeit.

Der Rückstreuanteil ist vor allem für weiche Gammastrahlen verhältnismässig gross.

Durch Integration über alle Richtungen erhält man den durchschnittlichen Streuquerschnitt σ_s. Dieser geht für Gammaquanten mit kleiner Energie ($h\nu_0 < 0{,}1$ MeV) in den von Thomson angegebenen Wirkungsquerschnitt $\sigma_0 = 2/3$ barn/Elektron für die klassische Streuung über. Die Abhängigkeit des Streuquerschnitts von der einfallenden Photonenenergie $h\nu_0$ lässt Abb. 3 erkennen.

Der Compton-Effekt ist für leichte Elemente in einem Energiebereich von 0,2...10 MeV und für schwere Elemente in einem Energiebereich von 0,8...5 MeV der entscheidende Effekt.

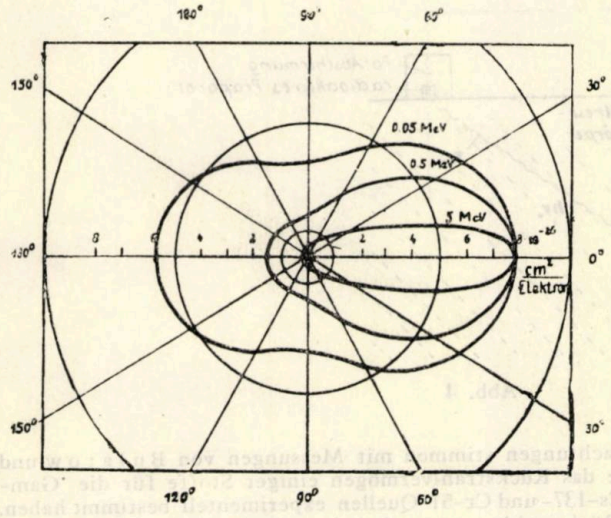


Abb. 2

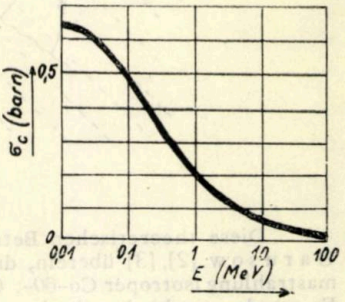


Abb. 3

Die beiden anderen Wechselwirkungen, der Photo-Effekt und die Paarbildung, sollen nur kurz erwähnt werden. Beim Photo-Effekt überträgt das Photon seine gesamte Energie auf ein Elektron der Hülle, meist der *K*-Schale. Dieses gibt dann seine Energie im allgemeinen in kleineren Portionen wieder ab, indem es die Atome des umgebenden Materials ionisiert. Mögliche Bremsstrahlung tritt erst bei Elektronenenergien > 1 MeV und bei hohen Kernladungszahlen merkbar auf. Der Wirkungsquerschnitt ist nach Heitler für Energien $h\nu_0 < 0{,}1$ MeV

$$\sigma_{\text{Phot}} \cong Z^5/E0^{7/2},$$

für Energien $h\nu_0 > 0{,}5$ MeV nach Sauter

$$\sigma_{\text{Phot}} \cong Z^5/E_0 .$$

Daraus folgt, dass der Photo-Effekt für leichte Elemente, also z.B. Beton, bis zu Photonen-Energien $< 0{,}2$ MeV und für schwere Elemente, z.B. Blei, bis zu Photonen-Energien $< 0{,}8$ MeV der entscheidende Effekt ist.

Bei der Paarbildung kommt die Wechselwirkung des Photons im Coulombfeld des Kerns zustande. Dabei entsteht ein Teilchenpaar mit entgegengesetzter Ladung (Positron-Elektron). Damit sich dieses Teilchenpaar bilden kann, ist es nötig, dass Photon mindestens eine Energie von 1,02 MeV besitzt, die der Ruhmasse der beiden Teilchen $2m_0c^2$ äquivalent ist. Der Wirkungsquerschnitt für diesen Effekt ist in dem Energiebereich der für unsere Betrachtungen wesentlich ist, nach Sokolow

$$\sigma_{\text{Paar}} \cong Z^2(E_0 - 1{,}02)^3, \quad (E_0 - \text{MeV}).$$

Die Paarbildung ist die entscheidende Wechselwirkung für leichte Elemente bei Photonen-Energien oberhalb 10 MeV, für die schwersten oberhalb 5 MeV. Die gebildeten Positronen geben ihre Energie ebenfalls in kleinen Portionen ab. Bei den langsamen Positronen kommt es zur Wiedervereinigung mit einem Elektron. Dabei bilden sich im allgemeinen zwei Quanten von etwa 0,51 MeV in entgegengesetzter Richtung über alle Richtungen gleichmässig verteilt.

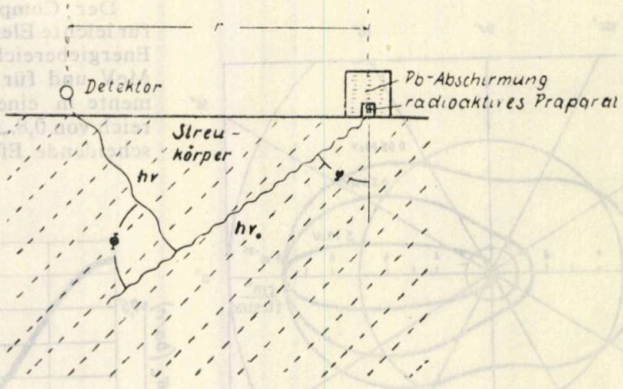


Abb. 4

Diese theoretischen Betrachtungen stimmen mit Messungen von Bulatow und Garusow [2], [3] überein, die das Rückstrahlvermögen einiger Stoffe für die Gammastrahlung isotroper Co-60-, Cs-137- und Cr-51-Quellen experimentell bestimmt haben. Es wurde sowohl das absolute Rückstrahlvermögen bei einem Präparat/Streukörper Abstand von 60 cm, als auch das bei unmittelbarem Kontakt der Strahlenquellen mit der Oberfläche eines Streukörpers gemessen. Unter dem Rückstrahlvermögen η versteht man

$$\eta = \frac{\text{gesamter Streuenergiestrom (MeV/s)}}{\text{Gesamtenergiestrom der Primärstrahlung (MeV/s), der in den Halbraum emittiert wird}}$$

Die für unsere Betrachtung interessierenden Ergebnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

a) Die Intensität der rückgestreuten Gammastrahlen nimmt in Abhängigkeit vom Abstand Strahlenquelle/Detektor nach einer Exponentialfunktion ab.

b) Je grösser der Streuwinkel Φ wird, um so geringere Intensität besitzt die Streustrahlung.

c) Das Rückstrahlvermögen ist für verschiedene Streukörper der Primärenergie der einfallenden Gammaquanten angenähert umgekehrt proportional.

d) Bei abnehmender Energie der primären Gammastrahlung wird die Winkelverteilung der Streustrahlungsintensität nach allen Richtungen mehr und mehr isotrop.

Als Grenzwert der Flächendichte für Messungen, die die Rückstreuung der Gammastrahlen ausnützen, ergeben sich bei Stoffen mit hoher Dichte 5...10 g/cm^2, bei Streukörpern mit kleiner Dichte 15...25 g/cm^2. Das stimmt auch mit den von uns bei Beton und Blei durchgeführten Messungen sehr gut überein.

Wie aus dem Vorhergesagten hervorgeht, kann man die Rückstreuung der Gammastrahlung im wesentlichen auf den Compton-Effekt zurückführen. Für die Ausnützung der Streustrahlung zur Feststellung der Flächendichte bzw. Dichte gibt es zwei etwas voneinander abweichende Möglichkeiten: a) Abschirmung der Primärstrahlung (durch Schwermetalle); b) Unterscheidung der gestreuten Quanten ihrer Energie nach von den Primärquanten.

Die Anzahl der registrierten Streuquanten hängt von folgenden Bedingungen ab: a) von der Nachweisempfindlichkeit des Strahlendetektors, b) von der Aktivität des Präparates, c) von der Geometrie der Anordnung, d) von der Energie der Strahlung, e) von der Flächendichte des Streukörpers.

Zum ersten Verfahren, das die Primärstrahlung abschirmt, kann man folgenden Geräteaufbau verwenden. Die Messeinrichtung besteht im wesentlichen aus einem Schwermetallkonus, der dafür Sorge trägt, dass nur die Streustrahlung das Strahlennachweisgerät erreicht, die Primärstrahlung dagegen nicht [4].

Als Detektor wählt man einen Szintillationszähler. Dieser besitzt einen dünnen Szintillationskristall aus NaI (*Tl*) von 30 mm Durchmesser. NaI (*Tl*) hat auf Grund der hohen Ordnungszahl des Jod eine hohe Ansprechwahrscheinlichkeit für Gammastrahlen. Bezonders empfindlich ist ein-solcher Kristall für weiche Gammastrahlung, so dass er aus die Streustrahlung bevorzugt anspricht. Mit dieser Anordnung ist es

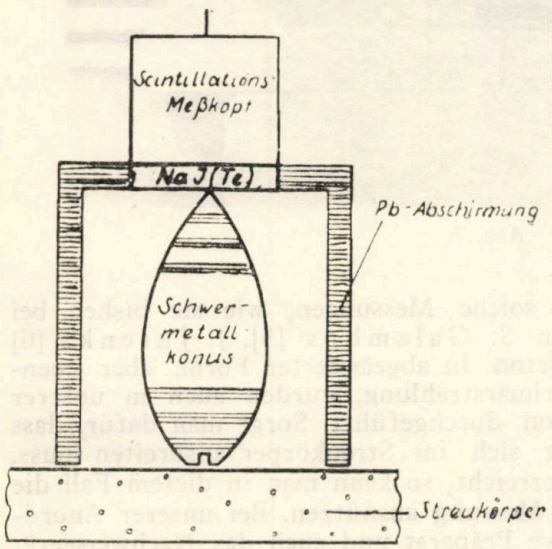


Abb. 5

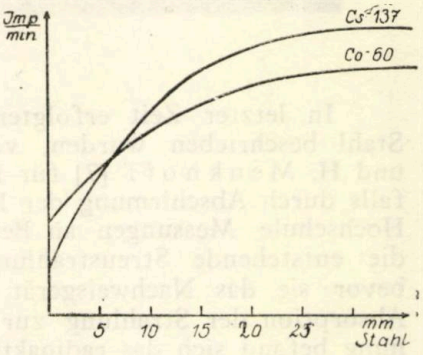


Abb. 6

A. Trost [4] gelungen, Stahldicken von 20 mm bis auf 2...3% genau zu messen. Es ergeben sich für Co-60 und Cs-137 eine Abhängigkeit der Impulsdichte der rückgestreuten Gammastrahlung und der Stahldicke die in Abb. 6 dargestellt ist.

Daraus folgt, dass Cs-137 besser geeignet ist. Als weicherer Strahler ist für Cs-137 der Streustrahlungsanteil im Winkelbereich zwischen 90° und 180° grösser als bei der härteren Gammastrahlung von Co-60. Die verwendete Aktivität liegt in der Grössenordnung von 1 mc.

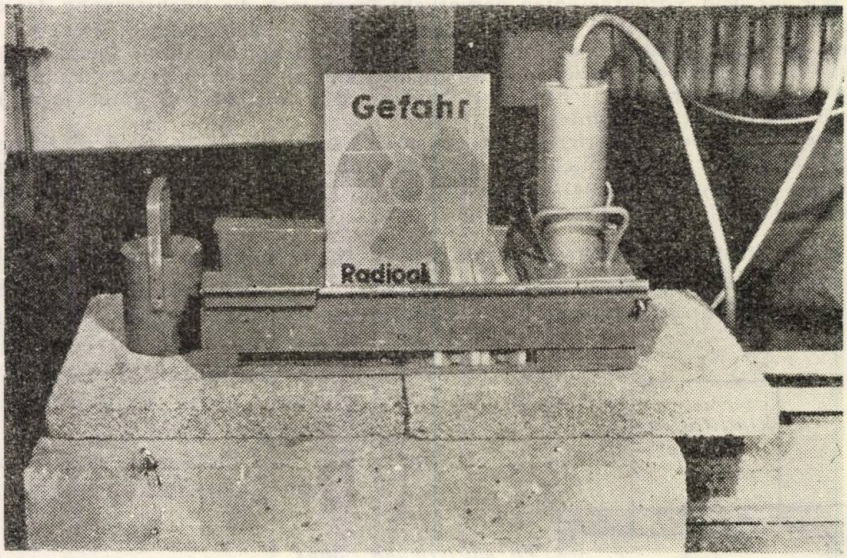


Abb. 7

In letzter Zeit erfolgten solche Messungen, wie sie bisher bei Stahl beschrieben wurden, von S. Galambos [5], J. Jurenka [6] und H. Menkhoff [7] für Beton. In abgeänderter Form, aber ebenfalls durch Abschirmung der Primärstrahlung, wurden auch an unserer Hochschule Messungen an Beton durchgeführt. Sorgt man dafür, dass die entstehende Streustrahlung sich im Streukörper ausbreiten muss, bevor sie das Nachweisgerät erreicht, so kann man in diesem Fall die Absorption der Strahlung zur Messung ausnützen. Bei unserer Anordnung befand sich das radioaktive Präparat und auch das Nachweisgerät in direktem Kontakt mit der Streukörperoberfläche. Sie hatten einen gegenseitigen Abstand von über 25 cm. Die verwendete Strahlenquelle Cs-137 hatte dabei nur eine Aktivität von 0,1 mc. Sie befand sich in einem zylindrischen Bleischutzbehälter von 8 cm Durchmesser. Dadurch erfolgte eine weitgehende Absorption der Primärstrahlung. Als Strahlendetektor wurde der Szintillationsmesskopf VA-S-961 von Vakutronik verwendet. Dieser war ebenfalls durch einen Bleimantel von etwa 2 cm Dicke abgeschirmt (Abb. 7).

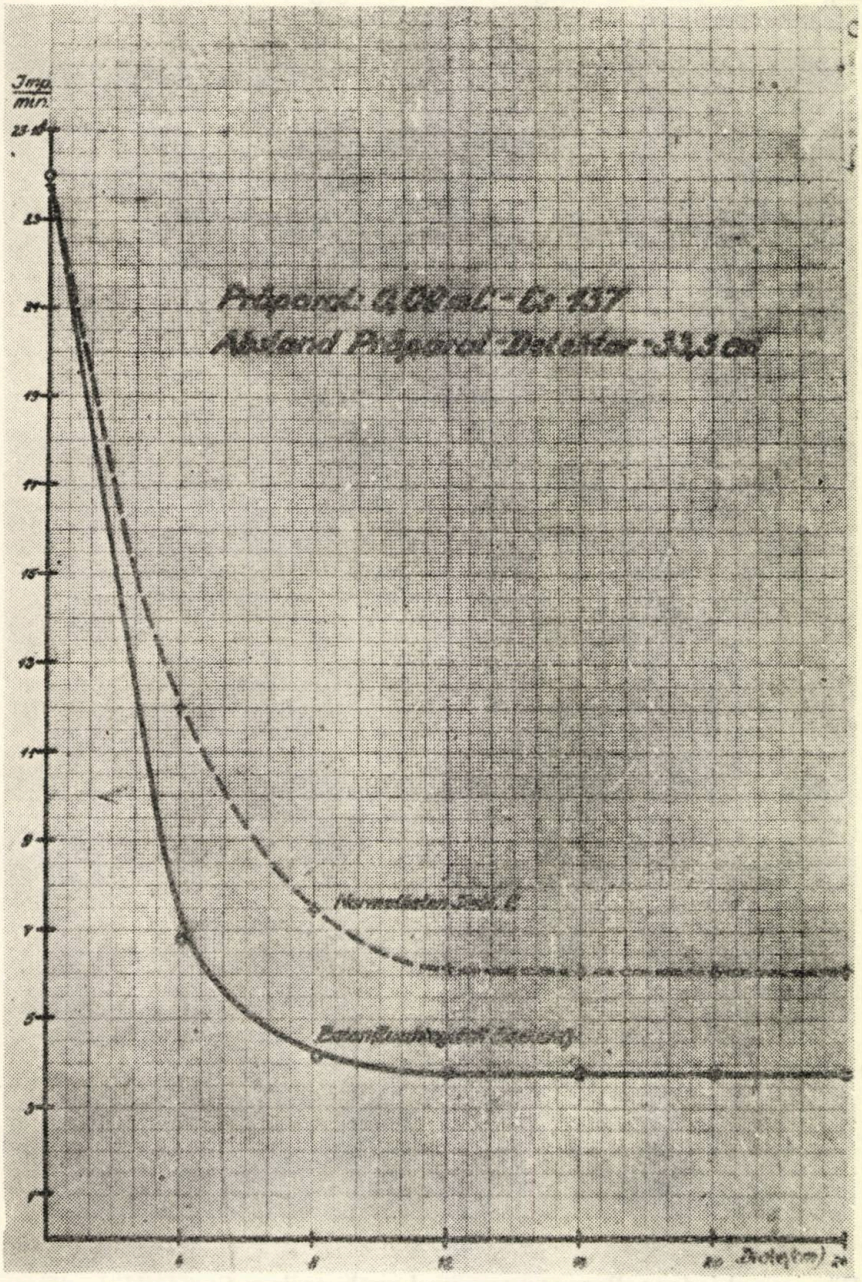

Imp./min.
Präparat: 0,08 mC - Co 137
Abstand Präparat-Detektor 33,3 cm

Abb. 8

Als Messergebnis erhält man für eine bestimmte Betonzusammensetzung die in Abb. 8 dargestellte Abhängigkeit der Impulsdichte von der Streukörperdicke.

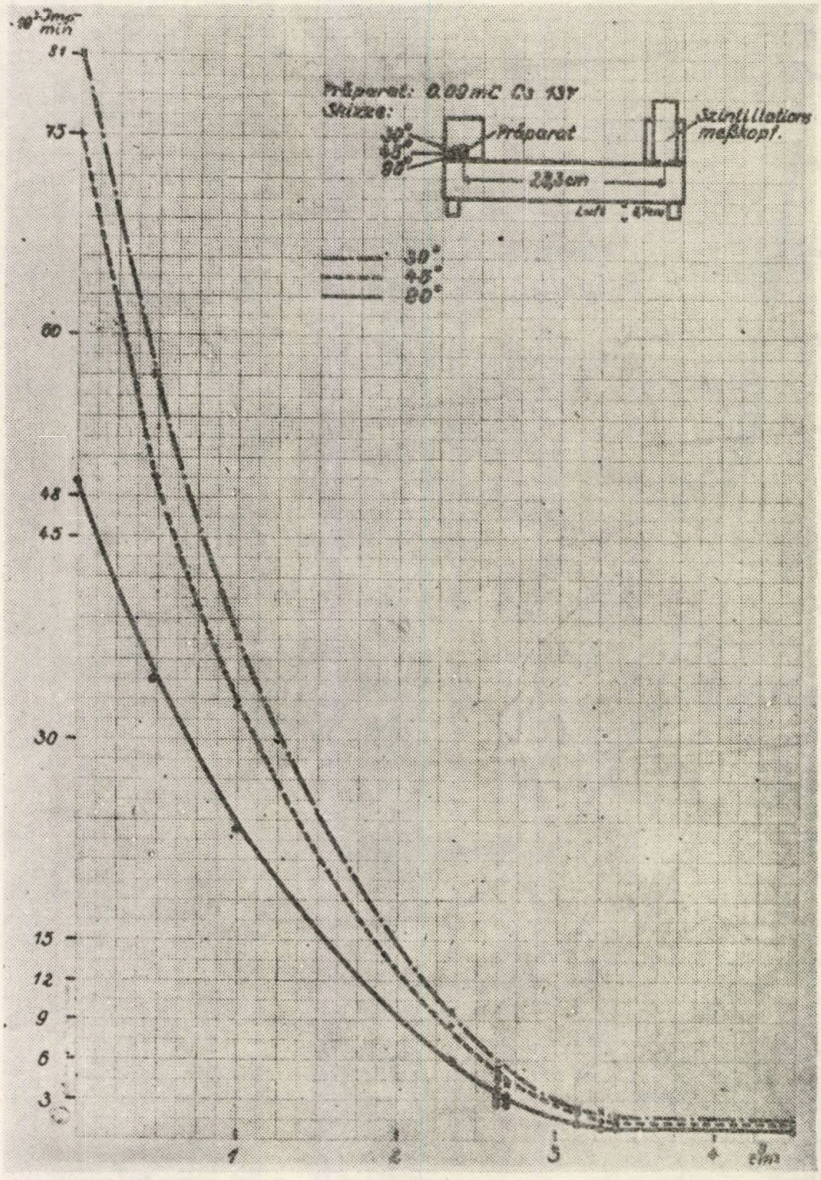


Abb. 9

Für verschiedene Betonsorten und auch andere Stoff (Holz, Wasser, Al) mit Dichten 0,5...4,5 g/cm^3 erhielt ich eine Abhängigkeit zwischen Zählrate und Dichte der Streukörper die in Abb. 9 dargestellt ist.

Dabei wurde ein schmales Strahlenbündel von 1 cm Durchmesser unter einen Winkel von 0°, 45° und 60° zur Flächennormale eingestrahlt. Die Streukörperdicke muss bei solchen Dichtemessungen genügend gross gewählt werden, damit Veränderungen der Dicke sich nicht mehr auswirken können, d. h. dass sich zwischen der Zunahme der Streustrahlung mit grösserer Streukörperdicke und der Absorption ein Gleichgewicht einstellt. Diese Flächendichte lag je nach Betonzusammensetzung bei etwa 15...25 g/cm^2. Die Betondichte lässt sich auf diese Weise auf $\pm 5\,\%$ genau bestimmen. Mit dieser Messanordnung wollen wir versuchen, bei Frischbeton für die oberflächennahen Schichten Dichtemessungen durchzuführen, da die Dichte eine sehr wichtige Kenngrösse für die Betongüte ist und es von Vorteil ist, wenn sie laufend überwacht werden kann.

Eine andere Anwendungsmöglichkeit scheint sich in den Fällen zu ergeben, wo Stahlträger einbetoniert sind und über ihre Zahl und Dimension keine Unterlagen mehr vorliegen, z. B. bei kleineren Brücken. Bei diesen befinden sich Stahlträger an der Unterseite der Brücke, etwa 4...6 cm mit Beton bedeckt. Bisher wurden die Untersuchungen so durchgeführt, dass man mit Hammer und Meisel Stemmarbeiten vornahm. Durch Versuchsreihen konnten wir zeigen, dass man Stahlträger bis zu einer Tiefe von 7...8 cm im Beton noch gut nachweisen kann. Bei 5 cm Betonbedeckung ergibt sich, wie aus dem Abb. 10 ersichtlich ist, noch ein Abfall der Zählrate um 25 %. Man kann die Lage sehr genau und angenähert auch die Dimension des Trägers auf diese Weise feststellen. Zur Bestimmung der Breite des Trägers hat sich durch wiederholte Messreihen eine Faustformel ergeben. Man erhält sie angenähert, wenn man in Höhe von 3/5 des Minimums die Breite der konkav verlaufenden Messkurve bestimmt. Der dabei auftretende Fehler kann bei etwa 5...10 % liegen.

Das zweite Verfahren unterscheidet die gestreuten Quanten ihrer Energie nach von der Primärquanten. Was den Nachweis der Gammastrahlung bestimmter Energie betrifft, ist den Aufwand etwas grösser, aber trotzdem ist die Anordnung wesentlich vorteilhafter. Diese Messmethode wurde von J. L. Putman [5], [6] für Stahl angegeben, und wir sind dabei, ihre Anwendung auf Beton zu erproben. Dabei können der Szintillationsmesskopf und der Strahler dicht beieinander liegen, eine Bleiabschirmung ist nicht nötig. Die einfallende und zurückgestreute Strahlung bilden angenähert einen Winkel von 180°. Man kann mit Aktivitäten von etwa 10 μc Co-60 oder Cs-137 arbeiten. Ein umfangreicher Strahlenschutz erübrigt sich dabei. Der gesamte Messkopf ist recht handlich. Die am Ausgang des Photomultipliers auftretenden Impulshöhen sind der absorbierten Gammaquantenenergie weitgehend proportional. Verwendet man einen Linearverstärker und Differentialdiskriminator, so kann man ein Impulshöhenspektrum aufnehmen. Der Differentialdiskriminator hat dabei die Aufgabe, nur Impulse, die in einen einstellbaren Impulshöhenbereich fallen, nachzuweisen und zu zählen. Dieses nach Breite und Höhe einstellbare Intervall verschiebt man und nimmt so das Spektrum der Gammastrahlung auf. Das Spektrum der

direkt einfallenden Cs-137-Gammastrahlung von 0,662 MeV mit dieser Schaltung aufgenommen, sieht wie Abb. 11a zeigt, aus.

Die Photospitze bzw. 0,662 MeV-Linie rührt wesentlich vom Photo-

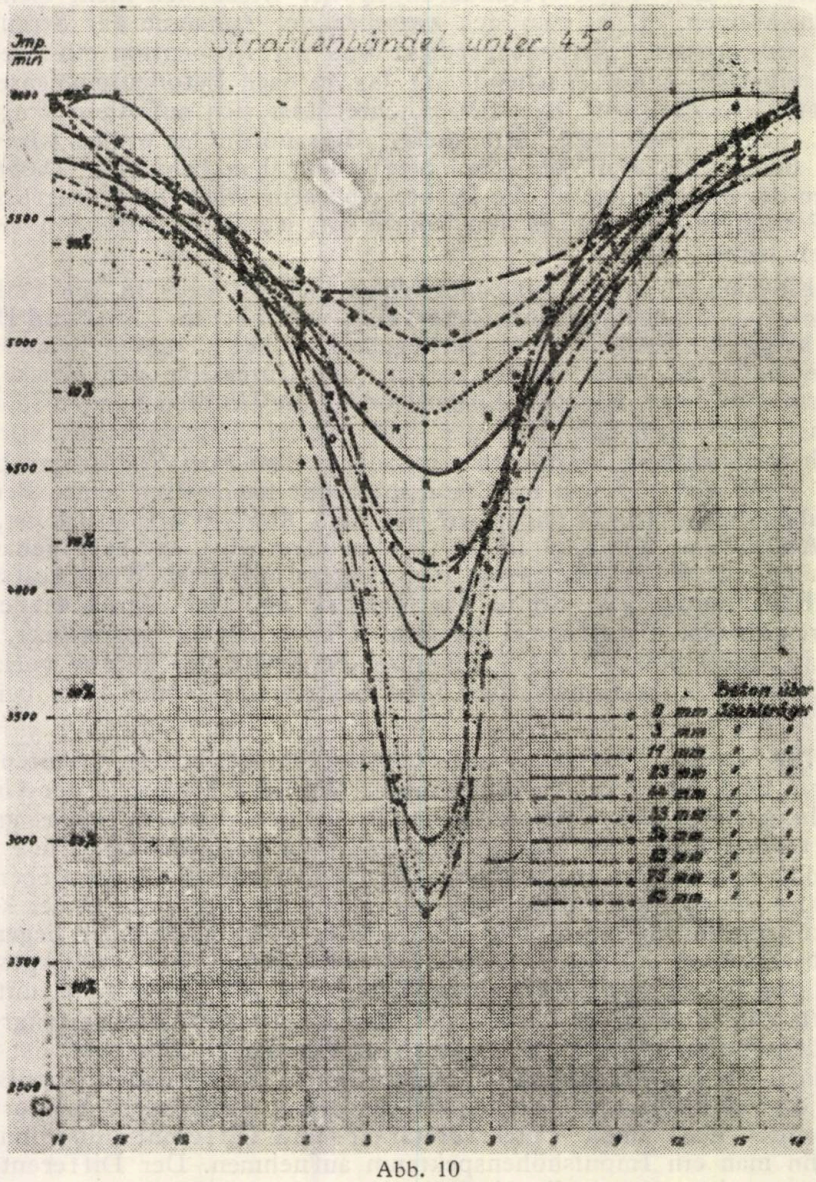
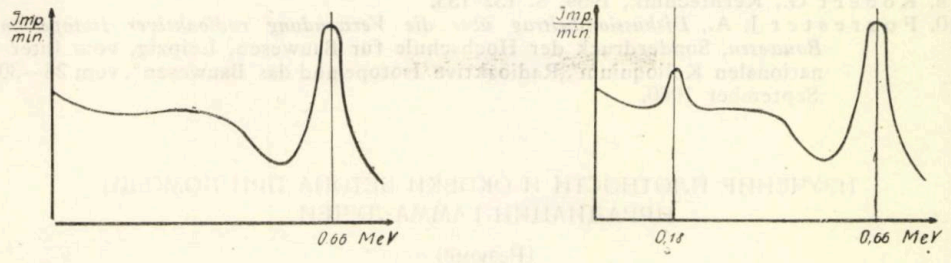


Abb. 10

Effekt her, d.h. sie ist darauf zurückzuführen, dass die gesamte Gammaquantenenergie der direckt einfallenden Strahlung im Szintillator absorbiert wurde. Durch den Compton-Effekt kann immer nur ein gewisser

Teil an Energie übertragen werden und deshalb der flache Buckel und die darauf folgenden Impulshöhenverteilungen.

Das Spektrum der Streustrahlung hat einen ähnlichen Verlauf, aber bei wesentlich niedrigerer Energie. Ihre Photospitze liegt bei 0,18 MeV, so dass der Kurvenverlauf durch die Rückstreustrahlung jetzt in der Art, wie Abb. 11 b zeigt, abgeändert wird. Die Photospitze der



a Abb. 11 *b*

um 180° gestreuten Strahlung überlagert sich. Sorgt man durch Kompensationsschaltung dafür, dass die von der direkten Strahlung herrührenden Impulse unterdrückt werden, so kann man aus der Höhe der Photospitze die Intensität der Streustrahlung schliessen. Stahldicken bis zu 30 mm lassen sich auf $\pm$ 2% genau messen. Angaben über Beton können noch nicht gemacht werden, aber die Messungen gegenüber den vorgenannten Verfahren werden sicht wesentlich verbessern. Zu erwähnen ist noch, dass heute bereits tragbare, also sehr handliche Szintillometer mit Differentialdiskriminator, die mit Transistoren ausgerüstet sind und die Messung des Gammastrahlenenergie gestatten, gebaut werden. Untersuchungen dieser Art bei Beton wurden von J. A. Forrester [10] durchgeführt.

Diese Verfahren der zerstörungsfreien Dichte- und Dickenmessung durch Ausnützung der Gamma-Streustrahlung sollen vorhandene Verfahren nicht ersetzen, aber sie stellen eine wesentliche Erweiterung dieser Verfahren dar. Vor allem sind sie in einigen Fällen gegenwärtig unübertroffen, in denen die Bauteile bzw. Prüfstücke nur von einer Seite zugänglich sind und sich eine laufende Kontrolle als nötig erweist.

Eingegangen am 8 XII 1960

Hochschule für Bauwesen,
Leipzig, D. D. R.

LITERATURVERZEICHNIS

1. Pohl E., Die Technik, 1960, **15**, S. 413-416.
2. Bulatow B. P., Garusow E. A., Kernenergie, 1959, S. 945-950.
3. — Ibid., 1960, S. 494-496.
4. Franke Th., Kerntechnik, 1959, S. 85-88.
5. Galambos S., *Bauindustrielle Forschungen mit atomphysikalischen Methoden*, Sonderdruck der Hochschule für Bauwesen, Leipzig, vom Internationalen Kolloquium „Radioaktive Isotope und das Bauwesen", vom 28—30 September 1960.

6. Jurenka J., *Messungen der Dichte und Homogenität bei der Serienerzeugung von Vorfabrikaten mit Hilfe von radioaktiven Isotopen*, Sonderdruck der Hoschschule für Bauwesen, Leipzig, vom Internationalen Kolloquium „Radioaktive Isotope und das Bauwesen", vom 28—30 September 1960.
7. Menkhoff H., *Radioaktive Isotope in der Grundlagenforschung der Verdichtungstechnik*, Sonderdruck der Hochschule für Bauwesen, Leipzig, vom Internationalen Kolloquium „Radioaktive Isotope und das Bauwesen", vom 28–30 September 1960.
8. Putman J. L., J. Sci. Instr., 1955, S. 394.
9. Röbert G., Kerntechnik, 1959, S. 132–133.
10. Forrester J. A., *Diskussionsbeitrag über die Verwendung radioaktiver Isotope im Bauwesen*, Sonderdruck der Hochschule für Bauwesen, Leipzig, vom Internationalen Kolloquium „Radioaktive Isotope und das Bauwesen", vom 28—30 September 1960.

ИЗУЧЕНИЕ ПЛОТНОСТИ И ОКОВКИ БЕТОНА ПРИ ПОМОЩИ ИРРАДИАЦИИ ГАММА-ЛУЧЕЙ

(Резюме)

Дается подробное изложение ряда результатов специальных, новых в литературе, исследований для определения плотности и измерений толщины бетона при помощи иррадиации гамма -лучей.

STUDIUL DENSITĂŢII ŞI ARMĂRII BETONULUI PRIN FOLOSIREA IRADIERII PRIN RAZE GAMA

(Rezumat)

Autorul expune o serie de rezultate relative la unele cercetări speciale, cu totul noi, privitoare la folosirea iradierii prin raze gama, în vederea determinării densităţii şi măsurării grosimii betoanelor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 624.02 ; 536

UNELE ASPECTE PRIVIND COMPORTAREA TERMICĂ A PEREŢILOR DIN PANOURI MARI DE BETON ARMAT [1])

DE

VIRGIL FOCŞA şi ADRIAN RADU

Dezvoltarea judicioasă a sistemelor constructive, bazate pe materiale noi şi metode industriale de execuţie, implică în mod necesar cunoaşterea comportării lor termice. În cele ce urmează se prezintă rezultatele cercetărilor privind comportarea termică a unui bloc de locuinţe, în primul an de exploatare. Blocul a fost proiectat de ISCAS — Bucureşti, avînd un caracter experimental.

Tipurile şi caracteristicile termice ale pereţilor exteriori sînt prezentate în tabelul 1. În fig. 1 se prezintă vederea generală a construcţiei cu pereţi din panouri mari. Panourile exterioare, în trei straturi, izolate termic cu strat central din pîslă minerală semirigidă de 6,5 cm grosime, sînt alcătuite la interior din beton armat de 11 cm grosime şi la exterior dintr-un strat de protecţie de beton armat de 4,5 cm grosime.

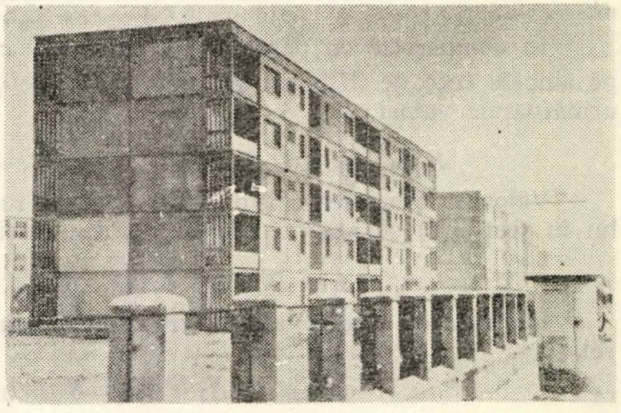


Fig. 1. — Vedere generală a construcţiei.

În fig. 2 se indică alcătuirea secţiunilor panourilor exterioare, izolate termic în secţiunea curentă şi neizolate termic în dreptul legăturilor plăcilor de beton armat şi a ancadramentelor ferestrelor, care constituie punţile termice ale panoului (*2—2*, *3—3*).

Luînd în considerare valorile coeficienţilor de conductivitate termică, date în literatura de specialitate, în tabelul 2 se indică rezistenţa termică $R_t = -1/\alpha_i + \sum(d_i/\lambda_i) + 1/\alpha_e$ şi conductivitatea termică echivalentă

[1]) La această lucrare şi-au adus contribuţia, în cadrul unui cerc ştiinţific, şi studenţii: G. Androniu, Gh. Sîrbu, Th. Tomida, D. Gheorghiu, R. Grigorescu, C. Moldoveanu, I. Orbu, de la facultatea de construcţii, Institutul politehnic, Iaşi.

$\lambda_{echiv} = d/\sum(d_i/\lambda_i)$, calculate pentru secţiunea curentă şi în dreptul punţilor normale (*2—2, 3—3*).

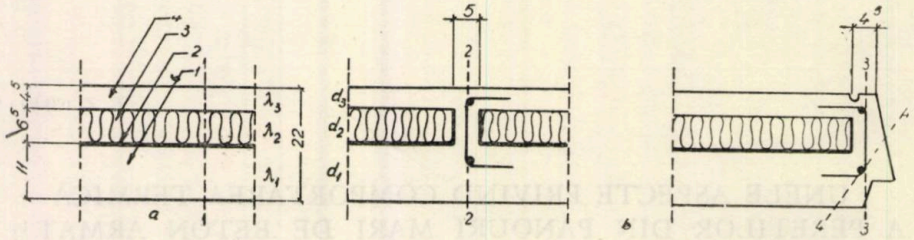


Fig. 2. — Secţiuni prin panourile exterioare.

În secţiunile oblice *4—4* rezistenţa termică a panoului este inferioară valorii stabilite pentru punţile normale (*2—2, 3—3*).

Tabelul 2

Secţiunea	Rezistenţa termică R_t m² h °C/kcal	Conductivitatea termică echivalentă λ_{echiv} kcal/m h °C
Secţiunea curentă izolată termic (*1—1*)	$R_t^c = 1{,}244$	$\lambda_{echiv}^c = 0{,}21$
Secţiunea neizolată termic (*2—2* şi *3—3*)	$R_t^p = 0{,}327$	$\lambda_{echiv}^p = 1{,}69$

În comparaţie cu peretele de cărămidă ceramică obişnuită, tencuit pe ambele feţe, de 37,5 cm grosime, cu $R_t^z = 0{,}77$ m² h°C/kcal, se obţin următoarele valori:

$$R_{t\,(1-1)}^c = 1{,}62\,R_t^z \quad \text{şi} \quad R_{t\,(2-2,\,3-3)}^p = 0{,}425\,R_t^z.$$

Valoarea teoretică a raportului dintre rezistenţa termică a panoului în secţiunea curentă (*1 - 1*) şi cea din secţiunea neizolată este:

$$c_t = R_t^c/R_t^p = 1{,}244/0{,}327 = 3{,}81.$$

Rezistenţele medii ale diferitelor panouri exterioare, calculate cu relaţia

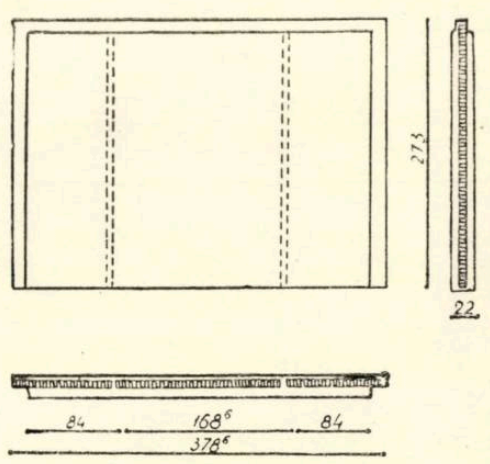
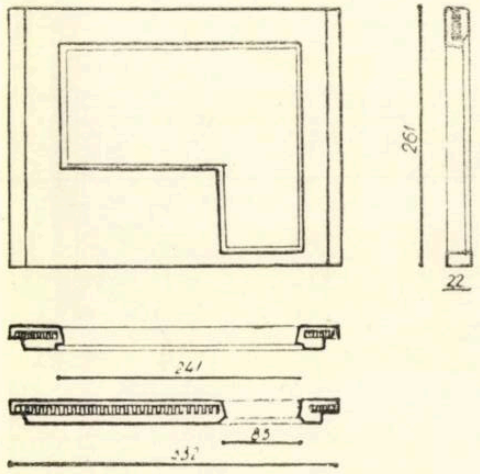
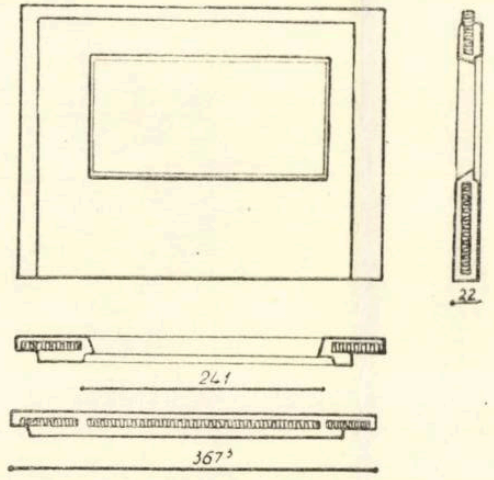
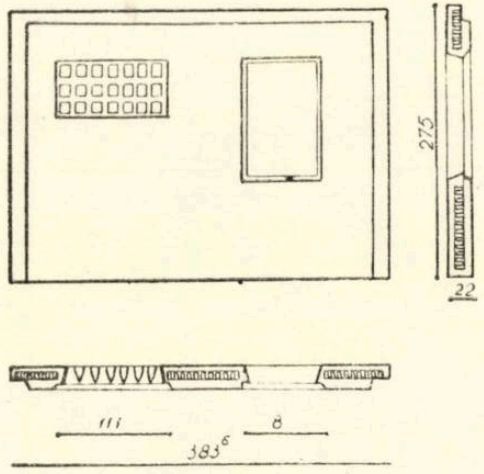
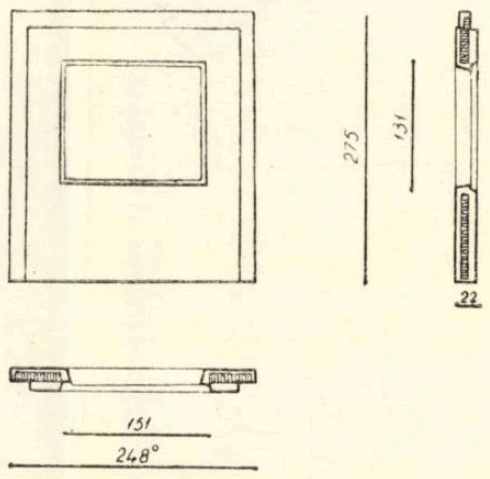
$$R_{med}^{\circ} = (A_1 R^c + A_2 R^{\circ})/(A_1 + A_2),$$

avînd în vedere ponderea suprafeţelor de rezistenţă termică diferită, (A_1 şi A_2 — suprafeţele de rezistenţe R_t^c şi R_t^p), sînt indicate în fig. 1.

Pe baza determinărilor efectuate în laborator, caracteristicile termice ale materialelor folosite efectiv pe şantier sînt prezentate în tabelul 2.

În baza valorilor coeficienţilor de conductivitate termică, determinaţi în laborator, în tabelul 3 se indică caracteristicile termice ale panourilor, în secţiunile curente (*1—1*) şi în dreptul punţilor (*2—2, 3—3*.

Caracteristicile panourilor mari pentru pereţii exteriori

Schema panoului	Panouri de perete exterior tip:				
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
					
Suprafaţa totală (m²)	10,70	9,25	10,00	10,48	6,60
Suprafaţa de fereastră (m²)	—	3,66	3,02	1,52	1,87
Suprafaţa neizolată termic (m²)	1,24	1,71	1,27	1,42	0,83
Suprafaţa izolată termic (m²)	9,46	4,88	5,71	7,54	4,00
Rezistenţa termică ponderată R^p_{med} (m³ h °C/kcal)	0,94	0,71	0,82	0,86	0,84

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM KÖZPONTI KÖNYVTÁRA 1848

Tabelul 3

Materialul	Greutatea specifică aparentă kg/m³	Greutatea kg/m²	Conductivitatea termică λ kcal/m h °C	Permeabilitatea termică kcal/m² h °C
Pîslă minerală semirigidă	350	—	0,04	—
Beton simplu B 200 cu umiditatea $u=1\%...6\%$	2 200	—	1,22...1,67	—
Praf hidrofob	800	—	0,11	—
Tapet semilavabil	—	0,16	—	20

Tabelul 4

Secțiunea	Rezistența termică R_t m² h °C/kcal	Conductivitatea termică echivalentă λ_{echiv} kcal/m h °C
Secțiune curentă izolată termic (*1—1*)	$R_t^c = 1{,}294$	$\lambda_{echiv}^c = 0{,}185$
Secțiune neizolată termic (*2—2* și *3—3*)	$R_t^p = 0{,}377$	$\lambda_{echiv}^p = 1{,}180$

Pentru determinarea caracteristicilor termice ale construcției din panouri mari s-au făcut măsurători la clădire în primele luni de exploatare, în condițiile unui regim practic staționar, folosindu-se în acest scop aparatajul următor: a) un aparat înregistrator pentru temperaturi și umiditatea aerului interior; b) un aparat electric pentru măsurarea temperaturilor cu ajutorul termocuplelor; c) termocuple Cu-constantan pentru măsurarea temperaturilor de suprafață a pereților (fig. 3); d) termocuple Cu - constantan

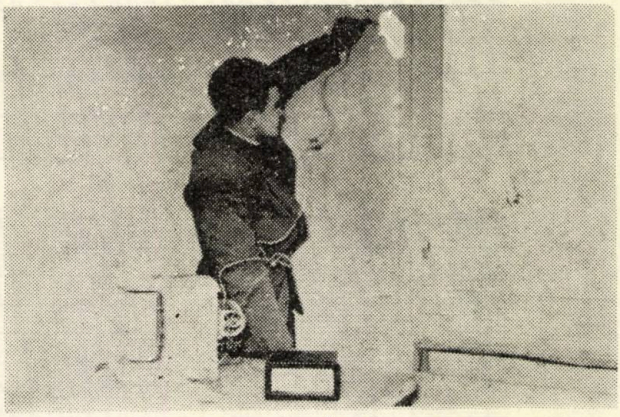


Fig. 3. — Efectuarea măsurătorilor pe construcția în exploatare.

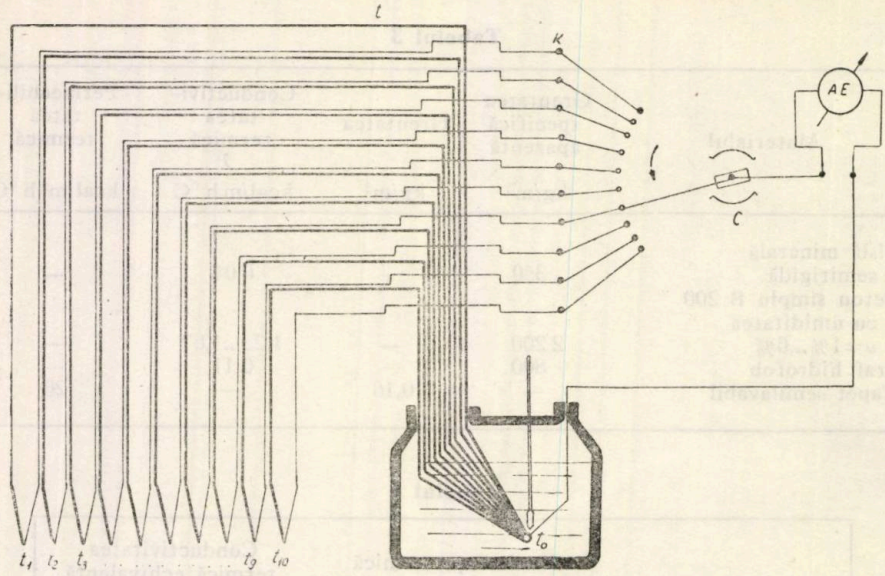


Fig. 4. — Schema instalației de măsurare a temperaturilor.

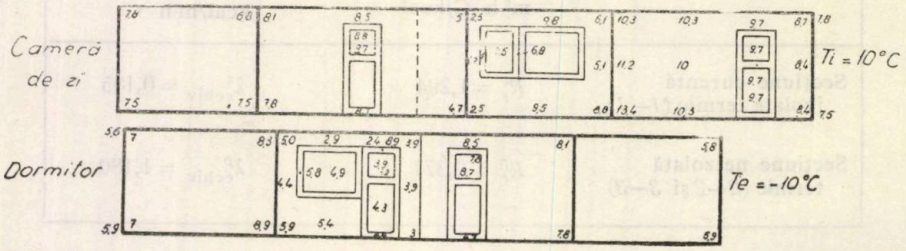


Fig. 5. — Poziția punctelor de măsurare a temperaturilor la pereții desfășurați ai încăperilor de locuit, cu indicarea valorilor unor citiri intermediare.

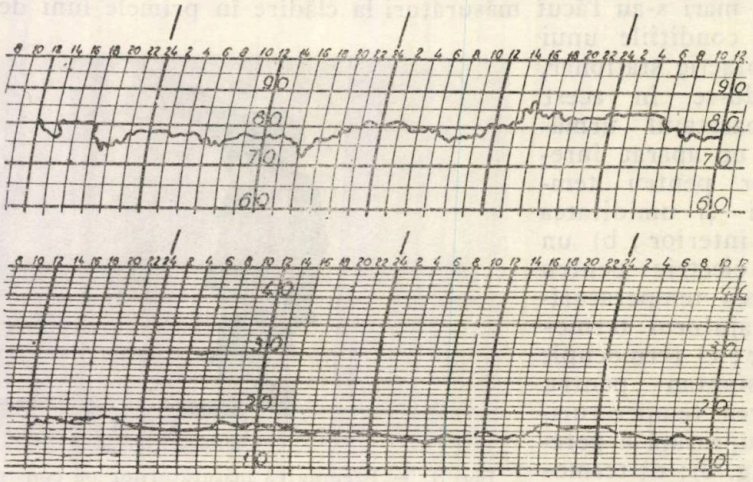
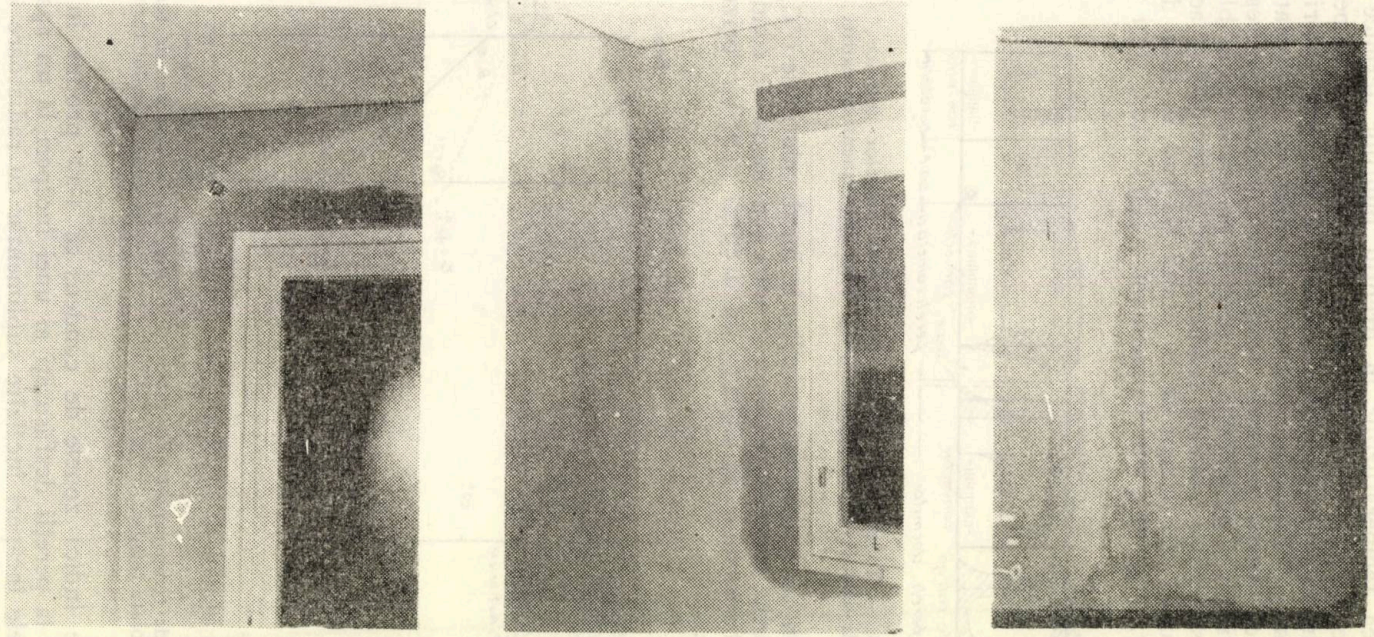


Fig. 6. — Variația temperaturii și umidității aerului în camera de zi.



a *b* *c*

Fig. 7, — Zonele de condens la colţuri, ferestre şi punţi.

pentru măsurarea temperaturilor în dreptul punţilor termice (fig. 4).

În fig. 5 se indică poziţia punctelor de măsurare a temperaturilor la pereţii desfăşuraţi ai încăperilor de locuit, cu indicarea valorilor unor citiri intermediare. Măsurători asupra spectrului de temperaturi s-au făcut în diferite situaţii privind: temperatura exterioară, regimul de încălzire şi ventilaţie a încăperilor în plan şi pe verticală, în bloc.

În fig. 6 se indică variaţia temperaturii şi umidităţii aerului în camera de zi a unui apartament de la etajul III sud, în timp de 3 zile, pentru $t_e = -2°...3°C$ noaptea şi maximum 5°...6°C ziua. Deşi tempera-

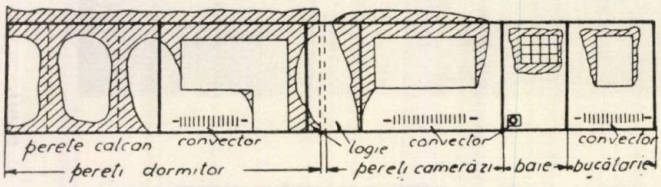


Fig. 8. — Zonele de condens în dreptul punţilor termice la pereţii desfăşuraţi ai unei încăperi, la un apartament de capăt.

tura exterioară în acest interval a oscilat în jurul valorii de 0°C, în mare parte din încăperile construcţiei s-au produs fenomene de condens, mai active în jurul ferestrelor, la colţuri, în dreptul punţilor orizontale şi verticale (fig. 7).

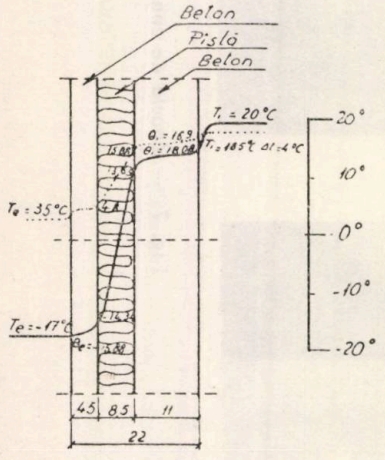


Fig. 9. — Căderea de temperatură în porţiunile izolate termic.

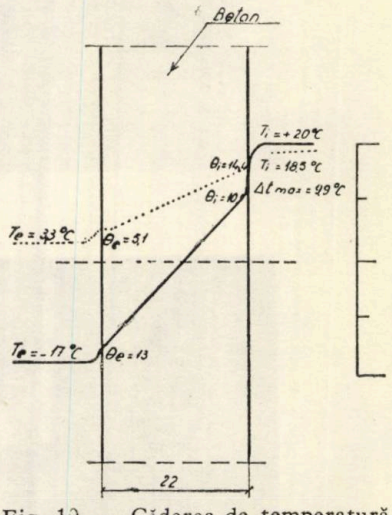
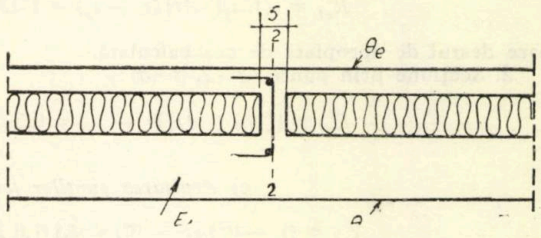
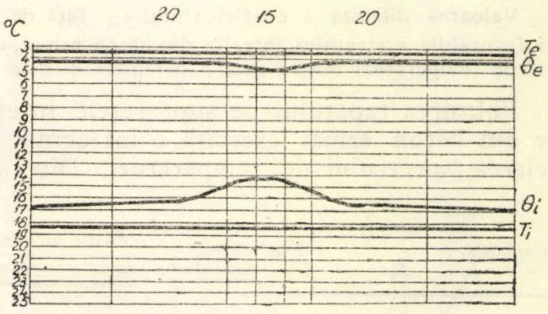


Fig. 10. — Căderea de temperatură în zona punţilor termice.

În fig. 8 se indică zonele de condens ce s-au produs în dreptul punţilor termice la pereţii desfăşuraţi ai unei încăperi, la un apartament de capăt. La unele încăperi încălzite suplimentar cu radiatoare electrice şi ventilate sistematic, fenomenele de condens dispar şi reapar.

Tabelul 5

Variația de temperatură în dreptul unei punți curente

Detaliul nodului	
Curba de temperatură	
Diferența de temperatură măsurată $t_i - \theta_i$	18,5 — 14,4 = 4,1°C
Căderea de temperatură maximă evaluată $(t_i - \theta_i)$ pentru $t_e = -17°C$ și $t_i = 20°C$	9,9°C

Extrapolînd rezultatele obținute pentru temperaturile de exploatare oarecare, rezultă valorile de mai jos ale parametrilor termici ai clădirii, pentru $t_e = -17°C$ și $t_i = 20°C$, corespunzător temperaturilor normale de calcul:

a) *Căderea de temperatură*

1. Secțiune curentă (*1—1*, fig. 9):

$$\Delta t^{c}_{max} = [(20 + 17)/(1{,}85 - 3{,}5)] \cdot 1{,}6 = 4°C.$$

2. Secțiune prin punte (*2—2*, *3—3*, fig. 10):

$$\Delta t^{p}_{max} = [(20 + 17)/(18{,}5 - 3{,}5)] \cdot 4 = 9{,}9°C,$$

ceea ce depășește cu mult valoarea admisibilă. În tabelul 5 se redă variația temperaturii peretelui în dreptul unei punți curente.

b) *Rezistența termică efectivă*

1. Secțiune curentă (*1—1*):

$$R^c_{ef} = [(1/\alpha_i)/\Delta t]\,(t_i - t_e) = 1{,}320\ m^2\,h°C/kcal,$$

valoare destul de apropiată de cea calculată.

2. Secțiune prin punte (*2—2, 3—3*):

$$R^c_{ef} = [(1/\alpha_i)/\Delta t]\,(t_i - t_e) = 0{,}595\ m^2\,h°C/kcal.$$

c) *Acuitatea punților termice*

$$c_{ef} = (t_i - \theta^p_i)/(t_i - \theta^c_i) = 4{,}1/1{,}6 = 2{,}53 < 3{,}81.$$

Valoarea diferită a coeficientului c_{ef} față de cea calculată se datorește influenței favorabile a stratului interior din beton armat, care contribuie la micșorarea diferenței de temperaturi dintre zonele neizolate și cele izolate.

Folosirea tapetului pe suprafețele interioare ale panourilor exterioare din beton armat exercită o influență pozitivă în ceea ce privește nivelarea spectrului de temperaturi. Din spectrul de temperaturi pre-

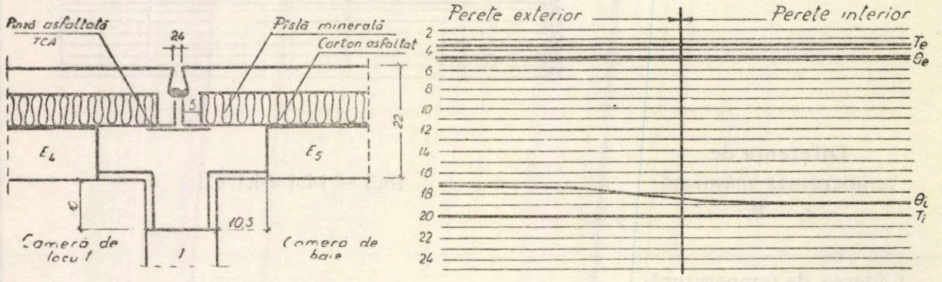


Fig. 11. — Spectrul de temperaturi la o îmbinare curentă în dreptul peretelui transversal.

zentat în fig. 11 rezultă de asemenea influența pozitivă a peretelui transversal asupra curbei temperaturilor.

Spectrul temperaturilor la punțile termice, situate la îmbinările dintre pereți și planșee, și la colțuri, așa cum a rezultat din măsurătorile efectuate, este prezentat în tabelul 6.

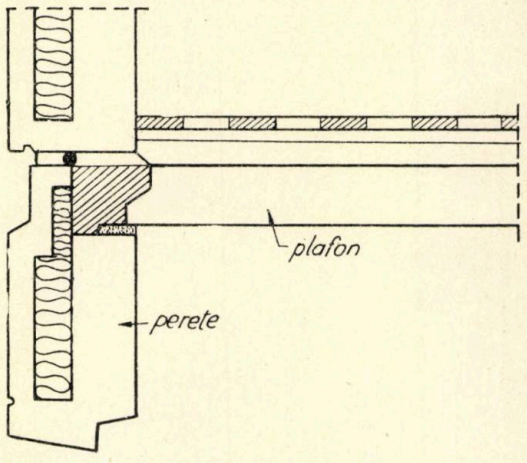
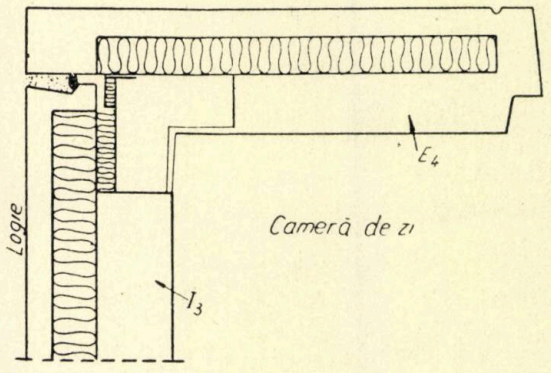
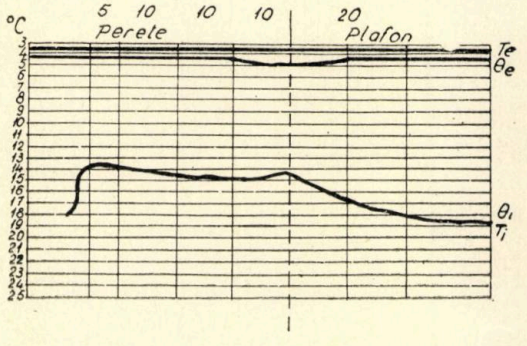
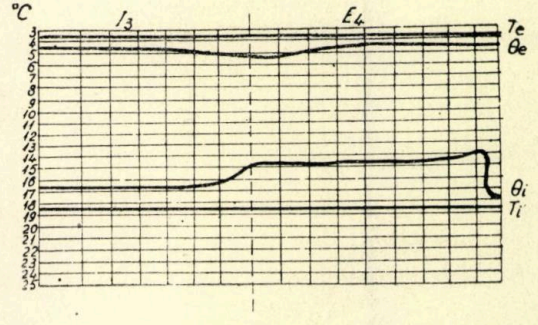
Măsurătorile termice efectuate în primul an de exploatare, în condițiile unei ierni caracterizate prin condiții climatice medii, permit sintetizarea următoarelor concluzii:

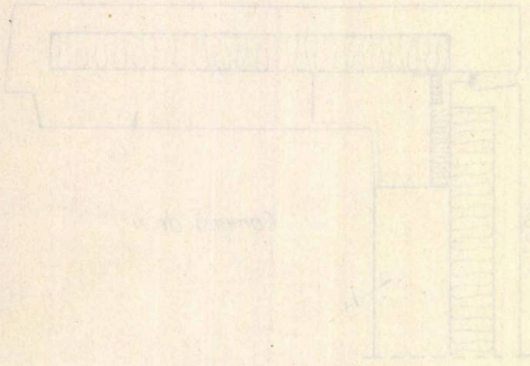
a) Spectrul temperaturilor suprafeței interioare și exterioare a pereților exteriori din panouri mari de beton armat, în trei straturi, neomogeni din punct de vedere constructiv, este neuniform. În condițiile limită de calcul termic, pentru $t_i = 20°C$ și $t_e = -17°C$, între punctele de secțiune curentă și punte termică există o diferență maximă de temperatură la interior, $t^c_i - t^p_i = 6°C$.

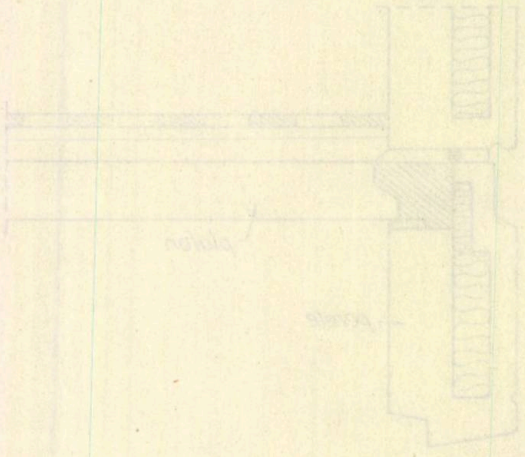
Caracterul neomogen al panoului se reflectă și în comportarea termică a acestuia.

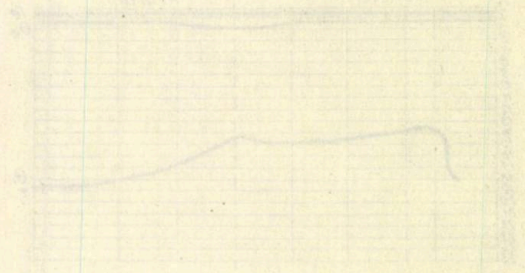
Tabelul 6

Variaţia temperaturii la pereţi în dreptul planşeelor şi la colţ

	Îmbinare cu planşeul	Îmbinare de colţ
Detaliul nodului		
Curba de temperatură		
Diferenţa de temperatură măsurată $t_i - \theta_i$	18,1—4,1=4,0°C	18,5—14,3=4,2°C
Căderea temperaturii maximă evaluată $t_i - \theta_i$ pentru $t_e = -17$°C şi $t_i = 20$°C	9,7°C	10,5°C







b) Placa interioară din beton armat, de 11 cm grosime, şi pereţii interiori din beton armat, care converg în îmbinările panourilor exterioori, exercită o acţiune pozitivă în uniformizarea spectrului de temperaturi, prin aport de căldură, în dreptul punţilor, datorită fenomenului de transmisie a fluxului de căldură după două direcţii. Aplicarea tapetului pe suprafeţele interioare ale pereţilor exteriori exercită o influenţă pozitivă asupra uniformizării cîmpului de temperatură.

c) Zonele de condens apar în dreptul nervurilor de legătură dintre plăcile panourilor pereţilor calcan, în jurul ferestrelor, şi în porţiunea de perete ce desparte camera de zi de logie. Se impun măsuri pentru micşorarea la maxim a efectului de punte a legăturilor de beton armat între plăci. Ferestrele cuplate, cu toc de lăţime redusă, accentuează importanţa punţii termice (fig. 12). Umiditatea acumulată în jurul ferestrelor poate îmbiba stratul de pîslă din panou. Este necesară izolarea termică a cadrului ferestrei şi racordarea stratului de carton spre exteriorul panoului. Ancadramentul ferestrei este indicat să se realizeze din material termoizolant.

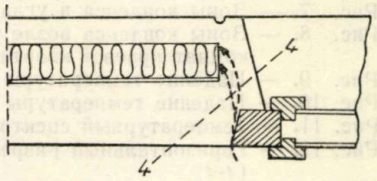


Fig. 12. — Secţiune orizontală în dreptul ferestrei. Punte termică în secţiune oblică (*4–4*).

d) Rezistenţa termică generală a panoului, datorită punţilor (la nervuri orizontale şi verticale, ferestre), este redusă cu 60%, de la valoarea teoretică $R_t = 1{,}29$ la $R_t = 0{,}7 \ldots 0{,}8$ $m^2 h\ °C/kcal$, aspect de care trebuie să se ţină seamă la calculul pierderilor de căldură prin pereţii neomogeni. Ar prezenta interes efectuarea unor măsurători pentru determinarea pierderilor reale de căldură, avînd în vedere transmisia căldurii după două direcţii la pereţi neomogeni.

e) Construcţia cu pereţii din panouri mari din beton armat este sensibilă la variaţii de umiditate şi temperatură, ceea ce se datoreşte şi etanşeităţii deosebite a betonului vibrat. Pentru a se evita fenomenele de condens este necesară adoptarea unui regim de încălzire continuu şi ventilarea încăperilor, în special acolo unde au loc degajări mari de vapori de apă.

f) În primul an de exploatare comportarea termică a construcţiei a fost influenţată şi de umiditatea naturală a elementelor de construcţie. O dată cu uscarea elementelor construcţiei este de aşteptat şi o îmbunătăţire a comportării termice.

Primită la 24 IX 1961

Institutul politehnic, Iaşi
Catedra de construcţii

К ВОПРОСУ ТЕРМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ КРУПНОПАНЕЛЬНЫХ СТЕН

(Резюме)

Представлены результаты термических исследований в здании из крупнопанельных железобетонных трехслойных стен в условиях первого года эксплуатации. Стены из неоднородных, с точки зрения сооружения, крупных панелей, обладают неоднород-

ным термическим поведением. Температурный спектр неоднообразен, влияние мостов велико, а влаго- и воздухонепроницаемость стен требует непрерывного режима отопления и систематической вентиляции помещения.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Общий вид здания.
Рис. 2. — Наружные панели в разрезе.
Рис. 3. — Измерения в жилом здании.
Рис. 4. — Схема установки для измерения температур.
Рис. 5. — Положение точек измерения температур на развернутых стенах жилища с указанием величин средних показателей.
Рис. 6. — Изменения температуры и влажности воздуха в жилой комнате.
Рис. 7. — Зоны конденса в углах, у окон и мостов.
Рис. 8. — Зоны конденса возле терминеских мостов у развернутых стен одной из комнат краевой квартиры.
Рис. 9. — Падение температуры в термически изолированном участке.
Рис. 10. — Падение температуры в зоне термических мостов.
Рис. 11. — Температурный спектр в обыкновенном стыке в поперечной стене.
Рис. 12. — Горизонтальный разрез у окна. Термический мост в наклонном разрезе (*4-4*).

DAS THERMISCHE VERHALTEN DER GROSSPLATTENBAUTEN

(Zusammenfassung)

In dem vorliegenden Aufsatz werden die Ergebnisse der thermischen Untersuchungen besprochen, die an einem Wohnblock aus drei schichtigen Betongrossplatten ergestellt wurden; das Gebäude besteht seit einem Jahr. Die Wände sind aus ungleichhartigen Grossplatten, vom konstruktiven Standpunkt ausgesehen, verhalten sich folglich thermisch, ungleichartig. Der Temperaturlauf ist ungleichförmig, der Einfluss der thermischen Brücken ist gross, die Luft- und Wasserdichtigkeit beansprucht eine fortwährende Beheizung als auch eine systematische Lüftung der Räume.

Erklärung der Abbildungen

Abb. 1. — Allgemeine Ansicht des Baues.
Abb. 2. — Charakteristische Durchschnitte der äusseren Grossplatten.
Abb. 3. — Messungen an einem bewohntem Gebäude.
Abb. 4. — Schema der Einrichtung für die Temperaturablesungen.
Abb. 5. — Lage der Temperaturmessungstellen an den Wohnzimmerwänden.
Abb. 6. — Temperatur und Feuchtigkeitschwankung der Luft in einem Wohnzimmer.
Abb. 7. — Kondensationszonen an den Ecken und Fenstern.
Abb. 8. — Kondensationszonen an den thermischen Brücken der Wände des Raumes einer Eckwohnung.
Abb. 9. — Temperatursenkung in den thermisch isolierten Wandzonen.
Abb. 10. — Temperatursenkung in der Zone der thermischen Brücken.
Abb. 11. — Temperaturspektrum an einer laufenden Verbindung an der Querwand.
Abb. 12. — Wagrechter Durchschnitt gegenüber eines Fensters. Thermische Brücke in schrägem Durchschnitt (*4-4*).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 625.8

CONTRIBUŢII LA STUDIUL ADEZIVITĂŢII LIANŢILOR HIDROCARBONAŢI LA BALAST

DE

D. ATANASIU, Al. CHELĂRESCU, ELISABETA PĂUNEL, D. GANJULA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Introducere

Piatra de carieră rezultată prin concasare are o largă întrebuinţare în construcţiile rutiere pentru alcătuirea îmbrăcăminţilor cu lianţi hidrocarbonaţi. Astăzi, cînd se pune problema realizării îmbrăcăminţii asfaltice la un preţ de cost cît mai scăzut, prin folosirea la maximum a rezervelor locale, fără a dăuna calitatea, studierea posibilităţilor de folosire în acest scop a pietrei din balastierele locale este importantă atît din punct de vedere economic cît şi din punct de vedere al lărgirii sorturilor de materiale.

Adezivitatea lianţilor hidrocarbonaţi reprezintă proprietatea de care depinde în mare parte comportarea ulterioară a materialului din stratul rutier.

Gradul de adezivitate a liantului la agregat interesează în special în construcţiile rutiere, căci determină comportarea construcţiei faţă de acţiunea apei, a îngheţurilor şi dezgheţurilor succesive, faţă de acţiunea circulaţiei etc.

Este bine cunoscut faptul [1]...[5] că adezivitatea liantului hidrocarbonat la agregat este rezultatul unui complex de fenomene chimice şi fizico-chimice, care au loc la interfaţa liant—agregat; ele sînt deci strîns legate de caracteristicile agregatului şi proprietăţile fizice şi fizico-chimice ale liantului. De asemenea adezivitatea depinde şi de condiţiile de lucru.

Faptul că natura mineralogică a agregatului are un rol principal în realizarea adezivităţii, a dus încă de multă vreme la clasificarea rocilor în trei categorii: a) rocile pozitive sau bazice ($SiO_2 < 52\%$), la care, în genere, aderă bine lianţii hidrocarbonaţi şi se comportă ca materiale hidrofobe; b) rocile negative sau acide ($SiO_2 > 65\%$) au o comportare opusă precedentelor şi sînt deci hidrofile; c) rocile mixte, adică de compoziţie şi comportare intermediară.

Din punct de vedere al adezivităţii, balastul, spre deosebire de piatra concasată, intervine cu o serie de caracteristici care sînt în defavoarea adezivităţii şi anume: este un material neomogen atît din punct de vedere mineralogic (este constituit din granule acide, bazice, mixte, în proporţii variabile după balastieră) cît şi ca formă a granulelor (aspect al feţelor, grad de porozitate), iar muchiile şi colţurile, de cele mai multe ori sînt rotunjite. Deci în cazul balastului se măreşte gama de factori care trebuie luaţi în seamă în studiul adezivităţii.

Lucrarea de faţă urmăreşte două obiective şi anume:

a) să se stabilească, sub aspectul adezivităţii, posibilitatea de folosire a balastului de Liteni, care convine din punct de vedere economic pentru construcţiile rutiere locale (regiunea şi oraşul Iaşi);

b) să se ajungă la aprecieri asupra ponderei cu care intervin anumiţi factori (compoziţie mineralogică, umiditate, unii aditivi) în procesul de realizare a adezivităţii, precum şi asupra metodelor care trebuie aplicate, în cazul balastului, pentru determinarea adezivităţii.

2. Date experimentale

1° De la început, pentru a stabili o scară a variaţiei adezivităţii în funcţie de compoziţia mineralogică, umiditate, precum şi a unor aditivi introduşi pentru mărirea adezivităţii (dar spre a elimina alţi factori suplimentari cu care intervine balastul), s-a recurs la două tipuri de roci diametral opuse din punct de vedere al gradului de adezivitate şi anume: una cu caracter bazic (s-a ales în acest scop marmora de Ruşchiţa) şi alta cu caracter acid (s-a ales un cuarţit). Considerînd indicată pentru aceste determinări metoda Riedel-Weber clasică, deoarece poate reda fidel influenţa compoziţiei mineralogice, am adus aceste roci la mărirea granulară de 0,2...0,6 mm şi apoi am realizat cu ele 21 amestecuri minerale în care fiecare din aceste roci interveneau în proporţii diferite. Aceste amestecuri le-am considerat amestecuri etalon (tabelul 1). Bitumarea s-a realizat cu bitum tăiat a cărui reţetă a fost stabilită într-un studiu precedent [6], anume : 77,5 părţi greutate bitum tip $D + 22{,}5$ părţi white-spirt.

Pentru a se urmări şi influenţa umidităţii s-au făcut trei serii de astfel de amestecuri : prima cu agregat uscat, a doua cu agregat cu 3% apă şi a treia cu agregat cu 5% apă, iar pe altă parte s-a urmărit influenţa a doi aditivi, luaţi în proporţia optimă [6], anume : fenol 2% şi ortocrezol 1% din greutatea bitumului. S-au tratat apoi, în continuare, după metoda Riedel-Weber[1]) ; rezultatele sînt cuprinse în tabelul 1.

Deoarece prin introducerea de cuarţ în amestec, în proporţii oricît de mici (v. tabelul 1). adezivitatea scade brusc de la 7...8 (cît este la marmora de Ruşchiţa) la 0 grade Riedel-Weber, pentru a se sezisa influenţa factorilor urmăriţi s-a recurs la introducerea subdiviziunilor de grad şi s-a considerat necesar ca între limitele de la 0...1 grade să se introducă subdiviziunile 0,25 şi 0,50.

Din datele centralizate în tabelul 1 rezultă următoarele concluzii :

a) Numai de la amestecul în care cuarţul este în cantitate mai mică decît 35% adezivitatea ajunge la 0,50...1 (se separă circa 15 granule în soluţia 1[2])), fapt care iniţial a fost surprinzător, în special pentru amestecurile 18...21 din tabelul 1, de oarece conţin $CaCO_3$ în majoritate.

Analizînd natura mineralogică a granulelor separate s-a constatat că la toate amestecurile se separă granulele silicioase iar cele calcaroase se separă numai la tratare cu soluţii de concentraţie mare (de exemplu granulele de $CaCO_3$ din amestecul 12 se separă la soluţia 6, corespunzător gradului de adezivitate 6, iar la amestecurile 18, 19 şi 20 — abia la soluţia 8) ; aceasta ne îndreptăţeşte să considerăm pentru amestecurile

[1]) Proporţiile indicate prin metoda Riedel-Weber sînt: 71 cm^3 piatră + 29 cm^3 bitum plastic.

[2]) Pentru prescurtare, în loc de a indica concentraţia soluţiei, aceasta a fost marcată prin cifra care reprezintă gradul său de adezivitate.

Tabelul 1

Activitatea amestecurilor minerale (marmoră + cuarț)

Nr. crt.	Compoziția mineralogică	Bitum tăiat (77,5 p. bitum D + 22,5 p. white-spirt) 28 părți la 100 părți amestec mineral								
		Amestec mineral			Amestec mineral + 2% fenol			Amestec mineral + 1% ortocrezol		
		uscat	cu 3% apă	cu 5% apă	uscat	cu 3% apă	cu 5% apă	uscat	cu 3% apă	cu 5% apă
		Grade de adezivitate, metoda Riedel-Weber clasică								
1	Marmoră Ruşchița (100%)	7...8	7...8	7...8	8	8	8	7...8	8	7
2	Cuarț (100%)	0	0	0	0,5...1	0,5...1	0,5...1	0...0,25	0...0,25	0...0,25
3	Cuarț (95%) + marmoră (5%)	0...0,25								
4	Cuarț (90%) + marmoră (10%)	0...0,25								
5	Cuarț (85%) + marmoră (15%)	0,25								
10	Cuarț (60%) marmoră (40%)	0,25								
11	Cuarț (55%) + marmoră (45%)	0,25...0,50								
12	Cuarț (50%) + marmoră (50%)	0,25...0,50								
13	Cuarț (45%) + marmoră (55%)	0,25...0,50								
14	Cuarț (40%) + marmoră (60%)	0,25								
15	Cuarț (35%) + marmoră (65%)	0,50...1								
16	Cuarț (30%) + marmoră (70%)	0,50...1	0...0,25	0...0,25	0,5...1	0,5...1	1	0,25...0,5	0,5...1	0,5
17	Cuarț (25%) + marmoră (75%)	0,50...1	0...0,25	0...0,25	0,5...1	1	1	0,50	0,5...1	0,5
18	Cuarț (20%) + marmoră (80%)	0,50...1	0...0,25	0...0,25	0,5...1	1	1	0,50	0,5...1	0,5
19	Cuarț (25%) + marmoră (75%)	0,50...1	0...0,25	0,25	0,5...1	1	1	0,50	0,5...1	0,5
20	Cuarț (10%) + marmoră (90%)	0 50...1	0...0,25	0,25	0,5...1	1	1	0,50	0,5...1	0,0
21	Cuarț (5%) + marmoră (95%)	0,50...1	0...0,25	0,25	0,5...1	1	1	1	1	0,5...1

cu conținut mare de $CaCO_3$ (50%) că gradul de adezivitate trebuie să corespundă soluției care separă granulele calcaroase.

b) Umiditatea agregatului micșorează adezivitatea; verificîndu-se și pe această cale un fapt cunoscut, se prezintă măsura în care are loc această scădere, apreciată prin subdiviziuni de grad.

c) Prin introducerea fenolului (2% din greutatea bitumului tip *D*) și a ortocrezolului (1% din greutatea bitumului tip *D*), la aceste amestecuri s-a înregistrat o oarecare ameliorare, în special în cazul agregatului umed, ceea ce este în concordanță și cu variațiile de rezistență la compresiune a amestecurilor bitumate [6].

Ţinînd seama de proporţiile reduse cu care intervin aceşti aditivi şi de perspectivele de a se obţine pe cale industrială, se poate afirma că vor fi accesibili şantierelor de construcţii rutiere.

2° În cele ce urmează sînt redate rezultatele cercetărilor efectuate pe balastul de Liteni (cu care s-a lucrat şi la experimentarea pavajelor în staţia pilot).

a) Tabelul 2 cuprinde compoziţia mineralogică numai a sorturilor 2/7 mm şi 7/15 mm extrase din balastul de Liteni, sorturi care intră în componenţa îmbrăcăminţilor rutiere.

Tabelul 2

Compoziţia mineralogică a sorturilor 2/7 mm şi 7/15 mm din balastul de Liteni

Natura mineralogică a granulelor	Sortul granulometric mm		Aspectul feţelor granulelelor
	2/7	7/15	
	greutate %		
Materii silicioase diverse (silexuri, cuarţite, menilite)	14,7	8,9	lucii
Grezii silicioase	81,6	78,9	netede
Grezii calcaroase + calcare	3,7	12,2	aspre
Total	100	100	

Acest balast fiind un material deficitar în granule calcaroase, trebuie situat în grupa materialelor acide (hidrofile).

b) Adezivitatea acestui balast s-a urmărit după metoda Riedel-Weber clasică şi metoda imersiunii (procedeul static), pe cele trei grupe repartizate după compoziţia mineralogică (tabelul 2) şi apoi pe amestecul realizat în proporţiile în care apar în balast sorturile 2/7 şi 7/15 mm. Pentru comparaţie s-au experimentat amestecurile realizate cu bitum tăiat (la rece) cît şi cele cu bitum tip *D* (la cald).

În metoda imersiunii, la agregatul cu 3% şi 5% apă, nu s-a putut realiza acoperirea cu liant decît prin amestecarea la cald (circa 60°C) şi pentru a se îmbunătăţi pelicula realizată, amestecarea la cald a trebuit să fie făcută pînă ce apa s-a evaporat; în caz contrar pelicula este discontinuă.

Rezultatele obţinute cu ajutorul metodei Riedel-Weber clasică sînt cuprinse în tabelul 3, iar cele obţinute prin metoda imersiunii sînt redate în tabelul 4.

Analizînd rezultatele consemnate în tabelul 3 rezultă:

α) Prin metoda Riedel-Weber, rezultatele concordă cu cele stabilite pentru amestecurile etalon (tabelul 1).

β) La 13 zile de la prepararea amestecului, adezivitatea exprimată în grade şi în subgrade Riedel este foarte mică (subunitară) la rocile silicioase şi creşte la 3...4 la greziile calcaroase; la proba rezultată prin măcinarea greziei calcaroase cuarţul este separat de liantul calcaros, ceea

Tabelul 4

*Adezivitatea determinată prin metoda imersiunii, la 13 zile de la prepararea amestecului bituminat *)*

Natura mineralogică a granulelor	Amestec de agregat cu bitum tăiat, metoda la rece (la agregatul umed, amestecul s-a preparat la 60°C)								Amestec de agregat cu bitum tip *D*, metoda la cald					
	Starea de umiditate a amestecului mineral înainte de bitumare								Starea de umiditate a amestecului mineral înainte de bitumare					
	uscat		cu 3% apă		cu 5% apă		saturat cu apă, păstrat 1 oră în laborator		uscat		cu 3% apă		cu 5% apă	
	Aspect după imersie	Concluzii comportare	Aspect după imersie	Concluzii comportare	Aspect după imersie	Concluzii comportare	Aspect după imersie	Concluzii comportare	Aspect după imersie	Concluzii comportare	Aspect după imersie	Concluzii comportare	Aspect după imersie	Concluzii comportare
Materii silicioase diverse, sort 7/15 mm	Peliculă continuă dar neuniform de subţire la colţuri şi muchii; culoarea maro; pelicula mai subţire ca în rest	Acceptabilă — bună	Peliculă cu pori şi neuniform de groasă	Acceptabilă	Peliculă cu pori şi subţire	Acceptabilă	Peliculă continuă (fără pori) pe la colţuri şi muchii; culoarea maro (pelicula mai subţire ca în rest)	Acceptabilă	Ca şi în cazul amestecului cu bitum tăiat	Bună	Peliculă continuă cu foarte puţini pori, subţiată la colţuri	Acceptabilă — bună	Peliculă cu pori; subţiată la colţuri	Acceptabilă bună
Grezii silicioase, sort 7/15 mm	Peliculă continuă puţin încreţită	Bună	Peliculă cu pori şi neuniform de groasă	Acceptabilă	Peliculă cu pori şi mai subţire decît în cazul cînd agregatul a fost uscat	Acceptabilă	Peliculă continuă fără pori dar neuniform de groasă la colţuri şi muchii; culoarea maro	Acceptabilă						
Amestec mineral corespunzător balastului de Liteni, sort 7/15 mm: 8,9% materii silicioase diverse + 78,9% grezii silicioase + 3,7% grezii calcaroase şi calcare	Toate granulele acoperite; la cele calcaroase pelicula este mată, la celelalte este lucioasă	Bună	Toate granulele acoperite; la cele calcaroase pelicula este mată	Acceptabilă — bună					Peliculă continuă	Bună	Peliculă continuă	Bună	Peliculă continuă	Bună
Amestec mineral corespunzător balastului de Liteni, sort 2/7 mm: 14,7% materii silicioase diverse + 81,6% grezii silicioase + 3,7% grezii calcaroase şi calcare	Toate granulele acoperite; la cele calcaroase pelicula este mată, la celelalte este lucioasă	Bună	Toate granulele acoperite; la cele calcaroase pelicula este mată	Acceptabilă — bună										

*) Amestecul introdus în apă a fost menţinut 10 zile.

Tabelul 3

Adezivitatea determinată prin metoda Riedel-Weber, la 13 zile de la prepararea amestecului bituminat

Natura mineralogică a granulelor de 0,2 ...0,6 mm realizate din sortul 7/15 mm	Metoda la rece (parte minerală + bitum tăiat)			Metoda la cald (parte minerală + 6% bitum tip *D*)		
	Gradul de umiditate a amestecului mineral					
	uscat	cu 3% apă	cu 5% apă	uscat	cu 3% apă	cu 5% apă
Materii silicioase diverse	0	0	0	0...0,25	0	0
Grezii silicioase	0...0,25	0	0	0,25...0,5	0	0
Grezii calcaroase + calcare	3...4	—	—	—	—	—
Amestec în proporțiile existente în balast (v. tabelul 2)	0,5	—	—	—	—	—

ce face ca ansamblul să aibă o comportare aproximativ corespunzătoare rocilor acide.

γ) Umiditatea agregatului reduce adezivitatea atît în cazul amestecului la rece (cu bitum tăiat) cît și la cald (cu bitum tip *D*).

δ) Amestecul bitumat realizat cu sortul 7/15 mm din balastul de Liteni dă o adezivitate la 13 zile de 0,5 grade, pentru ca la 8 luni să ajungă la 2 grade (pe care o considerăm satisfăcătoare).

ε) Rezultatele obținute arată că balastul de Liteni prezintă o aderență mai bună față de liant în cazul utilizării bitumului tip *D* la cald decît in cazul bitumului tăiat.

Utilizînd metoda imersiunii (procedeul static) rezultatele indică o aderență satisfăcătoare chiar și în cazul agregatului silicios și umed, dar numai dacă amestecarea s-a făcut la cald (60°C) și un timp suficient pentru a avea loc eliminarea apei în această perioadă (tabelul 4).

Se poate spune că sortul 7/15 mm și chiar cel 2/7 mm din balastul de Liteni are o bună comportare la acțiunea apei. S-a mai constatat că la 8 luni de la prepararea amestecului cu bitum tăiat adezivitatea a crescut în unele cazuri cu încă 2 grade (oarecare creștere de adezivitate s-a obținut chiar și la granulele silicioase și cu umiditate inițială).

c) Încercînd să se indice pentru balast posibilitatea de stabilire a unei corelații între compoziție mineralogică și adezivitate, aplicînd metoda Riedel-Weber gravimetrică[3]) și folosind rezultatele amestecurilor etalon (tabelul 1), s-a procedat astfel:

[3]) Metoda Riedel-Weber a fost modificată în acest sens cu ocazia lucrării *Studiul comparativ al adezivității bitumului la diferite tipuri de agregate,* executată între anii 1956...1958 în cadrul cercului științific studențesc de la Catedra de materiale de construcții a Institutului politehnic din Iași.

S-a extras sortul 2/5 mm din balastul de Liteni şi după ce s-a sortat din punct de vedere mineralogic s-au realizat amestecuri bitumate din granule silicioase şi granule calcaroase luate în proporţii diferite (tabelul 5), căutînd să se cuprindă şi proporţiile corespunzătoare balastului de Liteni din sorturile 2/7 mm şi 7/15 mm. La 13 zile de la preparare, aceste amestecuri s-au tratat după metoda Riedel-Weber, cu o soluţie de Na_2CO_3 (0,25), care am văzut că predomină (tabelul 1). Cantităţile descoperite s-au cîntărit.

Tabelul 5

Corelaţie între compoziţia mineralogică şi adezivitate

Amestecuri bitumate cu granule de:	Proporţia amestecului etalon (tabelul 1) %	Gradele corespunzătoare amestecului etalon (tabelul 1)	Granule descoperite % greutate la tratare cu sol. 0,25	
			Înainte de bitumare amestecul mineral a fost uscat	Înainte de bitumare amestecul mineral conţinea 3% apă
Materii silicioase diverse	100	0	48	55
Grezii silicioase	100	0	43	44
Roci silicioase + roci calcaroase	95+5	0...0,25	42	—
Roci silicioase + roci calcaroase	90+10	0...0,25	41	—
Roci silicioase + roci calcaroase	60+40	0,25	34	38
Roci silicioase + roci calcaroase	55+45	0,25...0,5	33	—
Roci silicioase + roci calcaroase	40+60	0,25...0,5	31	40
Amestec corespunzător sortului 7/15 mm din balastul de Liteni	88+12		40	—
Amestec corespunzător sortului 2/7 mm din balastul de Liteni	96+4		43	—

Tabelul 5 cuprinde o parte din rezultatele obţinute pe această cale. Cu toate că numărul de experimentări a fost redus se observă şi în acest caz importanţa pe care o prezintă compoziţia mineralogică a rocii în procesul de adezivitate. Cantitatea de granule descoperite este cu atît mai mare cu cît rocile acide intervin în amestec în proporţie mai mare.

Balastul fiind un material polimineral, la care realizarea unei bune sortări mineralogice se face cu greutate, şi faptul că înseşi rocile calcaroase pot avea descoperit cuarţul iar aspectul feţelor variază cu compoziţia (lucii, netede, aspre) şi cu durata de rulare, face ca adezivitatea să varieze mai neuniform decît în cazul amestecurilor etalon (tabelul 1). Atunci cînd se va trece la întocmirea unui tabel cu amestecuri etalon şi pentru probele extrase din balasturi se va putea mai uşor să se stabilească corelaţia propusă.

3. Concluzii

1° *Aprecieri asupra metodelor de determinare a adezivității cu aplicații la balast*

Pentru determinarea adezivității în mod curent se folosesc metode indirecte, bazate pe măsurarea liofiliei — liofobiei.

a) Deoarece balastul este un material neomogen, pentru a urmări influența compoziției mineralogice, a umidității, a tipului de liant propus și a eficacității aditivului asupra valorii adezivității, s-au realizat *amestecuri minerale* așa-numite *etalon* (marmora + cuarțul).

b) Aplicarea metodei Riedel-Weber clasică (pe granule 0,2...0,6 mm), a permis să se poată urmări pe amestecurile etalon variația adezivității în funcție de compoziția mineralogică, umiditate, aditiv (fenol + ortocrezol); considerăm indicată această metodă numai pentru astfel de studii comparative și în special pentru sesizarea influenței compoziției chimice a rocii asupra adezivității. Prezintă diferențe față de condițiile reale în care se găsește materialul după punerea în operă, căci tratamentul pe care-l impune metoda pentru stabilirea adezivității este mult prea sever.

c) Metoda Riedel-Weber gravimetrică, pe granule 2/5 mm, nu permite a se urmări în mod riguros influența compoziției mineralogice și chimice a agregatului, de oarece nu cere pulverizarea materialului, dar păstrînd caracteristicile structurale (forma și aspectul pe care-l au granulele), intervine în aprecierea adezivității cu factori noi, mai aproape de realitate decît cei ce intervin în metoda clasică. S-a introdus procedeul gravimetric pentru a se elimina în oarecare măsură aprecierea subiectivă a rezultatelor.

Aplicarea metodei Riedel-Weber gravimetrică pe granule 2/5 mm din mineralele etalon permite să se stabilească o corelație între aceste două metode.

d) Metoda imersiunii corespunde într-o mai mare măsură condițiilor reale și anume, procedeul static permite obținerea unor date prețioase privind comportarea materialului bitumat atunci cînd după punerea în operă este supus acțiunii apei, iar metoda dinamică indică comportarea lui din punct de vedere al adezivității după punerea în operă cînd este supus acțiunilor mecanice.

e) Considerăm că în cazul balasturilor este suficient să se aplice metoda imersiunii (procedeul static și dinamic).

f) De oarece compoziția mineralogică reprezintă factorul care intervine cu pondere apreciabilă asupra valorii adezivității liantului hidrocarbonat la agregat și deoarece balastul este un agregat polimineral, în vederea aprecierii rapide a adezivității, realizarea unor tabele corelative a gradelor de adezivitate (prin metoda Riedel-Weber clasică, Riedel-Weber gravimetrică pe granule 2/5 mm și chiar mai mari, metoda imersiunii), pe minerale etalon și cu relații de trecere la balast în funcție de compoziția mineralogică (eventual și chimică), umiditate, tip de liant, aditivi etc. ar fi de un real ajutor șantierelor și laboratoarelor rutiere. Folosirea în stadiul inițial a amestecurilor etalon ar ajuta la sesizarea factorilor noi cu care intervine balastul.

2° *Aprecieri asupra factorilor care influenţează adezivitatea liantului hidrocarbonat la balast*

a) Adezivitatea liantului hidrocarbonat la balast este influenţată de: natura mineralogică a agregatului, aspectul pe care-l au feţele granulelor (lucios, neted, aspru), gradul de umiditate, caracteristicile liantului, natura şi proporţia aditivilor, condiţiile de lucru.

b) De oarece din amestecurile etalon (tabelul 1) rezultă că o îmbunătăţire a adezivităţii se realizează cu amestecul mineral care are un conţinut mai mic ca 35% cuarţ (adezivitatea 0,5...1), iar separarea granulelor calcaroase are loc de la amestecul cu 50% cuarţ abia la soluţia 6, rezultă că pentru balasturile care au un conţinut mai mic ca 50% roci silicioase este indicată analizarea lor în vederea folosirii lor pentru mixturile asfaltice.

c) Bitumul tăiat (77,5% bitum tip D + 22,5% white-spirt) poate fi folosit în metoda la rece (înlocuind metoda la cald cu bitum), cu condiţia ca după punerea în operă să se lase un timp suficient pentru evaporarea solventului.

d) Umiditatea agregatului reduce adezivitatea liantului la agregat (tabelele 1 şi 3). Se ameliorează această deficienţă dacă amestecul liant—agregat se realizează la o temperatură de circa 60°C şi se menţine la această temperatură (amestecînd mereu), pînă se elimină apa din pori. În caz contrar pelicula are o grosime neuniformă şi cu pori.

e) Fenolul (2%) şi ortocrezolul (1%) ameliorează într-o oarecare măsură adezivitatea, în special cînd agregatul este umed. Este necesar să se încerce şi alţi aditivi.

3° *Aprecieri asupra comportării balastului de Liteni în ceea ce priveşte adezivitatea*

a) Balastul de Liteni este deficitar în roci bazice (12,2%), în sortul 7/15 mm.

b) Adezivitatea obţinută prin metoda Riedel-Weber clasică, lucrîndu-se la rece cu bitum tăiat, este de 0,5 grade la 13 zile şi creşte în timp dacă agregatul este uscat. Avînd în vedere rezultatele obţinute şi prin celelalte metode cît şi valorile rezistenţelor mecanice obţinute [6], balastul poate fi considerat satisfăcător cu condiţia ca după punerea în operă amestecul bitumat să nu fie supus solicitărilor un timp minim în care are loc evaporarea solventului.

c) Metoda imersiunii (procedeul static) aplicată pe sorturile 2/7 mm şi 7/15 mm agregat uscat cu bitum tăiat indică de asemenea o comportare satisfăcătoare. Dacă agregatul este umed amestecul bitumat trebuie făcut la circa 60°C. Metoda imersiunii pe cale dinamică ar putea furniza date suplimentare în legătură cu adezivitatea şi ar putea ajuta să caracterizeze mai exact comportarea liantului hidrocarbonat la balast.

d) Pe baza rezultatelor referitoare la adezivitatea liantului-hidrocarbonat faţă de balast stabilite în lucrare, balastul de Liteni poate fi

considerat ca un *agregat acceptabil* (în ceea ce privește adezivitatea) pentru realizarea amestecurilor bitumate pentru îmbrăcăminți rutiere locale, folosind fie metoda la cald (cu bitum) fie cea la rece (bitum tăiat).

4° *Aprecieri asupra balasturilor din regiune referitoare la adezivitate*

Balasturile din Moldova (7...9) în genere sînt bogate în granule silicioase. Fac excepție balasturile din unele balastiere de pe rîurile Suceava și Bicaz. În consecință nu putem conta pe realizarea unei adezivități optime a liantului hidrocarbonat la aceste agregate. Avînd în vedere că rocile silicioase pot asigura rezistențe la compresiune mai mari decît cele calcaroase, trebuie studiate în continuare posibilitățile de îmbunătățire a adezivității lianților hidrocarbonați la granulele silicioase pe bază de aditivi sau prin alte procedee.

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de drumuri și poduri

BIBLIOGRAFIE

1. Duriez M., Arrambide J., *Liants hydrocarbonés*, Dunod, Paris, 1954, pp. 224—249.
2. Ariano R., Rev. gen. routes, 1956, *298*; Ibid., 1956, *299*, pp. 99—109.
3. Bélanger J., Ibid., 1957, *309*, pp. 41—55.
4. Peltier R., *Manuel du laboratoire routier*, Dunod, Paris, 1955, p. 282.
5. Ariano R., Richerchi e studi, **X**, pp. 65—81; Ibid., **X**, pp. 89—94; Ibid., **X**, pp. 171—179.
6. Atanasiu D., Chelărescu Al., Păunel El., Ganjula D., Ciubotaru V., *Contribuțiuni la studiul amestecurilor din balast bitumat*. Comun. prezent. în ses. șt. a Inst. polit. din Iași, 26—29 iunie 1958.
7. Chelărescu Al., Mihul A., Păunel E., Lebădă Th., St. și cerc. șt., Acad. R.P.R., filiala Iași, Fiz. și șt. tehn., 1958, **IX**, *1* pp. 93—128.
8. Chelărescu Al., Mihul A., Păunel E., Nenoff Th., Bul. șt. Acad. R. P. R., Șt. tehn. și chim., 1951, **III**, *1*, pp. 1—110.
9. Chelărescu Al., Păunel E., Lebădă Th., Nenoff Th., St. și cerc. șt., Acad. R.P.R., filiala Iași, Fiz. și șt. tehn., 1961, **XII**, *2*, (sub tipar).

ИССЛЕДОВАНИЕ СЦЕПЛЕНИЯ МЕЖДУ БАЛЛАСТОМ И ОРГАНИЧЕСКИМИ ВЯЖУЩИМИ МАТЕРИАЛАМИ

(Резюме)

Сцепляемость между органическими вяжущими и балластом, не являясь постоянной, зависит от характера зернистости балласта, природы и свойств вяжущего балласта.

Для определения сцепления в лабораторных условиях были использованы методы: Ридель-Вебер класический, Ридель-Вебер адоптированный к гравиметрическому определению и метод иммерсии.

На основании полученных результатов были сделаны выводы относительно: методов определения сцепления, факторов влияющих на сцепление и сцепляемость между органическими вяжущими и одним из местных балластов.

CONTRIBUTIONS À L'ÉTUDE DE L'ADHÉSIVITÉ DES LIANTS HIDROCARBONÉS AU BALLAST

(Résumé)

Le ballast ne présente pas le même degré d'adhésivité dans toute sa masse, dû à la non-uniformité minéralogique des granules qui le constituent.

Afin d'établir l'adhésivité du liant vis-à-vis du ballast aussi bien par le procédé à chaud que par celui à froid (au bitume coupé) nous avons utilisé les méthodes Riedel-Weber classique, Riedel-Weber adaptée à la détermination gravimétrique sur granules 2/5 mm et la méthode de l'immersion.

En nous basant sur les résultats obtenus, nous avons fait quelques appréciations quant aux méthodes de détermination de l'adhésivité (avec application au ballast) sur les facteurs dont elle est influencée, de même que sur le comportement d'un ballast local (Liteni) en ce qui concerne son adhésivité au bitume.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

Д. К. 691.4

СВОЙСТВА ЛЕССОВЫХ ГРУНТОВ И ИХ МИНЕРАЛЫ

В. П. АНАНЬЕВ

Лессовые породы являются одним из наиболее распространенных типов континентальных четвертичных отложений. Площадь покрываемая ими на территории СССР составляет 14% поверхности страны или 3,3 млн. км². Сплошным покровом они залегают в ряде районов республик Средней Азии, в Сибири, на Кавказе, Белоруссии, Украине.

Лессовые отложения важны для сельского хозяйства, т. к. они являются материнской породой для наиболее плодородных почв-черноземов. Особо важное значение имеет изучение лессовых грунтов для нужд промышленно-гражданского и гидротехнического строительства.

Большинство лессовых грунтов представляет собой суглинки, различного происхождения, содержащие более 50% частиц размером 0,05...0,005 мм, обладающие высокой пористостью (40...50%), наличием макропор, т. е. пор ясно различимых невооруженным глазом, и карбонатов.

В естественном залегании лессовые грунты являются хорошим основанием для различных промышленных и жилых сооружений. Однако, в условиях обильного замачивания водой они легко разрушаются, уплотняются и тем самым вызывают деформации в сооружениях. Это явление носит название „просадочный процесс". Просевший лессовый грунт под действием нагрузок от сооружений может выдавливаться из под фундаментов и вспучивать полы в подвальных помещениях.

При исследовании лессовых грунтов в инженерно-геологических целях в первую очередь обычно изучают физико-механические свойства: естественную влажность, объемный и удельный вес, пористость, показатели просадочности, сопротивление на сжатие и т. д. Все эти необходимые для строителей показатели грунта находятся в прямой зависимости от химико-минералогического состава грунтов и их структурных особенностей (типов структур), которые в этой статье не рассматриваются.

Изучив лессовые грунты химическими водными вытяжками и минералогическими анализами (микроскоп, рентген, термические способы и т. д.) можно видеть, что в их состав входит большое количество минералов (40...60 представителей). До 65...77% всей массы грунта занимают угловато-окатанные зерна кварца и полевых шпатов (в основном выветреный ортоклаз), 8...20% — карбонаты и 10...20% — глинистые минералы. Другие же минералы (гипс, глауконит, слюды, акцессоры и т. д) обычно присутствуют в виде незначительных примесей.

На свойства лессовых грунтов большое влияние оказывают лишь те минералы, которые активны по отношению к воде, т. е. карбонаты, глинистые и отчасти гипс.

Карбонаты в грунте определяются кальциметрическим методом, под микроскопом и в ультрафиолетовых лучах. Их распределение в толще грунта различно. Наибольшее количество карбонатов тяготеет к глубинам 1...2,5 м от поверхности, а наименьшее к нижней части лессовой толщи. Среди карбонатов основное место принадлежит минералу кальциту ввиде дисперсных частиц, размером менее 0,005 мм. Эти частицы в грунте распределены равномерно, в известной мере являются его структурным цементом и придают ему прочность. Меньшая часть кальцита, имеющая вид пленок, корочек и агрегатов, располагается в грунте неравномерно и тяготеет к его трещинам и микропорам.

Лессовые грунты подвергшиеся замачиванию водой и разрушенные просадочным процессом содержат мало карбонатов и подавляющая их масса имеет вид пленок и корочек, которые располагаются преимущественно на стенках сохранившихся макропор и трещин. В подобных случаях дисперсные частицы кальцита можно наблюдать только в небольших количествах, а при очень длительной фильтрации воды они могут отсутствовать полностью. Все это указывает на активную роль карбонатов в просадочном процессе лессовых грунтов.

Кроме карбонатов в лессовых грунтах в процессе вертикальной фильтрации воды подвергаются растворению соединения типа бикарбонатов, сульфаты и хлориды. Однако, их общее малое содержание существенного влияния на свойства грунта не оказывает. Некоторое исключение составляют сульфаты в виде гипса. Его содержание обычно менее 0,5% и лишь иногда в основании лессовой толщи или над уровнем ее грунтовых вод количество гипса может быть значительно увеличено (2...3%). В этом случае гипс имеет вид крупных кристаллов или гнезд различного размера, является новообразованием и связан с капилярно поднимающейся грунтовой водой. Он не цементирует структурные агрегаты грунта и указывает на значительную его обводненность (настоящую или прошлую). В силу этого гипс в какой-то мере может служить только показателем отсутствия или значительного уменьшения просадочных свойств лессовых грунтов.

Глинистые частицы лессовых грунтов (менее 0,005 мм) представлены различными минералами, среди которых основными в количественном отношении могут быть гидрослюды, группа монтмориллонита, каолинит, коллоидно-дисперсный кварц и в виде незначительных примесей карбонаты, гетит, гидрогетит и другие коллоидно-дисперсные минералы (до 18...20 наименований).

Большинство глинистых минералов очень активны по отношению к воде и поэтому они оказывают значительное влияние на свойства лессовых грунтов. По преобладающим глинистым минералам лессовые грунты могут быть кварц-гидрослюдистые, реже гидрослюдисто-монтмориллонитовые и монтмориллонитовые (бейделлитовые). Для лессовых образований предгорий и склонов гор обычна ассоциация кварц-гидрослюда, для равнинных территорий — чаще каолинит, гидрослюда, монтмориллонит.

Выше перечисленные глинистые минералы имеют различные свойства. Монтмориллонит и бейделлит обладают высокой гидрофильностью и емкостью обмена, способны сильно набухать. Кварц и каолинит не гидрофильны. Гидрослюдистые минералы обладают промежуточными свойствами. Это неодинаковое отношение глинистых минералов к воде является причиной различий в водно-физических свойствах лессовых грунтов.

Как видно из приведенных в таблице 1 данных монтмориллонит-содержащие лессовые группы в сравнении с кварцгидрослюдистыми имеют меньшее значение коэффициента фильтрации, более устойчивы при размокании и сильнее набухают. Это проявляется в силу того, что помимо связывания воды своей поверхностью дополни

Таблица 1

Глинистые минералы лессового грунта	Содержание глинистых частиц	Водно-физические свойства		
		Коэффициент фильтрации	Размокание	Набухание
	%	см/сек	сек	%
Монтмориллонит, примесь гидрослюды	10...20	0,0002	30...40	до 1
Гидрослюда, кварц, примесь каолинита	10...20	0,006	5..8	до 4

тельно монтмориллонитовые частицы поглащают воду внутрь кристаллической решетки, увеличиваются при этом в объеме и резко уменьшают пористость грунта. Все это приводит к уменьшению величин фильтрации и скорости размокания, а также к росту общего объема грунта и проявлению сил давления набухания (до 1,5 кг/см²).

Различие в составе глинистых минералов оказывает некоторое влияние также на просадочность. Замечено, что лессовые грунты содержащие негидрофильные минералы (кварц, каолинит и др.) в процессе замачивания быстрее деформируются и величина их просадочности несколько выше. Монтмориллонит-содержащие лессовые грунты также просадочны, т. к. этот процесс связан со многими причинами, но проявляется просадка обычно не сразу и нарастает медленно.

Определение химико-минералогического состава лессовых грунтов в комплексе с физико-механическими и другими показателями дают возможность строителям получать полное представление о их инженерно-геологических свойствах, правильно оценивать несущую способность и давать прогнозы по устойчивости сооружений.

Поступила 2 XII 1960 г.

Ростовский н/Д инженерно-строительный инсиутут, СССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Ларионов А. К., Приклонский В. А., Ананьев В. П., *Лессовые породы СССР и их строительные свойства,* Госгеолтехиздат, М., 1959.

PROPERTIES OF LOESS SPECIES AND THEIR MINERALS

(Summary)

Loess species are widely spread throughout the U. S. S. R. They are used as a base for industrial and civil constructions. When studying engineer-geological properties of loess soils the analysis of their chemical and mineralogical composition and structural particularity are of great importance. Minerals being active towards the water greatly influence over the properties of these soils. These are: carbonates (often calcite) and clay minerals (montmorillonite, kaolinite, hydromica, etc.). In accordance with the presence of some clay minerals the loess soils may have different hydrophysical properties such as: swelling, permeability to water, getting soaked. The studying of chemical and mineralogical composition of loess soils makes it more possible to determine their properties as affecting the footing of construction.

Some results concerning the established dependence between clay minerals of loess species and various hydrophysical properties such as filtration's coefficient permeability and so on are given in table 1.

PROPRIETĂŢI ALE PĂMÎNTURILOR LOESSOIDE ŞI ALE MINEREURILOR LOR

(Rezumat)

Pămînturile loessoide se găsesc pe scară largă în U. R. S. S. şi constituie un element important în construcţiile industriale şi civile. De mare importanţă în studiul pămînturilor loessoide, din punctul de vedere al geologiei tehnice, este analiza compoziţiei lor chimico-mineralogică precum şi punerea în evidenţă a caracteristicilor lor struc-

turale. Asupra proprietăţilor acestor pămînturi influenţează în mod deosebit diverse minerale care se comportă în mod activ faţă de apă. Astfel sînt carbonaţii (de cele mai dese ori calcită) şi mineralele argiloase (montmorilonit, caolinit, hidromică ş. a.). În funcţie de prezenţa diverselor minerale argiloase în pămînturile loessoide acestea pot avea diferite proprietăţi hidrofizice, ca de exemplu: îmbibare, permeabilitate, înmuiere etc.

Autorul studiază în detaliu diferite componente chimico-mineralogice ale pămînturilor leossoide care permit determinarea mai completă a proprietăţilor lor şi prin aceasta a posibilităţilor lor de utilizare raţională ca bază a construcţiilor. Astfel, de exemplu, tabelul 1 indică diferite date relative la componenţa mineralelor argiloase în pămînturile loessoide şi proprietăţile lor hidrofizice ca: coeficientul de filtrare (cm/sec), înmuierea (sec) şi îmbibarea (%).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 685

CONSIDERAŢII ASUPRA STABILIRII REGIMULUI OPTIM DE UMEZIRE A UNOR PIEI DE FEŢE LA CONFECŢIONAREA ÎNCĂLŢĂMINTEI

DE

VOINEA COCIU, LĂCRĂMIOARA DUMA şi AGRIPINA FICA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

Pielea tăbăcită este un sistem complex format prin împîslirea tridimensională a fibrelor de colagen tăbăcite, a căror structură este fixată prin tăbăcire.

Ţesutul pielii tăbăcite corespunde unei anumite stări, care reprezintă rezultatul transformărilor chimice şi a prelucrărilor mecanice la care a fost supusă pielea în procesul tehnologic de tăbăcire.

Comportarea la solicitări mecanice este puternic influenţată de gradul de individualizare a fibrelor şi de interdependenţa dintre ele. Rezultatele, devenite clasice, ale cercetărilor efectuate asupra modului cum microstructura reflectă proprietăţile diferitelor piei, au permis să se tragă concluzii în legătură cu comportarea acestora la solicitări mecanice.

Rezumate, concluziile care reţin atenţia, sînt următoarele: a) comportarea pielii la solicitări mecanice depinde de unghiul static de orientare al fibrelor pielii, în raport cu direcţia solicitării; b) fibrele ţesutului din diverse porţiuni topografice prezintă o orientare diferită, pe anumite porţiuni apărînd direcţii preferate de orientare; c) gradul de împîslire a fibrelor determină interacţiunea dintre fibre; diversele porţiuni ale pielii prezintă grade diferite de împîslire, împîslirea maximă întîlnindu-se în cazul cruponului iar cea minimă în porţiunile cu direcţii preferate de orientare; d) la solicitările mecanice ţesutul pielii prezintă tendinţa de orientare a fibrelor în direcţia efortului; e) orientarea ţesutului pe direcţia efortului este determinată de: valoarea solicitării, valoarea frecărilor interne în momentul alunecării unor fibre în raport cu celelalte, gradul de umplere a spaţiilor interfibrilare, natura materialelor de umplere şi gradul de individualizare a fibrelor; f) interdependenţa dintre fibrele ţesutului este determinată de: poziţia fibrelor una în raport cu alta (unghiul de împîslire), natura forţelor de legătură în cazul fibrelor paralele, gradul de răsucire a unor fibre în jurul celorlate; g) legătura dintre solicitare şi deformare, care în cazul pieilor nu ascultă de legea lui Hooke, ea fiind dată de relaţia neliniară

$$\sigma^{\nu} = \varepsilon E,$$

în care: ε — alungirea specifică (%), σ — sarcina (kgf/mm^2), E — modulul de elasticitate (kgf/mm^2), ν — un factor numeric diferit de zero, dependent de modul cum se produce deformarea în timp.

Datorită acestei comportări pielea face parte din grupa materialelor plastico-elastice, la care deformarea depinde, pe lîngă solicitare, şi de viteza cu care se realizează solicitarea, sau de timpul de păstrare a pielii sub sarcină. Rămînerea în urmă a deformării faţă de sarcină şi deformarea ulterioară a pielii fără creşterea sarcinii — relaxarea —, sînt determinate direct de interacţiunea dintre fibrele ţesutului.

Modificările ce se petrec de obicei în domeniul curent de solicitare a pielii — deşi pielea este solicitată sub limita de elasticitate — aparţin atît domeniului elastic cît şi celui plastic.

Apariţia deformărilor plastice în domeniul de solicitare elastică se datoreşte faptului că fibrele fiind orientate diferit faţă de direcţia efortului, prin efectul descompunerii forţelor elementare ce revin unei fibre pe cele două direcţii perpendiculare — direcţia normală şi direcţia tangenţială — în ţesut vor exista, cu certitudine, fibre a căror orientare va determina obţinerea unei componente normale mari, care poate duce la ruperea fibrei prin forfecare.

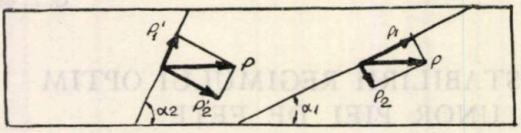


Fig. 1. — Solicitarea la întindere a epruvetei.

Fie o epruvetă de piele ca în fig. 1 în care se consideră două fibre *1* şi *2* care fac cu direcţia efortului unghiuri diferite α_1 şi α_2, solicitate de acelaşi efort elementar, p. Efectul produs de solicitări asupra celor două fibre este diferit, după unghiul de orientare a fibrei, anume :

$$p_1 = p \cos \alpha_1 , \quad p_2 = p \sin \alpha_1 \quad \text{şi} \quad p_1' = p \cos \alpha_2 , \quad p_2' = p \sin \alpha_2 .$$

Din fig. 1 şi din relaţiile de mai sus se deduce că :

$$p_1 > p_1' \text{ şi } p_2 < p_2' .$$

Componentele tangenţiale p_1 şi p_1' solicită fibrele la întindere iar componentele normale p_2 şi p_2' solicită fibrele la forfecare.

Considerînd rezistenţa la rupere prin forfecare τ, atunci ruperea fibrei poate avea loc în cazul în care $p_2 > \tau$ sau $p_2' > \tau$. Din acest punct de vedere trebuie reţinut faptul că structura macromoleculară a fibrei de piele tăbăcită admite o rezistenţă la forfecare cu mult inferioară rezistenţei la rupere prin întindere.

Ruperea fibrei *2* prin efectul forfecării, sub acţiunea componentei p_2', este mult mai probabilă decît ruperea fibrei *1* sub acţiunea componentei p_2. În ambele cazuri solicitarea fibrelor ţesutului sub unghiul α duce la apariţia în fibre a unei tendinţe de orientare, în scopul reducerii unghiului făcut de fibre cu direcţia solicitării. Orientarea fibrei pe direcţia efortului este mai probabilă în cazul unghiurilor de orientare mici; orientarea fibrelor sub acţiunea solicitării duce la reducerea componentei normale p_2.

Modificarea poziţiei fibrelor cu unghi de orientare mare şi interdependenţa dintre fibre, care duce la împiedicarea spaţială, precum şi existenţa frecărilor interne, limitează orientarea acestor fibre sub efectul solicitării. În aceste condiţii acţiunea componentei normale se poate manifesta prin ruperea fibrei solicitate peste valoarea rezistenţei la rupere. Ruperea unor fibre modifică echilibrul atins prin interdependenţa dintre fibre şi duce la o rearanjare a ţesutului prin alunecarea unor fibre în raport cu altele.

Această formulare a apariţiei deformărilor permanente sub efectul unor sarcini inferioare limitei de elasticitate poate fi completată, în cazul pieilor solicitate repetat sau îndelungat, de mecanismul transformărilor în timp al deformărilor elastice în deformări plastice. Astfel, în cazul pieilor deformate elastic, între solicitări, fenomenul de histerezis împiedică revenirea ţesutului la starea iniţială. O nouă deformare elastică găsind ţesutul într-o deformare existentă (neepuizată), acţionează asupra ţesutului în continuarea acestei deformări. Efectul însumării acestor deformări, datorită nerevenirii complete a deformării între solicitări, determină apariţia deformărilor plastice în domeniul de solicitare elastic.

Experimentările efectuate asupra unor piei diferite au arătat că rezultatele solicitării depind de următorii factori: a) desimea ţesutului, b) natura tăbăcirii, c) felul ungerii, d) natura materialelor de umplere şi e) conţinutul de umiditate a pielii.

Factorii enumeraţi, cu excepţia umidităţii, caracterizează un anumit produs obţinut dintr-o anumită regiune a pielii şi prelucrată după o anumită tehnologie.

Variaţia umidităţii pielii indică în cazul aceleiaşi piei, o modificare a comportării la solicitare. Astfel, este cunoscut faptul că prezenţa umidităţii în piele modifică

comportarea la solicitări mecanice, datorită unui efect de lubrifiere pe care îl manifestă apa din spaţiile interfibrilare. Intensitatea modificărilor ce le produce prezenţa umidităţii este specifică fiecărui tip de piele, caracterul modificărilor fiind acelaşi, indiferent de tipul pielii.

Prima consecinţă a umezirii suplimentare, din care rezultă modificarea comportării la solicitări, o constituie mărirea mobilităţii ţesutului şi implicit a posibilităţilor de orientare sub sarcină.

Mecanismul modificării comportării pielii la variaţia umidităţii este complex şi diferit, după cum umezirea are loc prin contactul direct cu apa sub formă lichidă, sau cu apa aflată în atmosfera umedă.

În condiţiile de echilibru cu o atmosferă obişnuită, pielea conţine umiditatea de constituţie aflată ca înveliş de hidratare în jurul terminaţiilor polare ale macromoleculelor şi apa capilară, reţinută prin aderenţă pe suprafaţa capilarelor cu diametru mic; mărirea umidităţii relative a aerului determină o condensare capilară a apei în piele, ca rezultat al echilibrului dintre straturile de adsorbţie din capilare şi umiditatea din atmosfera capilarului; forma meniscului din capilarele cu diametru mic determină o modificare a stării aerului umed (presiunea parţială de vapori), condensarea capilară avînd loc la presiuni parţiale de vapori cu mult mai mici decît cea din atmosfera înconjurătoare. Condensarea capilară are loc iniţial în capilarele cu raza de acelaşi ordin de mărime ca şi grosimea moleculelor (15...20 Å). În prima fază creşterea conţinutului de umiditate al pielii determină mărirea învelişurilor de solvatare din jurul terminaţiilor polare, fapt care duce final la reducerea forţelor de interacţiune dintre moleculele vecine, prin depărtarea în spaţiu a acestor terminaţii polare.

Concomitent cu reducerea forţelor de interacţiune dintre molecule, fapt care produce micşorarea coeziunii fibrelor, apare o modificare a mobilităţii ţesutului prin reducerea frecărilor interne, modificare care conduce la mărirea posibilităţilor de orientare a ţesutului pe direcţia efortului.

Modificarea comportării la solicitări mecanice reprezintă, în acest caz, efectul însumării reducerii forţelor de interacţiune moleculară prn distanţarea centrelor active ale moleculelor şi al orientării fibrelor pe direcţia solicitării, prin efectul reducerii frecărilor interne.

Caracterul deformărilor pieilor umede în cazul solicitărilor mecanice la care sînt supuse, este în general cunoscut; măsura în care influenţează felul umezirii asupra fiecărui tip de piele, în condiţiile tehnologiei confecţionării încălţămintei, este mai puţin cunoscută.

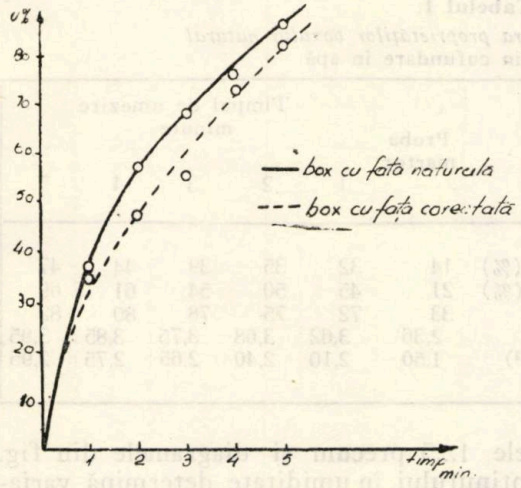


Fig. 2. — Cîştigul de umiditate la păstrarea în atmosferă saturată.

Lucrarea prezentă, întocmită pe baza unor determinări experimentale asupra comportării pielii la solicitări mecanice, pune în evidenţă influenţa pe care o exercită umiditatea asupra proprietăţilor pielii, în scopul stabilirii regimului de umezire optim.

Pentru experimentări s-au folosit piei de tip box şi box cu faţa corectată din categoria de greutate 13...16 kg; pieile box cu faţa corectată au fost prelucrate prin întindere pe rame de sticlă.

La umezire s-au folosit două căi: a) umezirea prin cufundare în apă şi b) umezirea în atmosferă saturată cu vapori.

Rezultatele medii ale încercărilor de umezire sînt cuprinse în diagramele din fig. 2 şi 3. Diagramele reprezintă creşterea în greutate a probelor de piele prin umiditatea suplimentară reţinută de piele faţă de cea obişnuită.

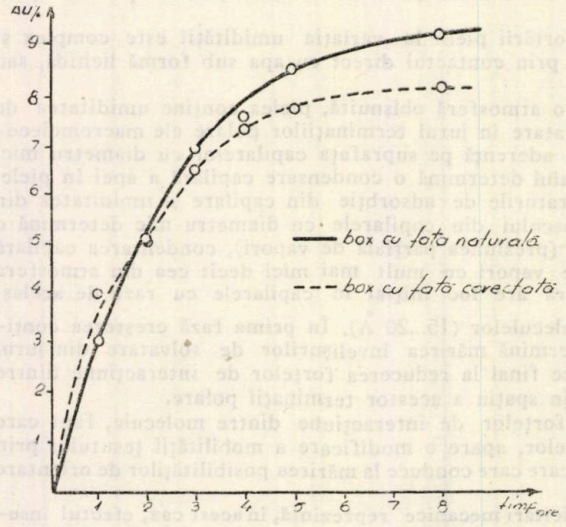


Fig. 3. — Cîştigul de umiditate la păstrarea în apă.

Forma curbelor este cea obţinută în mod obişnuit la umezirea materialelor cu structură capilar poroasă.

Cunoscîndu-se comportarea la umezire a pieilor, s-a trecut la analizarea influenţei umidităţii asupra comportării la solicitări mecanice. S-a urmărit modul cum influenţează umiditatea alungirea sub sarcină diferită, rezistenţa la rupere şi la crăparea feţei precum şi influenţa pe care o exercită umiditatea asupra deformării remanente a pielii. Rezultatele experimentărilor sînt cuprinse în tabelele 1...9.

Tabelul 1

Influenţa umezirii asupra proprietăţilor boxului natural
Umezire prin cufundare în apă

Determinări efectuate	Proba martor	Timpul de umezire minute				
		1	2	3	4	5
Alungirea sub sarcină de 1 kgf/mm² (%)	14	32	35	39	44	47
Alungirea sub sarcină de 2 kgf/mm² (%)	21	45	50	54	61	69
Alungirea la rupere (%)	33	72	75	78	80	82
Rezistenţa la rupere (kgf/mm²)	2,36	3,62	3,68	3,75	3,85	3,95
Rezistenţa la crăparea feţei (kgf/mm²)	1,50	2,10	2,40	2,65	2,75	2,95

Analizînd datele din tabelele 1...5 precum şi diagramele din fig. 4...11 se constată că creşterea conţinutului în umiditate determină variaţia continuă a proprietăţilor în sensul creşterii valorilor. Astfel, pe măsură ce creşte conţinutul în umiditate, creşte alungirea relativă sub sarcină variabilă, precum şi alungirea şi sarcina de rupere. Această comportare se explică prin influenţa pe care o exercită variaţia conţinutului în umiditate asupra creşterii mobilităţii ţesutului.

Tabelul 2

Influența umezirii asupra proprietăților boxului cu fața corectată

Umezire prin cufundare în apă

Determinări efectuate	Proba martor	Timpul de umezire minute				
		1	2	3	4	5
Alungirea sub sarcină de 1 kgf/mm² (%)	11	28	31	34	39	44
Alungirea sub sarcină de 2 kgf/mm² (%)	19	38	45	51	57	63
Alungirea la rupere (%)	30	49	53	58	64	70
Rezistența la rupere (kgf/mm²)	2	2,95	3,10	3,20	3,30	3,40
Rezistența la crăparea feței (kgf/mm²)	1,30	2,50	2,60	2,70	2,75	2,80

Tabelul 3

Influența umidității asupra proprietăților boxului cu fața naturală

Umezire în atmosferă saturată

Determinări efectuate	Proba martor	Timpul de umezire ore					
		1	2	3	4	5	8
Alungirea sub sarcină de 1 kgf/mm²(%)	10	20	24	29	33	35	38
Alungirea sub sarcină de 2 kgf/mm²(%)	26	35	37	40	45	50	54
Alungirea la rupere (%)	30	42	78	80	81	83	85
Rezistența la rupere (kgf/mm²)	2,0	4,15	4,30	4,62	4,76	4,88	4,95
Rezistența la crăparea feței (kgf/mm²)	1,60	3,30	3,55	3,68	3,83	4,05	4,28

Tabelul 4

Influența umezirii asupra proprietăților boxului cu fața corectată

Umezire în atmosferă saturată

Determinări efectuate	Proba martor	Timpul de umezire ore					
		1	2	3	4	5	8
Alungirea sub sarcină de 1 kgf/mm²(%)	13	25	27	30	31	32	33
Alungirea sub sarcină de 2 kgf/mm²(%)	20	30	36	41	45	48	54
Alungirea la rupere (%)	29	40	45	52	60	67	70
Rezistența la rupere (kgf/mm²)	1,80	2,22	2,50	2,70	3,11	3,40	3,60
Rezistența la crăparea feței (kgf/mm²)	1,20	2,20	2,31	2,43	2,70	3,00	3,30

Tabelul 5

Variaţia rezistenţei la sfîşiere (kgf/cm)

Felul umezirii	Felul pielei	Proba martor	Timpul de umezire					
			1	2	3	4	5	8
Umezire prin cufundare în apă (minute)	Box	62	84	87	91	95	99	—
	Box cu faţa corectată	60	78	81	84	86	89	—
Umezire din atmosferă (ore)	Box	61	74	79	83	86	89	93
	Box cu faţa corectată	58	74	76	79	83	85	87

Rezultatele determinărilor experimentale arată diferenţa de comportare dintre boxul obişnuit şi boxul cu faţa corectată, precum şi dintre rezultatele celor două moduri de umezire, permiţînd să se tragă o serie de concluzii.

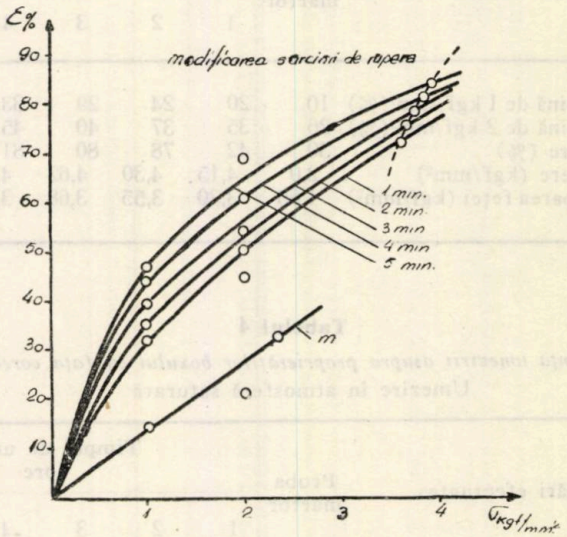


Fig. 4. — Alungirea boxului cu faţa naturală la umezirea prin cufundare în apă.

Astfel, în cazul alungirii, boxul cu faţa corectată prezintă, funcţie de variaţia conţinutului în umiditate, valori mai mici decît boxul obişnuit, deşi curbele cîştigului în umiditate se menţin destul de apropiate. Această comportare poate fi explicată prin diferenţierea de structură în

secţiunea pielii. Pielea cu faţa corectată suferă în procesul tehnologic îndepărtarea unei porţiuni din stratul papilar, egală cu 0,1...0,2 mm. Lipsa stratului superficial — strat cu ţesut dens şi fibre puternic împîs-

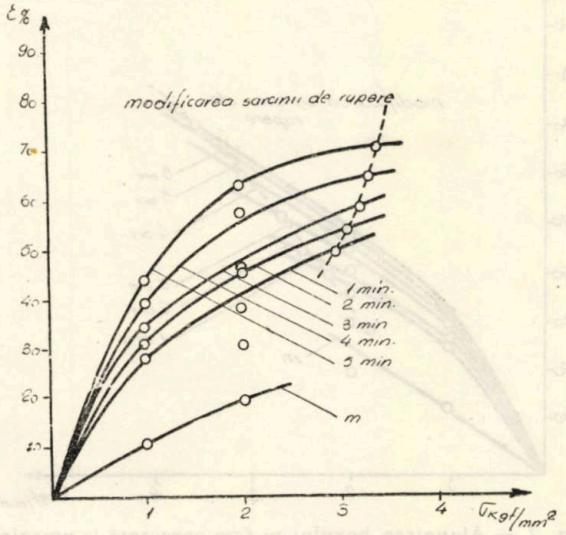


Fig. 5. — Alungirea boxului cu faţa corectată la umezirea prin cufundare în apă.

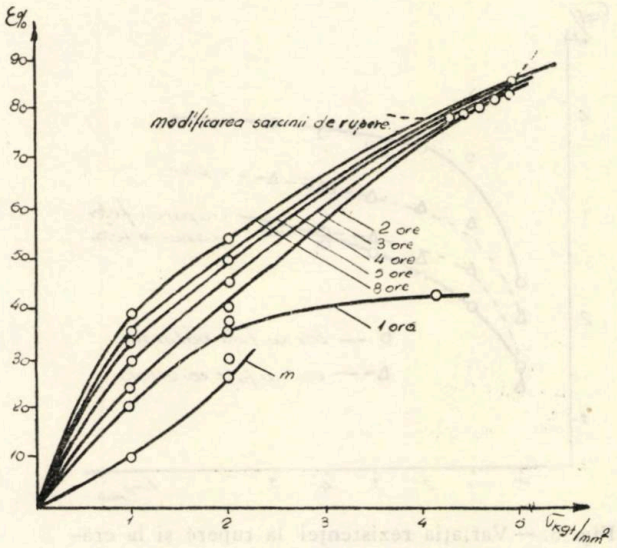


Fig. 6. — Alungirea boxului cu faţa naturală la umezirea în atmosferă saturată.

lite — permite, în timpul prelucrării la întindere pe rame de sticlă, producerea unei mai mari deformări decît în cazul boxului obişnuit. Deformarea făcîndu-se prin orientarea fibrelor ţesutului umed pe direcţia

efortului şi fiind însoţită de uscare în stare întinsă, ţesutul pielii se definitivează la o valoare a alungirii superioară celei produse în boxul obişnuit.

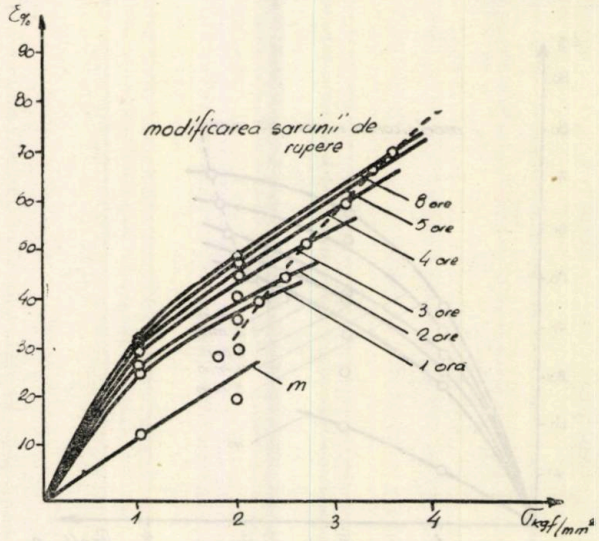


Fig. 7 — Alungirea boxului cu faţa corectată la umezirea în atmosferă saturată.

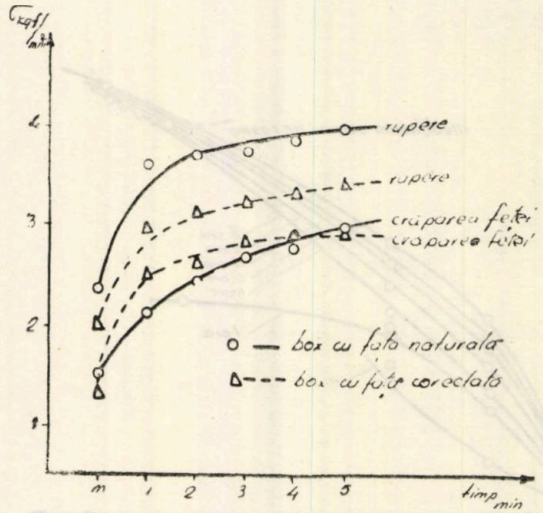


Fig. 8. — Variaţia rezistenţei la rupere şi la crăparea feţei în cazul umezirii în apă

La determinările efectuate pe probele de piele cu faţa corectată în aparatul de tracţiune, efectul creşterii mobilităţii fibrelor asupra orientării ţesutului este mai redus decît la boxul obişnuit, fapt care face ca alungirea să fie mai mică.

În cazul rezistenţei la rupere, valorile mai reduse la boxul cu faţa corectată se explică de asemenea prin lipsa stratului superficial, fapt care determină o desfibrare prematură a ţesutului la creşterea sarcinii în aparatul de tracţiune.

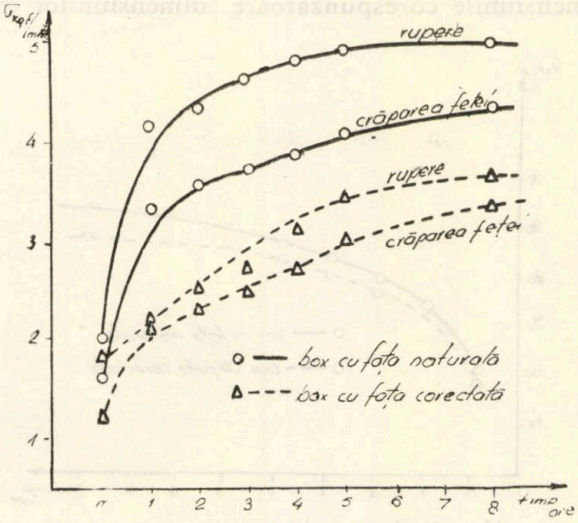


Fig. 9. — Variaţia rezistenţei la rupere şi la crăparea feţei în cazul umezirii în atmosferă saturată.

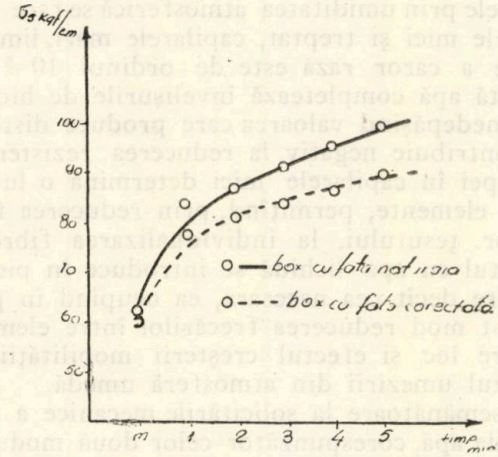


Fig. 10. — Variaţia rezistenţei la sfişiere în cazul umezirii în apă.

O altă constatare ce se desprinde este aceea că deşi prin cele două sisteme de umezire se introduc în piele cantităţi diferite de apă — în condiţiile de lucru, în cazul umezirii prin contact direct cu apa, se introduce o cantitate de aproape zece ori mai mare decît în cazul umezirii din atmosferă saturată — totuşi, efectele prezenţei apei suplimentare

asupra proprietăţilor ţesutului sînt aproximativ aceleaşi. Explicaţia fenomenului trebuie căutată în modul de umezire a pielii şi în legătura dintre apă şi piele.

Apa pătrunsă prin condensare capilară ocupă capilarele mici, începînd de la dimensiunile corespunzătoare dimensiunilor moleculare; pă-

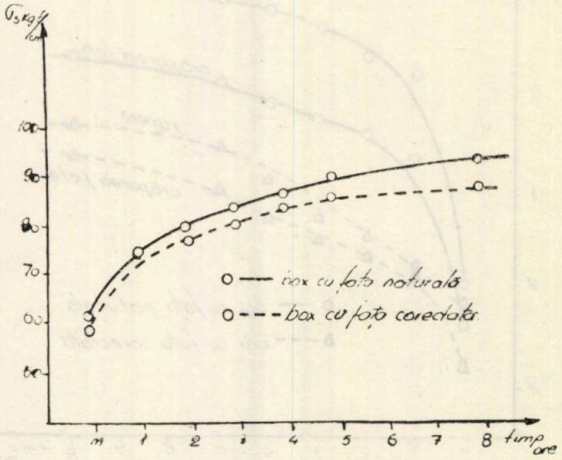


Fig. 11. — Variaţia rezistenţei la sfîşiere în cazul umezirii în atmosferă saturată.

trunderea apei în piele prin umiditatea atmosferică se face progresiv, întîi umplîndu-se capilarele mici şi treptat, capilarele mari, limitarea făcîndu-se pentru capilarele a căror rază este de ordinul 10^{-5} cm (respectiv $1{,}07.10^{-5}$ cm). Această apă completează învelişurile de hidratare ale terminaţiilor polare şi nedepăşind valoarea care produce distanţarea acestor centre active, nu contribuie negativ la reducerea rezistenţei pielei. De asemenea prezenţa apei în capilarele mici determină o lubrefiere la nivelul celor mai mici elemente, permiţînd, prin reducerea frecărilor, producerea deformărilor ţesutului, la individualizarea fibrelor. În cazul umezirii prin contactul cu apa lichidă se introduce în piele o cantitate de apă mult mai mare decît cea necesară, ea ocupînd în primul rînd capilarele mari. În acest mod reducerea frecărilor între elementele cele mai mici ale pielii nu are loc şi efectul creşterii mobilităţii ţesutului este mai mic decît în cazul umezirii din atmosferă umedă.

Comportarea asemănătoare la solicitările mecanice a pieilor cu conţinut foarte diferit de apă, corespunzător celor două moduri de umezire, ne conduce la concluzia adoptării, în procesul tehnologic de confecţionare, a umezirii prin păstrarea pielii în atmosferă saturată, pentru următoarele considerente: a) pielea preia din atmosferă o cantitate de apă suficientă pentru modificarea mobilităţii ţesutului; b) umezirea cu conţinut redus de apă simplifică, accelerează şi ieftineşte procesul uscării; c) umezirea prin umiditate atmosferică evită contactul apei lichide cu pielea şi prin aceasta elimină posibilităţile producerii unor pete sau exudaţii prin solubilizarea şi migrarea către exterior a unor săruri; d) ume-

zirea prin contact direct cu apa lichidă poate duce, în procesul uscării, la apariția unei rigidități de apă, ca efect al legării în mănunchi a unor fibre, prin aderența dintre fibre în prezența apei suplimentare.

Un alt aspect al efectului produs de umezire este legat de influența pe care umezirea o poate exercita asupra formării în procesul de confecționare a încălțămintei. În acest sens am urmărit măsura în care se produc deformările permanente din deformările totale, pentru a putea trage concluzii asupra posibilităților de formare permanentă a pielii la solicitările din perioada tragerii pe calapod.

Experimentările s-au făcut în condițiile arătate anterior, pe probe de piele ce au fost supuse la tracțiune pînă la efortul de 1 kgf/mm^2. După solicitare, probele au fost lăsate în repaus timp de 4 ore, după care s-a determinat alungirea remanentă. S-au obținut rezultatele din tabelele 6...9 și fig. 12 și 13.

Analizînd datele din tabelele 6...9 se constată că la ambele feluri de umeziri alungirea crezte o dată cu umezirea; în plus se constată diferențierea alungirii remanente, care prezintă o mare creștere față de cea a alungirii totale.

Tabelul 6

Variația alungirii boxului

Umezire prin cufundare în apă

Determinări efectuate	Proba n artor	Timpul de umezire minute				
		1	2	3	4	5
Alungire totală sub sarcină de 1 kgf/mm^2 (%)	9	26	29	33	39	46
Alungire elastică (%)	5,5	20	22	25	29	33
Alungire remanentă (%)	3,5	6	7	8	10	13
$\varepsilon_{elastic} / \varepsilon_{total}$	0,61	0,770	0,760	0,758	0,743	0,720
$\varepsilon_{remanent} / \varepsilon_{total}$	0,39	0,230	0,240	0 242	0,257	0,280

Tabelul 7

Variația alungirii boxului cu fața corectată

Umezire prin cufundare în apă

Determinări efectuate	Proba martor	Timpul de umezire minute				
		1	2	3	4	5
Alungire totală sub sarcină de 1 kgf/mm^2 (%)	10	21	25	31	37	43
Alungire elastică (%)	6	15	17	20	24	27
Alungire remanentă (%)	4	6	8	11	13	16
$\varepsilon_{elastic} / \varepsilon_{total}$	—	0,715	0,680	0,645	0,650	0,628
$\varepsilon_{remanent} / \varepsilon_{total}$	—	0,285	0,320	0,355	0,350	0,372

Tabelul 8

Variația alungirii boxului
Umezire în atmosferă saturată

Determinări efectuate	Proba martor	Timpul de umezire ore					
		1	2	3	4	5	8
Alungire totală sub sarcină de 1 kgf/mm² (%)	10	22	25	29	23	36	40
Alungire elastică (%)	6	14	17	18	21	23	26
Alungire remanentă (%)	4	8	9	11	12	13	14
$\varepsilon_{elastic} / \varepsilon_{total}$	—	0,638	0,655	0,620	0,636	0,638	0,650
$\varepsilon_{remanent} / \varepsilon_{total}$	—	0,362	0,345	0,380	0,380	0,362	0,350

Tabelul 9

Variația alungirii boxului cu fața corectată
Umezire în atmosferă saturată

Determinări efectuate	Proba martor	Timpul de umezire ore					
		1	2	3	4	5	8
Alungire totală sub sarcină de 1 kgf/mm² (%)	12	20	23	27	20	34	38
Alungire elastică (%)	7	13	12	14	16	19	21
Alungire remanentă (%)	5	7	11	13	14	15	17
$\varepsilon_{elastic} / \varepsilon_{total}$	--	0,650	0,520	0,518	0,532	0,560	0,552
$\varepsilon_{remanent} / \varepsilon_{total}$	—	0,350	0,480	0,482	0,468	0,440	0,448

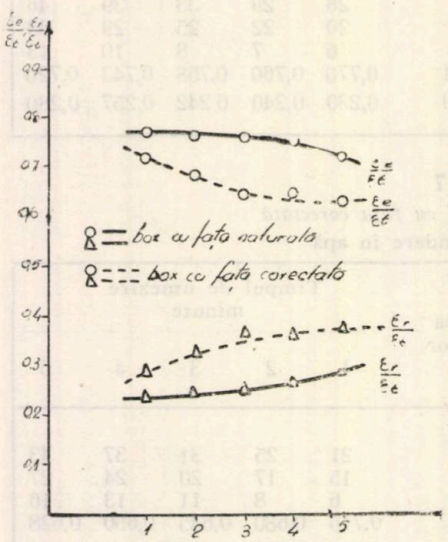


Fig. 12. — Variația rapoartelor $\varepsilon_e/\varepsilon_t$ și $\varepsilon_r / \varepsilon_t$ la umezirea în apă.

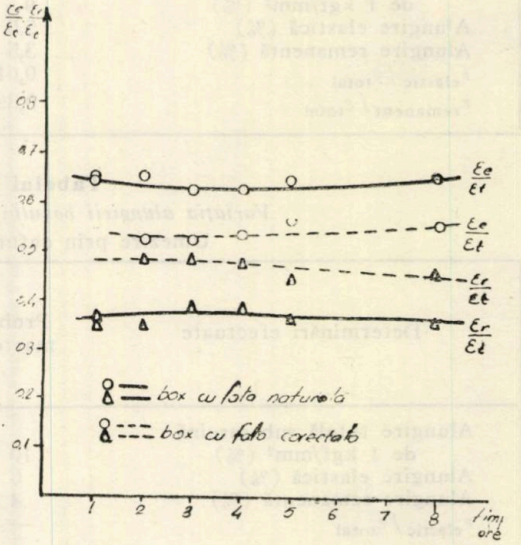


Fig. 13. — Variația rapoartelor $\varepsilon_e/\varepsilon_t$ și $\varepsilon_r/\varepsilon_t$ la umezirea în atmosferă saturată.

Se deduce de aici că conţinutul suplimentar de apă modifică deformarea în favoarea transformării deformărilor elastice în deformări remanente. Această comportare uşurează procesul de formare.

Trebuie remarcat de asemenea faptul că, în cazul umeziríi din atmosferă, raportul $\varepsilon_{remanent} / \varepsilon_{total}$ este superior celui din cazul umezirii în apă, ceea ce înseamnă că modificările permanente determinate la nivelul celor mai mici elemente ale ţesutului, în urma umezirii în atmosferă, sînt mai mari.

Concluzii

Rezultatele determinărilor efectuate referitoare la influenţa variaţiei conţinutului de umiditate la pieile analizate au permis să se tragă următoarele concluzii:

a) Creşterea conţinutului de umiditate modifică comportarea pieilor analizate, la solicitări mecanice, după schema generală de modificare a proprietăţilor sub efectul variaţiei umidităţii.

b) La variaţia umidităţii pielii creşterea alungirii are loc, în special pe seama creşterii alungirii remanente, fapt care face ca umezirea să participe activ în procesul de formare.

c) Umezirea prin contactul cu apa lichidă produce, la un conţinut în umiditate de circa zece ori mai mare decît cel din cazul umezirii cu aer umed, aproximativ aceleaşi modificări ale proprietăţilor mecanice.

d) Boxul cu faţa corectată este mai puţin influenţat de variaţia conţinutului în umiditate, în raport cu boxul cu faţa naturală; aceasta se datoreşte faptului că pieile fiind întinse pe rame de sticlă, ţesutul are o orientare iniţială mai pronunţată.

e) Boxul cu faţa corectată posedă rezistenţe la rupere inferioare boxului cu faţa naturală, ca urmare a întreruperii continuităţii ţesutului la îndepărtarea prin polizare a stratului superficial.

Constatările făcute conduc la necesitatea alegerii umezirii prin păstrarea pieselor de piele în atmosferă saturată de vapori. Acest mod de condiţionare poate fi perfect încadrat în procesul tehnologic, cu cheltuieli minime necesare dotării atelierelor de tragere — tălpuire — finisare cu camere de condiţionare.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de confecţii din piele,
şi
ICPSC, Bucureşti

BIBLIOGRAFIE

1. Cernov N. V. şi colab., *Tehnologia pielii,* Ed. Tehn., Buc., 1956, (trad. din l. rusă).
2. Lîkov A. V., *Teoria uscării,* ESAC, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
3. Кавказов Ю. Л., *Взаимодействие кожи с влагой,* Гизлегпром, М. 1952.

К УСТАНОВЛЕНИЮ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЖИМА УВЛАЖНЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ТИПОВ МЯХКИХ КОЖ В ПРОИЗВОДСТВЕ ОБУВИ

(Резюме)

Обсуждаются изменения основных механических характеристик вызванных повышением благосодержания у хрома с натуральным и с искусственным лицом в слу-

чаях увлажнения в насыщенной атмосфере или окунанием, на основании чего делаются некоторые заключения о режимах увлажнения.

Результаты осуждения говорят в пользу увлажнения методом хранения кожанных деталей в атмосфере насыщенной парами.

Объяснение рисунков

Рис. 1. — Испытание образца на растяжение.
Рис. 2. — Прирост влажности при хранении в атмосфере нассыщенной парами.
Рис. 3. — Прирост влажности при хранении в воде.
Рис. 4. — Удлинение хрома с естественным лицом в случае увлажнения окунанием в воде.
Рис. 5. — Удлинение хрома с искусственным лицом в случае увлажнения окунанием в воде.
Рис. 6. — Удлинение хрома с естественным лицом в случае увлажнения в насыщенной атмосфере.
Рис. 7. — Удлинение хрома с искусственным лицом в слулае увлажнения в воде.
Рис. 8. — Изменение предела прочности кожи и лицевого слоя в случае увлажнения в воде.
Рис. 9. — Изменение предела прочности кожи и лицевого слоя в случае увлаженения в насыщенной атмосфере.
Рис. 10. — Изменение сопротивления разрыву в случае увлажнения в воде.
Рис. 11. — Изменение сопротивления разрыву в случае увлажнения в насыщенной атмосфере.
Рис. 12. — Изменение отношений $\varepsilon_e/\varepsilon_t$ и $\varepsilon_r/\varepsilon_t$ в случае увлажнения в воде.
Рис. 13. — Изменение отношений $\varepsilon_e/\varepsilon_t$ и $\varepsilon_r/\varepsilon_t$ в случае увлажнения в насыщенной атмосфере.

CONSIDÉRATION SUR LE CHOIX DU RÉGIME OPTIMUM POUR HUMECTER CERTAINS CUIRS DESTINÉS À LA CONFECTION DE LA CHAUSSURE

(Résumé)

Dans cette Note les Auteurs présentent l'étude de la variation des principales caractéristiques mécaniques par l'augmentation du degré d'humidité du „box" à surface naturelle et du celui à surface artificielle, dans le cas de l'immersion dans l'eau et dans l'atmosphère saturée de vapeurs, d'où l'on tire des conclusions quant au régime d'humectation que l'on doit utiliser pour la confection des chaussures.

Les résultats plaident en faveur de l'adoptation de l'humectation par le maintien des pièces de cuir dans l'atmosphèreé saturée de vapeurs.

Explication des figures

Fig. 1. — Solicitation à la tension de l'éprouvette.
Fig. 2. — Augmentation de l'humidité dans une atmosphère saturée .
Fig. 3. — Augmentation de l'humidité dans l'eau.
Fig. 4. — Allongement du box-calf à surface naturelle par immersion dans l'eau.
Fig. 5. — Allongement du box-calt à surface artificielle par immersion dans l'eau.
Fig. 6. — Allongement du box-calf à surface naturelle par humectation dans une atmosphère saturée.
Fig. 7. — Allongement du box-calf à surface artificielle par humectation dans une atmosphère saturée.
Fig. 8. — Variation de la résistance à la rupture et au fendillement de la surface dans le cas de l'humectation dans l'eau.
Fig. 9. — Variation de la résistance à la rupture et au fendillement de la surface dans le cas de l'humectation dans une atmosphère saturée.
Fig. 10. — Variation de la résistance à la rupture dans le cas de l'humectation dans l'eau.
Fig. 11. — Variation de la résistance à la rupture dans la cas de l'humectation dans une atmosphère saturée.
Fig. 12. — Variation des rapports $\varepsilon_e/\varepsilon_t$ et $\varepsilon_r/\varepsilon_t$ dans le cas de l'humectation dans l'eau.
Fig. 13. — Variation des rapports $\varepsilon_e/\varepsilon_t$ et $\varepsilon_r/\varepsilon_t$ dans le cas de l'humectation dans une atmosphère saturée.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 685 ; f 21.317

PROCEDEE ŞI DISPOZITIVE DE MĂSURARE A SUPRAFEŢEI PIEILOR PE CALE ELECTRICĂ

DE

M. ANTONIU, VOINEA COCIU şi W. DAVID

1. Introducere

Pentru măsurarea suprafeţei pieilor finisate, în industria pielăriei, se folosesc: metoda reţelei etalonate, metoda planimetrării şi maşina de fusat [1]. Primele două metode sînt greoaie şi, deşi precizia lor este acceptabilă, încep a fi părăsite din cauza productivităţii lor extrem de scăzute.

Maşina de fusat, folosită astăzi pe scară industrială, se bazează pe principiul integrării prin descompunerea suprafeţei pielii în fâşii de lăţime determinată. Ea are o productivitate mare în comparaţie cu primele două metode (2...3 piei pe minut), iar eroarea în măsurare este relativ redusă ($\pm$ 2,5%). Această maşină prezintă dezavantajul de a fi destul de scumpă, nu se poate folosi la măsurarea suprafeţei pieilor rigide, iar un grad mic de uzură la numeroasele ei mecanisme măreşte considerabil eroarea de măsură.

Dat fiind importanţa măsurării suprafeţei pieilor pentru industria de specialitate, ne-am propus să căutăm noi metode de măsurare a suprafeţei pieilor, bazate pe principii electrice.

Cercetările noastre în acest domeniu ne-au condus la elaborarea a două metode şi dispozitive de măsurare pe care le expunem în cele ce urmează.

La baza acestor două dispozitive stă teorema cunoscută din calculul integral, care defineşte aria limitată de o curbă plană $y = f(x)$, în coordonate carteziene, ca fiind egală cu valoarea integralei definite:

$$S = \int_0^x f(x)\,\mathrm{d}x\,. \tag{1}$$

2. Dispozitiv cu celule fotoelectrice şi contor de cantitate de electricitate

Schema de principiu pentru acest dispozitiv este prezentată în fig. 1. Pielea este antrenată de două perechi de role *1* şi *1'*, cu viteză riguros constantă. În calea ei pielea întîlneşte un lanţ de celule fotoelectrice *2*, aşezate în linie dreaptă şi faţă în faţă cu o sursă de lumină rectilinie *3*.

Lanţul de celule este alcătuit din 80 celule fotoemisive cu vid, de tip „Tungsram" (cu aceeaşi parametri), sensibile la spectrul unei lămpi electrice cu incandescenţă. Sensibilitatea unei astfel de celule este 0,38 μA/lm iar tensiunea de lucru 200 V. Celulele sînt grupate în paralel.

Sursa de lumină este alcătuită dintr-o lampă tubulară montată într-un corp de iluminat special, care asigură o iluminare maximă de 25 lx pe suprafaţa catodei la celulele fotoelectrice. Lanţul de celule, lung de 150 cm, este protejat de lumina străină de către o casetă opacă prevăzută cu o fantă longitudinală, pentru a putea primi razele de lumină de la sursă.

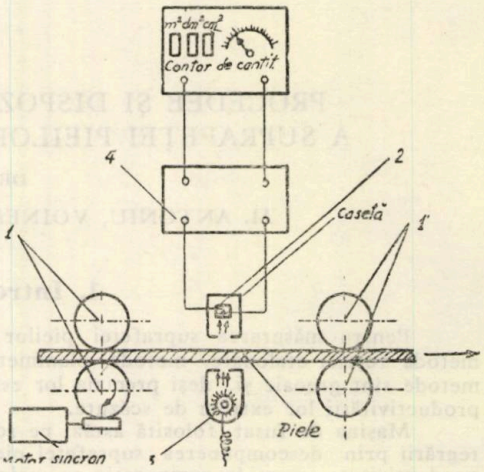


Fig. 1

În aceste condiţii curentul debitat de o celulă este de 0,38 μA.

Amplificatorul *4*, de curent continuu, este de un tip uzual, întrebuinţat frecvent în scheme fotometrice, avînd factorul de amplificare 50 000 [2].

Ansamblul de celule fotoelectrice (fig. 2), legat în serie cu rezistenţa de sarcină R, formează un divizor de tensiune, cu punctul median A legat la grila tubului amplificator. Variind iluminarea, curentul din ansamblul de celule variază şi ca atare variază şi căderea de tensiune la bornele rezistenţei R. Proporţionalitatea dintre curentul de ieşire din amplificator şi fluxul luminos trimis pe celule, se asigură fixînd punctul de funcţionare pe porţiunea rectilinie a caracteristicii tubului amplificator, care este determinat de tensiunea de negativare E_n. Rezistenţele reglabile R_1 şi R_2 servesc la eliminarea „curentului de întuneric" şi aducerea la zero a elementului de măsurare precum şi la reglarea negativării.

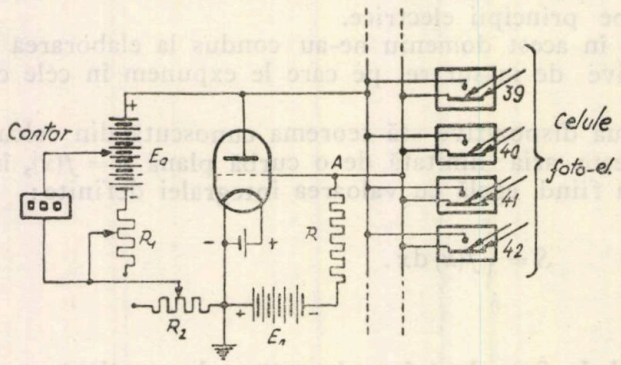


Fig. 2

Dispozitivul integrator este un contor de cantitate de tip magnetoelectric. Rotorul micromotorului acestui contor este prevăzut cu două înfăşurări identice; o înfăşurare este alimentată de la amplificator iar a doua de la o sursă antagonistă.

Cînd amplificatorul furnizează curentul maxim rotorul este imobil (din cauza egalităţii cuplului motor cu cel antagorist). Cînd curentul din

amplificator scade, cuplul rezultant este diferit de zero și rotorul se pune în mișcare cu o viteză proporțională cu umbra liniară lăsată de piele pe lanțul de celule. Pragul de sensibilitate al contorului este de 10...20 mAs, ceea ce corespunde la o deplasare de 2...4 mm a umbrei pe lanțul de celule, la viteza nominală de înaintare a pielii (1,5 m/s).

Funcționarea dispozitivului. În momentul cînd pielea intră în dispozitivul de măsurare sursa de lumină se aprinde și aruncă un fascicul liniar de raze către lanțul de celule fotoelectrice. Deplasîndu-se, pielea acoperă parțial și pe lungime diferită (în funcție de lățimea ei) lanțul de celule. Fluxul luminos, primit de lanțul de celule, este variabil în timp la trecerea pielii prin dispozitiv.

Să considerăm o piele ca în fig. 3 și să fixăm un sistem de axe de coordonate rectangulare xOy, cu axa Oy paralelă cu lanțul de celule fotoelectrice și cu axa Ox paralelă cu direcția de înaintare a pielii. Să ducem două tangente (AB și ED) la conturul pielii, paralele cu Oy. Fie $y_1 = f_1(x)$ ecuația curbei BCD și $y_2 = f_2(x)$ ecuația curbei BFD. Aplicînd formula (1) obținem :

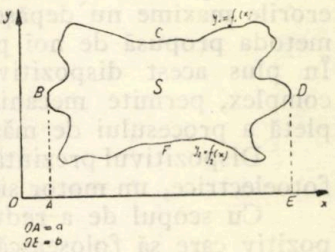


Fig. 3

$$(2)\qquad S_{ABCDE} = \int_a^b f_1(x)\,dx, \qquad (3)\qquad S_{ABFDE} = \int_a^b f_2(x)\,dx,$$

suprafața pielii fiind dată de diferența celor două arii:

$$(4)\qquad S = S_{ABCDE} - S_{ABFDE} = \int_a^b f_1(x)\,dx - \int_a^b f_2(x)\,dx = \int_a^b [f_1(x) - f_2(x)]\,dx .$$

Lanțul de celule fotoelectrice fiind paralel cu axa Oy, termenul $f_1(x) - f_2(x)$ reprezintă tocmai lungimea umbrei ce o lasă la un moment dat pielea pe lanțul de celule; această lungime este proporțională cu valoarea instantanee a curentului rezultant i ce alimentează contorul. Deci putem scrie:

$$(5)\qquad f_1(x) - f_2(x) = K_1 i .$$

Pe de altă parte viteza pielii fiind riguros constantă se poate scrie

$$(6)\qquad x = vt.$$

Diferențiind, se obține:

$$(6')\qquad dx = v\,dt .$$

Ținînd seama de (5) și (6) formula (4) devine:

$$(7)\qquad S = \int_{t_1}^{t_2} K_1 i v\,dt = K_1 v \int_{t_1}^{t_2} i\,dt = K_1 v \int_0^Q dq = K_1 v Q .$$

Deci:

$$S = KQ. \tag{8}$$

Ultima formulă arată că suprafaţa pielii ce se mişcă prin faţa elementului de măsurare (lanţ de celule, sursă de lumină) este proporţională cu cantitatea de electricitate Q înregistrată de contor. Deci mecanismul totalizator al contorului poate fi etalonat direct în unităţi de suprafaţă.

Metoda este mai exactă şi mai rapidă în comparaţie cu cele folosite pînă acum. După calculele noastre, viteza de lucru a acestui dispozitiv este de aproximativ două ori mai mare decît la maşina de fusat, iar erorile maxime nu depăşesc $\pm 2\%$. Spre deosebire de maşina de fusat, metoda propusă de noi permite măsurarea suprafeţei şi la pieile rigide. În plus acest dispozitiv electric de măsurare, integrat într-un agregat complex, permite mecanizarea şi automatizarea parţială sau chiar completă a procesului de măsurare a suprafeţei pieilor.

Dispozitivul prezintă dezavantajul că necesită un număr mare de celule fotoelectrice, un motor sincron de construcţie specială, şi un amplificator.

Cu scopul de a reduce numărul de celule, noi am imaginat un dispozitiv care să folosească o singură celulă fotoelectrică plasată în focarul unei oglinzi parabolice, soluţie pe care am părăsit-o din cauza dificultăţilor tehnice de realizare a unei oglinzi parabolice atît de mari (deschiderea 1,5 m) şi din lipsa unei celule fotoelectrice corespunzătoare.

3. Dispozitiv cu disc integrator şi contor de rotaţii

Pielea este antrenată în mişcare (fig. 4) de rolele *1* şi *1'* de lungime utilă 1,5 m fiecare.

Prin deplasare pielea trece prin faţa unui şir de contacte electrice *2* (în număr de 100), aşezate rectiliniu, perpendicular pe direcţia de avans a pielii. În poziţia de repaus toate contactele sînt deschise. În calea ei pielea stabileşte un număr de contacte proporţional cu lăţimea ei, măsurată perpendicular pe direcţia de avans. Contactele sînt grupate în paralel şi întreg ansamblul lor în serie cu circuitul ce alimentează servomotorul *3* de la potenţiometru, cu o tensiune continuă, riguros constantă, de 4 V. Servomotorul are excitaţie separată, curentul de excitaţie fiind de asemenea menţinut constant.

În serie cu fiecare contact este legată cîte o rezistenţă $R = 200\,\Omega$ spre a face neglijabilă rezistenţa de contact precum şi pentru a mări puterea de rezoluţie a ansamblului. În aceste condiţii curentul ce străbate servomotorul variază de la 0,02 A la 2 A. Pragul de sensibilitate al servomotorului (cu întregul lanţ de mecanisme cuplat) este de 0,015 A.

Pe arborele servomotorului se află un sector dinţat *4* care angrenează cu cremaliera *5*, ce comandă deplasarea axială a roţii de fricţiune r_4. Roata r_4 angrenează prin fricţiune cu discul integrator r_3 transmiţînd mişcarea de rotaţie, prin intermediul roţilor dinţate conice r_5 şi r_6, la contorul de rotaţii. Discul integrator r_3 primeşte mişcarea de rotaţie de la cilindrul de antrenare a pielii *1'* prin intermediul roţilor dinţate conice r_1 şi r_2.

Pielea, ieşind din perechea de cilindri *1'*, întîlneşte rola r_c a contactului, care fiind ridicată prin efectul de pană al pielii, stabileşte contactul. Numărul de contacte închise fiind proporţional cu lăţimea pielii la un moment dat, curentul care străbate servomotrorul va fi proporţional deci cu această dimensiune a pielii. Cuplul servomotorului este proporţional cu curentul ce-l străbate. Cuplul antagonist este creat cu

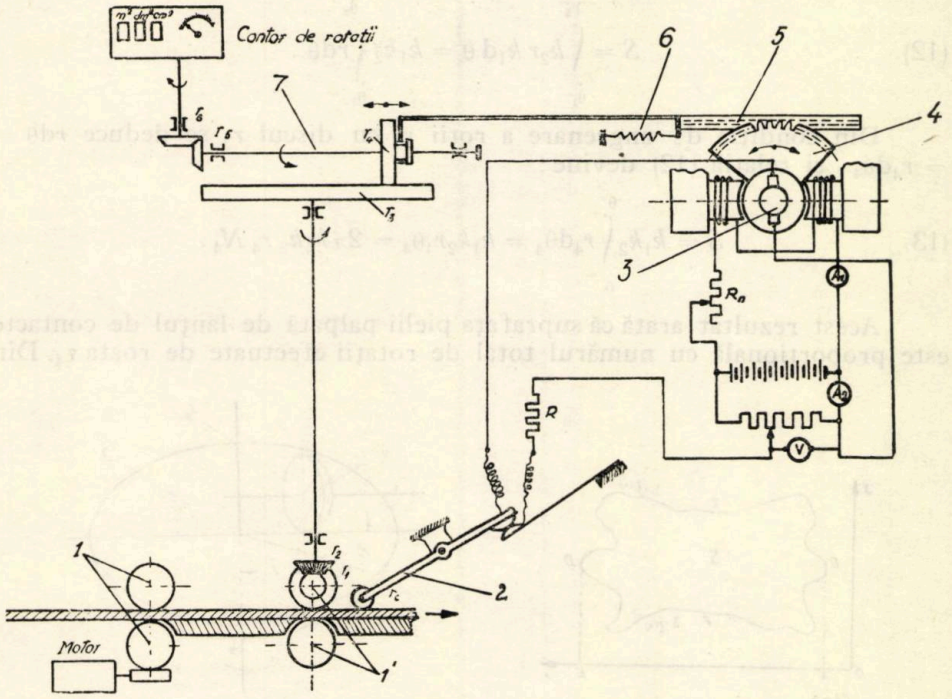


Fig. 4

ajutorul resortului *6*. În aceste condiţii rezultă că deplasarea axială a roţii r_4 este proporţională cu lăţimea pielii la un moment dat, măsurată pe linia contactelor, iar deplasarea unghiulară a discului integrator r_3 este proporţională cu avansul pielii.

Folosind raţionamentul de la prima metodă, din fig. 5 se poate scrie:

$$S = \int_{x_1}^{x_2} [f_1(x) - f_2(x)]\, dx. \tag{9}$$

Să notăm cu r deplasarea axială variabilă a roţii r_4, măsurată din centrul discului integrator, iar cu θ deplasarea unghiulară a aceluiaşi disc. Din fig. 4 şi 6 rezultă:

(10) $$x = k_1\theta .$$

Termenul $f_1(x) - f_2(x)$ reprezentînd lăţimea la un moment dat a pielii, măsurată pe linia contactelor, conform celor de mai sus se poate scrie sub forma

(11) $$f_1(x) - f_2(x) = k_2 r .$$

Introducînd relaţiile (10) şi (11) în (9), se obţine:

(12) $$S = \int_{\theta_1}^{\theta_2} k_2 r\, k_1 \mathrm{d}\,\theta = k_1 k_2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} r \mathrm{d}\theta .$$

Din condiţia de angrenare a roţii r_4 cu discul r_3 se deduce $r\mathrm{d}\theta = r_4 \mathrm{d}\theta_4$, şi relaţia (12) devine:

(13) $$S = k_1 k_2 \int_0^{\theta} r_4 \mathrm{d}\theta_4 = k_1 k_2 r_4 \theta_4 = 2\pi k_1 k_2 r_4 N_4 .$$

Acest rezultat arată că suprafaţa pielii palpată de lanţul de contacte este proporţională cu numărul total de rotaţii efectuate de roata r_4. Din

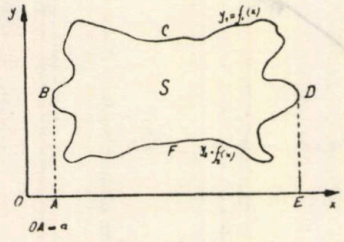


Fig. 6

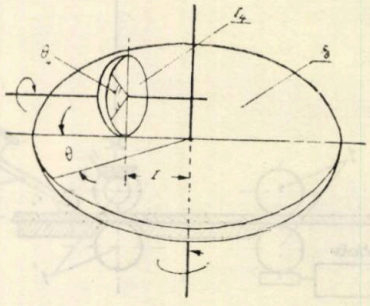


Fig. 5

condiţia de angrenare dint e r_5 şi r_6 se poate scrie $N_4 = k_3 N_6$, de unde rezultă:

(14) $$S = 2\pi k_1 k_2 k_3 r_4 N_6 = k N_6 .$$

Deci, mecanismul totalizator al contorului de rotaţii poate fi gradat direct în unităţi de suprafaţă.

În comparaţie cu primul dispozitiv acesta reprezintă avantajul unui aparataj electric şi mecanic foarte simplu, ieftin şi cu caracteristici ce se pot menţine constante în timp. Integrarea neefectuîndu-se în raport cu timpul, se înlătură problema dificilă de a antrena rolele cu viteză riguros constantă. Şi acest dispozitiv se poate ataşa unui agregat complex pentru mecanizarea şi automatizarea operaţiilor de măsurare a suprafeţei pieilor. În ceea ce priveşte productivitatea şi precizia măsurătorilor este la egalitate cu primul dispozitiv.

Faţă de prima soluţie, din cauza urmăririi conturului pielii de către contacte electrice care au dimensiuni mici dar totuşi finite, dispozitivul cere o construcţie îngrijită a servomotorului şi a mecanismelor co nandate de el, pentru a avea o inerţie cît mai mică.

Considerăm că acest dispozitiv este superior primului şi prin aceea că necesită elemente mai puţin sensibile, care se pot construi cu posibilităţi industriale obişnuite.

4. Concluzii

Din prezenta lucrare, în care se descriu două noi procedee şi dispozitive de măsurare a suprafeţei pieilor, rezultă următoarele concluzii:

a) La ambele procedee descrise operaţia de măsurare constă în efectuarea pe cale electrică sau electromecanică, a unei integrale de forma (1).

b) Ambele dispozitive propuse permit măsurarea suprafeţei şi la pieile rigide; sînt mai ieftine, au o productivitate mai mare decît maşina de fusat fiind în acelaşi timp mai precise decît aceasta. În plus, permit mecanizarea şi automatizarea operaţiilor de măsurare.

c) Dintre cele două dispozitive, cel cu disc integrator şi lanţ de contacte este mai simplu, mai robust şi mai puţin costisitor, putînd fi realizat uşor cu posibilităţile industriale din R. P. R.

Primită la 15 IX 1961

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de măsuri şi maşini electrice,
Catedra de confecţii din piele

BIBLIOGRAFIE

1. Maizel S., *Maşini şi aparate pentru industria pielăriei şi blănăriei,* I. D. T., Buc., 1952, (trad. din l. rusă).
2. Kaganov M., *Mutatori electronici şi ionici,* EES, Buc., 1953, (trad. din l. rusă).

МЕТОДЫ И ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ КОЖИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПУТЕМ

(Резюме)

Описываются два новых прибора для измерения поверхности кожи.

Первый прибор производит интегрирование с помощью счетчика количества электричества имеющего как измерительный элемент цепь фоторэлементов, а второй интегрирует, с помощью диска, при чем измерительным элементом является цепь электрических контактов.

Оба прибора более продуктивны, более точны и более дешевы чем пользуемые в настоящее время.

PROCÉDÉS ET DISPOSITIFS À MESURER PAR VOIE ÉLECTRIQUE LES AIRES DES PEAUX DE CUIR

(Résumé)

On décrit deux dispositifs nouveaux à mesurer les aires des peaux de cuir. Le premier dispositif effectue une intégration à l'aide d'un compteur de quantité d'électricité ayant comme élément de mesure une chaîne de cellules photoélectriques. Le deuxième effectue une intégration à l'aide d'un disque, ayant comme élément de mesure une chaîne de contacts électriques.

On indique les avantages des dispositifs élaborés.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C Z. 685

CONTRIBUŢII LA STABILIREA MECANISMULUI DEFORMĂRILOR REMANENTE ÎN BOXUL CU FAŢA CORECTATĂ, LA TRAGEREA PE CALAPOD

DE

VOINEA COCIU, LĂCRĂMIOARA DUMA şi AGRIPINA FICA

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

În procesul mecanic de confecţionare a încălţămintei se urmăreşte obţinerea unor deformări permanente a pieilor de feţe, care să asigure formarea pe conturul curb al calapodului şi să limiteze deformarea ulterioară a încălţămintei.

Solicitările la care sînt supuse pieile de feţe la confecţionare avînd loc în domeniul elastic, este de aşteptat ca, în condiţiile prelucrării fără umezire, cota parte a deformărilor permanente, din deformările totale, să fie mică, fapt care face ca dimensiunile interioare ale încălţămintei să se reducă după scoaterea calapodului, iar în timpul purtării să apară deformări ce strică forma încălţămintei.

Pentru a evita acest neajuns şi pentru a obţine o mai bună mulare pe calapod feţele trebuie umezite. Dintr-o lucrare precedentă [1], în care s-a urmărit stabilirea modului de umezire, rezultă că ridicarea conţinutului de umiditate favorizează creşterea deformărilor totale, iar din acestea, în special a deformărilor permanente.

În scopul stabilirii unui regim optim de condiţionare a pieilor de feţe, este necesar să se cunoască mecanismul producerii deformărilor din piele.

La formarea pe calapod, după solicitare, menţinerea feţelor sub sarcină pune pielea sub acţiunea a doi factori: relaxarea şi uscarea sub sarcină.

Relaxarea, proprietate a materialelor cu comportare plastico-elastică, rezultă în urma deformării în timp a reţelei pielii, la păstrarea sub sarcină. Aceste deformări se produc treptat sub acţiunea modificărilor ce au loc în pielea tensionată, fără creşterea sarcinii, ca rezultat al echilibrării tensionărilor interne.

Relaxarea se manifestă macroscopic prin alungirea probei, în cazul menţinerii constante a sarcinii, sau prin reducerea sarcinii, în cazul menţinerii constante a lungimii probelor. Indiferent care este efectul macroscopic, acesta reprezintă rezultatul modificărilor ce au loc la nivelul fibrelor.

În cazul păstrării constante a lungimii probelor, datorită producerii unor alungiri permanente, o cotă parte din alungirea elastică se reduce, fapt care are drept consecinţă reducerea sarcinii. Reducerea sarcinii de solicitare trebuie interpretată deci ca rezultat al alungirii remanente a ţesutului.

Al doilea factor care influenţează asupra pielii la formare este uscarea. Uscarea are loc prin cedarea de umiditate către atmosfera înconjurătoare pînă la atingerea nivelului umidităţii de echilibru. Ea începe iniţial în capilarele mari şi se continuă în capilarele mici, pînă la umiditatea de echilibru. Variaţia conţinutului de umiditate duce, după cum se ştie, la modificarea dimensiunilor liniare ale materialului, după relaţia generală:

$$l_f = l_i [1 - \alpha (u_i - u_f)]^a,$$

în care: l_f — lungimea finală a probei, l_i — lungimea sa inițială, α — coeficientul de variație liniară sub efectul variației umidității, u_i — umiditatea inițială, u_f — umiditatea finală, a — exponent (care pentru piei de fețe este egal cu unitatea).

Potrivit acestei relații, prin uscare, dimensiunile liniare ale pielii se reduc.

În timpul ce urmează după tensionarea fețelor pe calapod, pielea se află concomitent sub acțiunea celor doi factori: a) relaxarea, care mărește distanța pe direcția efortului între două repere ale țesutului; b) uscarea, care reduce distanța dintre cele două repere.

Cei doi factori acționează în sensuri opuse, unul mărind și altul micșorînd lungimea probelor, lungimea finală a probelor solicitate și uscate în timpul solicitării fiind suma celor două efecte.

Pentru a se putea urmări efectul determinat în piele separat, de fiecare dintre cei doi factori, a fost necesar ca din fenomenul complex să se elimine unul din factori.

Factorul ce a putut fi eliminat experimental a fost uscarea. Aceasta a fost posibil prin efectuarea determinărilor în atmosferă saturată cu vapori. La adoptarea acestui mod de lucru s-a folosit raționamentul că diferența de deformare între rezultatele obținute prin solicitarea pielii în atmosferă liberă, în care are loc atît relaxarea cît și uscarea, și rezultatele obținute în atmosferă saturată cu vapori, în care are loc numai relaxarea, este datorită efectului uscării în perioada solicitării.

Experimentările au fost efectuate pe probe condiționate în atmosferă saturată cu vapori, timp de 24 ore, și pe probe martor, necondiționate.

Probele au fost supuse următoarelor regimuri de încercare:

a) Regimul *A*: probe martor supuse la solicitare sub sarcină de 1 kgf/mm²; păstrare în sarcină în atmosferă liberă 12 ore; readucere la sarcina de 1 kgf/mm²; păstrare liberă în atmosferă liberă 12 ore; păstrare îndelungată în atmosferă liberă.

b) Regimul *B*: probe condiționate 24 ore în atmosferă saturată cu vapori; solicitare sub sarcină de 1 kgf/mm²; păstrare liberă în atmosferă saturată 12 ore; păstrare îndelungată în atmosferă liberă.

c) Regimul *C*: probe condiționate 24 ore în atmosferă saturată cu vapori; solicitare sub sarcină de 1 kgf/mm²; păstrare în sarcină în atmosferă saturată 12 ore; păstrare în sarcină în atmosferă liberă 12 ore; readucere în sarcină de 1 kgf/mm²; păstrare liberă în atmosferă liberă 12 ore; păstrare liberă în atmosferă liberă timp îndelungat.

d) Regimul *D*: probe condiționate 24 ore în atmosferă saturată cu vapori; solicitare sub sarcină de 1 kgf/mm²; păstrare în sarcină în atmosferă liberă 12 ore; readucere în sarcină de 1 kgf/mm²; păstrare liberă în atmosferă liberă 12 ore; păstrare liberă în atmosferă liberă timp îndelungat.

În tot timpul acestor determinări s-au înregistrat: sarcina, alungirea totală, alungirea remanentă, lățimea și grosimea probelor.

Rezultatele medii ale măsurătorilor sînt cuprinse în tabelele 1...4.

Pentru a se putea pune în evidență efectul alungirii sub sarcină crescîndă asupra deformărilor permanente s-au efectuat o serie de experimentări pe probe supuse umezirii și solicitării, pînă la sarcina de 1 kgf/mm².

Tabelul 1

Deformarea funcție de sarcină în domeniul 0...1 kgf/mm² (dedusă din diagrama deformărilor)

Regim de încercare	Alungirea (mm) funcție de valoarea sarcinii (kgf/mm²)									
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
A	3,1	5,6	8,0	10,0	12,0	14,0	16,3	18,2	20,3	22,4
B, C, D	3,3	5,7	8,1	10,3	12,8	15,1	17,2	19,2	20,9	22,7

Tabelul 2

Variația proprietăților pielii în timpul încercărilor

Determinări efectuate	Regimul determinării			
	A	*B*	*C*	*D*
Cîștigul mediu de umiditate la condiționare (%)	—	15,75	15,73	15,73
Lungimea probei (mm)				
inițială	80	80	80	80
la 1 kgf/mm²	102,4	102,7	102,7	102,7
după 12 ore sarcină				
atmosferă umedă	102,7	102,7	102,7	—
atmosferă uscată	102,4	—	—	102,7
readusă în sarcină				
atmosferă umedă	—	104,3	—	—
atmosferă liberă	103,4	—	106,1	103,9
la scoaterea din sarcină	94,6	93,5	101,2	97,4
după 12 ore odihnă				
atmosferă umedă	—	91,5	—	—
atmosferă uscată	92	—	99,5	94,7
odihnă îndelungată atmosferă liberă	90,7	90	99,5	93,5
Lățimea probei (mm)				
inițială	25	25	25	25
la 1 kgf/mm²	19,2	19,2	18,5	18,5
după 12 ore sarcină				
atmosferă umedă	—	18,3	18	—
atmosferă liberă	19,2	—	17,2	17,5
readusă în sarcină				
atmosferă umedă	—	18	—	—
atmosferă liberă	19	—	16,8	17,2
la scoaterea din sarcină	21,1	20,7	18	18,6
după 12 ore odihnă				
atmosferă umedă	—	21,6	—	—
atmosferă liberă	21,4	—	17,9	19,2
odihnă îndelungată, atmosferă liberă	21,8	20,6	18	19,7
Grosimea (mm)				
inițială	1,33	1,36	1,31	1,32
finală, după odihnă îndelungată	1,54	1,62	1,55	1,59
Rezistența la tracțiune după încercare (kgf/mm²)	1,94	2,10	2,57	2,35
Alungirea la rupere după încercare (%)	33	33,2	22,5	26,4
Sarcina în timpul încercării				
imediat după alungire	0,863	0,852	0,896	0,838
după 12 ore				
atmosfera umedă	—	0,565	—	—
atmosfera liberă	0,685	—	—	0,643
12 ore umed	—	—	0,609	—
12 ore umed+12 ore liber	—	—	0,505	—

Tabelul 3

Deformarea sub sarcină de 1 kgf/mm² şi la scoaterea imediat din sarcină (valori medii)

Măsurători efectuate	Valori citite	Deformări	
		Valoarea deformării	% faţă de iniţial
Lungimea probei (mm)			
iniţială	80	—	—
la 1 kgf/mm²	102,7	22,7	23,4
la scoaterea din sarcină	88,7	8,7	10,9
după 12 ore odihnă	86,1	6,1	7,1
Lăţimea probei (mm)			
iniţială	25	—	—
la 1 kgf/mm²	18,6	6,4	25,5
la scoaterea din sarcină	22	3	12
după 12 ore odihnă	22,2	2,8	11,2
Sarcina după oprirea aparatului la 1 kgf/mm²	0,892	0,108	12,09

Tabelul 4

Valoarea sarcinii şi a alungirii după solicitare

Efectul determinărilor	Regimul determinărilor			
	A	*B*	*C*	*D*
Sarcina remanentă imediat după solicitare (%)	86,3	85,2	89,6	83,8
Sarcina remanentă după 12 ore de solicitare (%)	68,5	56,5	60,4	64,3
Sarcina remanentă după 12+12 ore solicitare (%)	—	—	50,9	—
Alungirea remanentă din alungirea totală (%)				
imediat după reducerea sarcinii	65,5	59,5	89	76,9
după 12 ore	53,9	50,8	83	64,9
după timp îndelungat	48	44	77	59,5

a) *Variaţia lungimii probelor supuse la diverse regimuri de solicitare*

Analizînd datele din tabelele 1...4 şi fig. 1 se constată diferenţe evidente între solicitări, după regimurile determinărilor (*A, B, C, D*).

Astfel, pe porţiunea de deformare, la creşterea sarcinii cu viteză constantă de 90 mm/min, curbele de deformare sînt apropiate de o linie dreaptă, datorită faptului că s-a lucrat cu piei întinse pe rame de sticlă, al căror ţesut a fost puternic orientat în procesul de uscare sub ten-

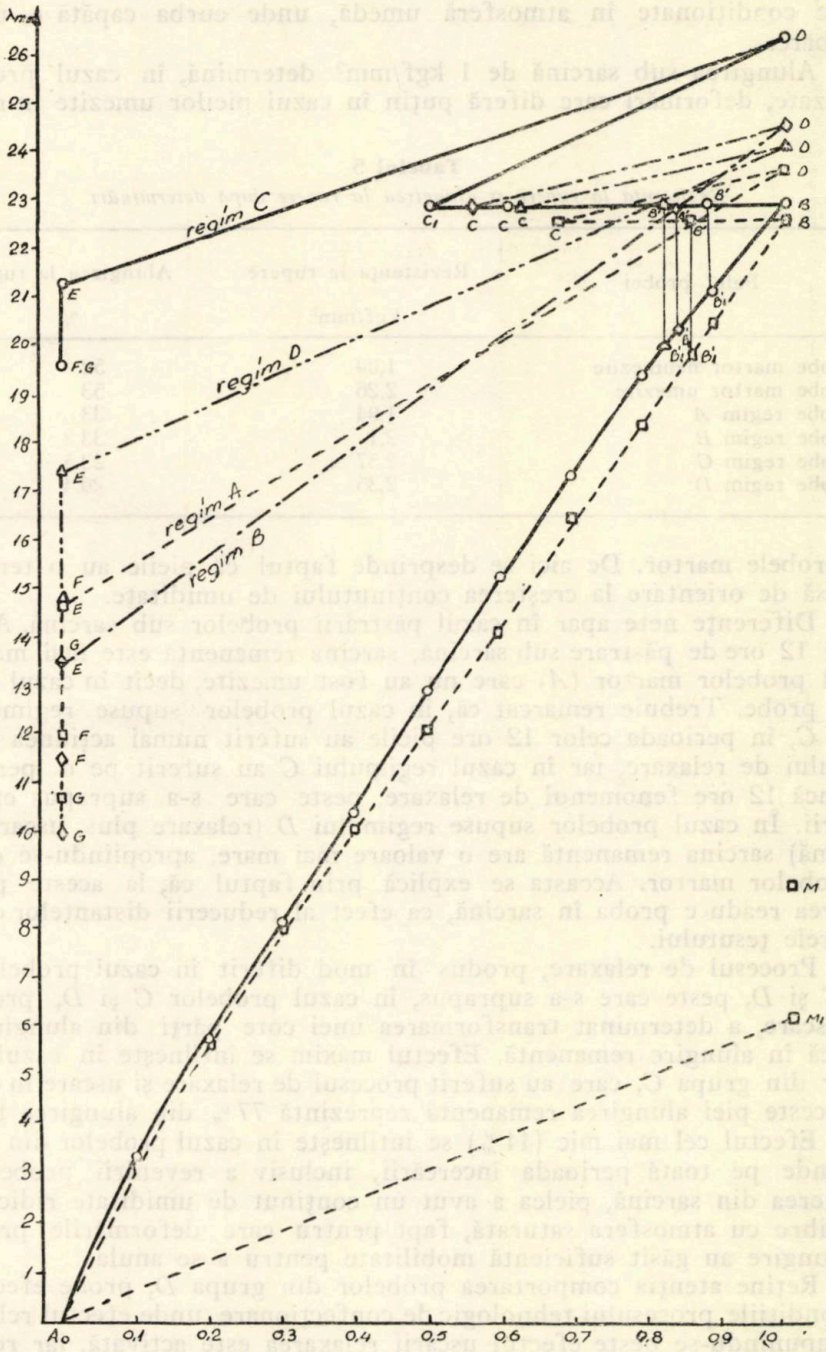

λm
26
25
24
23
22
21
20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
A0
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
0,8
0,9
1,0
regim C
regim D
regim A
regim B
E
F.G
F
G
C1
C
B
B'
B'1
M
M1

Fig. 1

siune. O diferenţă între cele patru regimuri de încercări se constată la pieile condiţionate în atmosferă umedă, unde curba capătă o uşoară bombare.

Alungirea sub sarcină de 1 kgf/mm^2 determină, în cazul probelor analizate, deformări care diferă puţin în cazul pieilor umezite în raport

Tabelul 5

Rezistenţa la rupere şi alungirea la rupere după determinări

Felul probei	Rezistenţa la rupere kgf/mm^2	Alungirea la rupere %
Probe martor neumezite	1,99	52
Probe martor umezite	2,26	53
Probe regim *A*	1,94	33
Probe regim *B*	2,1	33,2
Probe regim *C*	2,57	22,5
Probe regim *D*	2,35	26,4

cu probele martor. De aici se desprinde faptul că pieile au o tendinţă redusă de orientare la creşterea conţinutului de umiditate.

Diferenţe nete apar în cazul păstrării probelor sub sarcină. Astfel, după 12 ore de păstrare sub sarcină, sarcina remanentă este mai mare în cazul probelor martor (*A*) care nu au fost umezite, decît în cazul celo - lalte probe. Trebuie remarcat că, în cazul probelor supuse regimurilor *B* şi *C*, în perioada celor 12 ore pieile au suferit numai acţiunea fenomenului de relaxare, iar în cazul regimului *C* au suferit pe o perioadă de încă 12 ore fenomenul de relaxare, peste care s-a suprapus efectul uscării. În cazul probelor supuse regimului *D* (relaxare plus uscare sub sarcină) sarcina remanentă are o valoare mai mare, apropiindu-se de cea a probelor martor. Aceasta se explică prin faptul că, la aceste probe, uscarea readu e proba în sarcină, ca efect al reducerii distanţelor dintre reperele ţesutului.

Procesul de relaxare, produs în mod diferit în cazul probelor *A*, *B*, *C* şi *D*, peste care s-a suprapus, în cazul probelor *C* şi *D*, procesul de uscare, a determinat transformarea unei cote părţi din alungirea elastică în alungire remanentă. Efectul maxim se întîlneşte în cazul probelor din grupa *C*, care au suferit procesul de relaxare şi uscare în etape. La aceste piei alungirea remanentă reprezintă 77 % din alungirea totală.

Efectul cel mai mic (44 %) se întîlneşte în cazul probelor din grupa *B*, unde pe toată perioada încercării, inclusiv a revenirii probelor la scoaterea din sarcină, pielea a avut un conţinut de umiditate ridicat, în echilibru cu atmosfera saturată, fapt pentru care deformările produse la alungire au găsit suficientă mobilitate pentru a se anula.

Reţine atenţia comportarea probelor din grupa *D*, probe efectuate în condiţiile procesului tehnologic de confecţionare, unde efectul relaxării suprapunîndu-se peste efectul uscării relaxarea este activată, iar revenirea la păstrarea în repaus este împiedicată.

Ţinînd seama de faptul că probele din grupa *D* au fost condiţionate anterior încercării, în aceleaşi condiţii ca şi cele din grupa *B*, se poate trage concluzia că diferenţa între alungirile remanente la aceste două probe se datoreşte efectului uscării.

Astfel, din 100% deformare sub sarcina de 1 kgf/mm², în cazul probelor solicitate în atmosferă liberă (regim *D*), alungirea remanentă reprezentînd 59,5% (tabelul 4) iar în cazul probelor solicitate în atmosferă saturată (regim *B*) reprezentînd 44%, se poate deduce că diferenţa de 15,5% se datoreşte efectului uscării în procesul de solicitare. Se confirmă deci ipoteza că uscarea, intervenind prin reducerea distanţelor între reperele ţesutului, readuce proba în sarcină, fapt care permite, în continuare, manifestarea fenomenului de relaxare, încetinit în timp. Deci uscarea constituie un factor activ în procesul de transformare a deformărilor elastice în deformări remanente, contribuind şi la fixarea dimensiunilor ţesutului.

Comparînd rezultatele probelor din grupele *C* şi *D* şi ţinînd seama de faptul că în procesul de confecţionare se urmăreşte transformarea unei cote părţi cît mai mare din alungirea totală în alungire remanentă, se desprinde concluzia că un proces raţional de formare a feţelor pe calapod ar trebui să cuprindă următoarele etape: a) umezirea feţelor în atmosferă saturată cu vapori; b) formarea pe calapod şi păstrarea un timp determinat în atmosferă saturată; c) uscarea sub sarcină.

b) *Variaţia coeficientului de contracţie transversală*

Experimentarea a permis de asemenea să se tragă concluzii asupra modificării dimensiunilor transversale, la modificarea celor longitudinale. Acest aspect poate fi urmărit prin variaţia coeficientului de contracţie transversală care reprezintă valoarea raportului:

$$\text{c. c. t.} = \Delta b / \Delta l,$$

în care: Δb — variaţia lăţimii epruvetei, Δl — variaţia lungimii epruvetei.

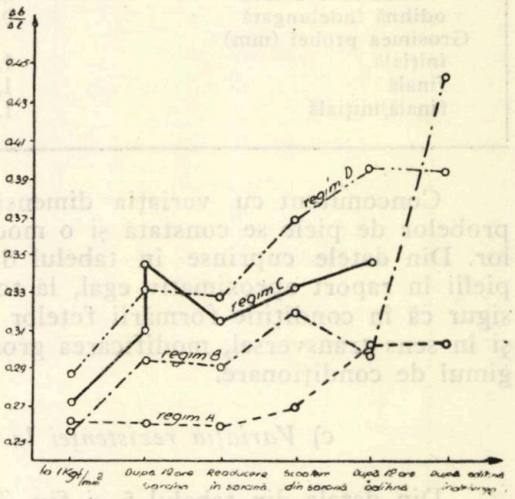


Fig. 2

Urmărind coeficientul de contracţie transversală din tabelul 6 şi fig. 2 se desprinde faptul că valorile maxime ale acestui coeficient se întîlnesc în cazul probelor din grupele *C* şi *D*, care în timpul încercărilor au suferit uscare sub tensiune; prin uscare în perioada solicitării se acţionează pozitiv asupra procesului de formare pe calapod, prin aceea că pielea îşi modifică dimensiunile în conformitate cu necesităţile formării.

Valorile obţinute pentru coeficienţii de contracţie transversală pledează pentru adoptarea regimului de condiţionare a pielii, propus anterior.

Tabelul 6

Valoarea coeficientului de contracţie transversală

Determinarea	Regimul încercării			
	A	*B*	*C*	*D*
Alungirea (%)				
totală	28	28,4	28,4	28,4
remanentă	15	14,4	23,0	18,4
elastică	13	14,0	5,4	14,0
elastică/totală	46,5	49,5	19,0	35,2
remanentă/totală	53,5	50,5	81,0	64,8
Coeficient contracţie transversală				
la 1 kgf/mm^2	0,260	0,256	0,270	0,286
12 ore atmosferă umedă	—	0,294	0,308	—
12 ore atmosferă liberă	0,259	—	0,343	0,330
readus sarcină				
atmosferă umedă	—	0,289	—	—
atmosferă liberă	0,258	—	0,314	0,326
scoaterea sarcină	0,267	0,318	0,331	0,367
12 ore odihnă				
atmosferă umedă	—	0,295	—	—
atmosferă uscată	0,300	—	0,344	0,394
odihnă îndelungată	0,300	0,440	—	0,392
Grosimea probei (mm)				
iniţială	1,33	1,36	1,31	1,32
finală	1,54	1,62	1,55	1,59
finală/iniţială	1,16	1,19	1,18	1,20

Concomitent cu variaţia dimensiunilor de lungime şi lăţime ale probelor de piele se constată şi o modificare a grosimii finale a probelor. Din datele cuprinse în tabelul 6 se constată modificarea grosimii pielii în raport aproximativ egal, la toate regimurile de încercare. Este sigur că în condiţiile formării feţelor pe calapod, unde piesele sînt fixate şi în sens transversal, modificarea grosimii să fie diferită, funcţie de regimul de condiţionare.

c) *Variaţia rezistenţei la rupere şi a alungirii*

Din datele din tabelul 5 şi fig. 3 se constată că modificările ce au avut loc în ţesut, la diverse regimuri de solicitare, au determinat modificarea sarcinii la rupere şi a alungirii în momentul ruperii. Astfel, datorită modificării orientării fibrelor ţesutului, rezistenţa la rupere creşte concomitent cu reducerea alungirii în momentul ruperii. Se cons-

tată că probele ce au suferit regimurile de încercare *C* şi *D* au cele mai mici alungiri la cele mai mari sarcini de rupere. Această comportare se datoreşte orientării ţesutului pe direcţia efortului, la creşterea mobilităţii ţesutului prin umezire.

De aici se desprinde faptul că regimul de solicitare a acţionat vizibil şi că pieile supuse unui astfel de regim vor avea în timpul purtării încălţămintei cea mai mică tendinţă de deformare, concomitent cu cea mai mare rezistenţă la rupere. Aceasta reprezentînd condiţia esenţială pentru menţinerea formei şi rezistenţei în timp a încălţămintei, se trage concluzia că regimul de condiţionare contribuie nu numai la buna formare a feţelor pe calapod, dar şi la buna comportare la purtare.

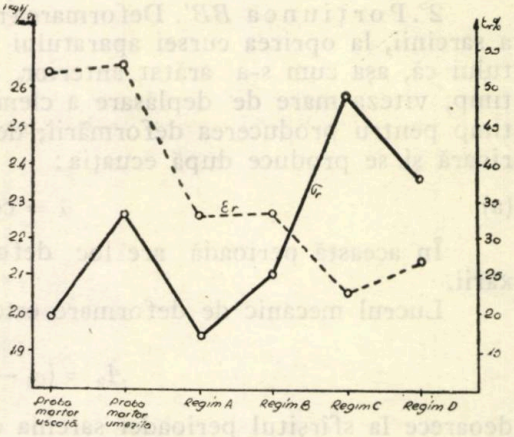


Fig. 3

d) *Lucrul mecanic de deformare*

În perioada solicitărilor probele sînt supuse, în condiţii diferite, unor modificări ale ţesutului care pot fi împărţite după diverse porţiuni ale diagramei de deformare ca în fig. 4, anume: 1° porţiunea *AB*, 2° porţiunea *BB'*, 3° porţiunea *B'C*, 4° porţiunea *CD*, 5° porţiunea *DE*, 6° porţiunea *EFG*, 7° porţiunea *OM*.

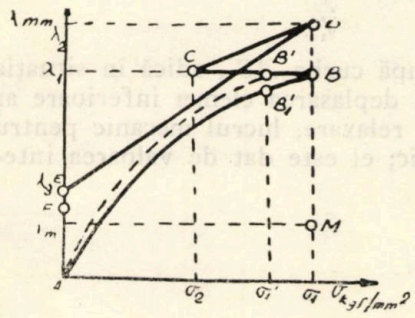


Fig. 4

În cele ce urmează se va studia fiecare porţiune de curbă din fig. 4.

1°. Porţiunea *AB*. Deformarea se produce după o curbă a cărei ecuaţie este

$$\lambda = k\sigma^{\nu},$$

în care: λ — alungirea probei (mm), σ — sarcina de solicitare a probei (kgf/mm²), k — o constantă depinzînd de valoarea modulului de elasticitate, ν — un exponent depinzînd de comportarea plastico-elastică a pielii.

Constanta k este legată de valoarea modulului de elasticitate prin relaţia:

$$k = L_0/E,$$

în care: E — modulul de elasticitate, L_0 — lungimea probei.

Lucrul mecanic de deformare a probei este dat de expresia:

$$A_1 = \int_0^{\sigma_1} k\,\sigma^{\nu}\,d\sigma .$$

2°. Porţiunea BB'. Deformarea reprezintă rezultatul scăderii bruşte a sarcinii, la oprirea cursei aparatului de tracţiune. Ea se datoreşte faptului că, aşa cum s-a arătat anterior, deformarea depinzînd de factorul timp, viteza mare de deplasare a clemei inferioare nu a lăsat suficient timp pentru producerea deformării; deformarea este o deformare ulterioară şi se produce după ecuaţia:

(a) $$\lambda = \text{const.}$$

În această perioadă are loc deformarea ţesutului ca efect al relaxării.

Lucrul mecanic de deformare este dat de relaţia:

$$A_2 = (\sigma_1 - \sigma_1')\,\lambda_1 .$$

deoarece la sfîrşitul perioadei sarcina coboară pînă la valoarea σ_1'.

Diferenţa dintre lucrul mecanic de atingere a punctului B' şi lucrul mecanic dat de relaţia de mai sus, reprezintă lucrul mecanic consumat de probă pentru a-şi modifica lungimea de la valoarea corespunzătoare ordonatei punctului B_1' pînă la valoarea λ_1, corespunzătoare punctului B'. Această diferenţă de lucru mecanic este dată de relaţia:

$$\Delta_1 A = A_2 - A_2' = (\sigma_1 - \sigma_1')\,\lambda_1 - \int_{\sigma_1'}^{\sigma_1} k\,\sigma^{\nu}\,d\sigma .$$

Considerînd deformarea produsă după curba AB', adică în situaţia în care viteza de creştere a sarcinii prin deplasarea clemei inferioare ar fi permis realizarea şi a fenomenului de relaxare, lucrul mecanic pentru atingerea punctului B' ar fi fost mai mic; el este dat de valoarea integralei:

$$A_2' = \int_0^{\sigma_1'} k'\,\sigma^{\nu'}\,d\sigma .$$

3°. Porţiunea $B'C$. Deformarea este rezultatul manifestării în timp a relaxării, în cazul probelor încercate după regimurile A, B şi C, iar în cazul probelor încercate după regimurile C şi D, rezultatul însumării uscării şi relaxării. Deformarea se produce după relaţia (a).

Lucrul mecanic de deformare este dat de relaţia:

$$A_3 = (\sigma_1' - \sigma_2)\,\lambda_1 .$$

Reducerea valorii sarcinii sub efectul relaxării este, aşa cum s-a arătat anterior, rezultatul anulării unei părţi din deformarea elastică în urma producerii unei deformări permanente. Considerînd reducerea sar-

cinii în timp, se poate desprinde măsura în care s-au produs deformările permanente. Acest aspect poate fi urmărit din tabelul 7 şi fig. 5.

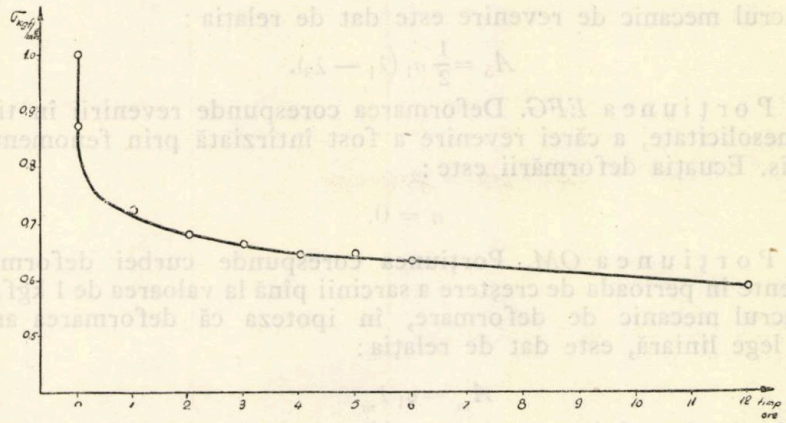


Fig. 5

Tabelul 7

Reducerea sarcinii funcţie de timpul de păstrare a probei în sarcină

Timpul de măsurare a sarcinii (ore)	0		1	2	3	4	5	6	12
Valoarea sarcinii	1,0	0,868	0,720	0,678	0,660	0,640	0,639	0,624	0,578

4°. Porţiunea *CD*. Deformarea are loc sub efectul readucerii probei în sarcină pînă la valoarea de 1 kgf/mm^2.

Ecuaţia curbei după care se deformează proba este:

$$\lambda = k''\sigma^{\nu''} + a.$$

Este foarte probabil ca în cazul acestei deformări, datorită producerii anterioare a unor deformări permanente, curba să fie o dreaptă de ecuaţie:

$$\lambda = k''\sigma + a.$$

Lucrul mecanic de deformare pe această porţiune de curbă este dat de relaţia:

$$A_4 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)(\lambda_2 - \lambda_1).$$

5°. Porţiunea *DE*. Deformarea corespunde revenirii probei la reducerea sarcinii pînă la valoarea zero, după ecuaţia:

$$\lambda = k'''\sigma^{\nu'''} + b.$$

Este foarte probabil ca exponentul să fie egal cu unitatea; atunci ecuaţia de deformare devine:

$$\lambda = k''' \sigma.$$

Lucrul mecanic de revenire este dat de relaţia:

$$A_5 = \frac{1}{2} \sigma_1 (\lambda_1 - \lambda_3).$$

6°. Porţiunea *EFG*. Deformarea corespunde revenirii în timp a probei nesolicitate, a cărei revenire a fost întîrziată prin fenomenul de histerezis. Ecuaţia deformării este:

$$\sigma = 0.$$

7°. Porţiunea *OM*. Porţiunea corespunde curbei deformărilor permanente în perioada de creştere a sarcinii pînă la valoarea de 1 kgf/mm^2.

Lucrul mecanic de deformare, în ipoteza că deformarea are loc după o lege liniară, este dat de relaţia:

$$A_m = \sigma_1 \lambda_m.$$

Valorile lucrului mecanic specific, pentru diversele porţiuni ale curbelor de deformare ale probelor solicitate după cele patru regimuri, sînt cuprinse în tabelul 8.

Analizînd valorile lucrului mecanic specific consumat şi redat în fiecare porţiune a curbei, se constată următoarele:

Lucrul mecanic consumat pe porţiunea *BC* de producere a deformărilor permanente, la lungime constantă şi sarcină variabilă, are cea mai mare valoare pentru probele solicitate la regimul *B*, iar cea mai mică valoare pentru probele solicitate la regimul *A*.

Analizînd raportul dintre lucrul mecanic specific de deformare remanentă ($\Delta_1 A + \Delta_2 A + A_m$) consumat şi alungirea remanentă (ε_r) se constată că raportul cel mai convenabil, respectiv cel mai mic pe unitatea de lungime, se produce în cazul pieilor ce cu suferit regimul *C* şi *D*, adică în cazul probelor unde peste efectul relaxării s-a suprapus efectul uscării. Faptul că în cazul probelor supuse regimului *B* se întîlneşte cel mai mare consum specific de lucru mecanic pe perioada deformării sub lungime constantă, se datoreşte menţinerii ridicate a umidităţii, fapt care permite ţesutului să-şi revină din deformare în măsură mai mare decît se întîlneşte la celelalte regimuri.

Tabelul 8

Valoarea lucrului mecanic specific de deformare

Regimul încercării	A_1	A_m	A_2	A_2'	$\Delta_1 A$	A_3	A_3'	$\Delta_2 A$	A_4	A_5	$\Delta_1 A + \Delta_2 A + A_m$	ε_r	$\frac{\Delta_1 A + \Delta_2 A + A_m}{\varepsilon_r}$
A	12,02	0,61	3,06	2,86	0,20	4,83	4,04	0,79	0,835	4,4	1,60	10,7	0,149
B	12,76	0,61	3,35	3,10	0,16	6,60	4,93	1,67	2,20	5,4	2,44	10,0	0,244
C	12,76	0,61	2,36	2,26	0,16	6,60	5,23	1,37	2,45	2,45	2,08	17,8	0,117
D	12,76	0,61	3,68	3,45	0,23	4,30	3,41	0,89	0,95	3,75	1,73	13,5	0,128

Făcînd legătura între consumul specific şi lucrul mecanic, pentru o deformare permanentă, de rezultatele regimului de condiţionare, se desprinde concluzia că cea mai mare deformare permanentă cu cel mai mic consum de lucru mecanic de deformare are loc în cazul unui regim de condiţionare corespunzător regimului *C*, adică în cazul umezirii în atmosferă saturată, solicitării sub sarcină, păstrării sub sarcină în atmosferă saturată, uscării sub sarcină în aer liber.

Concluzii

Rezultatele determinărilor efectuate relative la influenţa variaţiei umidităţii la pieile analizate conduc la următoarele concluzii:

a) Variaţia proprietăţilor elastice (alungire, rezistenţă la rupere, rezistenţă la sfîşiere) se face după regulile generale de modificare a proprietăţilor pielii sub efectul umidităţii.

b) Păstrarea pielii umede sub sarcină, fără uscare, determină prin existenţa mobilităţii ţesutului, producerea celei mai mari deformări, reprezentată prin cea mai mare reducere de sarcină.

c) Revenirea ţesutului în atmosferă saturată cu vapori, încercat conform regimului *B*, are cea mai mare valoare, fapt pentru care aceste probe prezintă cea mai mică deformare remanentă.

d) Condiţionarea probelor şi solicitarea după regimul *D*, care corespunde uscării pieilor sub sarcină, determină însumarea efectului relaxării şi al readucerii probei în sarcină, prin uscare, fapt care duce final la o mai mare alungire remanentă.

e) Solicitarea pieilor după regimul *C*, care admite iniţial o perioadă de echilibrare a tensiunilor interne prin relaxare, urmată de o perioadă de uscare sub sarcină, produce cea mai mare deformare permanentă.

f) Deformarea sub sarcină, în cazul pieilor solicitate după regimul *C* şi *D*, determină o modificare a proprietăţilor ţesutului, în avantajul îmbunătăţirii comportării pielii în timpul purtării încălţămintei; astfel se reduce alungirea la rupere şi se măreşte sarcina la rupere.

g) Lucrul mecanic specific de deformare remanentă are cea mai mică valoare în cazul pieilor solicitate după regimul *C*.

Aceste concluzii conduc la necesitatea adoptării unui regim de condiţionare şi solicitare asemănător regimului *C*.

Stabilirea unui regim de condiţionare şi solicitare, care să fie aplicabil în condiţii industriale, se poate face după ce se verifică mecanismul transformărilor deformărilor elastice în deformări plastice şi la celelalte tipuri de piei de feţe. Lucrarea de faţă, încadrată într-o serie de lucrări experimentale consacrate studiului acestei probleme, a arătat calea de urmat în cercetarea mecanismului producerii deformărilor permanente şi a permis să se tragă primele concluzii.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de confecţii din piele
şi
ICPSC, Bucureşti

BIBLIOGRAPIE

1. Cociu V., Duma L., Fica A., Acest Buletin, pp. 385—398.
2. Cernov V. N., şi colab., *Tehnologia pielii*, Ed. Tehn., 1956, Buc., (trad. din l. rusă)

3. Likov A. V., *Teoria uscării*, ESAC, Buc., 1954, (trad. din l. rusă).
4. Кавказов Ю. Л., *Взаимодействие кожи с влагой*, Гизлегпром, М. 1952.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ МЕХАНИЗМА ОСТАТОЧНЫХ ДЕФОРМАЦИИ ХРОМА С ИСКУССТВЕННЫМ ЛИЦОМ ПРИ НАТЯЖКЕ НА КОЛОДКУ

(Резюме)

Экспериментальным путем выясняются результаты метода создания остаточных деформаций в кожаных деталях подверженных механическому действию.

Устанавливается, что эти деформации являются результатом суммирования действий следующих двух факторов: деформирование кожи с высоким содержанием влаги под нагрузкой (релаксация) и сокращение линейных размеров при сушке.

CONSIDÉRATIONS SUR L'ÉTABLISSEMENT DU MÉCANISME DES DÉFORMATIONS PERMANENTES DANS LE BOX-CALF À FLEUR CORRIGÉE, SOUMIS À LA TENSION

(Résumé)

On présente les résultats experimentaux quant à la production des déformations permanentes dans les pièces de cuir soumises à l'action des solicitations mécaniques.

On a établi que ces déformations sont le résultat des additions de l'action de a déformation du cuir sous charge ayant un contenu élevé d'humidite, et la diminuation des dimensions linéaires due au séchage du cuir.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 338 (.): 67

INDUSTRIALIZAREA SOCIALISTĂ — OBIECTIV PRINCIPAL AL POLITICII ECONOMICE A PARTIDULUI MUNCITORESC ROMÎN

DE
D. RUSU, P. MÎLCOMETE şi I. HĂLĂLĂU

Extras din comunicarea prezentată în sesiunea ştiinţifică festivă, consacrată aniversării a 40 ani de la înfiinţarea P. C. R., Iaşi, 8 mai 1961

1. Făcînd bilanţul succeselor obţinute de eroica noastră clasă muncitoare, de ţărănimea muncitoare şi de intelectualitate, sub conducerea şi îndrumarea înţeleaptă a partidului, Congresul al III-lea al P. M. R. a consfinţit faptul că în Republica Populară Romînă a fost creată baza economică a socialismului, ţara noastră intrînd într-o nouă etapă de dezvoltare — etapa desăvîrşirii construcţiei socialiste.

Măreţele realizări înfăptuite în ţara noastră au fost posibile datorită conducerii ferme a întregii noastre vieţi politice, economice, sociale şi culturale, de către avangarda clasei muncitoare — partidul marxist-leninist —, de la a cărui înfiinţare poporul nostru muncitor sărbătoreşte anul acesta, la 8 mai, împlinirea a patruzeci de ani.

Înfiinţarea P. C. R. a constituit un eveniment de însemnătate istorică pentru destinele clasei muncitoare şi ale poporului muncitor, a însemnat o victorie a leninismului asupra oportunismului şi reformismului în mişcarea muncitorească din Romînia.

Drumul celor patruzeci de ani de existenţă a partidului nostru este drumul luptei neobosite pentru cauza oamenilor muncii, pentru eliberarea lor de sub jugul exploatării şi asupririi, pentru independenţa naţională a patriei, pentru construirea socialismului în ţara noastră. Ceea ce caracterizează întreaga activitate a partidului în decursul existenţei sale, este fidelitatea nestrămutată faţă de teoria marxist-leninistă, singura teorie ştiinţifică de cunoaştere şi transformare revoluţionară a lumii.

Tocmai slujirea cu credinţă şi devotament a intereselor poporului şi fidelitatea faţă de adevărurile fundamentale ale marxism-leninismului fac ca partidul să se bucure de un imens prestigiu în mase, de dragostea şi încrederea neţărmurită a celor ce muncesc.

Sub conducerea partidului, clasa muncitoare din ţara noastră, în alianţă cu ţărănimea muncitoare, a înlăturat dominaţia claselor exploatatoare, instaurînd puterea de stat a proletariatului. Devenit liber şi stăpîn pe soarta sa, poporul nostru muncitor, condus cu înţelepciune de partid, a pornit cu însufleţire la construirea vieţii noi, socialiste.

2. În elaborarea şi înfăptuirea politicii de construire a socialismului, partidul nostru a folosit bogata experienţă a P. C. U. S. şi a celorlalte partide frăţeşti din ţările socialiste, precum şi propria sa experienţă, aplicînd în mod creator legile generale ale revoluţiei şi construcţiei socialiste la condiţiile ţării noastre.

În cadrul planului de construire a socialismului V. I. Lenin a acordat un loc central problemei industrializării socialiste, arătînd că victoria socialismului asupra capitalismului poate fi asigurată numai atunci cînd puterea de stat proletară, lichidînd definitiv orice rezistenţă a exploatatorilor, va reorganiza întreaga industrie pe baza marii producţii colective şi a tehnicii celei mai moderne, bazată pe electrificarea întregii economii.

Socialismul poate fi construit numai pe baza marii producţii mecanizate. „Baza materială a socialismului — spune V. I. Lenin — poate fi numai marea industrie mecanizată, care este capabilă să reorganizeze şi agricultura“[1].

Pe baza industrializării socialiste este posibilă înzestrarea tuturor ramurilor economiei naţionale cu maşini unelte perfecţionate, ceea ce determină o creştere rapidă şi neîntreruptă a productivităţii muncii, sporirea pe această bază a bunurilor de consum şi creşterea sistematică a nivelului de trai al oamenilor muncii.

Industrializarea socialistă duce la înlăturarea disproporţiilor din economia naţională, moştenite de la regimul capitalist, şi realizează o dezvoltare armonioasă a economiei, asigură independenţa economică şi politică a ţării, precum şi întărirea capacităţii de apărare a statului socialist faţă de eventualele agresiuni imperialiste. De asemenea, industrializarea socialistă asigură baza tehnico-materială a dictaturii proletariatului, întrucît o dată cu volumul şi numărul întreprinderilor industriale, creşte greutatea specifică a muncitorilor în ansamblul populaţiei, creşte calificarea şi conştiinţa de clasă a muncitorilor, ceea ce duce la consolidarea poziţiilor clasei muncitoare, la creşterea rolului său conducător, în stat şi în întreaga activitate politică, economică şi social-culturală.

Aplicarea creatoare, de către partidul nostru, a planului leninist de construire a socialismului, cu veriga sa hotărîtoare — industrializarea socialistă — este reflectată în înfăptuirea cu consecvenţă a politicii de industrializare socialistă, de electrificare a ţării, de aplicare tot mai largă a cuceririlor înaintate ale ştiinţei şi tehnicii în toate sectoarele producţiei, în condiţiile dezvoltării planice, proporţionale şi în ritm susţinut a întregii economii naţionale.

Linia generală leninistă a partidului, de înfăptuire a industrializării socialiste a ţării, a fost elaborată încă la Conferinţa Naţională a P. C. R.

Conferinţa a zdrobit teoria fundamentată pe teza reacţionară că Romînia este o ţară „eminamente agricolă“, care căuta să justifice starea de înapoiere şi dependenţa economică a ţării faţă de capitalul străin şi a arătat că atît refacerea cît şi dezvoltarea economiei nu sînt posibile fără industrializarea socialistă şi că ţara noastră dispune de toate posibilităţile pentru o dezvoltare industrială puternică şi multilaterală.

Pe baza sarcinilor trasate de Conferinţa Naţională, P. C. R. a condus cu pricepere şi hotărîre bătălia pe frontul economic, pentru refacerea economiei noastre naţionale, făcînd astfel să crească încrederea maselor în forţa şi viabilitatea regimului democrat-popular.

După refacerea economiei ţării, o dată cu cucerirea puterii politice de către clasa muncitoare şi instaurarea dictaturii proletariatului, partidul a tradus în viaţă sarcinile leniniste de industrializare socialistă, în cadrul programului general de construire a socialismului.

Calea pe care a parcurs-o ţara noastră în anii regimului democrat-popular şi realizările istorice obţinute pot fi apreciate în adevărata lor amploare dacă privim în trecut, scrutînd moştenirea preluată de la regimul burghezo-moşieresc.

Deşi dispunea de imense bogăţii naturale — petrol, gaze naturale, metale neferoase, resurse energetice şi forestiere —care ofereau largi posibilităţi de dezvoltare industrială, ţara noastră era totuşi una din cele mai înapoiate ţări din Europa din punct de vedere economic, anexă agrară, furnizoare de materii prime pentru statele imperialiste.

În anul 1937 agricultura şi silvicultura furnizau circa 55% din venitul naţional în timp ce industria, circa 34%. Din totalul populaţiei active a ţării 76,7% lucra în agricultură şi numai 7,9% în industrie.

Industria constructoare de maşini şi de prelucrare a metalelor cuprindea în anul 1938 numai 10,2% din totalul producţiei industriale. În ţara noastră lipsea o industrie producătoare de utilaj minier, utilaj petrolifer, tractoare, autocamioane etc. Ca urmare, utilajul industrial trebuia importat aproape în întregime (95%).

A trecut de atunci o perioadă relativ scurtă şi ţara noastră a obţinut succese importante pe drumul dezvoltării economiei şi culturii socialiste, în domeniul creşterii puterii economice şi al ridicării bunăstării poporului.

În prezent dispunem de o bază tehnico-materială nouă, proprie economiei socialiste. A fost făurită o industrie socialistă puternică, capabilă să înzestreze toate ramurile economiei naţionale cu tehnica înaintată.

În anul 1960 producţia industrială a fost de cinci ori mai mare de cît în 1938. Întreaga producţie industrială a anului 1938 se realizează în numai 11 săptămîni.

Dinamica producţiei industriale globale în anii puterii populare, faţă de anul 1938, se prezintă ca în tabelul 1.

Tabelul 1

Anul	1938	1950	1955	1959	1960
Indici	100	147	299	433	506

Numai între anii 1956 şi 1959 au intrat în funcţiune, în industria republicană şi locală, 101 întreprinderi noi, 93 secţii noi, iar 294 de întreprinderi existente au fost reutilate şi dezvoltate. Au fost create ramuri industriale inexistente în trecut ca: industria producătoare de utilaj petrolifer şi electrotehnic, industria de: tractoare şi maşini agricole, îngrăşăminte chimice, coloranţi, fire şi fibre sintetice, mase plastice, medicamente. Ritmul de creştere al producţiei globale industriale a fost între anii 1956...1960 de 10,8%, creşterea medie anuală în industria mijloacelor de producţie (grupa *A*) fiind de 12,7%, iar în industria bunurilor de consum (grupa *B*) de 7,7%.

O atenţie deosebită a fost acordată electrificării ţării, pornind de la însemnătatea acesteia în procesul de industrializare, la necesitatea ca electrificarea să meargă cu un pas înaintea industrializării. Astfel, planul decenal de electrificare (1951...1960) a fost îndeplinit înainte de termen. Încă în anul 1959 s-au produs peste 6,8 miliarde kwore de energie electrică, faţă de 1,130 miliarde kwore în anul 1938.

În cadrul dezvoltării multilaterale a industriei socialiste, P. M. R. are în vedere folosirea bogăţiilor naturale ale ţării şi acordă o atenţie corespunzătoare ramurilor industriale care au condiţii favorabile. Aşa se explică faptul că industria chimică a realizat în 1960 o producţie de 11 ori mai mare decît în anul 1938.

Dezvoltarea cu precădere a ramurilor industriei grele a determinat o creştere mai rapidă a grupei *A*, faţă de grupa *B* a producţiei industriei, şi o schimbare a corelaţiei dintre ele în favoarea grupei *A*, adică a producţiei industriale de mijloace de producţie. Dacă în 1938 grupa *B* predomina (54,5%), iar în 1948 reprezenta circa 50%, în 1959 predomina grupa *A* (59,8%), iar ponderea grupei *B*, scade la 40,2%, cu toate că producţia a crescut considerabil şi în ramurile producătoare de bunuri de consum.

S-a schimbat raportul dintre industrie şi agricultură pe de-o parte şi celelalte ramuri ale economiei pe de altă parte, în favoarea industriei, deşi producţia a crescut în toate ramurile. Dacă în 1938 ponderea industriei în produsul social total reprezenta sub 1/3, în 1958 reprezenta aproape jumătate, exprimînd rolul conducător al industriei în cadrul economiei naţionale.

Un important rezultat al industrializării socialiste îl constituie ridicarea nivelului industrial al regiunilor rămase în urmă în timpul regimului burghezo-moşieresc, prin realizarea în aceste regiuni a unui ritm de creştere a producţiei industriale superior ritmului de creştere a producţiei industriale pe întreaga ţară. De pildă, în regiunea Iaşi, producţia industrială a crescut în 1958 faţă de 1950, de la 100 la 279, ceea ce a făcut ca ponderea regiunii în volumul producţiei globale a industriei să crească, în perioada respectivă, de la 1,5% la 2,3%.

Succesele obţinute de poporul nostru muncitor în îndeplinirea şi depăşirea sarcinilor trasate prin planurile de dezvoltare a economiei naţionale au transformat România dintr-o ţară agrară înapoiată, într-o ţară industrial-agrară înaintată. Acest fapt reprezintă un salt calitativ deosebit, o victorie de importanţă istorică, a clasei muncitoare şi a întregului nostru popor muncitor.

Dezvoltarea rapidă a forţelor de producţie, pe baza politicii de industrializare socialistă, a determinat lărgirea şi consolidarea relaţiilor de producţie socialiste în industrie, agricultură şi în celelalte ramuri ale economiei naţionale şi s-au creat condiţiile pentru lichidarea exploatării omului de către om. Aceasta s-a înfăptuit prin aplicarea decretului Prezidiului Marii Adunări Naţionale a R. P. R., din martie 1959, prin care chiaburimea, ultima clasă exploatatoare, a fost lichidată.

Economia socialistă cuprinde astăzi (mai 1961) întreaga industrie, transporturile, comerţul, sistemul financiar şi de credit, iar în agricultură peste patru cincimi din suprafaţa arabilă şi din numărul familiilor ţărăneşti.

Astfel socialismul, pentru care au luptat şi s-au jertfit cei mai buni fii ai clasei muncitoare şi ai poporului nostru muncitor, a învins.

Succesele obţinute de oamenii muncii în opera de construire a socialismului se datoresc, în primul rînd, faptului că avem o călăuză sigură, un conducător înţelept, Partidul Muncitoresc Romîn.

Creşterea rolului conducător al partidului şi al statului nostru, relaţiile de colaborare şi ajutor reciproc cu toate ţările socialiste şi, în primul rînd, ajutorul primit din partea Uniunii Sovietice, precum şi aplicarea fermă, creatoare, a învăţăturii marxist-leniniste în opera de construire a socialismului, au dus la marile înfăptuiri în domeniul economiei şi culturii noastre socialiste.

3. Succesele obţinute în construirea bazei tehnico-materiale a socialismului au creat condiţiile pentru progresul într-un ritm şi mai rapid al economiei naţionale, în etapa desăvîrşirii construcţiei socialiste.

Sarcinile noii etape a dezvoltării economice sînt exprimate în prevederile planului de dezvoltare a economiei naţionale pe anii 1960...1965 şi în schiţa planului economic de perspectivă pe 15 ani, dezbătute şi aprobate de Congresul al III-lea al P.M.R.

Planul de dezvoltare a economiei naţionale pe anii 1960...1965 reprezintă o etapă hotărîtoare în opera de desăvîrşire a construcţiei socialiste.

Congresul al III-lea al partidului a stabilit că: „Obiectivul principal al planului economic pe anii 1960...1965 este dezvoltarea bazei tehnico-materiale a socialismului, încheierea procesului de făurire a relaţiilor de producţie socialiste în întreaga economie, în vederea desăvîrşirii construcţiei socialismului“ [2].

Observăm că în vederea dezvoltării mai departe a socialismului în ţara noastră, eforturile principale sînt îndreptate spre ceea ce este hotărîtor, spre dezvoltarea bazei tehnico-materiale a noii orînduiri, spre dezvoltarea forţelor de producţie.

În vederea dezvoltării bazei tehnico-materiale a socialismului Congresul al III-lea al partidului trasează ca sarcini principale: continuarea în ritm susţinut a industrializării socialiste, asigurîndu-se creşterea cu precădere a industriei grele, cu pivotul ei — industria constructoare de maşini, lărgirea bazei de materii prime, a bazei energetice şi valorificarea superioară a resurselor naturale, înfăptuirea multilaterală şi pe scară largă a progresului tehnic, îmbunătăţirea în continuare a repartizării teritoriale a forţelor de producţie, pentru creşterea puterii economice a regiunilor, raioanelor şi oraşelor puţin dezvoltate.

După prevederile planului economic pe anii 1960...1965 producţia industrială globală va fi în 1965 de 2,1 ori mai mare decît în 1959, crescînd cu un ritm mediu anual de circa 13% faţă de 10,8% în anii 1956...1960.

Investiţiile destinate industriei se vor ridica în această perioadă la peste 10 miliarde lei. În industria republicană vor intra în funcţiune 180 de întreprinderi noi şi aproape 300 de secţii noi, iar peste 400 întreprinderi vor fi reutilate şi lărgite. Pe harta ţării vor apare noi şi moderne obiective industriale. La sfîrşitul anului 1965 ţara noastră va fi de 10 ori mai dezvoltată din punct de vedere industrial faţă de anul 1938.

Crearea unor mijloace de producţie tot mai puternice, care să ducă la dezvoltarea rapidă a bazei tehnico-materiale a socialismului, necesită o creştere corespunzătoare a producţiei de energie electrică.

În anii puterii populare a avut loc o creştere continuă a consumului de energie electrică pe cap de muncitor, ceea ce reflectă ridicarea gradului de înzestrare tehnică, în general.

În acest mod îşi găseşte aplicare teza lui Lenin, cu privire la faptul că electrificarea trebuie să meargă cu un pas înaintea industrializării. Raportul dintre dinamica înzestrării muncitorilor cu fonduri fixe şi aceea a consumului de energie electrică pe muncitor, relevă şi mai mult acest fapt (tabelul 2).

Puterea instalată în centrale electrice în următorii şase ani va fi de peste trei ori mai mare decît puterea instalată în tot timpul existenţei regimului burghezo-moşieresc. Pe lîngă industria constructoare de maşini, a cărei productivitate va creşte în 1965 de 2,2 ori faţă de 1959, cu un ritm mediu anual de 14% faţă de 13% al întregii producţii industriale, vor cunoaşte o dezvoltare însemnată toate ramurile industriei grele, printre care industria siderurgică şi industria chimică, care va spori baza de materii prime de care dispune economia, şi, corespunzător, se vor dezvolta forţele de producţie în toate celelalte ramuri ale economiei: transportul, agricultura etc.

Astfel, pînă în 1965 S.M.T. şi G.A.S. vor dispune de circa 100 000 tractoare fizice, revenind la un tractor fizic 100 ha teren arabil, adică de circa 35 de ori mai

Tabelul 2

	1955	1956	1957	1958	1959
Gradul de înzestrare a muncitorilor cu fonduri în industrie (indici)	100	107,8	117,6	120,6	125,2
Energia electrică consumată în industrie pe un muncitor (indici)	100	107,9	117,4	124,9	132,7

puţin decît în anul 1938. Va creşte nivelul de mecanizare şi chimizare a producţiei agricole. Agricultura noastră socialistă va primi în anul 1965 peste 2 milioane tone de îngrăşăminte chimice. Ritmul de dezvoltare a bazei tehnice materiale a socialismului este nemijlocit legat de progresul tehnic, întrucît creşterea continuă a producţiei, sporirea neîncetată a productivităţii muncii şi uşurarea muncii omului, sînt nemijlocit legate de introducerea pe scară largă a tehnicii noi, în toate ramurile economiei, şi de aplicarea în practică a cuceririlor ştiinţei contemporane.

„O condiţie principală pentru îndeplinirea cu succes a planului economic pe anii 1960...1965, este introducerea tehnicii celei mai noi, în toate ramurile economiei naţionale. Se va acorda o deosebită atenţie mecanizării şi automatizării complexe a producţiei, proceselor tehnologice avansate, specializării şi cooperării în industrie, introducerii în producţie a realizărilor ştiinţei şi tehnicii moderne“ [2].

În procesul desăvîrşirii construcţiei socialiste, pe baza sarcinilor deosebite în domeniul economiei şi culturii, sporeşte rolul statului socialist. Avîntul puternic al industriei, încheierea procesului de făurire a relaţiilor de producţie socialiste în întreaga economie, pe baza terminării colectivizării agriculturii, fac să crească tot mai mult în această etapă importanţa funcţiei economico-organizatorice a statului nostru socialist. Aceasta cere totodată perfecţionarea vieţii de stat socialiste, înmulţirea formelor şi metodelor prin care masele muncitoare participă la viaţa de stat şi obştească.

De asemenea, etapa desăvîrşirii construcţiei socialiste se caracterizează prin creşterea activităţii conştiente, creatoare, a poporului, în îndeplinirea sarcinilor economice, politice şi social-culturale.

Această atragere a maselor largi de oameni ai muncii la creaţia istorică conştientă de dezvoltare a noii orînduiri—aşa cum sublinia tov. Gh. Gheorghiu-Dej — sporeşte rolul şi însemnătatea activităţii ideologice a muncii politice-educative desfăşurate de partid în rîndurile poporului.

Aceasta face ca pe măsura înaintării pe drumul socialismului să crească rolul conducător al partidului în întreaga activitate socială. Numai prin creşterea rolului conducător al partidului se poate realiza unitatea de voinţă şi acţiune a întregului popor şi o clară perspectivă istorică, care să ducă la îndeplinirea sarcinilor tot mai mari privind desăvîrşirea construcţiei socialismului şi trecerea treptată spre comunism.

4. Dezvoltarea bazei tehnico-materiale a socialismului şi creşterea rapidă a forţelor de producţie în întreaga economie naţională va spori în măsură însemnată venitul naţional şi pe această bază vor creşte în continuare veniturile reale ale oamenilor muncii, bunăstarea materială şi culturală a poporului muncitor.

Venitul naţional va creşte pînă în anul 1965 de 1,7..,1,8 ori, iar fondul de consum va spori de 1,6...1,7 ori faţă de anul 1959. Salariul va creşte pînă în anul 1965 cu 40...45% faţă de nivelul din a doua jumătate a anului 1959, iar veniturile reale ale ţărănimii vor spori cu circa 40%, se vor construi circa 300 000 apartamente, adică de peste trei ori mai mult decît s-a realizat în cei şase ani precedenţi.

În afară de aceasta, nivelul de trai va creşte şi ca urmare a creşterii cheltuielilor social-culturale pe care le va efectua statul nostru. Investiţiile pentru acţiunile social-culturale vor ajunge în anul 1965 la o sumă de aproape 20 miliarde lei.

Înfăptuirea cu succes a sarcinilor planului de dezvoltare a economiei noastre socialiste pe anul 1960— primul an al planului şesenal — reflectă realismul programului

economic trasat de Congresul al III-lea al partidului şi demonstrează că există largi perspective pentru progresul ţării noastre şi fericirea celor ce muncesc.

„Înfăptuind acest program, patria noastră va deveni în următorii 10...15 ani o ţară industrială dezvoltată, cu o agricultură multilaterală şi de înaltă productivitate, bogăţiile ei, puse în valoare de oamenii muncii, vor permite trecerea treptată de la principiul repartiţiei după muncă la repartiţia după nevoi, asigurînd întregului popor, condiţiile de viaţă demne de epoca socialismului victorios şi a construcţiei comunismului" [3].

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură,
Catedra de economie politică

BIBLIOGRAFIE

1. Lenin V. I., *Opere*, vol. 32, ESPLP, Buc., 1956, p. 465.
2. * * * *Directivele Congresului al III-lea al P.M.R.*, Ed. Polit., Buc., 1960.
3. Gheorghiu-Dej Gh., *Raport la cel de al III-lea Congres al P.M.R.*, Ed. Polit., Buc., 1960.

СОЦИАЛИСТИЧЕСКАЯ ИНДУСТРИАЛИЗАЦИЯ — ГЛАВНАЯ ЦЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ РУМЫНСКОЙ РАБОЧЕЙ ПАРТИИ

(Резюме)

Работа обосновывает необходимость социалистической индустриализации, как главного условия ленинского плана строительства социализма.

Представлены главные аспекты и успехи политики Румынской Рабочей Партии в социалистической индустриализации страны в периоде социалистического строительства а также и блестящих перспектив открывающихся в экономическом и социально-культурном развитии страны, как результат интенсивного продолжения социалистического строительства в этапе его разрешения и постепенного перехода к коммунизму.

L'INDUSTRIALISATION SOCIALISTE — OBJECTIF PRINCIPAL DE LA POLITIQUE ÉCONOMIQUE DU PARTI OUVRIER ROUMAIN

(Résumé)

On jalonne les fondements concernant la nécessité de l'industrialisation socialiste, cette tache principale du plan léninist de la construction du socialisme.

On expose les aspects fondamentaux et les succès de la politique du Parti Ouvrier Roumain dans le domaine de l'industrialisation socialiste du pays ayant à sa base l'essor ininterrompu, à rhythme soutenu, de l'industrialisation socialiste dans, cette étape d'avancement de la construction socialiste et du passage gradué au communisme.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 338.062.2

CU PRIVIRE LA ACCELERAREA VITEZEI DE ROTAŢIE A MIJLOACELOR CIRCULANTE, ÎNTR-O ÎNTREPRINDERE INTEGRATĂ DE BUMBAC

DE

I. HĂLĂLĂU şi AL. TACU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Consideraţii asupra noţiunii de mijloace circulante ale întreprinderii

Pentru ca societatea omenească să poată exista, o condiţie esenţială o constituie producţia bunurilor materiale.

Cu ajutorul uneltelor de producţie oamenii acţionează asupra obiectelor muncii, transformîndu-le, în procesul de producţie, în bunuri materiale. Procesul de producţie, ca şi procesul de consumaţie, este neîntrerupt. Procesul de producţie a bunurilor materiale, dacă-l privim în continuitatea sa permanentă, este în acelaşi timp un proces de reproducţie. În desfăşurarea sa permanentă stadiile procesului de producţie se repetă, se achiziţionează materia primă, cu ajutorul uneltelor de producţie forţa de muncă acţionează în procesul de producţie asupra materiei prime, transformînd-o în bunuri materiale, bunurile materiale se consumă, din nou se achiziţionează materia primă ş. a. m. d.

Studiind modul de producţie capitalist K. Marx a descoperit şi a formulat legile şi stadiile procesului de reproducţie în condiţiile capitalismului.

„Oricare ar fi formele sociale ale producţiei — arată K. Marx — muncitorii şi mijloacele de producţie rămîn totdeauna factorii ei. Dar, în stare de separaţie reciprocă, atît muncitorii cît şi mijloacele de producţie sînt numai în mod potenţial factorii producţiei. Pentru ca în general să aibă loc producţia, aceşti factori trebuie uniţi" [1, p. 35].

Aşa cum am văzut, procesul de producţie nu poate fi oprit, iar pentru ca acesta să aibă loc, trebuie uniţi factorii forţă de muncă şi mijloace de producţie.

Indiferent de modul de producţie, în orice proces de muncă mijloacele de producţie se împart în mijloace de muncă şi obiecte ale muncii, această împărţire fiind determinată de condiţiile materiale ale producţiei şi de rolul pe care-l au în procesul muncii mijloacele de producţie.

Mijloacele de muncă sînt: maşinile, maşinile-unelte, mijloacele de transport, clădirile etc., cu ajutorul cărora se efectuează procesul de muncă.

Obiecte ale muncii sînt acea parte a mijloacelor de producţie din care sau cu ajutorul cărora se confecţionează noi produse ale muncii. Astfel, ca obiecte ale muncii se consideră: materiile prime, materialele, semifabricatele, combustibilul, energia etc.

Rolul deosebit pe care-l au mijloacele muncii faţă de obiectele muncii în procesul de muncă, face ca între mijloacele de muncă şi obiectele muncii să existe deosebiri.

Mijloacele de muncă participă la mai multe perioade ale procesului de producţie, la mai multe cicluri de producţie, păstrîndu-şi forma materială, se uzează treptat şi nu intră în compoziţia materială a produselor la a căror fabricaţie iau parte.

Spre deosebire de mijloacele de muncă, obiectele muncii se consumă în întregime în fiecare ciclu de producţie. Unele din obiectele muncii (de exemplu materiile prime) consumîndu-se în mod productiv, îşi schimbă forma materială, formînd un nou produs al muncii, intrînd integral în aceasta, altele (de exemplu combustibilul), ajută producerea, contribuie la fabricarea noului produs fără a intra în el materialmente. Acesta din urmă, ca şi mijloacele de muncă, nu intră materialmente în noul produs, dar spre deosebire de acestea nu-şi păstrează forma de întrebuinţarea în timpul utilizării lor, ci luînd parte în procesul de muncă se consumă integral.

Obiectele muncii consumîndu-se în întregime într-o singură perioadă de producţie, ies din această perioadă şi intră în sfera circulaţiei.

În condiţiile în care mijloacele de muncă şi obiectele muncii îmbracă forma de mărfuri, rolul deosebit pe c re-l joacă fiecare în parte în procesul de muncă face ca şi forma de transferare a valorilor asupra muncii să fie diferită, în acelaşi timp să fie diferit şi felul rotaţiei lor. Astfel, mijloacele muncii se găsesc în sfera producţiei în decurs de mai mulţi ani, în urma uzării îşi pierd treptat valoarea, care se transferă asupra noilor produse. Cu toate acestea, mijloacele de muncă, pe timpul funcţionării lor în procesul de producţie (de muncă) îşi păstrează valoarea lor de întrebuinţare în întregime, deşi o parte din valoarea lor, în mod treptat, în decursul etapelor calendaristice, se transferă asupra produselor la a căror fabricare ia parte.

Rezultă de aici că mijloacele muncii, sub aspectul transferării valorii, au o stabilitate relativ mare.

Cît priveşte obiectele muncii, ele participă la procesul de producţie, în natură şi în valoare, la un singur ciclu, adică îşi transmit în întregime valoarea lor asupra valorii produselor la a căror fabricare iau parte.

Din punct de vedere al rotaţiei se observă că mijloacele de muncă şi obiectele muncii nu au o circulaţie identică. În timp ce mijloacele de muncă săvîrşesc o rotaţie, obiectele muncii săvîrşesc mai multe rotaţii.

Mijloacele de muncă şi obiectele muncii au comun faptul că ambele îşi transferă (îşi transmit) valoarea lor, prin utilizarea în procesul muncii, asupra produsului la a căror fabricare iau parte, forma de transferare fiind diferită.

Forma socială pe care o îmbracă atît mijloacele de muncă cît şi obiectele muncii în diferite moduri de producţie, este diferită. În condiţiile modului de producţie capitalist, datorită condiţiilor capitaliste de producţie (proletariatul lipsit de mijloace de producţie silit să-şi vîndă forţa de muncă proprietarului acestor mijloace), deci datorită proprietăţii private asupra mijloacelor de producţie, atît mijloacele de producţie cît şi forţa de muncă devin elemente ale capitalului industrial.

Acea parte a capitalului care este investită în mijloacele de muncă şi care, aşa cum am văzut, în decurs de mai mulţi ani îşi păstrează valoarea de întrebuinţare independent de produsele la a căror fabricare a luat parte, ia denumirea de capital fix.

Acea parte a capitalului investită în obiectele muncii, care îşi transferă integral şi într-un singur ciclu de producţie valoarea lor, precum şi partea care a fost destinată plăţii forţei de muncă, capătă denumirea de capital circulant sau fluid.

Trebuie subliniat că împărţirea capitalului, din punct de vedere al participării în rotaţie, în capital fix şi circulant, nu se confundă cu împărţirea lui, din punct de vedere al formării plusvalorii, în capital constant şi capital variabil. Este cunoscut faptul că plusvaloarea este creată numai de forţa de muncă şi că mijloacele de muncă şi obiectele muncii îşi transferă în mod diferit valoarea lor asupra valorii produselor la a căror fabricare iau parte. Rezultă în acest caz, că atît mijloacele de producţie cît şi obiectele muncii sînt cuprinse în aceeaşi categorie, capital constant, în opoziţie cu partea din capital destinată plăţii forţei de muncă, adică capitalul variabil.

Cu totul alta este situaţia în cazul împărţirii capitalului din punct de vedere al rotaţiei. În acest caz valoarea mijloacelor de muncă formează capitalul fix, în opoziţie cu valoarea obiectelor muncii şi salariile, care constituie capitalul circulant.

La baza împărţirii capitalului în capital fix şi circulant stă exclusiv criteriul modului de circulaţie al diferitelor elemente (categorii) ale capitalului.

Pentru înţelegerea esenţei noţiunii de mijloace circulante toată această delimitare a noţiunilor făcută pentru prima oară de Marx, prezintă o deosebită importanţă.

În condiţiile modului de producţie socialist, spre deosebire de cel capitalist, unirea forţei de muncă cu mijloacele de producţie are loc în cu totul alte condiţii. Forma specială în care are loc această unire deosebeşte fundamental modul de pro-

ducție socialist de cel capitalist. În socialism oamenii muncii nu mai sînt separați de mijloacele de producție, forța de muncă nu mai reprezintă o marfă, prin desființarea proprietății private asupra mijloacelor de producție oamenii muncii devin stăpînii acestora. Proprietatea socialistă asupra mijloacelor de producție înseamnă în primul rînd că aceasta nu mai constituie un element de exploatare, aceste mijloace nu se transformă și nu se pot transforma în capital. Neexistînd capitalul nu poate exista nici împărțirea sa în capital bănesc, capital productiv și capital marfă și ca atare nici împărțirea capitalului productiv în capital fix și capital circulant.

Învățătura lui Marx cu privire la formele circuitului și ale rotației au aplicare și în sistemul economiei socialiste. Așa cum arată Marx, deosebirea dintre mijloacele muncii și obiectele muncii rezultă din esența procesului muncii; ca atare, deosebirea aceasta există și în condițiile modului de producție socialist.

Și în condițiile modului de producție socialist, pentru buna desfășurare a procesului de producție, întreprinderile au nevoie de fonduri circulante. Între aceste noțiuni, însă, și noțiunile de capital fix și capital circulant sînt deosebiri fundamentale.

Noțiunea de fonduri (mijloace) fixe apare acolo unde mijloacele de producție sînt bunuri ale întregului popor și sînt folosite de oamenii muncii în scopul satisfacerii nevoilor lor, spre deosebire de capitalul fix, care apare acolo unde mijloacele de producție reprezintă proprietatea privată, unde deci mijloacele de producție sînt separate de forța de muncă, acolo unde oamenii muncii își vînd forța de muncă, fiind supuși exploatării, cu scopul obținerii de către capitaliști a profitului, formă transformată a plusvalorii, în condițiile capitalismului contemporan, a profitului maxim.

În al doilea rînd, între capitalul fix și fondurile fixe există deosebiri în ceea ce privește însăși conținutul lor material. În economia socialistă sînt considerate mijloace fixe și mijloacele neindustriale (case de locuit, cluburi, orașe, băi și alte construcții cu caracter social-cultural) care aparțin unităților socialiste, spre deosebire de economia capitalistă, unde în cadrul capitalului fix se încadrează numai mijloacele muncii care participă nemijlocit în procesul de producție. Aceasta datorită faptului că pentru proprietarul mijloacelor de muncă are importanță numai acel proces în care se creează plusvaloarea.

În economia socialistă nu sînt considerate ca făcînd parte dintre mijloacele fixe terenurile pe care se află întreprinderile, datorită faptului că ele aparțin statului și nu iau parte în rotație, spre deosebire de economia capitalistă, unde în compoziția capitalului fix se încadrează alături de clădirile industriale, utilaje, mijloace de transport etc. și terenurile ce aparțin întreprinderii.

În economia socialistă, datorită existenței legii valorii care are o sferă limitată de acțiune, apare necesitatea evidenței după valoare a mijloacelor de producție.

Mijloacele de producție din întreprinderile de stat apar nu numai în formă naturală ci și în formă bănească [2].

„Mijloacele materiale și bănești puse la dispoziția întreprinderilor de stat, și care constituie o proprietate a întregului popor, formează fondurile întreprinderii" [2].

„Mijloacele de producție constituie fondurile de producție ale întreprinderii" [2]

Din punct de vedere al participării în rotație, al transferării valorii, fondurile de care dispun întreprinderile se împart în fonduri fixe și fonduri circulante de producție.

Prin fonduri fixe se înțeleg acele fonduri care deservesc producția timp îndelungat, păstrîndu-și forma naturală și transformîndu-și valoarea în mod treptat (parțial) sub forma cotelor de amortizare, asupra produsului la a căror fabricare iau parte, iar prin fonduri circulante de producție se înțeleg acelea care-și transferă în întregime valoarea în cursul unei singure perioade de producție, asupra produsului la a căror fabricare participă, ele fiind consumate în întregime în cursul acestei singure perioade. Rezultă de aici că în categoria fondurilor fixe vor intra, în primul rînd, mijloacele de muncă, iar în categoria fondurilor circulante de producție vor intra obiectele muncii și parte din fondurile bănești ale întreprinderii destinate salariilor, constituind conținutul material al acestor categorii valorice.

Această împărțire a mijloacelor materiale și bănești ale întreprinderilor de stat este cauzată de particularitățile circulației valorii și nu de caracteristicile lor naturale. Nu mobilitatea sau fixitatea mijloacelor de muncă sau obiectelor muncii, nu durata mai îndelungată sau mai scurtă de funcționare a lor, face ca fondurile să fie fixe sau circulante de producție, ci numai felul în care-și transferă valoarea, felul în care ele circulă în procesul de producție. Astfel, mijloacele de transport (autocamioane, loco-

motive, vapoare etc.) circulă, pe cînd sămînţa (grîu, porumb etc.) care se pune în pămînt este fixă, vitele pentru îngrăşat pot sta ca atare 3...4 ani pe cînd unele mijloace de muncă pot fi scoase din uz într-un timp mult mai scurt. Unele şi aceleaşi mijloace de muncă sau obiecte ale muncii, după felul în care îşi transferă valoarea asupra produselor la a căror fabricare iau parte, se consideră fonduri fixe sau fonduri circulante de producţie. Este cazul animalelor de muncă şi a aceloraşi animale în cazul în care au fost puse la îngrăşat.

Pentru o uşurare în buna desfăşurare a muncii de planificare şi evidenţă, în mod convenţional, în conţinutul fondurilor circulante de producţie se încadrează şi obiectele de inventar de mică valoare sau scurtă durată (unelte, dispozitive, inventar gospodăresc, îmbrăcăminte de protecţie etc.) care au o valoare sub 300 lei, sau o durată de serviciu pînă la 1 an. Din punct de vedere al rolului lor în procesul muncii acestea fac parte din mijloacele de muncă şi ar trebui ca urmare să se încadreze în fondurile fixe; ele sînt totuşi incluse în fondurile circulante de producţie, pe de-o parte pentru considerentul că rotaţia lor se apropie de modul de rotaţie al acestora, şi pe de altă parte pentru o uşurarea muncii de evidenţă şi planificare.

Ţinînd seama de cele arătate se poate trage concluzia că în conţinutul lor fondurile fixe nu coincid cu conţinutul mijloacelor muncii, după cum nici fondurile circulante de producţie nu coincid cu conţinutul obiectelor muncii. Pentru o formulare strict ştiinţifică este necesar să nu se considere aceste noţiuni ca fiind identice.

În afară de mijloacele care se află în sfera producţiei — mijloacele fixe şi mijloacele circulante de producţie — întreprinderile mai dispun de mijloace care funcţionează în sfera circulaţiei, adică de mijloace de circulaţie. Din mijloacele de circulaţie fac parte produsele gata destinate realizării şi mijloacele băneşti ale întreprinderii necesare pentru achiziţionarea materiilor prime, a combustibilului, pentru plata salariilor etc.

Totalitatea mijloacelor circulante de producţie şi a mijloacelor de circulaţie formează mijloacele circulante ale întreprinderii. Totalitatea acestor categorii, atunci cînd îmbracă formă bănească, capătă denumirea de fonduri; astfel se pot întîlni categoriile de: fonduri fixe, fonduri circulante de producţie, fonduri de circulaţie, iar prin unirea fondurilor circulante de producţie cu fondurile de circulaţie, obţinem fondurile circulante ale întreprinderii [1]).

Nu trebuie confundate fondurile circulante proprii cu care este dotată întreprinderea, cu fondurile circulante totale care reunesc totalitatea mijloacelor circulante de producţie şi a mijloacelor de circulaţie, deoarece o parte din mijloacele circulante de producţie, sau de circulaţie, se acoperă cu fonduri băneşti împrumutate (credite pe termen scurt de la Banca de Stat) sau alte fonduri şi nu cu fonduri băneşti proprii ale întreprinderii [3], acestea luînd denumirea de mijloace de repartiţie şi circulaţie şi nu de mijloace de circulaţie.

Se pune întrebarea dacă din punct de vedere ştiinţific se justifică unirea fondurilor circulante de producţie şi a fondurilor de circulaţie într-o singură categorie, aceea de fonduri circulante.

Referindu-se la modul de producţie capitalist Marx a arătat că acest lucru nu este just. Oricît ar funcţiona în calitate de capital şi oricît de fluid ar circula capitalul bănesc şi capitalul marfă pot numai atunci să devină capital circulant, în opoziţie cu capitalul fix, cînd s-au transformat în componente ale capitalului productiv. Întrucît însă aceste două forme ale capitalului sălăşluiesc în sfera circulaţiei, economia politică de la A. Smith încoace s-a lăsat ademenită, precum vom vedea, de a le subsuma, împreună cu partea circulantă a capitalului productiv, noţiunii de capital circulant. Ele sînt de fapt capital de circulaţie în opoziţie cu capitalul productiv, dar ele nu sînt capital circulant în opoziţie cu capitalul fix [1, pp. 138–139].

Această unire a capitalului din sfera producţiei — partea sa circulantă — cu capitalul din sfera circulaţiei — capitalul bănesc şi capitalul marfă — nu este justă pentru următoarele considerente: a) s-ar ascunde faptul că plusvaloarea se crează în stadiul producţiei, prin lichidarea categoriei de capital productiv; b) în sfera circulaţiei, în capitalism, are loc schimbarea formei mărfurilor — din forma marfă se transformă în

[1]) Utilizarea noţiunii de fonduri fixe nu se poate face decît în opoziţie cu noţiunea de fonduri circulante de producţie. Utilizarea noţiunii de fonduri fixe în opoziţie cu noţiunea de fonduri circulante de producţie plus fonduri de circulaţie, ar fi profund greşită.

forma bani — pe cînd în sfera producției are loc procesul de creștere a valorii, de creare a noii valori, fapt pentru care nu se pot uni cele două forme ale capitalului, care deservesc sfera producției și respectiv a circulației.

În economia socialistă se pot reuni fondurile circulante de producție cu cele de circulație (ținîndu-se totuși seama de deosebirile ce există între ele) într-o singură categorie, fonduri circulante, pentru următoarele considerente: a) sfera circulației necesită cheltuieli de muncă și respectiv cheltuieli de circulație reale, care sînt absolut necesare pentru ca procesul de producție să aibă loc în condiții normale; b) prin caracterul rotației lor fondurile circulante de producție se aseamănă întrutotul cu fondurile de circulație.

2. Accelerarea vitezei de rotație a mijloacelor circulante

a) *Importanță și metode de calcul.* Mijloacele circulante ale întreprinderii industriale reprezintă resursele pe care statul le pune la dispoziția întreprinderilor pentru a asigura aprovizionarea fără întrerupere a procesului de producție cu obiecte de muncă și pentru a asigura desfășurarea normală a procesului de producție și a desfacerii producției și prin aceasta procesul neîntrerupt al reproducției.

Așa cum am văzut, în fondurile circulante ale întreprinderii sînt incluse atît fondurile circulante de producție cît și fondurile de circulație.

Din fondurile circulante de producție fac parte: materiile prime, combustibilul, ambalajul și materialele de ambalat, semifabricatele, obiectele de inventar de mică valoare sau scurtă durată etc. Toate acestea se consumă în mod productiv, luînd parte la fabricarea producției, formînd producția finită sau producția neterminată.

Producția finită este destinată realizării (vînzării), intrînd din sfera producției în sfera circulației, transformîndu-se în bani. Cu ajutorul banilor întreprinderea achiziționează noi mijloace de producție, achită salariile și reîncepe (continuă) procesul de producție.

Mijloacele care se află în sfera circulației sub forma produselor finite, gata pentru realizare: mărfuri în expediție, mijloace băneşti aflate în contul de decontare și în casă etc., formează fondurile de circulație.

Fondurile circulante de producție și fondurile de circulație — respectiv fondurile circulante ale întreprinderii — sînt într-o continuă mișcare, într-o continuă transformare. Ele săvîrșesc în mod planificat o rotație neîntreruptă, trecînd succesiv prin sfera circulației. Ele își schimbă mereu forma, din forma bani (mijloace băneşti din contul de decontare și numerarul în cantități limitate), trec în forma marfă (stocuri pentru producție, materie primă, materiale, combustibil etc.), achitate, necesare pentru folosirea producției, apoi din forma de marfă în cea productivă (producția neterminată, semifabricate, producția finită care se află încă la locul de muncă, precum și materia primă și alte elemente ale mijloacelor circulante de producție); mai departe, din forma productivă trec din nou în forma marfă (produse finite, producție nou creată, mărfuri în expediție, decontări neîncheiate, mijloace băneşti în cantități limitate etc.) și în sfîrșit din forma marfă din nou în forma bani.

Fondurile circulante ale întreprinderii, din forma bani trec prin această metamorfoză și ajung din nou la forma inițială (forma bani), săvîrșind un circuit al rotației. Repetîndu-se aceste circuite are loc rotația.

Trecerea permanentă a fondurilor circulante ale întreprinderii prin toate fazele și formele circuitului (bani — materiale — producție — produse finite — bani), poartă denumirea de rotația fondurilor circulante.

Cu cît întreprinderea reușește ca într-un timp cît mai scurt fondurile ei circulante să treacă prin aceste stadii, cu atît viteza de rotație a fondurilor ei circulante este mai mare.

Accelerarea vitezei de rotație a fondurilor circulante reprezintă una din sarcinile de seamă ale întreprinderilor industriale socialiste. Indicele accelerării vitezei de rotație a fondurilor circulante, alături de ceilalți indici sintetici ai activității întreprinderii (reducerea prețului de cost, creșterea productivității muncii, creșterea rentabilității întreprinderii), reprezintă unul din cei mai importanți indici care caracterizează activitatea întreprinderii.

Mărirea vitezei de rotație a fondurilor circulante deschide largi perspective măririi volumului producției întreprinderii, fără să fie necesare fonduri suplimentare. Nevoia de fonduri circulante a întreprinderii este determinată de cantitatea de pro-

duse prevăzută în programul de producţie precum şi de viteza de rotaţie a fondurilor. Mărirea volumului producţiei influenţează mărirea fondurilor circulante. În urma accelerării vitezei de rotaţie a fondurilor circulante de la perioadă la perioadă se crează condiţiile producerii unei cantităţi suplimentare de produse, cu aceeaşi cantitate de fonduri. Aceasta pentru considerentul că partea din fondurile circulante eliberate, ca urmare a accelerării vitezei de rotaţie, poate fi folosită în etapa de plan, pentru realizarea unei cantităţi suplimentare de produse sau la sfîrşitul perioadei este eliberată în vederea completării fondurilor circulante ale altor întreprinderi cît şi pentru satisfacerea altor necesităţi ale economiei naţionale.

Rezultă de aici că scurtarea perioadei de mişcare a fondurilor circulante, în toate stadiile rotaţiei, este egală, pentru întreprinderea sau economia naţională, cu o producţie suplimentară. Prin reducerea perioadei de mişcare a fondurilor circulante întreprinderea reuşeşte ca pentru aceeaşi perioadă de timp să livreze consumatorilor mai multe bunuri materiale decît în cazul unei durate de mişcare neschimbată.

Mărirea (accelerarea) vitezei de rotaţie a fondurilor circulante contribuie în acelaşi timp la reducerea necesarului de fonduri circulante ale întreprinderii. În condiţiile sporirii volumului de producţie (viteza de rotaţie rămînînd neschimbată) fondurile circulante ale întreprinderii trebuie mărite proporţional cu sporirea volumului producţiei. Dacă însă se accelerează viteza de rotaţie a fondurilor circulante, creşterea acestora ori este inutilă, ori este suficientă o creştere comparativ mai mică. În condiţiile unei producţii neschimbate rezultă că prin accelerarea vitezei de rotaţie se reuşeşte a se crea un surplus de fonduri circulante, surplus ce este echivalent cu eliberarea de fonduri circulante pentru bugetul statului.

Orice completare a fondurilor circulante se face în contul (creşterii pasivelor stabile, beneficiilor proprii, prisosului de fonduri circulante ale altor întreprinderi vărsate la dispoziţia direcţiei generale productive ca întrecînd nevoile lor etc.) alocaţiilor de la bugetul statului, adică în contul acelei părţi din venitul naţional destinată acumulărilor. Dacă se accelerează viteza de rotaţie a fondurilor circulante întreprinderea poate pune la dispoziţia bugetului de stat o anumită sumă de bani. Această sumă reprezintă creşterea venitului naţional, putînd fi folosită pentru accelerarea ritmului reproducţiei.

Accelerarea vitezei de rotaţie a fondurilor circulante constituie în acelaşi timp şi mijlocul cel mai important pentru mărirea rolului banilor în scopul îmbunătăţirii permanente a indicilor economici (fundamentali) ai activităţii întreprinderii.

Mişcarea pentru accelerarea vitezei de rotaţie a fondurilor circulante aflate în stocurile de producţie, în producţia neterminată sau în mijloacele de circulaţie, este strîns legată de mişcarea pentru creşterea productivităţii muncii, pentru economii de cheltuieli de producţie, pentru reducerea preţului de cost şi pentru creşterea rentabilităţii. Accelerarea vitezei de rotaţie a fondurilor circulante dă în acest mod posibilitatea să se aprecieze în mod just activitatea întreprinderii.

Ţinînd seama de importanţa economică deosebită pe care o prezintă accelerarea vitezei de rotaţie a fondurilor circulante, rezultă că una din sarcinile hotărîtoare în îmbunătăţirea activităţii întreprinderii constă în a lua toate măsurile şi a folosi toate căile posibile pentru accelerarea vitezei de rotaţie a fondurilor circulante.

Viteza de rotaţie a fondurilor poate fi caracterizată cu ajutorul a doi indici şi anume : a) numărul de rotaţii al fondurilor circulante într-o perioadă caracteristică şi b) timpul în care fondurile circulante săvîrşesc o rotaţie.

Pentru caracterizarea eficienţei utilizării fondurilor circulante se foloseşte un al treilea indice şi anume : c) suma fondurilor ce revin la un leu din valoarea producţiei realizate.

Numărul de rotaţii al fondurilor circulante se obţine ca raport al întregii producţii realizate într-o anumită perioadă şi soldul mediu al fondurilor circulante :

$$(1) \qquad Nr = P/S,$$

unde : Nr — numărul de rotaţii (viteza de rotaţie), P — producţia realizată într-o perioadă determinată, la preţ de livrare, fără impozitul pe circulaţia mărfurilor, S — soldul mediu al fondurilor circulante normate şi nenormate (minus fondurile băneşti aflate în conturile de decontare).

Timpul în care fondurile circulante săvîrşesc o rotaţie se stabileşte ca raport al duratei perioadei date şi numărul de rotaţii :

(2) $$Tr = D/Nr,$$

unde: Tr – timpul în care fondurile circulante săvîrșesc o rotație, D —durata perioadei pentru care se calculează viteza de rotație.

Înlocuind expresia lui Nr, dată de relația (2), în expresia (1), se obține:

(3) $$Tr = DS/P.$$

Suma fondurilor circulante ce revin la un leu din valoarea producției realizate se determină ca raport al soldului mediu al fondurilor circulante utilizate într-o anumită perioadă și valoarea producției realizate în acea perioadă:

(4) $$I = S/P,$$

unde: I — suma fondurilor circulante la un leu din valoarea producției, S și P avînd semnificațiile precizate mai sus.

b) *Căile de accelerare a vitezei de rotație a mijloacelor circulante.* Pentru a putea cunoaște principalele căi de accelerare a vitezei de rotație a mijloacelor circulante la o întreprindere este necesar, în prealabil, a cunoaște structura acestor mijloace, adică ponderea cu care participă fiecare element al mijloacelor circulante în totalul lor.

Să vedem cum se prezintă structura mijloacelor circulante la întreprinderea a cărei experiență a fost studiată de noi, precum și care sînt principalele căi de accelerare a vitezei de rotație în cazul stocurilor de producție, a producției neterminate și a mijloacelor de circulație.

Întreprinderea „Țesătura"-Iași a desfășurat o susținută activitate economică pentru descoperirea și utilizarea posibilităților de accelerare a vitezei de rotație a mijloacelor circulante, atît pentru cele din sfera producției cît și pentru cele din sfera circulației.

Analiza elementelor structurale a mijloacelor circulante ale întreprinderii (față de plan) redă anumite tendințe în evoluția acestora.

Mijloacele circulante prezintă diferențe mari ale ponderilor componentelor structurale. Componentele (materii prime și materiale, producția neterminată, produse) sînt dominante în această structură (tabelul 1).

Tabelul 1

Structura mijloacelor circulante la întreprinderea „Țesătura"-Iași (%)

Indicatori	1958		1959		1960	
	Plan	Efectiv	Plan	Efectiv	Plan	Efectiv
Materii și materiale	30,7	34,7	38,3	41,3	49,4	50,8
Piese de schimb	6,6	6,2	4,7	4,3	4,1	4,0
Obiecte de inventar, echipament protecție	2,9	3,2	2,3	2,7	2,3	2,3
Animale tinere, produse agricole	—	0,2	—	0,2	—	0,1
Producție neterminată	33,5	31,8	25,2	22,2	22,9	21,4
Semifabricate	5,3	2,9	4,4	2,4	2,7	2,7
Cheltuieli anticipate	0,3	0,2	0,3	0,2	0,1	0,4
Produse	20,7	20,8	24,8	26,7	18,5	18,3
Total mijloace care se normează	100	100	100	100	100	100

Stabilirea componentelor dominante în structura mijloacelor circulante permite orientarea întreprinderii spre acele elemente care prin poziția lor ascund cele mai mari rezerve de accelerare a vitezei de rotație. Efectele economice ale accelerării vitezei de rotație (celelalte împrejurări rămînînd neschimbate) a unei componente dominante sînt

mult mai importante faţă de aceeaşi accelerare a vitezei unei componente de pondere mai mică în structura mijloacelor circulante. Aceasta nu înseamnă că celelalte componente ale mijloacelor circulante nu sînt susceptibile de a influenţa pozitiv viteza de rotaţie a mijloacelor circulante ale întreprinderii.

Sensul evoluţiei componentelor structurale ale mijloacelor circulante în perioada 1958...1960 nu este acelaşi. În timp ce producerea unor componente (de exemplu producţia neterminată, piesele de schimb, semifabricatele) scade în volumul total al mijloacelor circulante, alte componente (de exemplu materiile prime şi materialele, produsele) înregistrează o tendinţă opusă.

Ponderea componentei materii prime şi materiale creşte an de an în perioada considerată. Această evoluţie nu este un indiciu al unei activităţi economice nesatisfăcătoare, ci se datoreşte unui nou mod de aprovizionare a întreprinderilor textile integrate de bumbac cu materie primă.

Dinamica mai lentă a componenţilor (piese de schimb, producţie neterminată, semifabricate) a determinat scăderea ponderei acestor elemente în structura mijloacelor circulante.

Studiind mijloacele circulante sub un alt aspect al vitezei de rotaţie observăm alte fenomene.

În perioada considerată, cu regularitate, viteza de rotaţie a mijloacelor circulante a fost mai mare decît cea determinată prin plan (tabelul 2).

Tabelul 2

Viteza de rotaţie (faţă de plan)

	1958		1959		1960	
	Plan	Efectiv	Plan	Efectiv	Plan	Efectiv
Viteza de rotaţie (zile)	38	33	42	41	43	41
Realizări-vînzări (+) / Stocări (—)	+ 2		+ 3		+ 2,25	
Subnormativ (+) / Supranormativ (—)	+ 3		— 2		— 0,5	

Creşterea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante a influenţat pozitiv activitatea economică a întreprinderii.

Se observă că în mod predominant încasările peste plan din realizarea produselor au influenţat pozitiv viteza de rotaţie a mijloacelor circulante.

Accelerarea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante este rezultatul preocupării întreprinderii în direcţia perfecţionării continue a procesului tehnologic, a introducerii în producţie a tehnicii moderne, a ridicării nivelului tehnico-economic al personalului productiv şi de organizare a producţiei.

Fenomene deosebite apar dacă studiem factorii de accelerare a mijloacelor grupate în stocuri de producţie, în producţia neterminată şi în mijloace de circulaţie.

c) *Accelerarea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante aflate în stocuri de producţie.* Mărirea acestei părţi a mijloacelor circulante ale întreprinderii depinde de doi factori şi anume: a) cantitatea elementelor materiale ale stocurilor de producţie ; b) v loarea lor.

Atît asupra mărimii elementelor materiale ale stocurilor de producţie cît şi asupra valorii lor influenţează condiţiile producţiei şi condiţiile aprovizionării.

Condiţiile producţiei pot influenţa asupra mărimii elementelor materiale ale stocurilor de producţie şi asupra valorii lor pe următoarele direcţii principale : a) stabilirea unor limite strînse pentru consum şi exercitarea controlului asupra respectării lor; b) înlocuirea unor materiale cu altele mai puţin scumpe, dar care corespund tuturor

condițiilor procesului de producție ; c) folosirea deșeurilor ; d) descoperirea și utilizarea materialelor inutile întreprinderii respective ; e) fabricarea unor produse de calitate mai bună, însoțită de o reducere relativă a mijloacelor circulante.

Din analiza influenței condițiilor producției asupra mărimii elementelor materiale ale stocurilor de producție la întreprinderea „Țesătura"-Iași a rezultat că aceasta a folosit o serie de căi de accelerare a vitezei de rotație a mijloacelor circulante aflate în stocurile de producție.

În perioada 1958...1960, prin evidența clară a consumurilor specifice la materii prime, materiale, combustibil etc., prin cunoașterea de către fiecare muncitor a acestor consumuri și prin popularizarea muncitorilor care aplică metode eficiente de economisire a diverselor categorii de materii prime, materiale, combustibil etc. s-au obținut însemnate rezultate pozitive.

Astfel, ponderea materiei prime în structura prețului de cost (pe articole de calcul) a scăzut în această perioadă de la 63,4% la 62,7%, a materiilor auxiliare de la 2,7% la 2,4%, iar la materiale directe de la 0,20% la 0,10%.

Întreprinderea a acordat o atenție specială creșterii tehnicității producției. În această direcție procesele tehnologice și utilajul de producție au fost orientate spre producerea unor articole textile fine, cu o contextură rațională. Reducerea greutății produselor textile, adică micșorarea greutății nete a acestora, respectîndu-se în același timp indicii de calitate, constituie o importantă rezervă de economisire a materiei prime.

Ca urmare, în anii 1958...1960, la această întreprindere numărul metric al firelor a crescut de la 34,9 la 37, consumul de fire pentru țesături a scăzut de la 1,024 la 1,015, iar greutatea țesăturilor a scăzut în aceeași perioadă de la 149 g/m^2 la 135 g/m^2.

Prin introducerea metodei conturilor personale de economii care oglindesc : economiile realizate la consumul de materie primă, materiale, combustibil etc., economiile obținute ca efect al aplicării inovațiilor, economiile realizate din recuperarea deșeurilor, s-au obținut însemnate fonduri economisite în sectoarele de bază ale întreprinderii.

Spre exemplu, în sectorul finisaj, în urma raționalizării vopsirii cu coloranți antrozoli, prin recuperarea băii din vopsirea anterioară s-au obținut economii anuale de coloranți în valoare de 12 094 lei.

Micșorarea cantității de deșeuri și valorificarea acestora constituie o altă posibilitate de reducere a volumului mijloacelor circulante, folosită de întreprinderea „Țesătura"-Iași.

În general, în întreprindere procentul de deșeu în sectorul filatură reprezintă circa 11% din totalul materiei prime.

Printr-o justă clasificare a deșeurilor în întreprinderea „Țesătura"-Iași se reușește ca circa 30% din totalul cantității de deșeu să fie reîntoarsă în procesul de fabricație, iar restul deșeurilor sînt valorificate în exterior.

Recuperarea unei însemnate cantități de deșeu pentru procesul de fabricație este foarte economică, dată fiind diferența mare dintre prețul unui kg de deșeu și cel al unui kg de bandă carde.

O altă categorie de deșeuri o constituie cupoanele din țesături care prezintă defecte. Într-un interval de trei ani (1958...1960) procentul de cuponare la țesături finite în întreprindere a scăzut de la 2,67% la 1,66%. Dacă întreprinderea „Țesătura"-Iași va organiza în viitor în și mai bune condiții procesul de producție prin înlăturarea defectelor de fabricație ca : pete de ulei, pete de vopsire, arderea materialului, s-ar putea micșora procentul defectelor la produsele finite.

Condițiile aprovizionării pot influența asupra mărimii elementelor materiale ale stocurilor de producție și asupra valorii lor pe următoarele direcții principale : a) justa organizare a aprovizionării pentru înlăturarea formării stocurilor supranormative ; b) justa organizare și mecanizare a transportului intern și extern ; c) introducerea hozrasciotului pe ansamblul întreprinderii și în interior pe unitățile de structură productive, sectoare, secție etc. ; d) justa organizare a aprovizionării pentru înlăturarea stocurilor supranormative, această cale presupunînd : d_1) încheierea de contracte pentru primiri de materiale, d_2) asigurarea primirii unor materiale complete în cantitatea și sortimentul necesar, d_3) organizarea și mecanizarea operațiilor de încărcare-descărcare, d_4) organizarea depozitării, păstrării etc.

Întreprinderea „Țesătura"-Iași a încheiat contracte economice pentru toate materialele de care are nevoie și respectarea lor se controlează periodic.

În condițiile acestei întreprinderi, studiind lista furnizorilor, s-a observat că în cea mai mare parte aprovizionarea cu produse centralizate se face de la întreprinderi

apropiate din punct de vedere geografic şi anume, amidon de la Bacău şi Botoşani, bumbac de la Constanţa etc. S-a constatat totuşi că în anii precedenţi acidul sulfuric se aducea de la Tîrnăveni şi Baia Mare, oraşe situate mult mai departe de Iaşi decît Valea Călugărească (reg. Ploieşti), fenomen care a făcut ca cheltuielile de transport să fie mai mari şi parcul de vagoane să fie neraţional folosit.

Nelivrarea tuturor categoriilor de materii prime programate influenţează costul amestecului de materie primă pentru procesul de filare. De exemplu, în anul 1958 (trimestrul II şi parte din luna iulie) întreprinderea a fost lipsită de cantităţile suficiente de celofibră, fapt care a produs o majorare a preţului de cost cu circa 268 000 lei. Această influenţă negativă a fost consecinţa folosirii în ţesătorie a firelor de 100% bumbac în loc de 16,6% celofibră în amestec.

Cazuri cu efecte similare s-au produs şi la materii auxiliare şi materiale directe.

Efectele negative ale nerespectării disciplinei economice contractuale se răsfrîng asupra volumului şi vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante ale întreprinderii.

Din analiza influenţei condiţiilor aprovizionării asupra mărimii elementelor materiale ale stocurilor de producţie la întreprinderea „Ţesătura"-Iaşi, rezultă că stocurile de producţie au influenţat, în genere pozitiv, viteza de rotaţie. Exceptînd anul 1959, cînd s-a produs o încetinire a vitezei de rotaţie a materiilor prime şi materialelor de 0,6 zile, în anii 1958 şi 1960 viteza de rotaţie a acestora a crescut respectiv cu 0,3 zile şi 0,5 zile, eliberînd din rotaţie fonduri de circa 455 000 lei.

Acestea constituie rezerve interne a căror folosire produce pentru întreprindere un spor în accelerarea vitezei de rotaţie, eliberîndu-se (din rotaţie) fonduri suplimentare de mijloace circulante.

d) *Căile de accelerare a vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante aflate în producţia neterminată.* Timpul în care se află mijloacele circulante în stadiul de producţie neterminată este determinat direct de procesul material al producţiei fabricatelor. Acest timp (durata sa) se modifică în funcţie de: a) caracterul produselor fabricate; b) totalitatea condiţiilor de fabricare a lor.

Micşorarea acestui timp reflectă reducerea duratei ciclului de producţie, precum şi micşorarea volumului cheltuielilor care se produc în cursul acestui ciclu.

Durata ciclului de producţie depinde de: a) durata perioadei de muncă; b) numărul şi durata întreruperilor în procesul de muncă.

Perioada de muncă reprezintă numărul zilelor conexe de muncă necesare într-o anumită ramură de activitate pentru livrarea unui produs finit [1, p. 189]. Aceeaşi perioadă de muncă diferă de la o ramură la alta şi chiar de la o întreprindere la alta, în cadrul aceleeaşi ramuri. Ea depinde de caracterul producţiei şi este determinată în special de nivelul tehnicii şi de gradul de productivitate a muncii. Reducerea relativă a perioadei de muncă se obţine în principal prin: a) creşterea productivităţii muncii; b) introducerea tehnicii şi tehnologiei noi pentru scurtarea ciclului; c) mecanizarea lucrărilor şi în special a celor grele şi cu mare volum de muncă; d) introducerea metodelor rapide de lucru; e) ridicarea specializării secţiilor şi locurilor de muncă; f) introducerea şi generalizarea experienţei fruntaşilor în producţie.

Aceşti factori sînt interdependenţi. Unii factori constituie cauze pentru alţii, dar toţi prin acţiunea lor produc efecte pozitive asupra accelerării vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante aflate în stadiul producţiei neterminate.

Întreprinderea „Ţesătura"-Iaşi, în perioada 1958...1960, a obţinut însemnate succese în folosirea progresivă a acestor factori.

În direcţia folosirii capacităţii de producţie a utilajului în întreprindere s-au înregistrat indici superiori, atît sub aspect extensiv cît şi sub aspect intensiv.

Indicii de utilizare realizaţi au înregistrat evoluţia indicată în tabelul 3.

Creşterea substanţială a productivităţii utilajului în sectoarele de bază ale întreprinderii au influenţat nivelul productivităţii muncii, care în această perioadă a înregistrat o evoluţie ascendentă, accelerînd ciclul de fabricaţie prin reducerea timpului perioadei de muncă.

Introducerea maşinilor de canetat automate, de fabricaţie sovietică, a avut ca rezultat o reducere a timpului de prelucrare a unei unităţi de produs cu circa 20%.

Înlocuirea maşinilor de bobinat, cu caracteristici tehnice depăşite, din preparaţia ţesătoriei, cu maşini moderne de bobinat de înaltă productivitate, produse în industria noastră constructoare de maşini, a determinat dublarea vitezei de înfăşurare a firelor la operaţia de bobinare, fapt foarte important în ridicarea parametrilor procesului de urzire.

Întreprinderea „Țesătura"-Iași, mecanizînd procesul de producție în secția bataj, folosind o inovație privind modificarea procesului tehnologic prin montarea unei tubulaturi de tablă care face legătura directă între destrămătorul vertical și distribuitorul central dublu, a reușit să obțină, pe lîngă alte rezultate, economii de timp de 850 ore anual și economii de materii prime (celofibră) de 957 kg anual.

Tabelul 3

Indici de utilizare

Anii	Filatura kilonumere/1000/f/h	Țesătorie mii bătăi/război/h
1958	677	7,442
1959	698	8,095
1960	709,1	8,721

Posibilități mari pentru scurtarea perioadei de muncă există în faza de finisare deoarece în această perioadă se acumulează în fabrică cantitatea maximă de producție neterminată. În întreprindere, prin simpla mărire a numărului rampelor de control la 7, s-a reușit a se scurta durata controlului, realizînd economii de muncă vie reprezentînd valoric 42 354 lei anual.

Durata perioadei de muncă depinde de timpul cheltuit pentru fiecare operație la nivelul gradului de productivitate a muncii și de numărul operațiilor pe care le necesită fabricarea producției din întreprindere. Cu cît fabricarea unui produs necesită mai multe operații succesive și cu cît durata unei operații va fi mai mare, cu atît va fi mai mare și perioada de muncă. De aici rezultă că un factor important pentru scurtarea perioadei de muncă va fi scurtarea concomitentă a operațiilor succesive și paralele, micșorarea timpului de executare a unor operații și reducerea numărului acestora.

Perioada de muncă se mărește, de asemenea, cu timpul în cursul căruia se transportă materiale din depozite în secțiile de producție, dintr-o secție în alta, de la un loc de muncă la altul sau la depozitul de produse finite. Mecanizarea transportului interior și reducerea prin aceasta a timpului de muncă poate contribui uneori la reducerea simțitoare a timpului de aflare a mijloacelor circulante în stadiul de producție neterminată.

Am arătat că durata ciclului de producție, element esențial în micșorarea timpului de aflare a mijloacelor circulante în stadiul de producție neterminată, este determinat și de numărul și durata întreruperilor în procesul de muncă.

Întreruperile în ciclul de producție pot fi de două feluri: a) întreruperi tehnologice sau naturale și b) întreruperi organizatorice.

Întreruperile naturale se reduc prin introducerea tehnicii moderne care contribuie la intensificarea proceselor naturale.

Întreruperile organizatorice participă cu cea mai mare pondere în volumul total al întreruperilor.

Printre întreruperile organizatorice se consideră: a) pauzele de schimbare; b) întreruperile tehnico-organizatorice; c) întreruperile de completare; d) întreruperile speciale (de lot).

Pauzele de schimbare apar în cazul opririi utilajului între schimburi și în cazul schimbării felului de produs ce se realizează. Ele pot fi reduse prin preluarea schimbului din mers, lucru realizat de întreprinderea „Țesătura"-Iași, cît și prin folosirea pe etape calendaristice lungi a unei nomenclaturi neschimbate. Întreruperile de schimbare în cazul unei nomenclaturi variate sînt proporționale cu numărul de schimbări a nomenclaturii și cu durata necesară schimbării.

Întreruperile tehnico-organizatorice apar datorită unor defecțiuni tehnice sau unor lipsuri organizatorice.

Pentru reducerea întreruperilor tehnico-organizatorice, întreprinderile sînt chemate să ridice nivelul organizării producției prin: a) organizarea rațională a lotului

de produse; b) îmbunătăţirea planificării operative şi întărirea disciplinei de plan şi a celei tehnologice; c) studiul permanent al stării utilajului şi intervenirea la timp cu măsuri de întîmpinare a deficienţelor.

Întreruperile de completare şi întreruperile speciale (de lot) nu se întîlnesc în întreprinderea studiată de noi.

Timpul de aflare a mijloacelor circulante în stadiul de producţie neterminată este determinat nu numai de durata perioadei de muncă ci şi de devierile perioadei de muncă de la durata întregii perioade de producţie. Deşi volumul mijloacelor învestite în timpul devierii perioadei de muncă de la durata întregii perioade de producţie nu creşte proporţional cu mijloacele învestite în decursul perioadei de muncă, perioadă în care are loc procesul direct de transferare a valorii şi de creare a unei valori, în procesul de accelerare a vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante aflate în stadiul de producţie neterminată are importanţă şi micşorarea devierii perioadei de muncă de la durata întregii perioade de producţie.

Devierile perioadei de muncă de la durata întregii perioade de producţie sînt condiţionate de timpul cît mijloacele în stadiul de producţie neterminată stau în secţiile producătoare fără a fi supuse direct procesului de prelucrare.

Reducerea perioadei de producţie datorită mecanizării lucrărilor şi altor perfecţionări tehnice, precum şi datorită unei mai bune organizări a procesului de producţie, exercită o influenţă dublă asupra mijloacelor circulante aflate în producţia neterminată. Reduce în mod absolut timpul aflării mijloacelor în stadiul producţiei neterminate şi concomitent, datorită micşorării volumului de muncă, reduce în mod relativ cota parte a salariilor şi a unor cheltuieli de regie din structura preţului de cost.

Toţi factorii care asigură reducerea mijloacelor circulante din stocurile productive, influenţează pozitiv asupra reducerii volumului şi creşterii vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante aflate în stadiu de producţie neterminată. Efectele economice ale folosirii de către întreprindere a factorilor amintiţi sînt redate în tabelul 4.

Tabelul 4

Producţia neterminată

Anii	Producţia neterminată			
	Plan zile	Real zile	± zile	mii lei
1958	12,8	10,5	+ 2,3	+ 1 187
1959	10,7	9,1	+ 1,6	+ 909
1960	9,9	8,8	+ 1,1	+ 651

e) *Căile de accelerare a vitezei de rotaţie a mijloacelor de circulaţie.* Durata circuitului total al mijloacelor circulante depinde de timpul în care ele se află în sfera producţiei şi în sfera circulaţiei.

Căile de accelerare a vitezei de rotaţie a mijloacelor din sfera circulaţiei sînt multiple deoarece aceste mijloace îmbracă în cadrul întreprinderii diverse forme deosebite prin componenţa lor economică, cum sînt: a) produse finite; b) sume de bani în cantităţi limitate aflate în casă.

Pentru accelerarea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante, aflate ca produse finite, întreprinderea din economia socialistă are toate condiţiile. Greutăţile întîmpinate în practică au un caracter temporar şi depind în special de activitatea nesatisfăcătoare a întreprinderii, cum ar fi: a) calitatea nesatisfăcătoare a produselor finite; b) nepotrivirile între nomenclatura produselor finite fabricate şi cererea consumatorilor; c) activitatea nesatisfăcătoare a organelor de desfacere a producţiei.

Proporţiile fondurilor circulante cuprinse în produse finite depind de volumul producţiei, de suma valorilor materiale utilizate pentru fabricarea produselor şi de durata aflării produselor finite în depozitele întreprinderii.

Pentru asigurarea unei desfaceri mai rapide a produselor, conducerea fabricii „Țesătura"-Iași a fost preocupată de ridicarea calității produselor și de lărgirea sortimentului acestora.

Realizările obținute în îmbunătățirea calității producției de către această întreprindere se datoresc unei munci continue depuse de muncitori, ingineri și tehnicieni, în colaborare cu sectoarele de producție, pentru stabilirea regimului tehnologic optim, modernizarea utilajului și reutilarea unor secții de fabricație, îmbunătățirea și reglarea utilajului și pentru ridicarea calificării muncitorilor în vederea trecerii de la fabricarea unor articole mai simple la fabricarea unor articole mai fine, mai complexe.

În perioada considerată întreprinderea și-a îmbunătățit sortimentul de producție, obținînd în fiecare an indici de calitate mai ridicați față de cei programați (tabelul 5).

Tabelul 5

Îndeplinirea planului de calitate la întreprinderea „Țesătura"-Iași (1958...1960) (%)

Indicatori	1958		1959		1960	
	Pl n	Real	Plan	Real	Plan	Real
Fire:						
Calitatea *A*	86,4	88	90	90,2	90	90,4
Calitatea *B*	13,6	12	10	9,8	10	9,6
Țesături:						
Extra	14	14,3	16	16,03	17	17,05
Calitatea I	82	82,5	81	81,04	80	80,03
Calitatea II	3	2,4	2	1,96	2	1,93
Calitatea III	1	0,8	1	0,97	1	0,94

Cu toate realizările obținute, în întreprindere există rezerve de accelerare a mijloacelor circulante aflate în stare de produse finite și de reducere a acestor stocuri. Astfel, în anul 1959 viteza de rotație a produselor în totalul mijloacelor circulante ale întreprinderii a fost încetinită cu 0,5 zile imobilizînd mijloace în sumă de 300 000 lei, iar ponderea acestor componente structurale a mijloacelor circulante a depășit în cursul aceluiași an ponderea planificată.

3. Concluzii

Datorită căilor de accelerare a vitezei de rotație a mijloacelor circulante folosite de întreprinderea „Țesătura"-Iași, atît pentru mijloacele aflate în stocuri productive, ca producție neterminată, cît și pentru mijloacele de circulație, viteza de rotație a acestora a crescut de la o etapă la alta.

Pornind de la structura mijloacelor circulante și determinînd influența în accelerarea acestora a vitezei de rotație a componentelor structurale dominante, a rezultat că acestea au exercitat cea mai mare influență ca sens și mărime. Aceste fenomene sînt sintetizate cifric în tabelul 6.

Mai departe se observă că dintre componentele dominante în structura mijloacelor circulante, producția neterminată a înregistrat cel mai mare grad de influență în accelerarea vitezei de rotație a mijloacelor circulante. Efectele acestui proces se manifestă în eliberarea din rotația mijloacelor circulante a unor fonduri însemnate. Accelerarea vitezei de rotație a cheltuielilor pentru producția neterminată trebuie apreciată ca un însemnat aspect pozitiv în activitatea economică a întreprinderii „Țesătura"-Iași.

Efectele influenţei pozitive a factorilor prezentaţi şi a gradului de folosire a acestora de către întreprindere se oglindesc în accelerarea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante şi a volumului total al acestor mijloace eliberate din rotaţie.

Tabelul 6

Viteza de rotaţie a principalelor elemente din structura mijloacelor circulante ale întreprinderii „Ţesătura"-Iaşi

	1958				1959				1960			
	Plan zile	Real zile	± zile	±mii lei	Plan zile	Real zile	± zile	±mii lei	Plan zile	Real zile	± zile	±mii lei
Materii şi materiale	11,7	11,4	+0,3	+155	16,3	16,9	—0,6	—341	21,4	20,9	+0,5	+296
Producţie neterminată	12,8	10,5	+2,3	+1 187	10,7	9,1	+1,6	+909	9,9	8,8	+1,1	+651
Produse	7,9	6,9	+1	+516	10,5	11	—0,5	—284	8	7,6	+0,4	+237

În sinteză, aspectele principale ale utilizării mijloacelor circulante puse la dispoziţia întreprinderii sînt caracterizate prin datele cuprinse în tabelul 7.

Accelerarea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante a avut ca rezultat eliberarea din circuitul rotaţiei, în perioada 1958...1960, a unor mijloace însumînd circa 4 350 000 lei.

Tabelul 7

Accelerarea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante ale întreprinderii şi gradul de eliberare sau imobilizare a acestora la întreprinderea „Ţesătura"-Iaşi

	Unitatea de măsură	1958		1959		1960	
		Accelerare (zile) Eliberare (mii lei)	Încetinire (zile) Imobilizare (mii lei)	Accelerare (zile) Eliberare (mii lei)	Încetinire (zile) Imobilizare (mii lei)	Accelerare (zile) Eliberare (mii lei)	Încetinire (zile) Imobilizare (mii lei)
Mijloace care se normează (faţă de plan)	zile	+ 5	—	+ 3	— 2	+2,25	— 0,5
	mii lei	+2 580	—	+1 704	—1 136	+1 480	—296
Gradul de accelerare a vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante	zile	+ 5		+ 1		+1,75	
	mii lei	+ 2 580		+ 568		+ 1 184	

Determinarea şi studierea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante prezintă o mare utilitate, deoarece se pot stabili în ce măsură aceasta a eliberat din procesul de producţie anumite mijloace în cazul accelerării, sau în ce măsură le-a imobilizat în cazul încetinirii.

* * *

Pentru utilizarea justă a noţiunilor este necesar a se considera drept mijloace circulante de producţie acele mijloace circulante aflate în sfera de producţie şi a se considera mijloace de circulaţie acele mijloace circulante aflate în sfera circulaţiei. Mijloacele circulante de producţie, împreună cu mijloacele de circulaţie, formează mijloacele circulante ale întreprinderii.

Aceste categorii privite sub aspect valoric iau denumirea de fonduri circulante de producţie, fonduri de circulaţie şi respectiv fonduri circulante ale întreprinderii.

Utilizarea termenului de mijloace fixe se face, în acest caz, în opoziţie cu termenul de mijloace circulante de producţie. Utilizarea lui în opoziţie cu termenul de mijloace circulante ale întreprinderii ar fi greşită.

Importanţa accelerării vitezei de rotaţie rezultă din faptul că în cazul utilizării aceloraşi fonduri circulante, întreprinderile pot obţine, prin accelerarea vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante, posibilitatea fabricării unei producţii suplimentare, sau în condiţiile aceluiaşi volum de producţie, posibilitatea eliberării din rotaţie a unei cantităţi de fonduri circulante.

Întreprinderea „Ţesătura"-Iaşi a utilizat o serie de căi de accelerare a vitezei de rotaţie, atît pentru mijloacele circulante aflate în stocuri de producţie, în producţia neterminată, cît şi pentru mijloacele de circulaţie

Acestea au avut ca rezultat îmbunătăţirea indicilor de accelerare a vitezei de rotaţie.

Experienţa întreprinderii „Ţesătura"-Iaşi poate fi însuşită cu succes şi de celelalte unităţi ale industriei textile.

În această întreprindere, cu toate succesele obţinute, există încă multe posibilităţi de accelerare a vitezei de rotaţie, atît a mijloacelor aflate în stocurile de producţie, în producţia neterminată, cît şi a mijloacelor de circulaţie. Dacă se va utiliza în întreprindere o parte din căile de accelerare a vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante menţionate, se pot obţine rezultate remarcabile.

Folosirea raţională a mijloacelor circulante constituie o sarcină importantă şi permanentă pusă de P. M. R. în faţa oamenilor muncii din ţara noastră.

Utilizarea raţională a acestor mijloace determină reducerea preţului de cost şi, pe această bază, a preţurilor de vînzare a bunurilor, influenţează creşterea rentabilităţii, contribuind la sporirea acumulărilor socialiste şi la satisfacerea într-un grad din ce în ce mai ridicat a necesităţilor materiale şi culturale ale oamenilor muncii din ţara noastră.

Un loc însemnat în creşterea salariului real cu 40...50% în 1965 faţă de a doua jumătate a anului 1959, se arată în documentele celui de-al III-lea Congres al Partidului Muncitoresc Romîn, îl constituie „întrebuinţarea eficientă a resurselor materiale şi băneşti şi practicarea unui regim strict de economii în toate sectoarele vieţii economice şi sociale" [4].

Cunoaşterea şi folosirea căilor de accelerare a vitezei de rotaţie a mijloacelor circulante dă posibilitatea să se pună în valoare rezervele interne existente în fiecare întreprindere, contribuind la îndeplinirea măreţelor sarcini tratate de cel de al III-lea Congres al P. M. R.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de economie de ramură
şi
Academia R. P. R., filiala Iaşi,
Colectivul de cercetări economice

BIBLIOGRAFIE

1. Marx K., *Capitalul,* vol. II, Ed. P.M.R., Buc., 1951.
2. * * * *Manual de Economie politică,* ESPLP, Buc., 1954, p. 566.
3. Gheorghiu A., Probl. econ., 1954, *3.*
4. Gheorghiu-Dej Gh., *Raport la cel de al III-lea Congres al P.M.R.,* Ed. polit., Buc., 1960, p. 71.

SUR L'ACCÉLÉRATION DE LA VITESSE DES MOYENS CIRCULANTS DANS UNE ENTREPRISE DE COTTON

(Résumé)

Dans la première partie de cette Note on donne quelques précisations quant à l'accélération de la vitesse de rotation des moyens circulants et la méthode de calcul de ceux-ci.

En prenant comme source d'information le materiel documentaire provenant d'une entreprise de cotton, les Auteurs analysent les voies d'accélération de la vitesse de rotation des moyens circulants, en déterminant toutefois et quelques aspects positifs de ce processus.

On met en évidence des réserves internes nonutilisées.

ОБ УВЕЛИЧЕНИИ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ОБОРОТНЫХ СРЕДСТВ В ХЛОПЧАТОБУМАЖНОМ ПРЕДПРИЯТИИ

(Резюме)

В первой части даются некоторые понятия что касается увеличения скорости движения оборотных средств и системы их расчета.

Основываясь на информационном материале, авторы анализируют возможности ускорения движения оборотных средств, определяя при этом некоторые положительные аспекты этого процесса в исследуемом предприятии.

Выявляются внутренние резервы неиспользованные в данном предприятии.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

C. Z. 338(.):352

DEZVOLTAREA INDUSTRIEI LOCALE DE STAT ÎN REGIUNEA IAŞI, ÎN ANII REGIMULUI DEMOCRAT-POPULAR (1948...1959)

NOTA I

PERIOADA 1948...1955

DE

ALFRED JEANRENAUD şi RODICA CEPĂREANU

Comunicare prezentată în sesiunea ştiinţifică a Institutului politehnic din Iaşi, din 4—6 februarie 1960

1. Rolul industriei locale de stat. Organizarea şi structura industriei locale din regiunea Iaşi

Industria locală, în forma şi cu funcţiile ei economice şi sociale de azi, n-a existat în Romînia în timpul regimului burghezo-moşieresc. În acea perioadă a existat însă o mică industrie particulară, formată dintr-un număr destul de mare de întreprinderi mici şi mijlocii, înzestrate cu echipament tehnic redus şi cu capitaluri limitate. Obiectul lor era mai ales producţia de bunuri de consum, dar şi prestarea de servicii industriale pentru populaţie şi pentru alte întreprinderi industriale şi instituţii.

Întreprinderile mici şi mijlocii, bazate pe proprietatea privat-capitalistă, îşi desfăşurau activitatea în condiţiile acţiunii legilor economice proprii orînduirii capitaliste. În consecinţă scopul activităţii acestor întreprinderi îl constituia asigurarea unui profit cît mai mare pentru patronii respectivi şi nu satisfacerea cerinţelor populaţiei.

De asemenea, aceste întreprinderi se dezvoltau haotic, activitatea lor neputînd fi nicidecum planificată. În sfîrşit, dezvoltarea lor nu numai că nu era asigurată, dar singura lor perspectivă era ruinarea, înghiţirea lor de către marele capital, ca urmare a dezvoltării marii industrii capitaliste, proces ce se manifesta prin concentrarea şi centralizarea capitalurilor.

Industria locală de stat de tip socialist este bazată pe proprietatea socialistă de stat asupra mijloacelor de producţie. Ea ia fiinţă după instaurarea dictaturii proletariatului, în cadrul industriei socialiste, ca urmare a unor necesităţi obiective de a satisface nevoile mereu crescînde ale oamenilor muncii.

Industria locală de stat, ca şi cooperaţia meşteşugărească, sînt create în scopul satisfacerii cît mai complete a cerinţelor de bunuri de consum ale populaţiei. Ea ţine seama pe de o parte de gustul şi de specificul local, pe de altă parte de necesitatea de a se valorifica într-o măsură cît mai mare resursele locale de materii prime şi combustibil. Însfîrşit, industria locală are în vedere şi producţia unor mijloace de producţie ca: materiale de construcţii, combustibili, materii prime — necesare dezvoltării economiei locale. Industria locală valorifică resurse locale ca: deşeuri şi subproduse ale industriei republicane, bogăţii locale ale solului şi subsolului care nu sînt în asemenea cantităţi şi de asemenea calitate pentru a putea fi valorificate de întreprinderile marii industrii socialiste.

Nevoile materiale şi culturale mereu crescînde ale oamenilor muncii şi marea varietate a gusturilor şi obiceiurilor populaţiei privind bunurile de larg consum nu pot fi satisfăcute numai de activitatea marilor întreprinderi ale industriei republicane. În diferite regiuni, în decursul timpului s-a format un specific local, gusturi locale, care

se manifestă mai accentuat în mediul rural. Aceste gusturi locale nu rămîn însă neschimbate — ele evoluează în funcţie de condiţiile materiale. În condiţiile regimului democrat-popular, o dată cu creşterea nivelului material şi cultural al oamenilor muncii s-au schimbat şi continuă să se schimbe cerinţele în ceea ce priveşte atît volumul cererii cît şi în ceea ce priveşte calitatea, caracteristicile, forma şi varietatea bunurilor de larg consum.

Apoi, pe lîngă producţia de bunuri în serii mari, apare şi necesitatea de a se produce unele bunuri în serii mici sau chiar în unicate. De asemenea, populaţiei, ca şi întreprinderilor şi instituţiilor de stat, le sînt necesare diferite servicii, prestaţii, reparaţii.

Asemenea activităţi, care contribuie la lărgirea sortimentelor de bunuri de consum, la aprovizionarea variată a oamenilor muncii, la o tot mai bună deservire a lor, nu pot fi îndeplinite de întreprinderile industriei republicane. Organizarea unei asemenea producţii nu s-ar justifica în marile întreprinderi nici din punct de vedere economic, nici din punct de vedere tehnic. Varietatea mare a produselor, diversele comenzi, reparaţiile, producţia de bunuri în serii mici, ar determina o folosire neraţională atît a utilajelor cît şi a forţei de muncă în cadrul întreprinderilor republicane, care sînt organizate pentru producţie în serii mari.

Industria locală, dimpotrivă, poate răspunde unor asemenea necesităţi, de oarece procesul de producţie este astfel organizat, încît ansamblul muncii nu suferă din cauza specificului activităţilor menţionate, iar cadrele de muncitori şi tehnicieni posedă pregătirea profesională multilaterală corespunzătoare. Prin activitatea sa prestatoare (servicii, reparaţii) industria locală descongestionează industria republicană de asemenea activităţi care sînt absolut necesare populaţiei şi permite întreprinderilor republicane o profilare mai specializată şi o mai bună organizare a muncii.

Industria locală îndeplineşte de asemenea un rol important în economia naţională în ceea ce priveşte valorificarea raţională a utilajelor şi instalaţiilor cu uzură normală. Ea poate folosi maşinile unelte, utilajele şi instalaţiile vechi din industria republicană, pînă la uzura lor completă. Astfel se crează posibilitatea reducerii cheltuielilor de investiţii.

Nu mai puţin importantă este contribuţia industriei locale în mediul rural şi în cadrul schimbului de mărfuri cu mediul rural. În acest mediu tocmai, datorită dezvoltării diferite din punct de vedere istoric şi economic a diferitelor regiuni ale ţării, există o mare varietate de cereri specifice. O importanţă deosebită în viaţa economică a gospodăriilor rurale o prezintă activitatea prestatoare de servicii: mori, prese de ulei, darace, pive etc. Ţinînd seama de cele de mai sus, industria locală contribuie în măsură importantă la lărgirea schimbului de mărfuri între sat şi oraş, baza economică a alianţei dintre clasa muncitoare şi ţărănimea muncitoare.

Avînd în vedere că principala sursă de aprovizionare a industriei locale le reprezintă resursele locale de materii prime şi combustibili, industria locală eliberează cantităţi importante de materii prime, materiale şi combustibili din fondul central de stat şi atrage în circuitul economiei socialiste noi resurse. Astfel o serie de resurse locale, care din punct de vedere cantitativ şi calitativ nu permit aprovizionarea unor mari întreprinderi de interes republican, sînt valorificate de industria locală.

Însfîrşit, industria locală participă şi la producţia de mijloace de producţie, din care o parte o livrează fondului central de stat. Aşa sînt materialele de construcţii (cărămizi, ţigle, var, balast etc.), care sînt furnizate în cantităţi însemnate şantierelor de importanţă republicană.

Trebuie să subliniem că, dacă principala bază de aprovizionare a industriei locale constă în resursele locale de materii prime, industria locală primeşte însă din fondurile centrale ale statului unele utilaje şi materii prime. Contribuţia fondului central de stat reprezintă o necesitate, căci resursele locale nu pot acoperi tot necesarul de materii prime al industriei locale.

Din cele arătate rezultă rolul important al industriei locale de stat în cadrul industriei socialiste şi al economiei socialiste în ansamblul său. Ea constituie o necesitate obiectivă în societatea socialistă.

În primul rînd, scopul producţiei industriei locale este de a contribui în măsură tot mai mare la satisfacerea nevoilor mereu crescînde ale oamenilor muncii. Apoi, industria locală avînd la bază proprietatea socialistă asupra mijloacelor de producţie, dezvoltarea ei se face, ca şi a întregii economii socialiste, în mod planificat. De asemenea, dezvoltarea continuă a industriei locale este asigurată de creşterea rolului şi a posibi-

lităților sale o dată cu creșterea marii industrii socialiste și cu dezvoltarea agriculturii pe drumul socialismului.

* * *

Industria locală cuprinde două mari sectoare : a) industria locală de stat — cu întreprinderile locale subordonate sfaturilor populare ; b) — cooperativele meșteșugărești

Lucrarea de față se ocupă numai de primul sector.

Industria locală de stat este organizată pe întreprinderi care înglobează mai multe unități. Întreprinderile industriei locale de stat sînt la rîndul lor de trei categorii, din punct de vedere al subordonării lor :

a) Întreprinderi economice regionale — subordonate comitetului executiv al sfatului popular regional.

b) Întreprinderi economice orășenești — subordonate comitetului executiv al sfatului popular orășenesc.

c) Întreprinderi economice raionale — subordonate comitetului executiv al sfatului popular raional.

Întreprinderile înglobează mai multe unități cu activități diferite, astfel încît fiecare întreprindere cuprinde mai multe din următoarele ramuri:

1. Industria alimentară.
2. Industria extractivă.
3. Industria chimică.
4. Industria metalurgiei prelucrătoare.
5. Industria materialelor de construcții.
6. Industria sticlei.
7. Exploatarea și industrializarea lemnului.
8. Industria textilă.
9. Industria pielăriei și încălțămintei.
10. Industria poligrafică.

Industria locală de stat a luat ființă în R.P.R. prin legea naționalizării principalelor mijloace de producție din 11 iunie 1948, o dată cu crearea sectorului socialist în economia țării. Întreprinderile capitaliste mici, care nu prezentau o importanță de nivel republican, au fost date în administrarea fostelor județe. Este vorba, pe întreaga țară, de un număr de circa 3000 întreprinderi, din care circa 2 500 erau mori țărănești și mori comerciale și care au fost date în administrarea serviciilor economice județene. Diferența de 500 unități activau în domeniul industriei alimentare (circa 90), al materialelor de construcții (circa 150), al metalurgiei prelucrătoare (circa 100) — iar restul erau mici fabrici sau ateliere ținînd de celelalte ramuri industriale [1, p. 331].

Începînd cu actul naționalizării și pînă în 1959, se pot distinge mai multe etape în dezvoltarea industriei locale de stat :

1. Anii 1948...1949 — cînd întreprinderile care alcătuiau industria locală de stat s-au aflat în administrarea serviciilor economice județene. Industria locală n-a avut în această perioadă un organ de conducere specializat. Serviciile economice județene administrau alături de întreprinderile locale de stat și numeroase unități social-culturale. Departamentul Gospodăriei Comunale și Industriei Locale din Ministerul Afacerilor Interne era organul central care coordona activitatea economică a acestor întreprinderi. În această perioadă producția industriei locale de stat n-a fost cuprinsă încă în planul de stat.

2. O a doua etapă este constituită de perioada scurtă de la crearea comitetelor provizorii ale sfaturilor populare, în anul 1949, și pînă în octombrie 1950. Această etapă este marcată de primul pas spre transformarea vechilor organe locale ale puterii de stat. Pe lîngă comitetele provizorii județene iau ființă secțiile de gospodărie comunală și industrie locală. Aceasta a însemnat separarea organului de conducere a industriei locale de unitățile social-culturale, deși nu s-a realizat încă un organ de conducere specializat numai pentru industria locală.

Nici în prima parte a acestei perioade producția industriei locale de stat n-a fost încă cuprinsă în planul de stat, ceea ce se realizează de abia la începutul anului 1950.

3. Etapa a treia începe cu raionarea administrativ-economică a țării și alegerea sfaturilor populare (în octombrie 1950). Aceasta a dus la îmbunătățirea organizatorică simțitoare a conducerii industriei locale. Secțiile de gospodărie comunală și industrie locală au fost împărțite în două sectoare : a) sectorul gospodăriei comunale și b) sectorul industriei locale, aceasta din urmă căpătînd astfel un organ de conducere specia-

lizat. Aceste două sectoare se transformă mai tîrziu în secţiuni independente ale sfaturilor populare.

Vechile întreprinderi judeţene ale industriei locale se transformă la această dată în întreprinderi regionale, raionale şi respectiv orăşeneşti.

Această a treia etapă durează pînă la sfîrşitul anului 1956 cînd competenţa sfaturilor populare este considerabil lărgită şi în subordonarea întreprinderilor industriei locale intervin noi modificări.

În cursul anilor 1950...1956 activitatea industriei locale de stat este în întregime cuprinsă în cadrul planificării.

În anii 1950...1952 activitatea industriei locale a fost cuprinsă în planul de stat, fiind condusă central de către Departamentul Gospodăriei Comunale şi Industriei Locale, transformat mai tîrziu în minister. Planificarea şi conducerea centrală era necesară în acea perioadă, ţinînd seama de lipsa de experienţă a sfaturilor populare şi a organelor locale de conducere specializate. De asemenea, includerea industriei locale de stat în planul de dezvoltare a economiei naţionale a determinat o serie de îmbunătăţiri organizatorice atît a organelor de conducere cît şi a organizării interne a producţiei. În anul 1950 au fost de asemenea consolidate organele de planificare din cadrul secţiilor de gospodărie comunală şi industrie locală, s-a introdus evidenţa activităţii industriei locale de stat. Dar conducerea centrală constituia şi o greutate, avîndu-se în vedere numărul mare al unităţilor industriei locale de stat şi necesitatea orientării lor spre rezolvarea unor probleme economice locale.

De aceea, prin H.C.M. 1051/1951 se prevede trecerea la planificarea pe plan local şi înfiinţarea secţiilor regionale de planificare pe lîngă sfaturile populare. Această posibilitate s-a creat o dată cu creşterea competenţei sfaturilor populare, care au devenit tutelare ale planurilor pe regiuni, aprobate de Consiliul de Miniştri. S-au creat apoi secţii de planificare în oraşe şi mai tîrziu şi în raioane.

Primul proiect de plan al dezvoltării industriei locale de stat a fost elaborat de sfaturile populare pentru anul 1952. Justeţea acestei măsuri a fost demonstrată de rezultatele producţiei industriei locale de stat obţinute, superioare cu 45% faţă de cele din anul 1951.

Cunoscînd mai concret condiţiile locale, sfaturile populare au putut mobiliza în mai mare măsură rezervele interne ale întreprinderilor, ca şi resursele locale, au putut totodată să asigure o folosire mai raţională a capacităţii de producţie. A fost înlăturat centralismul excesiv în conducerea economiei locale.

Hotărîrea plenarei lărgite a C.C. al P.M.R. din 19...20 august 1953 cu privire la sarcinile partidului în domeniul dezvoltării economiei naţionale şi ridicării continue a nivelului de trai material şi cultural al oamenilor muncii a avut, în această perioadă, o importanţă deosebită pentru dezvoltarea industriei locale de stat. Plenara a trasat sarcina să se sporească considerabil investiţiile alocate industriei producătoare de bunuri de consum şi deci şi industriei locale de stat. S-a trasat de asemenea sarcina reechipării unor ramuri ale industriei locale.

Ca urmare, volumul investiţiilor din fondurile centrale ale statului pentru dezvoltarea industriei locale de stat, au fost în 1954 de cinci ori mai mari decît în 1951. S-a lărgit, pe baza hotărîrii plenarei, baza de aprovizionare a industriei locale de stat, aceasta căpătînd dreptul de a încheia contracte cu producătorii agricoli şi de a achiziţiona direct legume şi fructe în vederea prelucrării şi conservării.

4. Cea de a patra etapă începe o dată cu traducerea în viaţă a hotărîrilor plenarei C.C. al P.M.R. din 27...29 decembrie 1956.

Competenţa sfaturilor populare a fost încă înainte de această dată lărgită treptat, în ce priveşte conducerea economiei locale. Dar problema înlăturării centralismului excesiv nu a fost deplin rezolvată. Conducerea centralizată a industriei locale îndepărta comitetele executive ale sfaturilor populare orăşeneşti şi raionale de problema dezvoltării industriei locale şi a îmbunătăţirii activităţii ei. Ele nu erau legate de conducerea directă a întreprinderilor de industrie locală, activitatea lor economică era încă redusă.

Aplicînd cu consecvenţă principiul centralismului democratic în conducerea economiei, rezoluţia plenarei C. C. al P.M.R. din 27...29 decembrie 1956, şi apoi noua lege pentru organizarea sfaturilor populare din martie 1957, au înlăturat dubla subordonare a secţiilor sfaturilor populare atît faţă de ministere, cît şi faţă de comitetele executive. Secţiile sfaturilor populare au rămas subordonate exclusiv faţă de comitetele executive. Totodată, Ministerul Gospodăriei Comunale şi Industriei Locale a fost des-

fiinţat. Conducerea industriei locale de stat a trecut direct asupra sfaturilor populare care au devenit răspunzătoare de îndeplinirea sarcinilor dezvoltării industriei locale de stat.

Plenara C.C. al P.M.R. din decembrie 1956 a hotărît de asemenea trecerea în subordinea sfaturilor populare a unor întreprinderi industriale cu caracter local, care erau subordonate unor ministere (brutăriile, fabricile de pîine, morile cu capacitate pînă la 5 vagoane în 24 ore, unităţi ale industriei alimentare, de materiale de construcţie etc.).

Ca urmare a tuturor acestor măsuri luate de partid şi de guvern, pentru dezvoltarea industriei locale în cadrul industriei socialiste în ansamblul ei, industria locală a înregistrat an de an succese însemnate.

În cele ce urmează vom releva numai cîteva din aceste realizări, după care vom trece la analiza amănunţită a organizării şi structurii industriei locale din regiunea Iaşi, pentru a urmări apoi dezvoltarea acesteia în cadrul primului plan cincinal.

Analizînd structura producţiei g'obale a industriei socialiste după subordonarea întreprinderilor, se constată că în anul 1950, în totalul producţiei industriei socialiste, industria de stat ocupa 95,9%, din care industria republicană 89,5%, industria locală de stat 6,4% iar cea cooperatistă 4,1%; în anul 1955 industria de stat reprezenta 93%, din care cea republicană 86%, cea locală 7% şi cea cooperatistă 7%; în anul 1959 industria de stat reprezenta 96,5%, din care cea republicană 86,7%, cea locală 9,8% iar cea cooperatistă 3,5% [2, p. 139].

Deci, ponderea industriei republicane a scăzut în totalul producţiei industriei socialiste, în timp ce ponderea industriei locale a crescut.

Analizînd dinamica producţiei globale a industriei locale de stat, constatăm că, dacă luăm pentru anul 1950 indicele 100, el reprezintă în anul 1955 — 240 (deci o creştere de 140%) iar în anul 1958 —362 (deci o creştere de 262%).

În aceeaşi perioadă întreaga industrie socialistă a dat o producţie care reprezenta în anul 1955 — 215 (faţă de 100 în 1950) şi în anul 1958 — 285 (faţă de 100 în anul 1950), creşterile fiind de 115% în 1955/50 şi de 185% în 1958/50) [2, p. 138], [3, p. 534].

Totodată trebuie să subliniem că în cadrul acestei dezvoltări a avut loc o mai largă valorificare a resurselor locale şi o mai bună adaptare a producţiei la nevoile locale, ceea ce rezultă din datele tabelului 1 [1, p. 338].

Tabelul 1

Ponderea diferitelor ramuri în cadrul industriei locale de stat

Ramura \ Anul	1950	1955	1958
Total industrie locală de stat din care :	100	100	100
Industria alimentară	85,0	58,3	64,9
Industria materialelor de construcţii	4,8	9,1	10,0
Industria construcţiilor de maşini şi a prelucrării metalelor	2,3	11,0	8,1
Industria chimică	3,0	4,1	2,2
Industria prelucrării lemnului	2,3	10,0	9,1
Industria combustibilului	0,5	1,4	0,4
Industria cauciucului	—	0,6	0,6
Industria sticlei, porţelanului şi faianţei	0,1	0,6	0,5
Industria textilă	1,0	1,5	1,6
Industria confecţiilor	0,1	0,5	0,7
Industria poligrafică	0,7	0,6	1,2
Industria de piele, blănuri şi încălţăminte	0,1	0,3	0,2
Alte ramuri	0,1	1,1	0,5

În anii 1950...1958 au avut loc schimbări importante în structura industriei locale de stat pe ramuri, direcţia aceasta fiind reprezentată de satisfacerea într-o măsură tot mai mare a cererii de consum a populaţiei şi a necesităţilor dezvoltării economiei locale în ansamblul său.

Au cunoscut creşteri importante ale greutăţii specifice ramura materialelor de construcţii, de prelucrare a lemnului, industria de prelucrare a metalului, industria alimentară (faţă de anul 1955) etc.

Investiţiile au fost în anii 1950...1958 de 1,2 miliarde lei, din care 700 milioane lei au fost alocaţi pentru construcţii şi montaje.

Productivitatea muncii a crescut în anul 1958 cu 13% faţă de anul 1955, astfel încît mai mult de 1/2 din creşterea producţiei din această perioadă s-a obţinut pe seama creşterii productivităţii muncii.

Ca rezultat al succeselor obţinute în dezvoltarea industriei locale de stat, cîştigul mediu al muncitorilor a cunoscut o creştere de 24%, iar ca urmare a măsurilor trasate de plenara C.C. al P.M.R. din 13...14 iulie 1959, retribuţiile muncitorilor s-au majorat cu încă 5...17,2%, diferenţiat pe ramuri de activitate, iar salariile maiştrilor cu 20% în medie.

Rentabilitatea întreprinderilor industriei locale de stat a crescut şi ea continuu. Numai în 1958, faţă de 1957, beneficiile vărsate la bugetele sfaturilor populare au crescut cu 14%.

Din cele arătate rezultă în mod concludent puternica dezvoltare a industriei locale de stat şi importantele îmbunătăţiri ale structurii producţiei, avînd loc o creştere a activităţii de producţie faţă de prestaţiile de serviciu. Cum acestea aveau o pondere mare în cadrul industriei alimentare, prin morile ţărăneşti şi presele de ulei, scăderea ponderei industriei alimentare a însemnat deci scăderea în special a prestaţiilor. Industria locală de stat a devenit un factor important în aprovizionarea populaţiei cu bunuri de consum şi a economiei locale cu diverse mijloace de producţie. Importanţa ei a crescut an de an în cadrul economiei naţionale, ca urmare a sporirii ponderei producţiei sale globale în producţia globală a industriei socialiste. Industria locală de stat şi-a afirmat tot mai mult rolul de producătoare de bunuri de consum, conform specificului local, ca şi rolul său în deservirea populaţiei. Acest lucru a fost posibil datorită proprietăţii socialiste asupra mijloacelor de producţie în industria locală, datorită dezvoltării cu precădere a producţiei mijloacelor de producţie, ca bază a dezvoltării întregii economii naţionale, datorită politicii juste a P.M.R..

* * *

Industria locală din regiunea Iaşi a trecut, din punct de vedere al organizării ei, în mod firesc, prin cele patru etape amintite mai sus, luînd fiinţă ca urmare a actului naţionalizării principalelor mijloace de producţie, în anul 1948. Ea cuprindea în acel moment un număr de circa 80 de unităţi, marea majoritate cu activitate prestatoare (mori de porumb, de grîu, prese de ulei, darace, pive de sumane), trecute în administrarea serviciului economic judeţean.

În perioada 1948...1950 activitatea industriei locale din Iaşi se rezumă, în principal, la cea prestatoare de servicii, apoi în încă două ramuri — alimentară şi industria sticlei.

Ca urmare a raionării administrativ-economice a ţării şi deci o dată cu crearea regiunii Iaşi, se înfiinţează trei întreprinderi: întreprinderea regională „Ilie Pintilie", care se ocupa de unităţile prestatoare din comune, şi două întreprinderi în oraşul Iaşi: „Proletarul" şi „1 Mai". Întreprinderea regională grupa deja 126 unităţi (din care 81 mori, 13 prese ulei, 30 brutării).

În anul 1951 întreprinderea regională se scindează, luînd fiinţă întreprinderi raionale şi orăşeneşti. Prin aceasta s-au creat condiţiile pentru o dezvoltare mai accentuată a industriei locale de stat din regiunea Iaşi, în vederea producţiei a cît mai multe bunuri de larg consum şi a deservirii populaţiei, prin folosirea surselor de materie primă locală.

Pînă la 1 Iulie 1952 au existat următoarele întreprinderi ale industriei locale de stat în regiunea Iaşi:

1. Întreprinderea economică raională, Iaşi,
2. Întreprinderea economică raională, Tîrgul Frumos,
3. Întreprinderea economică raională, Paşcani,
4. Întreprinderea economică raională, Hîrlău,
5. Întreprinderea economică raională, Negreşti,

6. Întreprinderea economică orășenească „1 Mai", oraș Iași,
7. Întreprinderea economică orășenească „Proletarul", oraș Iași,

adică un număr de cinci întreprinderi raionale și două întreprinderi orășenești (oraș Iași).

La data de 1 iulie 1952 trec în cuprinsul regiunii Iași raioanele: Huși, Vaslui, Botoșani, Dorohoi, Darabani, Săveni și Trușești și ca urmare la cele șapte întreprinderi ale industriei locale de stat se mai adaugă următorele cinci:

8. Întreprinderea economică raională, Botoșani,
9. Întreprinderea economică raională, Dorohoi,
10. Întreprinderea economică raională, Săveni,
11. Întreprinderea economică raională, Trușești,
12. Întreprinderea economică raională, „Vasile Roaită", Vaslui (care cuprindea și activitatea industrială a raionului Huși).

Această organizare durează puțin timp numai, deoarece la 20 iulie 1952 ies din nou din cadrul regiunii Iași raioanele Botoșani, Dorohoi, Darabani, Săveni și Trușești, intrînd în schimb raionul Roman.

La acea dată regiunea Iași avea următoarele întreprinderi ale industriei locale de stat:

1. Întreprinderea economică raională, Iași,
2. Întreprinderea economică raională, Tîrgul Frumos,
3. Întreprinderea economică raională, Pașcani,
4. Întreprinderea economică raională, Negrești,
5. Întrepriuderea economică raională, Hîrlău,
6. Întreprinderea economică raională, Vaslui,
7. Întreprinderea economică orășenească „1 Mai", oraș Iași,
9. Întreprinderea economică orășenească „I. C. Frimu", oraș Roman.

La începutul anului 1953, întreprinderile orășenești „1 Mai" și „Proletarul" din orașul Iași sînt comasate într-o singură întreprindere „Proletarul". În același an este scindată întreprinderea economică raională „Vasile Roaită", Vaslui, înființîndu-se și întreprinderea economică raională din Huși. Întreprinderii raionale Vaslui îi este afiliată activitatea industrială din raionul Codăești.

Tot în această perioadă, întreprinderile industriei locale de stat primesc sarcina (prin H.C.M. 1108/1952) de a dezvolta un sector agrozootehnic, pentru creșterea și îngrășarea porcilor cît și a păsărilor și a peștelui. La începutul anului 1953 ia ființă, ca urmare, o întreprindere regională agro-zootehnică, cu sediul în Iași. Aceasta nu funcționează însă decît scurt timp, ea fiind desființată prin H.C.M. 665/1953. Întreaga sa activitate a trecut la Ministerul Industriei Alimentare.

Cu toate că s-au obținut rezultate pozitive în acest sector agro-zootehnic, crearea sa a dus la o oarecare stagnare în dezvoltarea activității industriei locale, deoarece cadrele întreprinderilor și-au canalizat mai mult atenția asupra lui.

În structura organizatorică din acest moment, industria locală de stat din regiunea Iași, își desfășoară activitatea pînă în anul 1955, cînd trec în cadrul industriei locale întreprinderea metalurgică „23 August", Iași, (din cadrul Ministerului Metalurgiei), întreprinderea poligrafică Roman, activitatea de panificație și a unor centre de tăiere din cuprinsul unor raioane și din orașul Iași. Astfel, la sfîrșitul anului 1955 industria locală de stat a regiunii Iași cuprindea un număr de 11 întreprinderi:

1. Întreprinderea economică raională, Huși,
2 Întreprinderea economică raională, Hîrlău,
3. Întreprinderea economică orășenească „Proletarul", Iași,
4. Întreprinderea metalurgică „23 August", Iași,
5. Întreprinderea regională de panificație, Iași,
6. Întreprinderea raională, Pașcani,
7. Întreprinderea economică raională, Tîrgul Frumos,
8. Întreprinderea economică raională, Vaslui,
9. Întreprinderea economică raională, Iași,
10. Întreprinderea economică raională, Negrești,
11. Întreprinderea economică raională, „I. C. Frimu", Roman.

Aceste întreprinderi își desfășurau activitatea în 11 ramuri, cuprindeau 275 unități și produceau 104 sortimente.

Ramurile erau următoarele: a) alimentară, b) panificație, c) mori, prese ulei,

d) materiale de construcţii, e) extracţia materialelor de construcţii, f) prelucrarea metalelor, g) prelucrarea lemnului, h) chimică, i) textilă, piele, cauciuc, j) sticlă, cermică, k) poligrafică.

Ca urmare a măsurilor trasate de plenara C. C. al P.M.R. din decembrie 1956, pe data de 1 ianuarie 1957 o parte din activitatea industrială a Uniunii Regionale a Cooperaţiei de Consum este predată industriei locale de stat, cuprinzînd un număr de 23 unităţi cu specific variat (mori, ateliere de fierărie şi rotărie, de tîmplărie, olărie brutării etc.)

De asemenea au fost trecute în cadrul industriei locale de stat a regiunii Iaşi un număr de 4 mori comerciale şi întreprinderea de panificaţie Bîrlad, din cadrul sectorului republican (Ministerul Industriei Alimentare),

Componenţa industriei locale de stat din regiunea Iaşi se modifică din nou în urma trecerii raionului Roman la regiunea Bacău şi prin trecerea raioanelor Murgeni şi Bîrlad de la fosta regiune Bîrlad la regiunea Iaşi. Ca urmare, din cadrul industriei locale a regiunii Iaşi iese întreprinderea raională Roman fiind incluse în schimb: întreprinderea economică raională, Bîrlad, întreprinderea orăşenească „Drumul Socialismului", Bîrlad şi întreprinderea raională, Murgeni, numărul întreprinderilor ajungînd la 13.

Astfel, structura organizatorică a industriei locale de stat a regiunii Iaşi a fost, din anul 1956 pînă în anul 1958 inclusiv, următoarea:

a) *O întreprindere regională* — de panificaţie şi morărit — cuprinzînd întregul sector de fabricare a pîinii şi 4 mori de grîu comercial.

b) *Un număr de 9 întreprinderi raionale* corespunzătoare celor 9 raioane ale regiunii;

1. Întreprinderea economică raională, Iaşi,
2. Întreprinderea economică raională, Tîrgul Frumos,
3. Întreprinderea economică raională, Hîrlău,
4. Întreprinderea economică raională, Negreşti,
5. Întreprinderea economică raională, Paşcani,
6. Întreprinderea economică raională, Vaslui,
7. Întreprinderea economică raională, Huşi,
8. Întreprinderea economică raională, Murgeni,
9. Întreprinderea economică raională, Bîrlad.

c) *Un număr de 3 întreprinderi orăşeneşti:*

10. Întreprinderea metalurgică „23 August", Iaşi,
11. Întreprinderea „Proletarul" Iaşi,
12. Întreprinderea „Drumul Socialismului", Bîrlad.

Numărul total al unităţilor acestor 13 întreprinderi era, în anul 1958, de 285, revenind în medie 22 unităţi de fiecare întreprindere, iar cel al sortimentelor de circa 150.

Numărul unităţilor varia însă pe întreprinderi, după specializarea sau complexitatea acestora. Astfel, prin specificul ei, întreprinderea regională de panificaţie cuprindea un număr mare de unităţi (44), dar apropiate ca specific; întreprinderea metalurgică „23 August", Iaşi, mai specializată, avea numai 4 unităţi; întreprinderile raionale aveau o structură complexă, cuprinzînd toate activităţile din cadrul ramurilor industriei locale şi deci un număr mare de unităţi (Tîrgul Frumos — 52, Hîrlău — 26, Paşcani — 21, Vaslui şi Huşi — 23 etc). De asemenea întreprinderile orăşeneşti aveau o structură complexă şi un număr mare de unităţi („Proletarul", Iaşi — 28, „Drumul Socialismului", Bîrlad — 13). Aşa de pildă întreprinderea „Proletarul", Iaşi, avea unităţi care produceau paste făinoase, preparate de carne, sifoane, suc de fructe, săpun, lumînări, oglinzi, ţesături, încălţăminte, unsoare, căruţe, ateliere de tăbăcărie, tîmplărie, olărie, teracotă, servicii de ecarisaj, transporturi etc.

Din anul 1958 au mai survenit următoarele modificări în structura industriei locale de stat a regiunii Iaşi:

În trimestrul IV al anului 1958 a fost desfiinţată întreprinderea economică raională, Bîrlad, fiind inclusă în întreprinderea orăşenească „Drumul Socialismului", Bîrlad, numărul total al întreprinderilor reducîndu-se de la 13 la 12.

În trimestrul II al anului 1959, întreprinderea orăşenească „23 August", Iaşi, a fost înglobată în întreprinderea orăşenească „Proletarul", Iaşi. Deci numărul întreprinderilor s-a redus la 11.

În trimestrul IV al anului 1959 au fost trecute din cadrul cooperaţiei meşteşugăreşti în cadrul industriei locale de stat un număr de 5 întreprinderi:

1. Întreprinderea „Metalul", Iaşi,
2. Întreprinderea „Muncitorul", Iaşi,
3. Întreprinderea „Ciocanul", Bîrlad,
4. Întreprinderea „Drum Nou", Bîrlad,
5. Întreprindere „Progresul", Vaslui.

Astfel, la sfîrşitul anului 1959, industria locală de stat a regiunii Iaşi cuprindea un număr de 16 întreprinderi, activînd în 11 ramuri de producţie şi producînd un număr de 170 sortimente; numărul unităţilor era de 320.

Pentru ca industria locală de stat să fie capabilă de a da contribuţia la realizarea sarcinilor trasate de cel de al III-lea Congres al P.M.R., au fost luate în anul 1960 o serie de măsuri de reorganizare şi de reprofilare a industriei locale, de care ne vom ocupa în ultima parte a lucrării.

2. Dezvoltarea industriei locale de stat din regiunea Iaşi în cadrul primului plan cincinal (1951...1955)

Aşa cum s-a arătat mai înainte, în anii 1948...1950 activitatea industriei locale de stat a constat mai ales în prestarea de servicii, în timp ce producţia de bunuri de consum era mult redusă, ea avînd o oarecare însemnătate în ramura metalurgică, a textilelor şi pielei.

Ponderea ramurilor în cadrul întregii industrii locale de stat a regiunii Iaşi în anul 1950 este redată în tabelul 2 [4, dosar 2, fila 183].

Tabelul 2

Ponderea ramurilor în cadrul întregii industrii locale de stat a regiunii Iaşi

Ramura	Ponderea %
Alimentară	9,8
Panificaţie	16,1
Mori, prese ulei	62,8
Materiale construcţii	1,6
Extracţia mat. construcţii	0,1
Metalurgie	4,4
Lemn	—
Chimică	0,4
Textile, piele, cauciuc	4,5
Sticlă, ceramică	0,3
Poligrafie	—
Total industrie locală de stat	100,0

Din datele tabelului 2 rezultă că producţia morilor şi preselor de ulei deţinea 62,8% din totalul producţiei industriei locale de stat, fiind mai ridicată decît media pe ţară (de 57,8%).

În total, industria alimentară (inclusiv panificaţia, morile şi presele de ulei) deţinea 88,7%, faţă de media pe ţară de 85%. Aceasta se explică prin situaţia din acel an, cînd în industria locală de stat predomina, pe întreaga ţară, industria alimentară.

Industria chimică, cea a sticlei şi ceramicii, extracţia de materiale de construcţii, erau foarte slab reprezentate. Doar industria metalurgică prelucrătoare şi cea de textile şi piele ocupau un loc mai însemnat.

În cursul primului plan cincinal s-a pus accent pe creşterea bunurilor de larg consum, pentru a da cît mai multe produse fondului pieţii şi pentru completarea fondului centralizat la o serie de produse din grupa *A*. În regiunea Iaşi dezvoltarea industriei locale de stat s-a caracterizat prin înfiinţarea unui număr mare de unităţi, al căror număr creşte de la 94 la 275. Numărul lor a crescut în anii 1950...1955 cu 192%.

S-a înmulţit de asemenea numărul sortimentelor de la 5 în anul 1951, la 32 în anul 1952, 45 în anul 1953, 88 în anul 1954 şi 104 în anul 1955. În ultimul an al primului cincinal întreprinderile industriei locale activau în toate cele 11 ramuri.

Un rol deosebit în dezvoltarea industriei locale de stat a regiunii Iaşi l-a avut creşterea considerabilă a investiţiilor efectuate din fondurile centrale. Acestea au reprezentat, faţă de indicele 100 în 1951 [3, p. 504]: a) în anul 1952 — 343; b) în anul 1953 — 431; c) în anul 1954 — 748; d) în anul 1955 — 359.

O creştere puternică a investiţiilor în industria locală, atît a regiunii Iaşi (748 faţă de 100 în 1950) cît şi a altor regiuni a avut loc în anul 1954, ca urmare a sarcinii trasate de plenara lărgită a C.C. al P.M.R. din 19...20 august 1953, de a se spori substanţial fondurile de investiţii pentru asigurarea dezvoltării industriei producătoare de bunuri de consum în ansamblu şi deci, în cadrul ei, a industriei locale de stat, în vederea ridicării continue a nivelului de trai material şi cultural al oamenilor muncii.

Totalul investiţiilor în anii 1951...1955, din fonduri centralizate şi necentralizate, a fost în valoare de 40 749 000 lei, din care pentru construcţii şi montaje 21 778 000 lei.

În ceea ce priveşte producţia globală a industriei locale de stat din regiunea Iaşi, ea a fost în valoare de 63 730 000 lei în anul 1950, iar în anul 1955 de 145 850 000 lei. Creşterea a fost, prin urmare, la sfîrşitul primului plan cincinal, de 128,8%.

Creşterea pe ramuri prezintă în primul cincinal situaţia redată în tabelul 3 [4, dosar 2, filele 200, 202—212].

Tabelul 3

Dinamica creşterii producţiei globale şi pe ramuri (1955/1950

Ramura \ Anul	1950 mii lei	1955 mii lei	1955 faţă de 1950 %
Mori, prese ulei	40 025	44 286	110,6
Panificaţie	10 316	50 180	486,4
Industrie alimentară	6 265	28 399	453,2
Ind. materialelor construcţii	994	4 187	421,2
Extracţia mat. construcţii	82	1 022	1 246,3
Lemn forestier	21	3 087	1 470,0
Industrie metalurgică	2 798	10 010	357,7
Ind. sticlei şi ceramicei	166	873	525,9
Ind. textilă, pielărie, cauciuc	2 853	2 873	100,7
Industria chimică	231	481	208,2
Poligrafie	—	455	—
Valoarea producţiei globale	63 730	145 850	228,8

Creşterea producţiei globale a industriei locale de stat din regiunea Iaşi cu 128,8% faţă de anul 1950 a fost sub media creşterii pe ţară (140%), datorită faptului că la mori şi prese de ulei s-a obţinut o creştere foarte mică (10,6%), ceea ce a influenţat puternic media, avînd în vedere ponderea mare a acestei ramuri în ansamblul industriei locale de stat din regiunea noastră.

Livrările către comerţul socialist a produselor nedirijate au crescut în anii primului cincinal cu 548,6%.

O problemă asupra căreia trebuie de insistat este felul în care s-a desfăşurat dinamica investiţiilor efectiv realizate în cadrul primului plan cincinal. Anul 1952 a reprezentat o cotitură în domeniul investiţiilor capitale, o dată cu lărgirea competenţei sfaturilor populare şi cu trecerea la planificarea locală.

Începînd cu anul 1952 se pune un deosebit accent pe repartizarea teritorială mai raţională a fondurilor de investiţii alocate de stat, fondurile centrale fiind îndreptate mai ales spre regiunile în care industria locală era mai slab dezvoltată. Astfel, dacă regiunile Bacău, Galaţi, Iaşi şi Suceava au obţinut în anul 1951 numai 17,7% din totalul investiţiilor realizate în industria locală de stat, în anul 1955 aceleaşi regiuni au totalizat 27,9% din suma investiţiilor realizate în acel an. Aceasta a contribuit la dezvoltarea

într-un ritm mai accelerat a bazei tehnice a industriei locale de stat în aceste regiuni şi la apropierea lor de media dezvoltării industriei locale de stat. Astfel, dacă în anul 1950 greutatea specifică a regiunii Iaşi în cadrul industriei locale de stat era de 3,3% — faţă de maxima de 11,7% (Craiova) şi minima de 2,1% (Hunedoara) — în 1955 greutatea specifică a industriei locale din regiunea Iaşi a fost de 5,1% — faţă de maxima de 8,5% (regiunea Ploieşti) şi minima de 2,7% (Hunedoara) [3, p. 501], [5, p. 111].

Din datele arătate rezultă de asemenea o importantă îmbunătăţire a structurii producţiei industriei locale de stat din regiunea Iaşi. Astfel, prestaţiile de servicii (producţia morilor ţărăneşti şi a preselor de ulei) au cunoscut o creştere mult mai mică decît creşterea activităţii de producţie. Prin aceasta s-a schimbat treptat caracterul preponderent de prestări de servicii al întreprinderilor industriei locale de stat şi a crescut importanţa activităţii producătoare de bunuri de consum.

Din datele tabelului 4 rezultă îmbunătăţirea obţinută în structura producţiei industriei locale de stat din regiunea Iaşi [4, dosar 2, fila 185].

Tabelul 4

Ponderea ramurilor industriei locale de stat din regiunea Iaşi în anii 1950 şi 1955

Ramura	Ponderea %	
	1950	1955
Alimentară	9,8	19,4
Panificaţie	16,1	34,4
Mori, prese ulei	62,8	30,4
Materiale construcţii	1,6	2,9
Extracţia mat. construcţii	0,1	0,7
Metalurgia prelucrătoare	4,4	6,7
Lemn	—	2,3
Chimică	0,4	0,3
Textile, piele, cauciuc	4,5	2,0
Sticlă, ceramică	0,3	0,6
Poligrafică	—	0,3
Total regiunea Iaşi	100,0	100,0

Este grăitoare scăderea ponderei producţiei morilor ţărăneşti şi a preselor de ulei (prestaţii de servicii) de la 62,8% la 30,4%, pe de altă parte creşterea ponderei la activitatea de producţie: ramura alimentară — de la 9,8% la 19,4%; panificaţie — de la 16,1% la 34,4%; materiale de construcţie — de la 1,6% la 2,9%; metalurgia prelucrătoare — de la 4,4% la 6,7%; prelucrarea lemnului — de la o pondere neglijabilă în 1950 la 2,3% în 1955.

Acest rezultat a fost determinat şi de repartizarea justă a investiţiilor în perioada 1951...1955, oglindită de următoarele procente pe ramuri: în ramura alimentară — 10%; panificaţie — 15,6%; materiale de construcţii — 37,1%; metalurgie prelucrătoare — 14,7%; mori, prese ulei — 11,6% etc. [4, dosar 2, filele 183—190].

Ponderile arătate se apropiau de mediile pe ţară în anul 1955, cu deosebirea că industria alimentară deţinea încă un loc important (84,2%, inclusiv panificaţia şi mori, prese ulei), în timp ce ponderea acestei ramuri pe ţară scăzuse la 58,3%. Aceasta se explică prin faptul că natura surselor de materii prime a regiunii Iaşi implică o pondere mai mare a industriei alimentare.

Datorită justeţei repartizării investiţiilor şi a unei juste politici de dezvoltare a ramurilor industriei locale de stat din regiunea Iaşi, pe baza resurselor locale de materii prime, s-a stabilit o bază a acestor ramuri care va determina în anii de după 1955 o

dezvoltare mai uniformă a lor (în primul cincinal creşteri mari ca: 1 370% — la prelucrarea lemnului, 1 146,3% — la extracţia materialelor de construcţii, faţă de 0,7% — la textile, piele, cauciuc, 108,2% — la industria chimică şi faţă de 128,8% — pe total industrie locală).

În perioada primului plan cincinal numărul de persoane ocupate în regiunea Iaşi în industria locală de stat a crescut de la 1 334 — din care 934 muncitori — la 3 027— din care 2 381 muncitori — ceea ce reprezintă o creştere de 126,9%, deci mai mică decît creşterea producţiei globale la total (128,8%). Se constată de asemenea o îmbunătăţire a raportului dintre numărul de muncitori şi personalul tehnico-administrativ. Creşterea are loc în proporţie de 154,9% la muncitori şi de numai 61,5% la personalul tehnico-administrativ.

În anul 1950 personalul tehnico-administrativ reprezenta 29,9% muncitorii — 70,1% din totalul salariaţilor, în timp ce în anul 1955 primii reprezentau numai 21,3% iar muncitorii — 78,7%.

Volumul mijloacelor fixe a crescut în cursul primului plan cincinal de 3,5 ori.

Productivitatea muncii, deşi a cunoscut o creştere mai mică decît în întreaga industrie socialistă a regiunii (+ circa 36%), (în industria republicană +42,3% şi în cooperaţia meşteşugărească + 25,5%), a crescut totuşi cu 21,4%.

Am arătat mai înainte că, în cursul primului plan cincinal, dezvoltarea industriei locale de stat a regiunii Iaşi s-a caracterizat prin mărirea numărului de unităţi (de la 94 la 275). Dintre acestea s-au dat în funcţiune 20 unităţi mai importante ca fabricile de cărămizi din Bucium-Iaşi, Bîrlad, Hîrlău, Tîrgu-Frumos; atelierul mecanic Iaşi; secţiile de pîine din Huşi, Paşcani, Vaslui; morile de grîu sistematice din Paşcani, Tîrgul Frumos, fabrica de gheaţă Bîrlad etc.

DEZVOLTAREA INDUSTRIEI LOCALE DE STAT PE RAMURI IN CURSUL PRIMULUI PLAN CINCINAL (1951...1955)

1. *Ramura alimentară* este una din ramurile principale ale industriei locale de stat din regiunea Iaşi (tabelul 5), [4, dosar 2, fila 204].

Tabelul 5

Dinamica producţiei în ramura alimentară

Produsele \ Anul	1950	1955	1955/1950 %
Producţia globală (mii lei)	6 265	28 399	453,2
din care:			
făină integrală (t)	6 008	23 217	386,4
făină albă (t)	171	799	467,2
slănină (t)	158	391	274,4
produse zaharoase (t)	—	2	—
conserve legume (t)	—	135	—

Producţia bunurilor alimentare a cunoscut o creştere însemnată, fiind la sfîrşitul planului cincinal de peste 4,5 ori mai mare ca în anul 1950. Creşterea se explică atît prin mărirea producţiei de făină (integrală de peste 4,5 ori, albă de aproape 4 ori), cît şi prin punerea în funcţiune de noi unităţi sau a unor unităţi închise de particulari şi preluate de industria locală.

Rezultatele pozitive s-au concretizat şi în creşterea ponderei industriei alimentare în cadrul întregii industrii locale de stat din regiunea Iaşi, de la 9,8% în anul 1950 la 19,4% în anul 1955. Din investiţiile primului plan cincinal, destinate industriei locale de stat din regiunea Iaşi, 10% au fost îndreptate spre industria alimentară.

Dacă înglobăm în industria alimentară și producția ramurii de panificație precum și cea a morilor și preselor de ulei obținem situația redată în tabelul 6.

Tabelul 6

Dinamica ramurii alimentare (inclusiv producția ramurii de panificație și a morilor și preselor de ulei)

Anul	1950	1955	1955/1950 %
Producția globală (mii lei)	56 606	122 865	217

Creșterea a fost și în acest caz de peste 2 ori, iar ponderea în întreaga industrie locală de stat a fost de 88,7% în anul 1950 și de 84,2% în anul 1955. De remarcat că a crescut considerabil producția de bunuri de consum alimentar în raport cu prestațiile (mori, prese de ulei), care scad de la o pondere de 62,8% la 30,4% în timp ce activitatea productivă crește de la 25,9% la 53,8%.

Creșterea ramurii alimentare a fost superioară creșterii pe țară (117% față de 65%), iar ponderea pe țară a producției globale de bunuri alimentare a industriei locale de stat din regiunea Iași a crescut de la 3,5% la 4,3%.

2. *Ramura materialelor de construcții.* În cursul primului plan cincinal s-a dat o atenție deosebită acestei ramuri din regiunea Iași; 37,1% din investițiile pentru industria locală de stat au fost dirijate spre această ramură, ceea ce a determinat și o creștere însemnată a producției (tabelul 7), [4, dosar 2, fila 205].

Tabelul 7

Dinamica producției în ramura materialelor de construcții

Produsele \ Anul	1950	1955	1955/1950 %
Producția globală (mii lei)	994	4 187	421,2
din care:			
cărămizi presate (mii buc.)	1 667	11 425	685,3
țigle (mii buc.)	1 091	591	54,1
cahle teracotă (m^2)	558	8 128	1 456,6

Creșterea a fost apropiată de cea pe țară — de peste 4 ori, față de 5,5 ori pe țară.

Ponderea acestei ramuri a crescut în cadrul regiunii, de la 1,6% la 2,9%.

În perioada 1951...1955 a intrat în funcție o capacitate de 18 300 000 cărămizi anual.

3. *În ramura extractivă* activitatea industriei locale de stat din Iași se rezumă la extracția de materiale de construcții (tabelul 8), [4, dosar 2, fila 206].

Datorită investițiilor pentru amenajări de cariere, producția — foarte scăzută în 1950 — a cunoscut un salt puternic, crescînd de peste 12 ori la sfîrșitul primului plan cincinal, iar ponderea acestei ramuri a crescut de la 0,1% la 0,7%.

4. *Ramura lemn forestier,* neînsemnată la începutul primului plan cincinal, avînd o producție în valoare de circa 21 000 lei, a crescut la o valoare a producției globale de 3 084 000 lei în anul 1955 (de peste 14 ori). La sfîrșitul planului cincinal, această ramură producea deja mobilă în valoare de 633 000 lei, uși, ferestre în valoare de 1 653 000 lei, prestațiile la gater fiind de 5 351 m^3 [4, dosar 2, fila 207].

Tabelul 8

Dinamica producţiei în ramura extractivă

Produsele \ Anul	1950	1955	1955/1950 %
Producţia globală (mii lei)	82	1 022	1 248,3
din care :			
piatră construcţii (t)	—	18 149	—
agregate carieră şi rîu (t)	10 650	106 898	1 003,7

5. *Ramura metalurgiei prelucrătoare.* Această ramură ocupa deja în anul 1950 un loc destul de important în cadrul industriei locale de stat din regiunea Iaşi, avînd o pondere de 4,4%. Prin destinarea acestei ramuri a unui procent de 14,7% din investiţiile prevăzute pentru industria locală a regiunii Iaşi , producţia globală a crescut de peste 3,5 ori (de la 2 798 000 lei la 10 010 000 lei în anul 1955) [4, dosar 2, fila 208].

Caracteristic a fost pentru această ramură o pondere mare a reparaţiilor industri le, circa a şasea parte din valoarea producţiei globale revenindu-i acestei activităţi în anul 1950, iar în anul 1955 circa a treia parte. Totodată însă, în anul 1955 se produceau cantităţi însemnate de bunuri de consum ca: accesorii pentru sobe şi maşini de gătit (19 t), articole de menaj din tablă (8 t), sobe de încălzit şi maşini de gătit (4 t), găleţi galvanizate (9 t) etc.

Ca urmare a dezvoltării acestei ramuri, ponderea sa a crescut în anul 1955 la 9,7% din întreaga industrie locală de stat a regiunii, faţă de ponderea de 11% a acestei ramuri în industria locală pe ţară.

6. *Ramura chimică* a înregistrat o creştere mai mică, de circa 2 ori, ponderea ei rămînînd aproximativ aceeaşi (0,4% în anul 1950 şi 0,3% în anul 1955) faţă de ponderea de 4,1% a acestei ramuri pe ţară.

7. *Ramura textile, piele, cauciuc,* a înregistrat o creştere de numai 0,7%, ponderea ei scăzînd de la 4,5% în anul 1950 la 2% în anul 1955.

8. *Ramura sticlă, ceramică,* cu o pondere de 0,3% în anul 1950, creşte la 0,6% în anul 1955, iar valoarea producţiei globale creşte de peste 5 ori. Investiţiile în acest sector au fost de numai 0,2% din investiţiile destinate industriei locale de stat a regiunii. Această ramură şi-a îndeplinit scopul de a deservi populaţia, producînd în limita cerinţelor pieţii locale (oglinzi, oale de lut).

* * *

La sfîrşitul primului plan cincinal industria locală de stat a regiunii Iaşi se afirma ca una din creaţiile regimului democrat-popular, radical deosebite de micile întreprinderi particulare dinainte de 1948 — care jucau un rol neînsemnat în economia regiunii — creaţie care-şi justifică deplin rolul de a contribui la satisfacerea într-o măsură tot mai mare a nevoilor materiale şi culturale ale oamenilor muncii.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de socialism ştiinţific

BIBLIOGRAFIE

1. * * * *Economia Romîniei între anii 1944—1959,* Ed. Acad. R. P. R., Buc., 1959.
2. * * * *Anuarul statistic al R.P.R.,* Ed. şt , Buc., 1960.
3. * * * *Dezvoltarea industriei socialiste în R.P.R.,* Ed. şt., Buc., 1959.
4. * * * *Arhiva secţiei Industria Locală, Sfatul Popular, regiunea Iaşi.*
5. * * * *Anuarul statistic al R.P.R., 1959,* Ed. şt., Buc., 1959.

РАЗВИТИЕ МЕСТНОЙ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ В ЯССКОЙ ОБЛАСТИ В ГОДЫ НАРОДНО-ДЕМОКРАТИЧЕСКОЙ ВЛАСТИ (1948...1959)

Заметка I

Период 1948...1959

(Резюме)

Анализируется значение местной государственной промышленности в общей благосостоянии страны. Подчеркивается, что эта промышленность, радикально отличающаяся от мелкой частной промышленности, играет крупную роль в социалистической промышленности и в общей социалистической экономике, активно участвуя в удовлетворении растущих материальных потребностей трудящихся.

Дается общий обзор фундаментальной перестройки местной государственной промышленности ясской области в период 1948...1959 годов и отмечается особое развитие ея в период пятилетки (1951...1955).

Выведенные заключения указывают, в первую очередь, на динамику производства, которое в 1955 году превысило на 128,8% производство 1950 года. Подчеркивается при этом усовершенствование структуры производства в местной промышленности в связи с уменьшением объема ручного роста объема производства товаров широкого потребления.

Производится затем подробный анализ развития местной промышленности по типам производства. Заключается, что пищевая промышленности занимает первое место, достигая роста в 4,5 раза к 1955 году.

Почти таков же рост представляет и производство строительных материалов. Что же касается добывания местных строительных материалов, то, по сравнению с 1950 годом, оно к 1955 году возросло в 12 раз.

Так же показателен в этот период времени рост производства и в других промышленностях как в: металлургии, стекла, керамики, химических продуктов и др.

Вытекает из произведенного анализа, что в концу первой пятилетки местная государственная промышленность ясской области доказывает свою крупную роль в деле удовлетворения материальных и культурных нужд трудящихся.

LE DÉVELOPPEMENT DE L'INDUSTRIE D'ÉTAT DE DÉPENDANCE LOCALE DE LA RÉGION DE JASSY PENDANT LES ANNÉES DU RÉGIME DE DÉMOCRATIE POPULAIRE (1948...1959)

Note I

1948..1959

(Résumé)

Dans cette Note on analyse premièrement le rôle que joue l'industrie d'état de dépendance locale. On souligne que cette industrie, toute différente de la petite industrie particulière, a un rôle important dans le cadre de l'industrie socialiste et de l'économie socialiste en général, en contribuant à satisfaire les nécessités toujours plus grandes des masses travailleuses.

L'analyse de l'organisation et de la structure de l'industrie d'état de dépendance locale, dans son évolution, et de la place qu'elle occupe dans l'économie de la République Populaire Roumaine est suivie de l'étude de cette industrie dans la région de Jassy.

Après avoir passé en revue les modifications survenues entre 1948 et 1959 dans l'organisation de l'industrie de dépendance locale de la région de Jassy, les Auteurs s'arrêtent sur l'étude de son développement pendant le premier plan quinquennal (1951...1955). Les conclusions qui se dégagent se rapportent premièrement à la dynamique de la production, qui a dépassé en 1955 de 128,8% celle de 1950. On souligne

ensuite l'amélioration de la structure de la production de cette industrie, par la baisse du poids spécifique des prestations de services et la croissance du poids spécifique de l'activité productrice.

Enfin, on analyse le développement de l'industrie d'état de dépendance locale de la région de Jassy par rapport aux branches. Il en résulte que l'industrie alimentaire était l'une des branches les plus importantes de cette région, s'étant accrue de plus de quatre fois et demie jusqu'en 1955. Un accroissement similaire a été enregistré par la production des matériaux de construction. Quant à l'extraction des matériaux de construction, très réduite en 1950, elle s'est accrue jusqu'en 1955 de plus de douze fois. D'autres branches, comme celle de la métallurgie, du verre et de la céramique, la branche chimique, etc., sont aussi devenues de plus en plus importantes.

En conclusion, déjà à la fin du premier plan quinquennal l'industrie d'état de dépendance locale de la région de Jassy affirmait son importance, en contribuant dans une mesure de plus en plus grande à satisfaire les nécessités matérielles et culturelles des masses travailleuses.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

RECENZII
BOOK REVIEWS
BUCHBESPRECHUNGEN
ANALISIS DE OBRAS
РЕЦЕНЗИИ
COMPTES RENDUS
RECENSIONI

1. SOUBIÈS-CAMY H., *Les techniques binaires et le traitement de l'information* Dunod, Paris, 1961, XVII + 424 pp.

Tratarea tehnică a informaţiei este o disciplină care s-a dezvoltat impetuos în anii din urmă. Imboldul deosebit în acest domeniu a fost dat de rezultatele fecunde culese de pe urma unei serii de conferinţe internaţionale cu larga participare a specialiştilor din U.R.S.S., S U.A. şi din alte ţări. Scopul acestui volum este de a arăta unele căi de extindere la domeniul industrial şi îndeosebi la acel al teletransmisiei informaţiei, a metodelor matematice, folosite cu atîta succes în domeniul programării şi al utilizării maşinilor matematice de calcul. După o trecere în revistă a principiilor fundamentale ale logicii şi după o descriere sumară a circuitelor logice folosite în mod curent, bazate pe relee, tuburi electronice, tranzistori şi ferite, autorul examinează circuitele aritmetice, diverse procedee de programare, dispozitive de memorizare etc., ce se întîlnesc în domeniul calculului numeric şi în acel al tratării informaţiei. Ref. subliniază îndeosebi conţinutul cap. II şi urm. care conţin numeroase contribuţii originale ale autorului, consacrate telemăsurilor ciclice şi codate precum şi telecomenziilor electronice, înserate îndeosebi în anii din urmă în revistele „Automatisme" şi „Onde Electrique".

Conţinutul cărţii, de utilitate indiscutabilă pentru toţi acei care se ocupă de problemele de automatizare a proceselor de producţie, ar fi cîştigat şi mai mult dacă ar fi fost îmbogăţit cu reflectarea recentelor materiale sovietice, elveţiene, romîneşti ş. a. în domeniu.

*

Le traitement numérique de l'information est une discipline dont les techniques connaissent une évolution des plus rapides, cristallisée dans ces derniers temps par nombre de conférences internationales. Le but de ce livre est de montrer qu'il est possible d'étendre au domaine industriel, et plus spécialement à celui des télétransmissions des informations, les méthodes très fécondes qui ont connu jusqu'à présent leurs plus grands succès dans le domaine des calculateurs numériques.

Après avoir rappelé les principes fondamentaux de la logique et décrit les circuits logiques les plus courants, basés sur l'emploi des relais, des tubes électroniques, des transistors et des ferrites, l'Auteur examine les circuits de comptage, les circuits arithmétiques, les techniques de programmation, de mise en mémoire des informations etc. Une série d'études originales, insérée surtout au commencement des chapitres II et suivvants est consacrée aux télémesures, cycliques et codées, et aux télécommandes électroniques. Cet ouvrage, dont la valeur et l'utilité sont incontestables, n'aura qu'à gagner en y faisant introduire dans la seconde édition nombre de résultats dans ce domaine dus aux hommes de science soviétiques, suisses, roumaines et d'autres encore.

Al. Valache

2. SCORZA DRAGONI G., *Elementi di Analisi Matematica*, vol. I, *Elementi di Algebra*, CEDAM, Casa Editrice Dott. Antonio Milani, Padova, 1961, 581 pp.

Acest volum, căruia îi urmează vol. II consacrat studiului continuităţii şi deriva-

bilităţii şi vol. III dedicat teoriei elementare a integraţiei (sub tipar), se caracterizează printr-o grijă deosebită acordată de către autor problemei corectitudinii deductive. Cititorul romîn obişnuit cu astfel de prezentări riguroase din studiul, de exemplu, al volumelor recent apărute datorite acad. M. Nicolescu, va putea urmări cu deosebit interes şi profit capitolele succesive ale cărţii, care se succed în următoarea ordine : I. Noţiuni asupra teoriei mulţimilor. Numerele naturale; II. Numere întregi. Numere raţionale; III. Numere reale; IV. Numere complexe; V. Puteri de sume. Elemente de calcul combinatoriu; VI. Matrice şi determinanţi; VII. Noţiuni asupra calculului matricelor; VIII. Noţiuni asupra grupurilor, inelelor şi corpurilor; IX. Dependenţa şi independenţa liniară între vectori. Sisteme de ecuaţii liniare; X. Spaţiul ordinar. Spaţii euclidiene cu o dimensiune; XI. Spaţii euclidiene cu două dimensiuni; XII. Spaţii euclidiene cu trei dimensiuni; XIII. Spaţii liniare cu mai multe dimensiuni; XIV. Spaţii euclidiene cu mai multe dimensiuni; XV. Polinoame cu o singură nedeterminată; XVI. Polinoame cu mai multe nedeterminate; XVII. Polinoame cu o nedeterminată şi ecuaţii algebrice cu o necunoscută în corpul complex ; XVIII. Polinoame cu o nedeterminată şi ecuaţii algebrice cu o necunoscută în corpul real ; XIX. Polinoame cu o nedeterminată şi ecuaţii algebrice cu o necunoscută în corpul raţional; XX. Forme cuantice cu privire specială asupra formelor pătratice. Un vast indice analitic şi indice general uşurează consultarea şi măresc şi mai mult valoarea cărţii.

*

Ce volume, qui sera continué par deux autres consacrés respectivement à la continuité et à la dérivabilité et à la théorie élémentaire de l'intégration (sous presse), est caractérisé par le soin remarquable accordé par l'Auteur au problème de la rigueur déductive. Les lecteurs désireux d'approfondir quelques détails n'auront qu'à consulter en préalable l'index analytique trés soigneusement élaboré tandis que ceux qui en désirent parcourir ce volume par entier peuvent suivre avec profit la table de matière, à savoir: I. Notions sur la théorie des ensembles. Les nombres naturels; II. Les nombres entiers. Les nombres rationnels; III. Les nombres réels; IV. Les nombres complexes; V. Puissances de sommes. Éléments de calcul combinatoire; VI. Matrices et détérminants; VII. Notions sur le calcul des matrices; VIII. Notions sur les groupes, les anneaux et les corps; IX. Dépendence et indépendence linéaire entre vecteurs. Systèmes d'équations linéaires; X. Espace ordinaire. Espaces euclidiens à une dimension; XI. Espace euclidiens à deux dimensions; XII. Espaces euclidiens à trois dimensions; XIII. Espaces linéaires à plusieurs dimensions; XVI. Espaces euclidiens à plusieurs dimensions; XV. Les polynômes à une indéterminée ; XVI. Les polynômes à plusieures indéterminées; XVII. Polynômes à une indéterminée et équations algébriques à une inconnue dans le corps complexe ; XVIII. Polynômes à une indéterminée et équations algébriques à une inconnue dans le corps réel; XIX. Polynômes à une indéterminée et équations algébriques à une inconnue dans le corp rationnel; XX. Les formes quantiques et en particulier les formes quadratiques. *A. Triandaf, M. Bercovici*

3. ANGOT A., *Compléments de Mathématiques,* 4-e édition revue, Éditions de la Revue d'Optique, Collection technique du C.N.E.T., Paris, 1961, 836 pp.

Răspunzînd la problema acută a adaptării predării cursului de matematici la nevoile de protil a viitorilor ingineri, cartea elaborată de prof. A. Angot, consacrată unor capitole de matematici speciale, se adresează celor care se pregătesc a deveni ingineri electrotehnicieni sau specialişti în telecomunicaţii. Legătura între diferitele capitole ale cărţii, constă aşa cum era şi de aşteptat, doar în orientarea comună a lor către aplicaţiile din domeniile indicate mai sus. Rigoarea demonstraţiilor a fost uneori sacrificată în mod voluntar pentru a se cîştiga în rapiditatea şi claritatea expunerilor, rolul esenţial al acestui volum fiind acel de a prezenta un bun instrument de lucru.

În comparaţie cu ediţia a treia a cărţii, prezenta ediţie, a patra, nu a fost decît revăzută. În schimb, trebuie subliniată modificarea esenţială intervenită cu ocazia apariţiei ediţiei a treia. Reflectînd rolul din ce în ce mai important al calculului numeric autorul a strîns laolaltă toate chestiunile ce se refereau la acest domeniu şi erau incluse în diferite capitole ale cărţii grupîndu-le într-un singur mare capitol plasat la finele cărţii (cap. 10).

Repartiţia materialului expus pe capitole se prezintă astfel : I. Funcţii de o

singură variabilă complexă; II. Serii Fourier. Integrale Fourier ; III. Calcul vectorial; IV. Calcul matricial ; V. Introducere în calculul tensorial; VI. Metode de integrare a ecuațiilor diferențiale; VII. Introducere în studiul unor funcții uzuale; VIII. Calcul simbolic ; IX. Calculul probabilităților ; X. Calcule numerice și grafice.

Interesul deosebit al cărții constă în prezența judicios aleasă, pentru fiecare capitol, a numeroaselor paragrafe de aplicații la specialitățile electrotehnică și telecomunicații, astfel, de exemplu, în cap. I este inclus paragraful consacrat aplicațiilor calculului complex la studiul circuitelor electrice parcurse de curenți sinusoidali, cap. III conține un paragraf consacrat aplicațiilor la cîmpul electromagnetic, cap. IV — la studiul cuadripolilor, cap. V — la studiul rețelelor electrice și la acel al mediilor anizotrope etc. Un vast indice plasat la finele volumului (pp. 807–818) ușurează folosirea cărții, primită deosebit de favorabil de presa de specialitate.

*

Cet ouvrage, spécialement écrit pour les ingénieurs électriciens, a jouit dès la parution de sa première édition d'un acqueil très favorable de la part des spécialistes. On indique ci-dessus en langue roumaine quelques détails concernant les modifications intervenues lors de la rédaction de la troisiéme édition où toutes les questions concernant le calcul numérique, qui dans les éditions précédentes se trouvaient éparses dans les différents chapitres, ont été rassemblées et développées dans un chapitre spécial (chap. 10). La forme extérieure irreprochable, dont les Editions de la „Revue d'Optique" en peuvent être bien justement si fiers, augmente encore de plus la valeur de ce livre. *D. Mangeron*

4. LIONS J. L. *Équations différentielles opérationnelles et problèmes aux limites.* Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Bd. **III**, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, IX + 292 S.

În ultimii zece — cinsprezece ani mai mult de 200 de specialiști în domeniul ecuațiilor cu derivate parțiale au început să acorde o atenție deosebită problemelor pe contur pentru diferiți operatori diferențiali neeliptici (a se vedea, de exemplu șirul de extinderi a lucrărilor ref. publicat în «Доклады АН СССР» începînd cu 1958 de către Iu. M. Berezanski ș. a.) sau problemelor „uzuale" sau „slabe" ale lui Cauchy pentru ecuații diferențiale operaționale (a se vedea, de exemplu, seria de lucrări ale lui C. Foiaș, G. Gussi, V. Poenaru, înserată cu totul recent în „Rev. Math. Pures Appl.", Acad. R.P.R.). Volumul recenzat, datorit prof. J. L Lions și bazat pe o vastă contribuție a autorului și pe o extrem de îngrijită bibliografie a altor cercetători (circa 500 de titluri dintre care aproape 40 se datoresc autorului singur sau în colaborare), este consacrat studiului problemelor legate de *ecuații diferențiale operaționale* (liniare) de forma

$$(*) \qquad A(t)\,u(t) + u'(t) = f(t),$$

în care $A(t)$ este o familie de operatori *nemărginiți* într-un spațiu Banach H, $t \in [0, T]$, funcția f este continuă în H de $[0, T]$, funcția u fiind o dată continuu diferențiabilă în $[0, T]$ cu valori în H, $u(t)$ aparținînd la $D(A(t))$ (domeniu lui $A(t)$) pentru fiecare $t \in [0, T]$. Cele mai importante exemple de astfel de ecuații corespund la cazul în care $A(t)$ este un sistem diferențial, domeniul $A(t)$ fiind fixat prin condiții la limită. Întrucît problema lui Cauchy, ce constă în a găsi o soluție a ecuației (*) verificînd condiția inițială $u(0) = u_0$, u_0 dat (în $D(A(0))$, apare prea restrictivă pentru largul domeniu actual de aplicații, s-a introdus noțiunea de *soluție slabă* a acestei probleme. Ref. subliniază valoroasa clasificare a autorului dată în cap. I pentru vastul ansamblu de noțiuni de soluție slabă apărute în literatura recentă. Capitolele IV, V, VII, IX, X sînt consacrate studiului diferitelor condiții suficiente ralative la $A(t)$ menite a asigura existența și unicitatea soluției unei atare probleme slabe. Aici se studiază regularitatea soluțiilor, cele mai bune domenii în care trebuie date datele inițiale ș. a. Se remarcă rezolvarea cu succes a problemei de stabilire a condițiilor minime de regularitate în t la care trebuie să satisfacă $A(t)$ în cazul de studiu a numeroaselor probleme neliniare (a se vedea cap. IV, VI și X).

După expunerea pregătitoare a studiului diferitelor probleme la limită variațio-

nale între care se menţionează probleme la limită de tip V i ş i k-S o b o l e v, precum şi a unor spaţii funcţionale, foarte numeroase exemple au fost tratate în cap. VI, VII, IX şi X. Aici se situează, de pildă, diferiţi operatori parabolici, operatori interesînd teoria elasticităţii, operatori pe spaţii de tip Sobolev, operatori „corecţi" în sensul lui P e t r o v s k i ş. a.

Cap. XI, consacrat studiului problemelor la limită variaţionale şi transformării lui Laplace, pune în evidenţă şi ansamblul faptelor întîlnite în cap. IV şi IX relative la cazul în care $A(t)$ nu depinde de t. Cap. XI scoate în relief fructuoasa metodă a transmutaţiilor, introdusă de D e l s a r t e, lărgită şi adîncită apoi de o pleiadă de cercetători sovietici (P o v z n e r, L e v i t a n, M a r c e n k o, G h e l f a n d, O l e v s k i ş. a.) şi de autor, care permite rezolvarea unei serii de probleme relative la ecuaţii operaţionale fără a se face apel la metodele legate de teorema proiecţiilor (cap. III) sau la metodele de prelungire în raport cu un parametru, a diferenţelor finite, a aproximării prin proiecţii ş. a. (cap. X).

Trebuie salutat în mod deosebit şi efortul autorului marcat printr-o independenţă relativă a capitolelor. La aceasta se adaugă expuneri succinte de o claritate remarcabilă şi de precizie bibliografică de preţ ce figurează în capul fiecărui capitol şi dau orientarea generală a problemelor expuse într-însul.

*

Il Rif. sottolinea qui sopra in lingua romena un assai largo numero di dettagli meritevoli concernenti questo eccellente libro del prof. J. L. L i o n s consacrato allo studio di vari problemi collegati ad *equazioni differenziali operazionali* di forma

$$(*) \qquad A(t)u(t) + u'(t) = f(t),$$

ove $A(t)$ è una famiglia di operatori non limitati in uno spazio Banach H, $t \in [0, T]$, funzione f è continua in H per $[0, T]$ e la funzione u è una volta continuamente differenziabile in $[0, T]$ con valori in H, $u(t)$ appartenendo a $D(A(t))$ (dominio di $A(t)$) per ogni $t \in [0, T]$. *D. Mangeron*

5. *** *Прикладна механіка*, Академии наук Украинской ССР.

Научно-технический журнал *Прикладна механіка* начал издаваться в 1955 году при Отделении технических наук Академии наук Украинской ССР в Киеве. В настоящее время журнал является органом Института механики этой академии, объединяющим большой коллектив ученных-механиков Украины и других союзных республик, а также поддерживающим научные связи с рядом ученых стран народной демократии.

Журнал играет важную роль в развитии научных исследований по механике, их координации, формировании научных направлений, обмене опытом, подготовке научных кадров.

Организатором журнала и его ответственным редактором с начала издания является акад. АН УССР Г. Н. С а в и н. В состав редакционной коллегии входят: акад. АН УССР Ф. П. Б е л я н к и н, доктор техн. наук А. Н. Г о л у б е н ц е в, член-корр. АН СССР А. А. И л ь ю щ и н, акад. АН СССР А. Ю. И ш л и н с к и й, член-корр. АН УССР Н. А. К и л ь ч е в с к и й, акад. АН УССР А. Д. К о в а л е н к о (зам. отв. редактора), профессор В. А. Л а з а р я н, член-корр. АН УССР А. М. П е н ь к о в, доктор техн. наук А. И. С т р е л ь б и ц к а я (отв. секретарь).

В издании журнала принимают участие также другие видные ученые СССР и УССР, а с 1960 года и ученые стран народной демократии — академик Польской академии В. Н о в а ц к и й и профессор доктор ф.-м. наук Д. И. М а н ж е р о н (Румыния).

В журнале печатаются статьи по механике твердого тела, теории упругости, теории пластичности, сопротивлению материалов, строительной механике конструкций и. др.

Научное содержание публикуемых статей отображает направления исследований, выдвигаемых запросами народного хозяйства страны. Высокий темп развития машиностроения и строительства в текущем семилетии требует разработки новых рациональных методов расчета, обеспечивающих надежность работы машин и конструкций при одновременном снижении их веса и улучшении технико-экономических показателей, а также широкого использования материалов со специальными свойствами, таких как

коррозионно-устойчивые и жаропрочные металлы, легкие сплавы, синтетические и другие материалы.

В связи с этим в журнале главное внимание уделяется исследованиям *по созданию научных основ прочности и пластичности*, в особенности теоретическим основам инженерных методов расчета *тонкостенных конструкций* (пластин, оболочек, стержней) находящих широкое применение в общем машиностроении, турбостроении, самолетостроении, судостроении, промышленном строительстве и в других областях техники.

Остановимся вкратце на основных направлениях публикаций.

1. *Исследования по пластинкам и оболочкам.* Систематически освещаемые в журнале работы этого направления охватывают широкий круг вопросов статической и квазистатической прочности, а также устойчивости и колебаний при различных внешних воздействиях, главным образом силовых и тепловых. Особо важное место при исследовании прочности занимает вопрос о концентрации напряжений около отверстий.

Из работ по пластинкам и оболочкам в первую очередь следует назвать обзорные статьи акад. АН УССР А. Д. Коваленко (Киев), *Метод технической теории упругости при исследовании напряженного состояния деталей турбомашин*, (1959, т. **V**, в. *2*), и акад. АН ЭстССР Н. А. Алумяэ (Таллин), *Линейные задачи статической устойчивости и собственных колебаний тонких упругих оболочек*, (1958, т. **IV**, в *1*), а также ряд оригинальных статей.

Обобщающим исследованиям *по применению методов теории упругости к задачам о концентрации напряжений в оболочках* посвящены работы акад. АН УССР Г. Н. Савина. В его статье *О концентрации напряжений около отверстий в тонких упругих оболочках*, (1961, т. **VII**, в. *1*), предлагается один из возможных путей подхода к указанной проблеме и в связи с этим устанавливается основная система уравнений в дифференциальной форме для задач о концентраций в напряжений упругой оболочке, ослабленной любым отверстием, контур которого представляет пространственную кривую.

Отдельные задачи этой же проблемы излагаются в статьях Н. П. Флейшмана (Львов), *Граничные условия для оболочки с отверстием, край которого подкреплен тонким упругим кольцом*, (1961, т. **VII**, в. *1*), проф. А. Г. Угодчикова (Горький), *Об одной аналогии при исследовании концентрации напряжений около отверстий*, (1960, т. **VI**, в. *4*), проф. М. П. Шереметьева и Т. Л. Мартыновича (Львов), *Изгиб бесконечной пластинки с эллиптическим отверстием, край которого подкреплен тонким упругим кольцом*, (1957, т. **III**, в. *2*), и др.

Созданию эффективных методов решения статистических и динамических задач теории упругих оболочек посвящены работы чл.-корр. АН УССР Н. А. Кильчевского (Киев). К этим работам примыкают также проводимые им исследования вынужденных колебаний упругих тел, вызванных переменными во времени поверхностными силами, нашедшие отражение в его статье *Приближенный метод решения некоторых динамических задач теории упругости*, (1955, т. **I**, в. *3*). Вопросы теории упругих оболочек рассматриваются в его совместной с Г. И. Ткачук статье *О некоторых свойствах интегральных уравнений, составленных на основании теоремы взаимности работ*, (1959, т. **V**, в. *2*), а также в статьях Б. Н. Фрадлина и С. М. Шахновского (Киев), *Определение перемещений пологой оболочки, находящейся под действием произвольной нагрузки*, (1960, т. **VI**, в. *4*), И. Т. Селезова, *Исследование поперечных колебаний пластинки*, (1960, т. **VI**, в. *3*) и др.

К работам по изучению напряженного состояния и устойчивости пластин и оболочек относятся статьи И. Я. Амиро (Киев), *Исследование устойчивости ребристой цилиндрической оболочки при продольном сжатии*, (1960, т. **VI**, в. *3*), М. И. Длугача (Киев), *Основные положения расчета цилиндрических оболочек с прямоугольными отверстиями методом конечных разностей*, (там же), Г. А. Ван Фо Фы (Киев), *Изгиб эллиптической пластинки*, (1959, т. **V**, в. *1*) и др.

Исследования *по определению напряжений в тонкостенных упругих элементах газовых и паровых турбин методами технической теории упругости*, с учетом реальных условий их эксплуатации, проводимые акад. АН УССР А. Д. Коваленко и его сотрудниками, опубликованы в статьях Я. М. Григоренко (Киев), *Антисимметричное напряженное состояние конической оболочки переменной толщины*, (1960, т. **VI**, в. *4*), Л. А. Ильина (Киев), *Расчет тонких конических оболочек на антисиметричную нагрузку*, (1959, т. **V**, в. *2*), Ю. С. Королевича (Киев), *Асимптотическое решение задачи об осесимметричной деформации конической оболочки линейно-переменной толщины*, (1959, т. **V**, в. *1*) и др.

В связи с изучением работы деталей турбомашин, подверженных действию высоких температур, особое значение приобрели вопросы *термоупругости*, которым посвящены статьи акад. АН УССР А. Д. Коваленко (Киев), *Пологие оболочки вращения переменной толщины в пространственном температурном поле*, (1960, т. **VI**, в. *3*), И. А. Мотовиловца (Киев), *О выводе уравнений теплопроводности пластинки*, (1960, т. **VI**, в. *3*), Я. С. Подстригача (Львов), *Общее решение нестационарной задачи термоупругости*, (1960, т. **VI**, в. *2*) и др.

Работы чл.-корр. АН УССР А. М. Пенькова (Киев) *по вопросам прочности в горной промышленности* нашли отражение в его совместной с А. С. Бондарчуком статье *Исследование напряжений в деталях рабочего колеса шахтного центробежного вентилятора*, (1955, т. **I**, в. *3*), посвященной экспериментальному определению напряжений в дисках и лопатках колеса. Эти исследования дали возможность при расчете вентиляторов учесть совместную работу указанных деталей, образующих сложную упругую систему, а также оценить аэродинамическое воздействие воздушного потока.

Те же вопросы рассматриваются в статьях В. А. Бородавко (Киев), *Экспериментальное исследование напряженного состояния лопаток шахтных центробежных вентиляторов*, (1958, т. **IV**, в. *1*) и *Расчет лопаток центробежных вентиляторов на прочность*, (1958, т. **IV**, в. *3*).

Интересные исследования посвящены *инженерным методам расчета оболочек*. В статье проф. С. Н. Кана и П. А. Школьного (Харьков), *Прочность открытых призматических оболочек*, (1959, т. **V**, в. *4*), даны расчетные формулы и графики для определения внутренних усилий в конструкции. В статье В. И. Моссаковского и А. Н. Кваши (Днепропетровск), *Конструкция и расчет люков, не вызывающих концентрации напряжений в сферических оболочках* (там же) рассматривается нагруженная внутренним давлением сферическая оболочка, ослабленная круговым отверстием, которое подкреплено кольцом и закрыто крышкой. Показано, что параметры подкрепляющего кольца и крышки могут быть подобраны таким образом, что концентрации напряжений около выреза в оболочке не будет.

Помещенные в журнале работы по пластинкам и оболочкам включают как теоретические методы исследований, связанные с разработкой математического аппарата, так и экспериментальные, в частности оптический метод.

В этих работах рассматривались упругие и упруго-пластические задачи как в линейной, так и в нелинейной постановке. Некоторые из них были решены с применением методов строительной механики, а также синтеза методов теории упругости, строительной механики и сопротивления материалов.

2. *Статическая прочность и устойчивость тонкостенных стержней.* К этому направлению относятся работы доктора техн. наук А. И. Стрельбицкой (Киев) по изучению *прочности тонкостенных стержней за пределом упругости*, результаты которых опубликованы в ее статьях *Предельное состояние тонкостенных профилей из стали без площадки текучести при изгибе и кручении*, (1955, т. **I**, в. *1*), *Несущая способность тонкостенных стержней при сложном сопротивлении*, (1956, **II**, в. *3*), в ее совместностно с Ю. Л. Бирюковичем и Э. А. Прядко статье *Экспериментальное исследование упруго-пластического косого изгиба тонкостенных балок*, (1960, т. **VI**, в. *3*) и других работах.

Вопросы устойчивости стержней рассматриваются в статье В. В. Гуковского (Киев), *Внецентренно сжатые тонкостенные стержни открытого профиля в пределах и за пределами упругости*, (1959, т. **V**, в. *2*).

Исследованию деформаций стержней посвящены статьи Л. О. Ставраки (Куйбишев), *Уравнения упругого равновесия произвольно нагруженных тонких стержней*, (1959, т. **V**, в. *2*), А. А. Колесникова (Харьков), *Метод исследований больших перемещений стержня в упруго-пластической стадии*, (1958, т. **IV**, в. *3*) и др.

3. *Прочность конструкций при импульсивных воздействиях.* Важное место в этой области исследований принадлежит многолетним работам по изучению прочности шахтных подъемных канатов, достаточно полно освещенным в обзорной статье акад. АН УССР Г. Н. Савина, *Развитие исследований по динамике неупругой нити переменной длины*, (1959, т. **V**, в. *2*). Указанные работы вначале производились в направлении изучения механических свойств подъемных канатов и мгновенных напряжений в упругих нитях постоянной длины, затем — в направлении изучения динамики нитей переменной длины с учетом упругих несовершенств. Последним этапом работ явились обобщающие исследования по динамике всей подъемной установки.

Этим вопросам посвящен ряд работ акад. АН УССР Г. Н. Савина, а также его сотрудников и учеников. Из работ, опубликованных в течение последних лет, следует назвать статьи Р. Ф. Ильина (Днепропетровск), *К динамике шахтных подъемных установок с канатоведущим шкивом,* (1960, т. **VI**, в. *2*), Г. Н. Савина, В. Н. Шевело, А. А. Ющенко (Киев), *Об одной системе переменной массы,* (1959, т. **V**, в. *4*), и *О колебаниях весомой не вполне упругой нити (каната) переменной длины,* (1958, т. **IV**, в. *4*), а также статьи проф. С. Ф. Фещенко и Н. И. Шкиля (Киев), *К вопросу о нахождении усилий в упруго-вязкой нити переменной длины,* (1958, т. **IV**, в. *3*), статьи В. В. Георгиевской, *Влияние напуска каната на динамические усилия в нем,* (1955, т. **I**, в. *4*; 1956, т. **II**, в. *2*) и др.

В результате исследований разработан новый подход к оценке прочности шахтного подъемного каната, основанный на изучении динамического режима его работы и дающий возможность получать минимально необходимые коэффициенты запаса прочности, что имеет особое значение в связи с переходом на низкие горизонты горных разработок.

Анализу *переходных процессов в сложных механических системах* посвящены статьи доктора техн. наук А. Н. Голубенцева (Киев), *О некоторых механических свойствах резольвенты интегрального уравнения,* (1960, т. **VI**, в. *3*) и *Непрерывный метод анализа переходных процессов,* (1961, т. **VII**, в. *1*). В первой из этих работ раскрывается физический смысл резольвенты интегрального уравнения, во второй предлагается метод анализа переходных процессов линейных механических систем, не требующий определения характеристических чисел. Исследованию переходных процессов сложных колебательных систем посвящена статья А. Н. Голубенцева и П. И. Лиховида, *Резольвента интегрального уравнения движения систем высокого порядка,* (1961, т. **VII**, в. *2*).

Работы того же направления нашли отражение в ряде статей проф. В. А. Лазаряна (Днепропетровск). Так, в его совместной с Е. П. Блохиным статье *Собственные продольные колебания систем, состоящих из трех жестких тел и двух деформируемых стержней,* (1961, т. **VII**, в. *1*), найдены частоты собственных затухающих указанных систем для тех случаев, когда стержни систем являются упругими, упруговязкими и упругими с гистерезисом.

4. Изучение *колебаний упругих систем и их критических состояний.* Из большого количества работ посвященных изучению колебаний упругих систем, в первую очередь следует назвать исследования чл.-корр. АН УССР А.П. Филиппова (Харьков), опубликованные в его статьях *Колебания балки под действием движущегося груза,* (1955, т. **I**, в. *3*), *Тангенциальные колебания турбинных лопаток с учетом колебаний диска в его плоскости,* (1960, т. **VI**, в. *3*). Эти же вопросы рассматриваются в его обзорной статье *Обзор исследований по теории колебаний стержней,* (1956, т. **II**, в. *2*), и в статьях доктора техн. наук В. О. Кононенко и С. С. Кораблева (Москва), *О колебаниях вала с дисками при учете обратной связи двигателя с колебательной системой,* (1960, т. **VI**, в. *2*), доктора техн. наук В. А. Гробова (Рига), *Нестационарные колебания гибкого вала на упругих опорах при учете гироскопического эффекта,* (1960, т. **VI**, в. *1*).

Исследования колебаний *с учетом рассеяния энергии в материале* нашли отражение в обзорных статьях чл.-корр. АН УССР Г. С. Писаренко (Киев), *Рассеяние энергии в материале при колебании упругих тел* (1956, т. **II**, в. *3*) и *О методах расчета колебаний упругих тел с учетом рассеяния энергии в материале* (1956, т. **II**, в. *4*), а также в статье П. М. Сеника (Львов), *Определение функции, характеризующей рассеяние энергии колебательной системы,* (1960, т. **VI**, в. *1*).

5. *Некоторые пространственные задачи теории упругости.* Кроме ряда упомянутых ранее работ, рассмотрению пространственных задач теории упругости посвящены также статьи проф. В. И. Моссаковского и В. С. Губенко (Днепропетровск), *Новые методы решения задачи о давлении кругового штампа на упругое полупространство,* (1961, т. **VII**, в. *1*), проф. М. Я. Леонова и К. И. Чумака (Львов), *Давление под штампом, близким к круговому в плане,* (1959, т. **V**, в. *2*), чл.-корр. АН УССР Н.А. Кильчевского, *Исследования Г. Герца по контактной задаче и некоторые этапы их дальнейшего развития* (1958, т. **IV**, в. *2*), его же совместная с В. И. Бойко статья *О решении контактной задачи Г. Герца при наличии внутренней области пластичности,* (1960, т. **VI**, в. 1), работы А. Ф. Улитко (Киев), *Решение некоторых задач пространственной теории упругости методом совственных вектор-функций,* (1960, т. **VI**, в. *4*) и *Общая задача равновесия упругого конуса,* (1960, т. **VI**, в. *3*), Ю. А. Амензаде (Баку), *Местные напряжения при кручении круглого призматического бруса*

с эллиптическим несоосным отверстием, (1959, т. **V**, в. *1*), проф. Д. И. Шермана (Москва), *О напряженном состоянии скручиваемого квадратного бруса с симметричной круговой полостью,* (1958, т. **IV**, в. *3*), и ряд других.

6. *В области разработки критериев прочности твердых тел* в журнале за рассматриваемый промежуток времени были опубликованы статьи М. Я. Леонова и В. В. Панасюка (Львов), *Развитие мельчайщих трещин в твердом теле,* (1959, т. **V**, в. *4*) и В.В. Панасюка, *Развитие трещины, имеющей в плане форму эллипса,* (1960, т. **VI**, в. *1*).

В этих работах показана возможность использования методов теории упругости для решения вопросов несущей способности тела.

7. Ряд статей посвящен выяснению *влияния агрессивных сред на прочностные характеристики деталей машин.* Среди них — обзорная статья А. И. Яцюка (Львов), *Развитие физико-химической механики материалов на Украине,* (1958, т. **IV**, в. *4*), а также оригинальные статьи чл.-корр. АН УССР Г. В. Карпенко (Львов), *Новые представления о влиянии водорода на свойства стали,* (1960, т. **VI**, в. *4*), его же совместная с Р. И. Крипякевичем статья *Влияние поляризации стали в процессе деформации на ее механические свойства,* (1958, т. **IV**, в. *4*), М. М. Лещинского и В. И. Ойзермана (Москва), *О влиянии поверхностно-активной среды на прочностные характеристики пористых тел,* (1959, т. **VI**, в. *4*).

Кроме работ, указанных выше, на страницах журнала нашли отражение некоторых исследования по гидромеханике, механике грунтов и ряду других вопросов.

Как уже было отмечено, помимо статей, поступающих из Украины и других союзных республик, в журнале помещаются также статьи, присылаемые из стран народной демократии. Так, в 1961, т. **VII**, в. *1*, помещена статья Л. Мейзлика и И. Шкрашека (Чехословакия), *К решению систем линейных неоднородных уравнений*; в 1960, т. **VI**, в. *4* — статья И. Игначака (Польша), *Распространение напряжений, вызванных действием динамического ядра термоупругой деформации в бесконечной среде с отверстием*; в 1959, т. **V**, в. *1* — статья проф. С. Кратолвила и В. Галека (Чехословакия), *Экспериментальное решение некоторых гармонических задач методом диафрагменной аналогий*; в 1959, т. **V**, в. *2* — статья В. Галека и И. Чиштина, *Использование метода мембранной аналогии для решения одной задачи плановой фильтрации*; в 1958, т. **IV**, в. *1* — статья П. Чонки (Венгрия), *Скоростной способ расчета многоэтажных рамных конструкций*; в 1957, т. **III**, в. *2* — статья академика ПАН В. Новацкого (Полша), *Напряженное состояние в упругом пространстве и полупространстве, вызванное действием мгновенного источника тепла.*

В журнале публикуются статьи, посвященные историческим датам. Так, в 1960 году в связи с девяностолетием со дня рождения великого вождя и учителя трудящихся всего мира Владимира Ильича Ленина в 1960, т. **VI**, в. *2*, журнала помещена статья акад. АН УССР Г. Н. Савина и А. В. Шугайлина, *В. И. Ленин и философские вопросы механики.*

В 1957 году, в ознаменование сороковой годовщины Великой Октябрской Социалистической Революции, в т. **III**, в. *3*, журнала опубликована статья акад. АН УССР Г. Н. Савина, *Развитие исследований по теории упругости, строительной механике и прочности на Украине за 40 лет Советской власти,* в которой освещены основные направления проводимых в республике исследований по механике за указанный период.

В 1959 году, опубликована серия статей, посвященных итогам деятельности Института строительной механики АН УССР за 40 лет, прошедших с момента его основания. К ним относятся статьи акад. АН УССР Ф. П. Белянкина, *К истории развития Института строительной механики Академии наук УССР и направлению его работ,* (т. **V**, в. *2*), чл.-кор. АН УССР Б. Д. Грозина, *Развитие исследований в Институте строительной механики в области металловедения и контактной прочности металлов,* (т. **V**, в. *3*) и др.

В разделе „Критика и библиография" журнала печатаются отзывы на новые работы по механике. Так, в т. **VII** опубликована статья о книге Др. Н. Гудьера и Ф. Г. Ходжа, *Упругость и пластичность,* (Нью-Йорк, 1958); в т. **VI** — отзыв о книге С. А. Грача, *Теоретическое и экспериментальное исследование некоторых задач изгиба и растяжения пластинок с ребрами жесткости,* (Львов, 1958); в т. **V** — отзыв о книге С. А. Бернштейна, *Очерки по истории строительной механики,* (Москва, 1957); в т. **IV** — отзывы на книгу Г. Н. Савина, Н. А. Кильчевского, Т. В. Путяты, *Курс теоретнческой механики,* (Киев, 1957) и замечания по книге Л. П. Винокурова, *Прямые методы решения пространственных и контактных задач для массивов и фундаментов,* (Харьков, 1956).

Специальное место в журнале отводится *юбилейным датам*. Так, в 1960 году опубликована статья, посвященная 60-летию академика Михаила Александровича Мусхелишвили, (т. **VII**, в. *2*). В указанных статьях отмечаются основные вехи научной, педагогической и общественно-политической деятельности этих крупнейших советских ученых, труды которых в области математики и механики широко известны как в Советском Союзе, так и за его пределами.

В разделе „Хроника" помещаются статьи о сессиях АН УССР, съездах, конференциях и совещаниях по механике, о работе семинара по механике при Отделений технических наук АН УССР, о работе комисии, координирующей работу утверждении по проблеме прочности и пластичности, информация о защите кандидатских и докторских диссертаций в области механики.

Все статьи печатаются на украинском языке. Научные статьи сопровождаются краткими резюме на русском и английском языках.

Журнал выходит 6 раз в год отдельными выпусками по 10 печатных листов каждый. *Г. Н. Савин, А. И. Стрельбитская, Т. А. Кулик*

6. HALBWACHS F., *Théorie relativiste des fluides à spin*, Gauthier-Villars, 1960 Paris, 294 pp.

Cartea de față reprezintă teza de doctorat a autorului susținută la Paris sub îndrumarea lui L. de Broglie și A. Lichnerowicz.

După cum menționează L. de Broglie în prefața cărții, lucrarea constituie o contribuție însemnată la studierea modelelor mecanice și hidrodinamice ale formalismului relativist al teoriei lui Dirac, a cărei bogăție a început să fie întrevăzută abia în ultimii ani.

Încă de la apariția mecanicii ondulatorii (nerelativiste) a fost observat faptul că ea este susceptibilă de o interpretare hidrodinamică. Utilizarea acestui aspect hidrodinamic pentru obținerea unei interpretări concrete a mecanicii ondulatorii a fost întreprinsă de către L. de Broglie și colaboratorii săi (dintre care menționăm pe J. P. Vigier, P. Hillion, F. Halbwachs) în teoria dublei soluții, abia după reluarea acestei probleme de către fizicianul american D. Bohm în 1952.

Astfel, lucrarea de față se încadrează în aceste cercetări moderne pentru crearea unei teorii generale a particulelor elementare și pentru reinterpretarea mecanicii ondulatorii pe baza unui model concret. În această teorie diferitele particule elementare sînt concepute ca stările cuantificate ale unei picături de fluid aflată în rotație relativistă, sau ca o foarte mică regiune a spațiului situată într-un cîmp ondulatoriu turbulent.

Cartea lui F. Halbwachs cuprinde 5 capitole, 3 anexe (care conțin chestiunile ce nu sînt legate direct de studiul corpusculelor care se învîrt sau a fluidelor cu spin), precum și o bibliografie formată din 72 de titluri.

Enumerăm titlurile capitolelor: Introducere; I. Teoria clasică a corpusculului relativist ce se rotește; II. Teoria generală a corpusculului relativist ce se rotește; III. Studiul cîtorva cazuri particulare de mișcare; IV. Teoria generală a modelelor hidrodinamice; V. Fluidele cu spin ce posedă structură moleculară.

Dintre acestea, primele trei capitole conțin noțiunile de bază privind studiul mișcării unui corpuscul relativist ce se rotește, precum și o serie de aplicații, reușind să clarifice, datorită unei cercetări minuțioase, o serie de chestiuni dificile din lucrările antecesorilor. Capitolul următor cuprinde expunerea, în concepția lui Takabayasi, a teoriei generale a modelelor hidrodinamice pornind de la ecuația lui Schrödinger și ajungînd în sfîrșit la cea a lui Dirac.

Ultimul capitol este consacrat studiului fluidelor cu spin ce au o structură moleculară. Considerînd un fluid constituit din corpuscule sau picături de lichid, autorul studiază acest fluid în două cazuri deosebite: cînd intervine, sau nu intervine spinul.

Monografia lui F. Halbwachs, abordînd un domeniu de cercetare foarte actual, este prin aceasta o carte foarte interesantă,

Trebuie să menționăm totuși că ea se bazează pe o serie de idei neunanim acceptate de către toți fizicienii.

*

Les travaux récents de L. de Broglie, D. Bohm, J.-P. Vigier et leurs élèves dans le cadre de l'interprétation causale de la mécanique ondulatoire ont remis

l'étude des modèles mécaniques classiques, déterministes en principe, comme supports des phénomènes de la microphysique. L'Auteur s'est efforcé avec un succès remarquable dans ce volume, qui constitue toutefois le sujet de sa Thèse, de constituer un formalisme convenant à la description classique d'une certaine hydrodynamique déterministe en vue de son application à la mécanique ondulatoire. Le réf. indique ci-dessus quelques détails concernant cet interessant livre dont la présentation typographique traditionnellement excellente, due à la Maison Gauthier-Villars, fait accroître la valeur.

M. Ignat

7. ЛУРЬЕ А. И., *Аналитическая механика*, Физматгиз, М., 1961 г., 824 стр.

Noul volum al prof. A.I. Lurie, fără a fi un manual de Mecanică teoretică pentru studenţii institutelor de învăţămînt tehnic superior, este izvorît dintr-o largă serie de cursuri ţinute de autor timp de mai bine de douăzeci de ani la facultatea de fizică-mecanică a Institutului politehnic „M. I. Kalinin" din Leningrad, şi este consacrat şirului de probleme de mecanică analitică ce se leagă nemijlocit de largul cerc de preocupări al inginerului de astăzi.

Întrucît aplicarea metodelor de mecanică analitică la rezolvarea problemelor inginereşti ceva mai complicate reclamă o serie de cunoştinţe speciale, autorul a consacrat o bună parte din acest extrem de interesant volum metodelor de introducere a coordonatelor generalizate, teoriei rotaţiilor finite, metodelor de calcul a energiei cinetice, a energiei acceleraţiilor, a energiei potenţiale, studiului forţelor de rezistenţă. Ref. subliniază în deosebi ansamblul metodelor expuse în volum şi consacrate formării ecuaţiilor diferenţiale a mişcării diverselor sisteme olonome, precum şi a legăturilor ce interced între schemele matematice astfel obţinute. Volumul conţine şi o expunere detaliată a reacţiilor de legătură şi a unor probleme de statică analitică. Interpretarea geometrică a mişcării unui sistem material prin mişcarea unui punct imagine într-un spaţiu riemannian şi-a găsit aplicaţie în capitolul consacrat teoriei perturbaţiilor (cap. 11). Un capitol special este consacrat dinamicii mişcării relative cu care ocazie se expune o vastă serie de aplicaţii care includ într-însele multe probleme importante interesînd mişcarea corpurilor deformabile, mişcarea rachetei, studiul platformei giroscopice ş. a. (cap. 9). Ecuaţiile canonice, transformările canonice ş. a. se sudează bine cu rezultatele expuse în ultimul capitol, consacrate principiului lui Hamilton-Ostrogradski, principiului acţiunii minime al lui Lagrange şi teoriei perturbaţiei traiectoriilor. Dat fiind interesul deosebit acordat de cercurile largi de cercetători istoricelor realizări sovietice în domeniul cuceririi spaţiului cosmic, volumul conţine tratarea unor probleme legate de mişcarea perturbată a sateliţilor artificiali ai Pămîntului. Scopul cărţii este pe deplin atins întrucît problemele şi exemplele tratate într-însa pun pregnant în evidenţă importanţa metodelor de mecanică analitică în cele mai variate domenii ale aplicaţiilor inginereşti. Locul de seamă în prezentarea problemelor concrete îl ocupă formularea problemei şi stabilirea schemei matematice corespunzătoare, integrarea ecuaţiilor obţinute şi discutarea rezultatelor fiind date ceva mai pe scurt.

Valoarea şi autonomia volumului au crescut şi mai mult prin introducerea indicilor de nume şi de materii şi prin indicaţii bibliografice de la unele subsoluri ale paginilor şi, respectiv, prin înserarea sub formă de apendice a unei introduceri în teoria matricelor şi în calculul tensorial. Este natural ca, în urma analizei amănunţite a acestei cărţi de valoare deosebită, ref. să adauge la o veche recomandare a sa de a se traduce în limba romînă cunoscutele volume (după ediţia din 1948) de Mecanică teoretică a prof. L. G. Loiţeanski şi A. I. Lurie, şi recomandarea de a se traduce în romînește şi acest volum.

*

Le réf., tout en soulignant ci-dessus en langue roumaine l'ensemble des mérites incontestables de ce volume consacré à l'exposition systématique de la Mécanique analytique et de ses applications les plus modernes qui culminent par l'étude des mouvements perturbés des satellites artificiels de la Terre, dont les hommes de sciences, les techniciens et travailleurs soviétiques, en peuvent être—grâce à leurs réalisation épocales — bien justement si fiers, propose de faire la traduction de ce volume dans d'autres langues d'usage international courant.

D. Mangeron

8. DUDLEY W. D., *Zahnräder. Berechnung, Entwurf und Herstellung nach amerikanischen Erfahrungen*, Für die deutsche Praxis bearbeitet von Dr.-Ing. Hans Winter, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, 559 S.

Cartea este tradusă din limba engleză şi prelucrată pentru a putea fi utilizată în Europa. Se oferă astfel posibilitatea de a cunoaşte nivelul actual al practicii americane în domeniul proiectării, calculului şi fabricaţiei diverselor tipuri de roţi dinţate şi angrenaje.

Conţinutul cărţii este împărţit în 9 capitole. Se insistă mai întîi asupra tendinţelor actuale de dezvoltare a transmisiilor cu roţi dinţate pe domenii constructive. Se trece apoi la geometria roţilor dinţate şi la capacitatea de transmisie a lor tratîndu-se calculul la rezistenţă al piciorului dintelui, calculul la contact al flancurilor şi calculul la gripare; se deduc astfel relaţiile finale de calcul.

Proiectarea transmisiilor porneşte de la determinarea dimensiunilor principale pe baza unor factori de calcul de care depinde greutatea angrenajului, puse în legătură cu date statistice.

Se dau de asemenea indicaţii preţioase asupra preciziei roţilor dinţate, din normele DIN şi din normele americane, utile calculului şi proiectării, indicîndu-se şi unele metode de măsurare.

Pe lîngă tratarea materialelor feroase şi neferoase utilizate în construcţia roţilor îdinţate se dau şi date importante privitoare la roţi dinţate din materiale nemetalice, n special din mase plastice ca: poliamide, textolit, lignofol etc.

Se insistă de asemenea asupra ungerii roţilor dinţate, apoi asupra defecţiunilor dinţilor. Un loc important îl ocupă fabricaţia roţilor dinţate prin toate procedeele practicate astăzi, ilustrată cu figuri bine alese; se tratează şi fabricaţia roţilor dinţate prin procedee de deformare plastică, indicîndu-se clasele de precizie ce se obţin precum şi unele criterii economice comparative de construcţie şi utilizare.

În mod analog se tratează şi sculele de prelucrare a roţilor dinţate.

Figurile sînt clare şi sistematic alese, lămurind foarte bine textul.

Pentru posibilitatea înţelegerii conţinutului şi uşurinţei utilizării, s-au adoptat în traducere unităţile de măsură europene, cu tabele comparative între normele americane şi cele DIN referitoare la materiale de construcţie, la uleiuri, la clase de precizie etc; sînt introduse de asemenea comparaţii între metodele de calcul şi proiectare americane şi germane.

Meritul traducătorului este cu atît mai mare cu cît în afară de traducere prezintă un material modern, gata prelucrat, pentru a fi aplicat cu uşurinţă.

Cartea este tradusă la un nivel ştiinţific şi tehnic ridicat, dovedind înalta concepţie a autorului în acest domeniu, bazată şi pe o practică îndelungată; este utilă în primul rînd inginerilor şi tehnicienilor proiectanţi şi constructori de maşini, în general, iar în al doilea rînd maiştrilor şi tehnicienilor care se ocupă cu fabricaţia roţilor dinţate şi exploatarea angrenajelor. Poate fi folosită tot atît de bine şi de studenţii din specialităţile construcţiei de maşini.

*

Книга содержит девять глав, в которых рассматриваются геометрия зубьев, несущая способность, проектирование, а также построение зубчаток, способы смазки, методы производства и инструменты.

Кроме перевода на немецкий язык, оригинальное содержание книги проработано и произведено сравнение между немецкими и американскими нормами, а также и методами расчета. Таким образом дается возможность ближайшего и легкого ознакомления с современным уровнем американских производственных работ в области зубчатых колес.

Труд высоконаучного уровня расчитан на проектантов и конструкторов машин вообще, а также и техников работающих на производстве и эксплуатации зубчатых зацеплений. Можеть быть использована и студентами машиностроительных специальностей.

N. Popinceanu

9. БАТЬ М. И., ДЖАНЕЛИДЗЕ Г. Ю., КЕЛЬЗОН А. С., *Теоретическая механика в примерах и задачах. Статика и Кинематика*, Ред. Г. Ю. Джанелидзе, Физматгиз, Москва, 1961, 472 стр.

Volumul elaborat de autori răspunde, în deosebi, necesităţilor studenţilor care urmează institutele tehnice de învăţămînt superior fără scoatere din producţie. Autorii acestui volum, bazîndu-se pe o îndelungată experienţă în domeniul predării mecanicii teoretice, şi-au pus drept ţel elaborarea unor volume consacrate în deosebi formulării şi rezolvării problemelor de mecanică teoretică.

În fiecare din capitolele şi subcapitolele acestui volum, subdivizat în: I. Sisteme de forţe coplanare; II. Sisteme de forţe spaţiale; III. Mişcarea punctului; IV. Cele mai simple mişcări ale rigidului; V. Mişcarea compusă a punctului; VI. Mişcarea plan-paralelă a rigidului; VII. Mişcarea rigidului în jurul unui punct fix şi compunerea rotaţiilor în jurul axelor concurente, se procedează, după o succintă expunere a teoriei corespunzătoare, la rezolvarea unor probleme dintre cele mai caracteristice. Cu acest prilej se dau unele recomandări în ceea ce priveşte succesiunea operaţiilor de executat în rezolvarea problemelor de mecanică teoretică şi se face adesea şi o evaluare comparativă între diferitele metode folosite pentru a se ajunge la soluţie.

Ref. subliniază faptul că expunerea materialului este făcută în aşa mod încît permite atît studiul sistematic, succesiv, cît şi acel al unui capitol oarecare, luat izolat şi expus în volum.

Volumul elaborat se situează în aceeaşi serie ca şi seria de volume iniţiată de MIC, din care a şi apărut volumul întîi sub redacţia tov. prof. M. Sarian de la Institutul politehnic din Bucureşti.

*

Le réf. indique ci-dessus quelques détails concernant ce volume élaboré méthodiquement par MM. les proff. Bat, Djanélidzé, Kelzon, et consacré à l'exposition systématique des problèmes pratiques concernant la statique et la cinématique des rigides et des systèmes de rigides, dont chaque chapitre est prevu d'une succinte introduction théorique. Ce volume peut-être consulté surtout avec profit de tous ceux qui suivent les cours des instituts techniques supérieurs sans renoncer à leur travail journalier. *S. Deleanu*

10. BICKEL E., *Die metallischen Werkstoffe des Maschinenbaues*, Dritte durchgesehene Auflage, Springer-Verlag, Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, XII+439 S.

Cartea cunoscutului specialist E. Bickel, profesor la Institutul politehnic din Zürich, apărută în trei ediţii într-un interval scurt de numai şase ani, arată marele interes acordat de lumea tehnicienilor şi inginerilor problemelor de tehnologia metalelor. Succesiunea capitolelor, judicios ordonate şi prevăzute cu numeroase figuri, diagrame şi tabele de date numerice experimentale, se prezintă după cum urmează: 1. Structura cristalină şi forţele de legătură în cristale, structuri suple; 2. Teoria aliajelor; 3. Proprietăţile de întrebuinţare a materialelor şi încercarea lor; 4. Tehnologia specială a metalelor (oţel şi fier, fontă, metale grele neferoase, metale de lagăre, metale de rezistenţă, metale fugitive). Dat fiind marele număr de articole de reviste în acest domeniu, autorul, cu bună ştiinţă, a renunţat să facă citări bibliografice. Cercetarea atentă a cărţii permite să se afirme că ea constituie o introducere deosebit de preţioasă în tehnologia metalelor, conducînd pe nesimţite cititorul să poată folosi în cunoştinţă de cauză diferite manuale şi tratate mai aprofundate şi, mai ales, să poată înţelege literatura de specialitate înserată în revistele curente. Un amplu indice de materii vine în ajutorul cititorului dornic să aprofundeze o problemă aleasă.

*

Der Maschinenbauingenieur steht heute vor einer verwirrenden Fülle von metallischen Werkstoffen. Ohne eine grundlegende metallkundliche Kenntnis kann er die sinnvollste Auswahl für Konstruktion, Gestaltung und Fertigung nicht treffen. Die Zielsetzung des Buches eine zusammenfassende Einführung in das Gebiet der allgemeinen und speziellen Metallkunde sowie der Werkstoffprüfung ist dem Verfasser völlig gelungen.

Der Leser der durch dieses Buch lernt, wird es sicher die Nachschlagewerke und Handbücher sinnvoll benutzen zu können oder die vertiefte Spezialliteratur recht gut verstehen. Ref. gibt oben in rumänischer Sprache einige Einzelheiten über dieses Werk, der sich auf langjährige Praxis der Konstruktion, der Fertigung, der Forschung und auf akademische Lehrerfahrung stützt. *C. Picoş*

11. HANTON W. A. *Mechanism for textile students. An Introduction,* The Textile Institute and Butterworths, Manchester-London, 1960, X+336 pp.

Acest volum, constituind o introducere elementară în mecanica teoretică, subdivizat în cinematică, statică şi dinamică, are meritul de a conţine o seamă de exerciţii, urmate de scheme corespunzătoare, relative la studiul mişcării şi echilibrului, interesînd variate mecanisme componente ale maşinilor textile. În asociere adecvată cu alte discipline menite a constitui studii introductive în specialităţile textile, volumul este fără îndoială folositor, fiind premergător ciclului următor de expunere a mecanicii teoretice la nivel corespunzător necesităţilor tehnicii actuale. De altfel, după cum spune şi autorul în prefaţă, volumul nu conţine de regulă demonstraţii, ci scheme cu denumirile corespunzătoare, numeroase date numerice şi rezolvări ce nu necesită calcule complicate, însă care se depărtează mult de realitatea obiectivă în domeniu. Neavînd la bază teorii adecvate, nici o problemă nu abordează fundamentalul aspect al proceselor de mecanică a textilelor, cum ar fi acel legat de mecanica corpurilor cu masă variabilă sau de teoria modernă a frecării fibrelor etc.

*

Le but de ce livre, indiqué dans la preface par l'auteur, consiste dans la présentation sans démonstration d'un nombre assez large de schémas et de problèmes qui ne réclament que des connaissances de mathématiques élémentaires concernant les mécanismes et les machines textiles. Coordonné avec d'autres disciplines de spécialité le volume prépare l'etudient pour le cours proprement dit de mécanique rationnelle dont le volume doit être considérable, pour pouvoir aborder d'une manière correspondante aux exigeances de l'industrie textile moderne, des séries de questions où il faut savoir à fond la mécanique des masses variables, les théories et les données actuelles relatives à la friction des fibres et des fils etc. *N. Irimiciuc*

12. АБЛОВ А. В., БАТЫР Д. Г., *Номенклатура химией неорганике,* Изд. „Штиинца" АН МССР, Кишинев, 1962, 115 стр.

În editura Academiei de ştiinţe a R. S. S. Moldoveneşti a apărut recent cartea *Nomenclatura chimiei neorganice* de acad. A. V. Ablov (de la Academia de ştiinţe a R. S. S. Moldoveneşti) şi de candidatul în ştiinţe chimice D. G. Batîr. Tipărită in condiţii grafice ireproşabile această carte cuprinde în 115 pagini, într-o înlănţuire logică şi sintetică, materiale interesante privind istoria dezvoltării nomenclaturii chimice anorganice, în general, şi a celei naţionale, în special, precum şi un ansamblu de reguli, reprezentînd un proiect de nomenclatură sistematică. Necesitatea editării acestei lucrări dictată a fost pe de o parte de dezvoltarea impetuoasă a economiei, culturii şi ştiinţei din R. S. S. Moldovenească, iar pe de altă parte de unele dificultăţi întîmpinate în predarea chimiei anorganice la şcolile medii şi superioare din republică şi de lipsa unor norme oficiale de nomenclatură.

Autorii au trecut la elaborarea definitivă a sistemului lor de nomenclatură după o discuţie prealabilă în cadrul unor conferinţe speciale la care au participat cercuri largi de chimişti şi lingvişti. În redactare s-a ţinut seama de proiectul de nomenclatură a combinaţiilor anorganice prezentat de Academia de ştiinţe a U.R.S.S. la lucrările Congresului VIII „D. I. Mendeleev", precum şi de regulile stabilite de către Comisia de Nomenclatură Anorganică (1957) de pe lîngă Uniunea Internaţională de Chimie Pură şi Aplicată (I. U. P. A. C.).

Normele stabilite, în urma consultării unui bogat material bibliografic (211 lucrări) alcătuiesc un sistem închegat, bazat pe o seamă de principii unanim acceptate (concordanţa dintre nomenclatură şi etapa dată de dezvoltare a ştiinţei, principiul univocităţii dintre denumire şi structură, reflectarea clasificării adoptate, respectarea spiritului limbii). O influenţă justificată asupra normelor elaborate o prezintă terminologia ştiinţifică rusă.

Autorii abordează cu competenţă şi rigoare un domeniu în care controversele sînt încă vii, de natură să suscite discuţii îndelungate. Se cunoaşte faptul că la noi în ţară din iniţiativa prof. C. G. Macarovici (pentru nomenclatura compuşilor anorganici) şi acad. C. D. Neniţescu (pentru combinaţiile organice) au fost elaborate două proiecte de nomenclatură chimică care urmează să fie discutate şi adoptate în viitorul apropiat. De altfel, reţinem cu deosebită plăcere că în cartea lor autorii sovietici au acordat atenţie lucrărilor romîneşti de istoria chimiei şi nomenclatură chimică, apărute în ţara noastră.

În ansamblu normele de nomenclatură elaborate de A. V. Ablov şi de D. G. Batîr sînt soluţionate de pe poziţii riguroase şi bine conturate, ca urmare a unei îndelungate şi migăloase pregătiri preliminare. Lucrarea reprezintă o contribuţie valoroasă pe tărîmul reglementării nomenclaturii compuşilor anorganici şi rezolvă o temă de actualitate pregnantă.

Interesul trezit de lectura acestei cărţi ne determină să ne exprimăm satisfacţia pentru modul în care autorii au prezentat problemele nomenclaturii chimice şi să apreciem eforturile remarcabile depuse în editarea îngrijită şi elegantă a lucrării.

*

В книге *Номенклатура неорганической химии*, напечатанной издательством „Штиинца" АН МССР, академик АН МССР А. В. Аблов и канд. хим. наук А. Г. Батыр излагают интересные материалы, касающиеся истории развития номенклатуры неорганичесчих соединений, а также молдавскую систему номенклатурных норм в компетентной разработке.В написании своей системы авторы руководились проектом номенклатуры неорганических соединений VIII-го Менделеевского съезда и правилам I РАС 1957 г.

Молдавская номенклатура неорганических соединений, представленнная А. В. Абловым и Д. Г. Батыром, является результатом тщательной работы, продлившейся в течение ряда лет, по изучению и установлению систематических правил названий химических соединений и представляет собой ценный вклад в область построения национальной научной терминологии. Приятно отметить что в книге отражены также работы румынских авторов, как в области истории химии, так и в области номенклатурных вопросов.

Книга издана в превосходном графическом оформлении, отличается четкостью и стройностью изложения, и написана хорошим научным языком. *Gh. Rozmarin*

13. HOWELL H. G., MIESZKIS K. W., TABOR D., *Friction in Textiles*, Butterworths Scientific Publications in association with the Textile Institute, Butterworth & Co., London, 1959, IX + 263 pp.

Această monografie, reflectînd rolul deosebit de important pe care-l joacă frecarea în tehnologia textilă, este consacrată atît problemelor tehnice, de practică curentă, cît şi teoriei propriu-zise a frecării. Ilustrată prin numeroase scheme, diagrame şi fotografii, monografia este subdivizată în trei părţi. Prima este consacrată expunerii teoriei frecării şi a lubrifierii, cu privire specială asupra frecării materialelor plastice şi a fibrelor. A doua parte expune fenomenul de frecare în diverse procese textile (frecarea lînii, frecarea în procesul de toarcere, frecarea în ţesătorie, în croşetaj ş. a.). A treia parte este consacrată prezentării metodelor experimentale menite a pune în evidenţă diverse mărimi ce apar în problema frecării firelor şi a fibrelor ş. a.

Trebuie menţionat un fapt ce constituie o lipsă apreciabilă a volumului. Bogata bibliografie, prezentată la finele fiecărui capitol şi ordonată alfabetic după autori, conţine prea puţine citate de articole de specialitate în domeniu, înserate în reviste sovietice.

*

This very useful book is divided into three parts. The first deals with the theory in friction and lubrication where an attempt has bee made to emphasise the main physical picture as it exists to-day and the many difficulties that have still to be resolved. The second deals with practical problems in textile processing and the third gives a detailed review of the main methods and techniques used in measuring friction, yarn tension and abrasion. Finally an Appendix gives some typical values of the coefficient of friction under various conditions of test and includes an extensive bibliography where further experimental data can be found. Rev. underlines the necessity to make in the next edition a large use of new and very valuable soviet literature concerning this important subject. *N. Irimiciuc*

14. OETTEL W. O., *Grundlagen der Metallmikroskopie*, Akademische Verlagsgesellschaft Geest u. Portig K. G., Leipzig, 1959, 216 S.

Autorul cuprinde în această lucrare întregul ansamblu al problemelor ridicate de studiul microscopic al metalelor, cu ajutorul iluminării indirecte. Lucrarea conține în total 9 părți. În prima parte se afată scopul și se tratează caracteristicile generale ale microscopiei metalelor. Partea a doua cuprinde cunoștințele preliminare și fundamentale privind aparatele optice, folosite în general în microscopie. Autorul se ocupă, între altele, de: formele de bază ale aparatelor optice, elementele constructive ale microscoapelor, clasificarea acestora, legile de producere a imaginilor prin lentile, puterile de mărire, luminozitate etc., dînd și o serie de nomograme ale relațiilor principale. Partea a treia se ocupă de microscopia cu iluminare indirectă, care se folosește în tehnica studierii metalelor. Se tratează principiile de iluminare, tipurile de cîmpuri (luminos, întunecos), diafragmele și importanța lor etc. În partea a patra se tratează genurile de lumină și aplicațiile lor (procedee de producere a luminii, lumina filtrată, lumina polarizată etc.), iar în partea a cincea sursele de lumină. Partea a șasea tratează organizarea și pregătirea lucrului pentru fiecare gen de microscopie (dozarea iluminării în cîmp luminos, întunecos și combinat, instalații de polarizare, instalații pentru contrastul fazelor, aplicații ale diferitelor genuri de microscopie). În partea a șaptea se tratează accesoriile optice (obiective, oculare, proiectoare, instalații suplimentare, filtre de lumină și polarizatoare, întreținerea părților optice), iar în partea a opta accesoriile mecanice (masele pentru obiecte, accesoriile pentru fixarea obiectelor și pentru indicarea poziției lor, dispozitive pentru schimbarea obiectivului, părțile superioare ale tubului optic), precum și lămpile de iluminat și întreținerea microscopului și a părților componente mecanice. Ultima parte completează lucrarea cu un rezumat al notațiilor întrebuințate, o sinteză a formulelor folosite în text, o tabelă a figurilor și una a tabelelor, un index bibliografic și un indicator alfabetic.

În lucrare sînt tratate toate problemele ridicate de folosirea microscoapelor, în general, și de folosirea lor la studierea structurii metalelor, în special. Lucrarea, care completează în momentul de față un gol resimțit în acest domeniu, este tratată la un nivel superior și reflectă bogata și îndelungata experiență a autorului în calitate de conducător al secției științifice de la întreprinderile VEB Carl Zeiss—Jena și conferențiar pentru problemele de metalografie specială la Institutul tehnic din Dresda.

*

В этой работе, автор рассматривает проблемы теории, конструкции и использования микроскопов с непрямым освещением, используемых для исследования металлов, описавая подробно аппаратуру производства фирмы Ф. Е. Б. Карл Цейсс — Йена, где автор работал как руководитель научного отдела. *Gh. Ailincăi, C. Ciochină*

15. TIPEI N., CONSTANTINESCU V. N., NICA AL., RIȚA O., *Lagăre cu alunecare (Calcul, Proiectare, Ungere)*, Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1961, 435 pp.

Progresele realizate în domeniul cercetărilor privind lagărele cu alunecare, la care colectivul de autori a adus contribuții, dau posibilitatea și impun chiar elaborarea unor metode practice de calcul și proiectare bazate pe noile cunoștințe căpătate în acest domeniu. Lucrarea de față își propune tocmai acest scop, urmărindu-se completarea literaturii de specialitate cu date noi, de utilitate practică.

In capitolul 1 se prezintă comparativ avantajele și dezavantajele specifice lagărelor de rostogolire și de alunecare, dîndu-se indicații pentru alegerea corectă a tipului de lagăr.

Capitolul 2 cuprinde formule și date de calcul, bazate pe teoria hidrodinamică a ungerii, apoi, în continuare, metode de calcul, mult mai precise decît cele utilizate în mod curent, deoarece se iau în considerație o serie de parametri care deși neglijați pînă acum, pot influența în mod substanțial rezultatele, și anume: variația viscozității, influența geometriei și poziției orificiului de alimentare cu lubrifiant etc., ceea ce face ca metodele de calcul expuse să fie mult mai precise, mai sigure și cu posibilități largi de aplicare.

În capitolul 3 se tratează problema lagărelor circulare, luîndu-se de asemenea în consideraţie majoritatea problemelor care se pot pune proiectantului, atît în cazul dimensionărilor cît şi în cel al verificărilor.

Se consideră apoi problema dilatărilor, determinîndu-se jocul real, şi se dau indicaţii asupra jocului minim admisibil, pentru a se evita regimurile de ungere nefavorabile.

Metodele de calcul sînt extinse apoi şi asupra lagărelor cu forţe şi viteze variabile, iar în capitolele 4 şi 5, asupra lagărelor cu cuzinet parţial şi a celor axiale.

În capitolul 6 se expune calculul lagărelor funcţionînd în regim turbulent.

În continuare se studiază în capitolul 7 problema vibraţiilor, prezentîndu-se pe lîngă analiza teoretică a fenomenelor şi soluţiile practice de rezolvare a problemei care rezultă.

În capitolul 8 se iau în consideraţie elementele care determină alegerea materialului de lagăr în funcţie de complexul de proprietăţi ale materialului şi de condiţiile de lucru a lagărului, dîndu-se totodată indicaţii asupra materialelor noi apărute, cît şi a rezultatelor obţinute în ţara noastră în direcţia elaborării unor materiale ieftine şi cu calităţi corespunzătoare.

Ultimele patru capitole tratează respectiv problema alegerii lubrifianţilor în funcţie de caracteristicile care li se cer pentru o utilizare corespunzătoare, condiţiile corecte de alimentare cu lubrifiant a lagărelor şi sistemele de alimentare, uzura şi rodajul lagărelor şi, în fine, maşinile şi metodele de încercare a lagărelor.

Lucrarea se adresează în primul rînd inginerilor din institutele de proiectări şi inginerilor din industrie, ca şi studenţilor din ultimii ani ai institutelor de învăţămînt superior. În egală măsură lucrarea interesează şi cercurile de specialişti din institutele de cercetări.

*

Si indicano qui sopra alcuni dettagli concernenti il libro elaborato in lingua romena e dovuto ad un collettivo condotto dal Prof. N. T i p e i, consacrato allo studio dei cuscinetti a scivolamento. Il lavoro, contenente anche parecchi risultati originali pubblicati dagli autori in questi ultimi anni in alcune riviste di specialità, interessa tanto ingegnere progettante quanto gli studenti degli ultimi anni degli instituti politecnici. *N. Popinceanu*

16. HAAG J., CHALÉAT R., *Problèmes de théorie générale des oscillations et de chronométrie,* Editeurs Gauthier-Villars, Eyrolles, Paris, 1960, 412 pp.

Acest volum este consacrat expunerii detaliate a 123 de probleme rezolvate din diferite domenii interesînd teoria şi practica oscilaţiilor şi cronometria. De un real folos tuturor acelora care aprofundează capitolul fundamental al mecanicii vibraţiilor, volumul are aranjate problemele expuse după următoarele capitole: 1. Măsura astronomică a timpului (5 probleme); 2. Teoria elementară a mişcărilor oscilatorii, rezistenţe pasive şi oscilaţii întreţinute (6 probleme); 3. Teoria perturbaţiilor. Formula lui Airy (8 probleme); 5. Teoria generală a descărcării (11 probleme); 6. Întreţinerea oscilaţiilor prin acţiuni periodice. Teoria elementară a sincronizării (8 probleme); 7. Pendulul circular (12 probleme); 8. Suspensii ale pendulului şi ceasornice (4 probleme); 9. Compensarea termică a pendulului (11 probleme); 10. Oscilatori diverşi (8 probleme); 11. Sistemul balansor în spirală şi perturbaţiile acestuia (14 probleme); 12. Compensarea termică a sistemului balansor în spirală (6 probleme); 13. Sisteme cu mai multe grade de libertate (6 probleme); 14. Teoria generală a sincronizării (9 probleme); 15. Probleme generale (5 probleme).

Un indice alfabetic al termenilor folosiţi (pp. 391–405), date numerice precise care concretizează multe din problemele studiate precum şi expunerea sub formă de probleme a unor rezultate de bază menite a asigura acestui volum cît mai multă autonomie, ridică şi mai mult valoarea cărţii.

*

Ce volume, préfacé par M. J. P é r è s, comporte 120 problèmes entièrement rédigés, portant sur la Théorie des Oscillations et la Chronométrie Dans l'attente de la parution du *Traîte de Théorie des Oscillations et de Chronométrie,* préparé par M. C h a l é a t, ce livre s'en est assuré une complète indépendance tout en contenant l'expo-

sition sous forme de problèmes des théories fondamentales qu'on y utilise. Le chapitre 1 rappele les notions fondamentales de la mesure astronomique du temps (5 problèmes). L'amortissement des oscillations, les différents types de résistances passives et le principe de l'entretien font l'objet du chapitre 2 (6 problèmes). L'exposé de la théorie des perturbations et de ses différentes applications est donné au chapitre 3 (8 problèmes). Le chapitre 4 concerne l'entretien et la synchronisation par impulsions instantanées (5 problèmes). Le calcul des perturbations de période et d'amplitude d'un échappement, le défaut d'isochronisme qu'il introduit, le rendement etc. font l'objet du chapitre 5 (11problèmes). La théorie élémentaire del a synchronisation est appliquée à divers exemples au chapitre 6 (8 problèmes). Le pendule circulaire fait l'objet du chapitre 7 (12 problèmes), ses différents modes de suspension — celui du chapitre 8 (4 problèmes); sa compensation thermique est traitée au chapitre 9 (11 problèmes). Différents oscillateurs autres que le pendule circulaire et le balancier annulaire sont examinés au chapitre 10 (8 problèmes). Le chapitre 11 (14 problèmes) est consacré au système balansier-spiral et à ses différentes perturbations; sa compensation thermique est étudiée au chapitre 12 (6 problèmes). Les oscillateurs à plusieurs degrés de liberté (montre oscillante, pendules à support mobile, pendules sympathiques etc.) font l'objet du chapitre 13 (6 problèmes). La théorie générale de la synchronisation de Jules Haag, dont l'oeuvre en Chronométrie est considérable, constitue le sujet du chapitre 14 (9 problèmes). La théorie de J. Haag est ensuite appliquée à l'examen des procédés particulier de synchronisation. Le dernier chapitre (chap. 15) est consacré aux problèmes généraux (5 problèmes).

La valeur de cet ouvrage, contenant des solutions détaillées d'un nombre de problèmes correspondant à des réalisations industrielles dont on y a attaché des données numériques précises, est accrue par un copieux index alphabétique. *O. Munteanu*

17. МАРКЕЛОВ П. А., *Резание металлов инструментами с керамическими пластинками,* Оборонгиз, М., 1960, 285 стр.

Volumul recenzat răspunde—prin materialele ce le conţine—necesităţii de a oferi institutelor de cercetări profilate şi laboratoarelor tehnologice de pe lîngă uzinele de construcţii de maşini, datele necesare relative la ceramica instrumentală, menită a înlocui în cele mai variate ocazii, oţelurile instrumentale şi diferitele aliaje dure. Deschizînd noi perspective de creştere ulterioară a vitezelor de tăiere şi a productivităţii muncii, contribuind din plin la progresele remarcabile în domeniul tehnologiei construcţiilor de maşini, acest volum, rezultat dintr-o muncă fericit îmbinată între un şir întreg de cercetări teoretice şi un şir de contribuţii valoroase datorite inovatorilor din cadrul uzinelor şi fabricilor din U.R.S.S., este subdivizat în următoarele capitole: I. Ceramica minerală şi proprietăţile ei; II. Construcţia instrumentelor de tăiere şi metodele de fixare a plăcilor ceramice; III. Parametrii geometrici ai instrumentelor de tăiere prevăzute cu plăci de ceramică; IV. Durabilitatea instrumentelor de tăiere cu plăci de ceramică; V. Ascuţirea instrumentelor de tăiere cu plăci de ceramică; VI. Prelucrarea materialelor cu instrumente de tăiere prevăzute cu plăci de ceramică; VII. Strunjirea cu cuţite cu lamele ceramice; VIII. Strunjirea interioară cu cuţite cu lamele ceramice; IX. Frezarea cu freză frontală şi freză-disc cu lamele ceramice; X. Aplicarea industrială a ceramicei minerale la tăierea metalelor; XI. Regimurile de tăiere cu instrumente de tăiere cu lamele de ceramică TM-332. Volumul se încheie cu o serie de anexe cuprinzînd date tehnice preţioase relative la regimurile de tăiere a diferitelor oţeluri precum şi unele scheme ale cuţitelor folosite.

*

В книге приводятся обобщенные данные по исследованию и промышленному применению режущих инструментов с керамическими пластинками. Значение трактуемого субъекта, как с теоретической и практической точек зрения, так и с экономической, приводящей к сокращения расходов, связанных с хотя бы частичной заменой инструментальных сталей и твердых сплавов менее дорогими инструментальными материалами, изложено выше, на румынском языке. Внешнее хорошее оформление — установившаяся традиция для Гос. НТИ Оборонгиз-а. *V. Belousov*

18. КАПУСТИН И. И., *Автоматизация обувного производства*, Гостехиздат, М., 1960, 434 стр.

Autorul, cunoscut specialist în domeniul industriei uşoare, expune în acest volum, elaborat ca urmare a modificărilor calitative adînci în domeniul tehnologiei variatelor ramuri de producţie menite a răspunde progreselor raclamate de construcţia desfăşurată a comunismului în marea ţară a socialismului victorios, problemele fundamentale de teoria şi practica automatizării în producţia de încălţăminte. Volumul conţine, folosind în acest scop un aparataj matematic adecvat (ecuaţii diferenţiale, dezvoltări în serii de funcţii, teoria programării etc.), elementele de bază ale teoriei de proiectare a agregatelor polioperative şi a liniilor automate. Se expun apoi serii de rezultate relative la alimentarea automată, la autooperatori şi manipulatori, la mijloacele automate de ambalare şi multe alte probleme actuale relative la automatizare. Cadrele noastre, deosebit de interesate în adîncirea şi însuşirea întregului ansamblu de probleme legate de automatizarea complexă a proceselor de producţie, salută cu deosebită satisfacţie apariţia acestui volum, primul de acest gen, interesînd o ramură de seamă a facultăţii de industrie uşoară a Institutului politehnic din Iaşi, de mare importanţă pentru economia noastră naţională. Ref. subliniază în deosebi cap. XIII al cărţii conţinînd exemple detaliate de automate, agregate şi linii. Bibliografia foloseşte 34 tratate şi cărţi apărute în ultimii zece ani.

*

On expose ci-dessus quelques détails concernant ce volume, rédigé par le prof. I. I. Kapoustine, spécialiste soviétique bien connu dans le domaine de la construction des machines à chaussure et des usines correspondantes. Ce volume, le cinquième de la série due au même auteur, est consacré à l'exposition du complexe de problèmes relatifs à l'automation de la fabrication des chaussures. *C. Drăgan*

19. *** *Studii de economie socialistă*, Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1961, 330 pp.

Lucrarea însumează zece studii semnate, printre alţii, de binecunoscuţii economişti, R. Moldovan, director al Institutului de cercetări economice al Academiei R. P. R., I. Rachmut, membru corespondent al Academiei R. P. R., D. Dumitriu, şef de sector economie agrară al I. C. E., M. Părăluţă, Gh. Belu şi V. Rausser, candidaţi în ştiinţe economice, şi alţii.

Studiile cuprind o arie întinsă de probleme privind dezvoltarea impetuoasă a bazei economice a socialismului în ţara noastră.

Ţara noastră a făcut un uriaş pas înainte în dezvoltarea sa economică şi socială' ceea ce crează condiţiile pentru progresul ei continuu, într-un ritm şi mai înalt.

Autorii studiilor înserate în acest volum au reuşit să sublinieze laturile esenţiale care caracterizează uriaşul pas înainte făcut sub conducerea Partidului Muncitoresc Romîn în toate domeniile de activitate şi anume : industrializarea socialistă, transformarea socialistă a agriculturii şi înfăptuirea revoluţiei culturale. În mod deosebit se subliniază, în majoritatea capitolelor, însemnătatea indicaţiilor date de cele trei congrese ale P. M. R., pentru stabilirea liniilor de dezvoltare ale diferitelor ramuri ale industriei şi agriculturii şi sectoarelor de activitate social-economică, precum şi asupra perspectivelor minunate pe care viitorii ani le deschid în faţa dezvoltării social-economice a R. P. R. într-un ritm şi mai înalt.

Prin analiza profundă şi multilaterală a problemelor pe care le tratează, prin concluziile ei temeinic fundamentate, ca şi prin bogatul material documentar pe care îl cuprinde, (numeroase tabele statistice, grafice etc.) lucrarea reuşeşte să înfăţişeze pe un larg plan istoric marile progrese realizate în construcţia bazei economice a socialismului în ţara noastră.

*

Les réff. mettent en évidence ci-dessus, en langue roumaine, le fait que le livre *Études relatives à l'économie socialiste*, rédigé par les soins d'un collectif de spécialistes de l'Institut de recherches économiques et paru dans les éditions de l'Académie de la République Populaire Roumaine, contoure et relève justement, dans le cadre d'un large plan historique, de très grands progrès réalisés dans le domaine de la construction de la base économique socialiste dans notre pays. *D. Rusu, N. Davideanu*

20. LEVENTE M., BARAT E., BULGARU N., *Analiza statistico-economică a agriculturii. Contribuţii metodologice,* Ed. şt., Buc., 1961, 344 pp.

Dezvoltarea impetuoasă a agriculturii noi, socialiste, din ţara noastră, care în scurt timp a putut demonstra pe deplin superioritatea marii producţii agricole socialiste, oferă pe de o parte un vast teren de cercetare ştiinţifică, iar pe de altă parte concluziile şi soluţiile rezultate asigură în viitor consolidarea economică-organizatorică a unităţilor agricole socialiste, dezvoltarea forţelor şi relaţiilor de producţie din această ramură economică.

Din acest punct de vedere, ca şi prin originalitatea lucrării — autorii au elaborat modele de grupări şi balanţe în bună parte neutilizate pînă acum în lucrările statistice şi de economie agrară — apreciem binevenită editarea acestei lucrări care poate fi considerată, prin modul în care este concepută şi realizată, un îndreptar general pentru analiza agriculturii.

Autorii au grupat problemele dezbătute în patru capitole. Primul capitol este intitulat „Agricultura Republicii Populare Romîne şi cercetarea statistică", după care urmează un capitol în care se trec în revistă problemele programului recensămîntului agricol mondial legate de analiza statistică-economică a agriculturii. Partea principală a lucrării o constituie capitolul III care se ocupă de „Metoda grupărilor şi a balanţelor în analiza statistico-economică a agriculturii". În acest capitol se prezintă cititorului, într-o formă accesibilă, un sistem de grupări şi balanţe cu ajutorul cărora se pot studia ştiinţific baza tehnico-materială a agriculturii, structura ei social-economică, nivelul de trai al populaţiei agricole etc.

După părerea noastră acest capitol ar fi adus un aport şi mai substanţial practicii şi muncii de cercetare ştiinţifică dacă toate indicaţiile generale ar fi fost exemplificate prin modele de grupări şi balanţe statistice.

Ultimul capitol se ocupă de „Perspectivele dezvoltării agriculturii R. P. R. şi sarcinile cercetării statistice".

Din lectura întregii lucrări reiese în mod evident faptul că statistica social-economică, pe baza datelor prelucrate şi grupate în mod ştiinţific, este un instrument tot mai eficient şi necesar al conducerii economiei naţionale, un mijloc de control al desfăşurării procesului reproducţiei socialiste lărgite.

Rezultatul muncii depuse de colectivul de autori în elaborarea volumului pe care îl recenzăm se înscrie ca o realizare atît în domeniul teoriei cît şi al practicii statistice economice, în general, şi a agriculturii în special, şi rezolvă în acelaşi timp şi o problemă de mare actualitate.

Acestea sînt considerentele care ne determină să conchidem că prin calităţile sale lucrarea *Analiza statistico-economică a agriculturii* este de folos atît economiştilor cît şi inginerilor, cărora le oferă sisteme, metode şi modele creatoare de analiză statistico-economică.

*

On donne ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant le livre consacré à l'*Analyse statistique-économique de l'agriculture (contributions méthodologiques)*, rédigé par M. Levente, E. Barat et N. Bulgaru et publié par l'Editura Ştiinţifică à Bucarest.

D. Rusu, N. Davideanu

21. OLEINIK I. R., *Dezvoltarea industriei Romîniei în anii regimului de democraţie populară,* Ed. polit., Buc., 1960, 374 pp.

Apreciem ca extrem de binevenită apariţia acestei valoroase lucrări în limba română, deoarece oferă masei largi de cititori cunoaşterea la un înalt nivel ştiinţific a aspectelor cele mai importante ale operei de industrializare socialistă din ţara noastră.

Plecînd de la un tablou de ansamblu al înapoiatei industrii a Romîniei burghezo-moşiereşti, autorul trece în revistă — într-o înlănţuire firească — succesele obţinute pe calea industrializării socialiste. Este demascat în mod viguros rolul nefast al înrobirii ţării noastre în trecut de către capitalismul imperialist şi caracterul profund reacţionar al aşa-numitelor teorii care, la adăpostul tezelor cu privire la caracterul „eminamente agricol" al vechii Romînii, încercau să ascundă de fapt incapacitatea orînduirii burghezo-moşiereşti de a asigura dezvoltarea armonioasă a forţelor de producţie. Se

arată faptul că înlocuirea relaţiilor de producţie capitaliste prin relaţii de producţie socialiste a făcut posibilă ca în conformitate cu cerinţele legilor obiective să se treacă la industrializarea socialistă, pe calea dezvoltării cu precădere a producţiei mijloacelor de producţie, singura cale capabilă să asigure baza trainică a lărgirii rapide a producţiei şi a creşterii productivităţii muncii.

În cuprinsul lucrării sînt examinaţi — atît pe ramuri cît şi pe întreaga industrie — o serie de indici tehnico-economici sau factori importanţi cum sînt: dezvoltarea bazei de materii prime, dinamica investiţiilor, introducerea tehnicii noi, creşterea cantitativă şi îmbunătăţirea calitativă a producţiei, ridicarea calificării forţei de muncă, îmbunătăţirea condiţiilor de muncă etc.

În lucrare se scoate în evidenţă rolul important pe care l-a jucat colaborarea tehnico-economică cu ţările lagărului socialist şi în primul rînd cu Uniunea Sovietică, precum şi perspectivele largi pe care le deschide această colaborare pentru dezvoltarea industriei noastre socialiste.

Prin documentaţia sa vastă, prin numeroasele sale date statistice, în bună parte inedite, lucrarea pune la dispoziţia specialiştilor, atît inginerilor cît şi economiştilor din diferitele ramuri ale industriei, un bogat material informativ prezentat la un înalt nivel ştiinţific şi într-o expunere clară şi judicios sistematizată. Este o lucrare utilă pe care o recomandăm atenţiei cititorilor.

*

On donne, ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant le livre de I. P. Oleinik intitulé *Le développement de l'industrie de la Roumaine dans les années du régime de démocratie populaire.* *D. Rusu, M. Davideanu*

22. BIJI M., TREIBICI V., *Uzinele „I. C. Frimu" -Sinaia*, Ed. Tehn., Buc., 1958, 352 pp.

An de an literatura din ţara noastă se îmbogăţeşte cu lucrări valoroase a căror contribuţie la rezolvarea sarcinilor de construire şi consolidare a bazei economice a socialismului din patria noastră este din ce în ce mai substanţială. Pe lîngă studiile şi lucrările teoretice din domeniul ştiinţelor economice apar şi lucrări consacrate problemelor de economie concretă. O asemenea lucrare este monografia întreprinderii „I. C. Frimu"-Sinaia.

Lucrarea pe care o recenzăm se compune din trei părţi. În primul capitol se face un istoric al uzinei pînă la actul naţionalizării. Acest moment marchează un salt calitativ în activitatea economică a uzinei.

În capitolul II este prezentată baza tehnico-materială a întreprinderii, organizarea muncii precum şi rezultatele pe care întreprinderea le obţine în urma aplicării metodelor înaintate de muncăi

Se insistă în mod special asupra factorilor care au determinat creşterea rapidă şi sistematică a productivităţii muncii. Problema reducerii preţului de cost a fost analizată sub multiple aspecte, scoţîndu-se în evidenţă rezervele existente în cadrul întreprinderii, în vederea reducerii sale sistematice.

În capitolul III sînt analizate noile condiţii de muncă existente în cadrul întreprinderilor socialiste, precum şi problemele legate de creşterea continuă a nivelului de trai al muncitorilor.

Lucrarea, rod al unui larg colectiv de economişti şi ingineri, este meritorie, iar prin modul de tratare al problemelor, de pe poziţii ştiinţifice, a permis autorilor ca pe lîngă analiza economică a acestei întreprinderi, să rezolve şi pe plan teoretic unele probleme economice. Munca depusă pentru elaborarea acestei lucrări a fost apreciată, acordîndu-se colectivului de autori, premiul Academiei pe anul 1960.

*

On donne, ci-dessus, en langue roumaine, quelques détails concernant la monographie de l'usine „I. C. Frimu" à Sinaia, élaborée par M. Biji et V. Treibici.
D. Rusu, N. Davideanu

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC
DIN IAŞI
SERIE NOUĂ
Tomul VII (XI), Fasc. 3–4, 1961

ANIVERSAREA A 70 ANI DE VIAŢĂ A PROFESORULUI DR. GHEORGHE ALEXA

La 26 octombrie 1961 cadrele didactice şi studenţii de la Institutul politehnic din Iaşi au sărbătorit pe profesorul Gheorghe Alexa cu ocazia împlinirii a 70 ani de viaţă şi 46 ani de activitate neîntreruptă în învăţământul superior.

Născut la 26 octombrie 1891 în comuna Vutcani, raionul Bîrlad, regiunea Iaşi, urmează liceul teoretic la Bîrlad trecînd examenul de bacalaureat în anul 1912. În anul 1916 obţine licenţa în chimie tehnologică la Universitatea „Al. I. Cuza" din Iaşi, iar în anul 1921 obţine titlul de inginer chimist la şcoala franceză din Lyon.

În anul 1930 îşi trece teza de doctorat la Universitatea „Al. I. Cuza" din Iaşi, intitulată *Influenţa temperaturii în tanajul în crom cu o singură baie, funcţie de bazicitate şi timp.*

Cariera didactică a început-o de la 1 octombrie 1915 ca preparator la catedra de chimie tehnologică a Universităţii „Al. I. Cuza" din Iaşi, trecînd apoi prin toate gradele didactice. În anul 1948 este numit şeful catedrei de pielărie de la facultatea de chimie industrială a Institutului politehnic din Iaşi.

Profesorul Gheorghe Alexa a desfăşurat o bogată activitate ştiinţifică concretizată în peste 60 de lucrări originale publicate în revistele din ţară şi străinătate.

Domeniile principale atacate de profesorul Gheorghe Alexa în activitatea sa ştiinţifică sînt: tehnologia pielii, materiile tanante vegetale indigene şi materiile grase. A adus contribuţii importate, teoretice şi practice, în tăbăcirea cu crom, într-o serie de tăbăciri combinate ca: crom-tanin, aluminiu-tanin, formol-crom-tanin, formol-crom, formol-uree-crom, citate în literatura de specialitate.

Prin lucrările sale a făcut cunoscute principalele materii tanante vegetale indigene, a studiat condiţiile de obţinere a unor extracte tanante, proprietăţile lor chimico-tehnologice şi diferitele posibilităţi de ameliorare a extractelor etc.

Lucrările în domeniul materiilor grase aduc o contribuţie însemnată la cunoaşterea şi valorificarea uleiurilor vegetale indigene.

Profesorul Gheorghe Alexa a publicat un curs de *Chimie tehnologică organică*, în două volume, care cuprind *Industria zahărului* şi *Industria*

chimică a lemnului și a derivatelor sale. În momentul de față are sub tipar cursul de *Materii prime și auxiliare în industria pielăriei.*

A fost membru activ al Societății Internaționale a chimiștilor din Industria pielăriei (Londra), din anul 1925 pînă în anul 1940.

A participat la un număr însemnat de congrese internaționale la care a comunicat lucrări valoroase din punct de vedere teoretic și practic.

Profesorul Gheorghe Alexa este printre primii cercetători din țara noastră care și-au dedicat o bună parte din activitatea lor problemelor legate de industria de pielărie. A dat și dă un sprijin prețios industriei noastre prin rezolvarea unor probleme științifice cerute de producție, prin ajutor tehnico-științific, conferințe etc.

Profesorul Gheorghe Alexa a pus bazele școlii românești de pielărie la care s-au format cercetătorii care lucrează în acest domeniu și de la care s-au îndreptat spre industrie un însemnat număr de ingineri.

Cu prilejul împlinirii a 70 ani de viață i s-a acordat Ordinul Muncii clasa II-a, în semn de prețuire a distinselor sale calități de om de știință și a muncii sale neobosite pentru înflorirea patriei noastre.

Dorim iubitului nostru profesor Gheorghe Alexa mulți ani de viață și mult succes în activitatea pe care o va desfășura și de acum înainte.

Gh. Chiriță